

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Facultad de Ingeniería

Escuela de Ingeniería Industrial

Diseño de Red de Emergencias de una Ciudad

por

Indy Michael Navarro Vidal

Trabajo de Graduación para optar al grado de Magíster en
Ingeniería Industrial

Prof. Guía: Gabriel Gutiérrez Jarpa

Octubre, 2019

Índice

Lista de Ilustraciones	3
Lista de Tablas	4
1. Introducción	5
2. Planteamiento del Problema.....	7
3. Marco Teórico y Revisión Bibliográfica.....	11
4. Modelos	15
4.1. Caso 1.....	15
4.2. Caso 2	17
4.3. Caso 3	19
5. Tratamiento de Datos	24
5.1 Extract	24
5.2 Transform.....	24
5.3 Load	25
5.4 Criterios de eliminación Fila/Columna	25
6. Análisis Exploratorio de Datos.....	26
7. Resultados	32
8. Conclusiones.....	53
9. Bibliografía.....	55
Anexos	56

Lista de Ilustraciones

Figura 2.1 – Población Chilena y estimación para el 2020. Fuente: INE	8
Figura 2.2 – Interacción de instituciones de emergencia en casos de tipos de emergencias .	9
Figura 3.1 – Gráfica de artículos acumulados al 2010.....	11
Figura 4.1.1 – Ejemplo de una ciudad con su demanda y sitios de localización.....	15
Figura 4.3.1 – Representación gráfica del modelo caso 3.....	18
Figura 6.1 – Emergencias por Mes	26
Figura 6.2 – Total de Emergencias clasificados por su tipo.....	27
Figura 6.3 – Comparación emergencias de Rescate vehicular vs Incendios Estructurales..	28
Figura 6.4 – Mapeo de Emergencias en San Antonio.....	29
Figura 6.5 – Mapa de densidad de San Antonio	30
Figura 7.1 – Performance Computacional y Regresión Exponencial Caso 1	32
Figura 7.2 – Performance Computacional y Regresión Exponencial Caso 2.....	33
Figura 7.3 – Comparación Performance Computacional Caso 2 y 2.5.....	34
Figura 7.4 – Comparación Performance Computacional.....	35
Figura 7.5 – Curva de Pareto Caso 1	36
Figura 7.6 – Curva de Pareto Caso 2	37
Figura 7.7 – Resultado Instancia Caso 1	38
Figura 7.8 – Resultado Instancia Caso 2.....	39
Figura 7.9 – Cobertura de la Ciudad Caso 1	40
Figura 7.10 – Cobertura de la Ciudad Caso 2	41
Figura 7.11 – Análisis de Sensibilidad Caso 1	42
Figura 7.12 – Análisis de Sensibilidad Caso 2	42
Figura 7.13 – Performance Computacional Caso 3.....	44
Figura 7.14 – Performance Computacional Caso 3 sin Outlier.....	45
Figura 7.15 – Instancia Aplicada Caso 3	46
Figura 7.16 – Curva de Pareto Caso 3	47
Figura 7.17 – Localización de Vehículos sin Relocalización.....	48
Figura 7.18 – Relocalización de Flota con Alto Presupuesto.....	49
Figura 7.19 – Análisis de Sensibilidad.....	51
Figura 7.20 – Relocalización de Caso 2.....	51
Figura 7.21 – Relocalización de Caso 3.....	52
Figura 7.22 – Relocalización de Caso 4.....	52

Lista de Tablas

Tabla 7.1 – Performance computacional Caso 1	32
Tabla 7.2 – Performance computacional Caso 2	33
Tabla 7.3 – Comparación Computacional Caso 2 y 2.5.....	34
Tabla 7.4 – Parámetros de los modelos.....	36
Tabla 7.5 – Escenarios de Cobertura a Sensibilizar.....	41
Tabla 7.6 – Performance Computacional Caso 3	44
Tabla 7.7 – Resultados Curva de Pareto Caso 3.....	47
Tabla 7.8 – Escenarios de Sensibilización Caso 3.....	50

1. Introducción

En el presente informe se abordará el desarrollo de Trabajo de Graduación EII710-1 realizado en articulación con el Magíster de Ingeniería Industrial, donde se aborda el problema de localización de instalaciones de emergencias y administración de flota a través de la investigación de operaciones y análisis de datos.

Se buscará optimizar los recursos, que cuenta la ciudad, para mejorar los niveles de servicio de las instituciones desde un enfoque integrador, es decir, se considera como base fundamental la colaboración de estas instituciones para resolver importantes emergencias que se generan dentro de la ciudad.

Hasta el momento, existe una extensa literatura sobre los sistemas de emergencias (ver capítulo 5), desde los años 70 con el LSCP y el MCLP se han generado diversidad de modelos que pretenden solucionar dichas incógnitas, desde diversos enfoques.

La contribución de este trabajo de investigación es crear un conjunto de modelos de programación lineal entera-binaria que incluyan las operaciones de la realidad nacional, como es la gestión de flotas de ambulancias, bomberos y carabineros. Se proponen tres tipos de modelos. El primero es un modelo que busca la múltiple cobertura para el ABC basado en el MCLP, el segundo representa una idea similar al primero, pero llevando la condición de cobertura a la función objetivo y el último modelo aborda la localización de flota, considerando un periodo de tiempo determinado como un enfoque preventivo que puede ser muy útil para la gestión de operaciones del ABC. Para validar los modelos se resuelven instancias de pruebas.

Además, se resuelve un caso real de la ciudad de San Antonio (V región). Respecto al estudio de datos se utiliza algunas metodologías para el trabajo de datos (ETL, Análisis Exploratorio de Datos, visualización, etc.) aprendido en el Estudio Dirigido de Métodos Cuantitativos junto al profesor Víctor Leiva, para una mayor comprensión de la situación y apoyo a la creación de instancias más precisas.

Por lo tanto, el objetivo general de la presente tesis es analizar diferentes problemáticas que involucra las instalaciones de múltiples instituciones de emergencia desde perspectivas estratégica y operacional como es la gestión de flotas de vehículos de emergencias.

Finalmente, la pregunta que enmarca este trabajo es: ¿Cómo posicionar a cada institución dentro de una ciudad para que pueda cubrir de mejor manera la demanda en un cierto horizonte de tiempo? Bajo esta perspectiva cabe reflexionar: ¿Se puede posicionar a las instituciones en espacios estratégicos dentro de una ciudad para que puedan operar de

manera efectiva y eficiente? Más aún, Dado que cada institución puede considerar diversas zonas de riesgo en una ciudad ¿Hay una forma de posicionarlas para que sea efectivo el trabajo en conjunto?

2. Planteamiento del Problema

Un tema recurrente en el área de la logística, tiene relación con la localización de instalaciones y el transporte, debido a la alta inversión involucrada y alto impacto en el nivel de servicio. Esto se observa en instituciones de emergencias donde los hospitales, ambulancias, estaciones de bomberos y patrullas de carabineros afectan su nivel de desempeño. Por esta razón, estas instituciones se encuentran en constante desafío para responder a sus emergencias, siendo los siguientes factores que influyen en los niveles de servicio de su demanda aleatoria:

- ✓ Tiempo de respuesta desde la solicitud del servicio.
- ✓ Calidad en los procesos (tiempo de operación y calidad en técnicas)
- ✓ Trato con las personas afectadas

El primer factor, ha sido uno de los clásicos estudios en las áreas mencionadas, y es una variable importante que puede incidir en la efectividad del trabajo realizado en las emergencias, es por esto que los sistemas involucrados han operado bajo conceptos como la “*hora de oro*” (golden hour), la cual indica que desde el momento que se produce un suceso que atenta contra la vida de una persona hasta pasado 60 minutos, una intervención pre hospitalaria eficaz podría otorgar mayores probabilidades de sobrevivencia a la persona. Si bien, existen investigaciones que arrojan que una mejora en los tiempos de atención no mejora significativamente las probabilidades de sobrevivencia (Pons y Markovchic, 2002), se ha encontrado que una desviación significativa en los tiempos de respuesta puede empeorar la condición de los pacientes (Dibene et al, 2017). Además, los tiempos de acción si pueden influir en los resultados de otros tipos de emergencias (como los incendios) por lo que se requiere buscar la forma de la distribución de las instalaciones de cada institución con el fin de reducir los tiempos de respuesta, en definitiva, tener un buen tiempo de respuesta permitirá probabilidades más favorables de salvar las vidas y bienes implicados en las emergencias.

Con el tiempo, las ciudades se van expandiendo, se van desarrollando desde el punto de vista de infraestructura y el crecimiento de la población, datos del INE han arrojado para el país que el crecimiento de la población ha sido constante. Se espera que en el 2020 la población alcance un número de 18.896.684 habitantes.

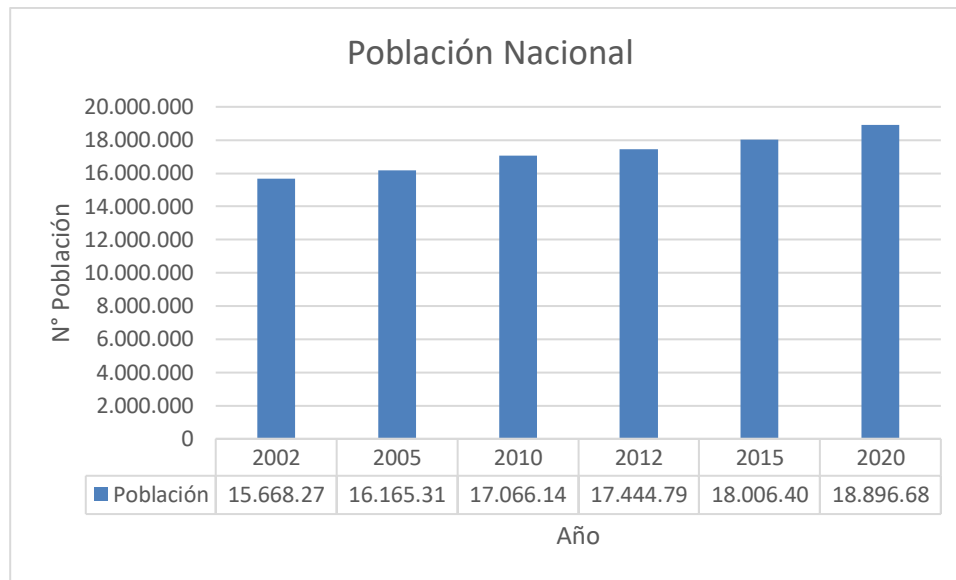


Figura 2.1 – Población Chilena y estimación para el 2020. Fuente: INE

En este proyecto se tratará de abordar el concepto de coordinación de una red de emergencia primaria, que involucra, ambulancias, compañías de bomberos y carabineros. Estas tres instituciones se encargan de velar por el bienestar de la población a través de distintas funciones:

- **Ambulancias:** Son usadas para la atención pre hospitalaria, y el cuidado de pacientes durante el traslado de los mismos a hospitales, postas o urgencias, donde se desarrollará una atención médica más profunda.
- **Bomberos:** Atienden las emergencias que son originadas por la naturaleza o el hombre. Brindan ayuda a los llamados de: incendios, accidentes vehiculares, terremotos, accidentes con materiales peligrosos, entre otros. En el caso particular de Chile, es la única institución de las estudiadas que su fuerza laboral se centra principalmente en el voluntariado.
- **Carabineros:** Es una institución creada para mantener el orden público, brindar seguridad a los ciudadanos, socorriendo a los llamados de emergencias. en trabajos con SAMU y Bomberos, su labor se centra en mantener el orden dentro de los perímetros de trabajo, investigar antecedentes de las personas involucradas que queden registrados sobre estos eventos.

Estas instituciones tienen definidas sus funciones, y cuentan con una administración o gestión independientes una de la otra. Sin embargo, en el marco de las emergencias estas instituciones colaboran constantemente, llegando a abordar las misma emergencia pero cumpliendo distintos roles, algo que las mismas instituciones llaman el ABC de la

emergencia, el cual frente a un decreto emitido, el documento denominado “Manual ABC” fue protocolizado bajo el repertorio N° 7001-2001, en la 2da notaría de Santiago y en el cual se reconocen las obligaciones del personal de Servicio Médico de Urgencias, Bomberos y Carabineros, registrando cuando deban actuar en casos de emergencia o catástrofe, sin perjuicio de otras obligaciones legales y reglamentarias aplicables en dichas situaciones. Generando un conjunto de labores en las que pueden trabajar por separado y en conjunto, véase figura 2.2.

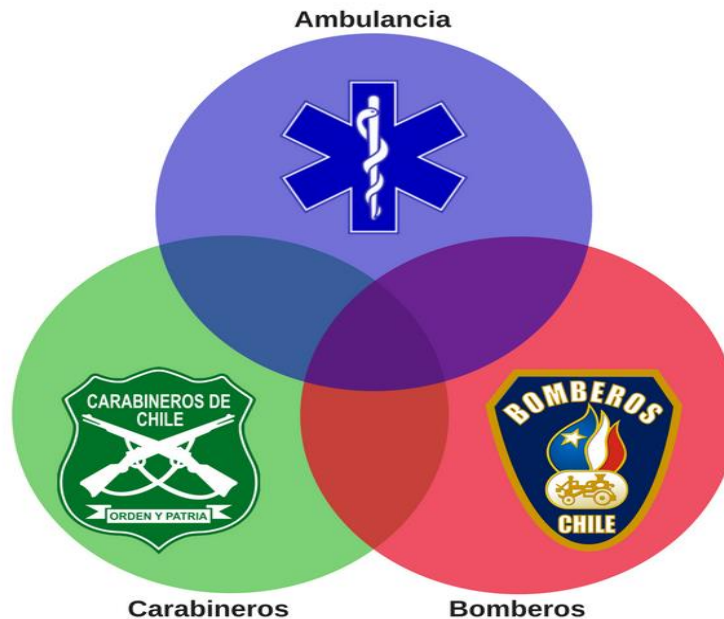


Figura 2.2 – Interacción de instituciones de emergencia en casos de tipos de emergencias

Por lo tanto, dado el objetivo que tienen estas instituciones, tanto por separado como trabajando en conjunto, es que existe un enorme desafío para las mismas. Esto quiere decir que no solo tienen que realizar un buen trabajo en equipo, sino que deben ser capaces de responder las tres a los requerimientos de la demanda cuando esta es solicitada, básicamente, es necesario que todas las instituciones puedan tener buenos tiempos de respuestas, para que la demanda pueda ser satisfecha y dentro de un margen de tiempo tolerado.

Finalmente, la pregunta que enmarca este trabajo es: ¿Cómo posicionar a cada institución dentro de una ciudad para que pueda cubrir de mejor manera la demanda en un cierto horizonte de tiempo? Bajo esta perspectiva cabe reflexionar: ¿Se puede posicionar a las instituciones en espacios estratégicos dentro de una ciudad para que puedan operar de manera efectiva y eficiente? Más aún, Dado que cada institución puede considerar diversas

zonas de riesgo en una ciudad ¿Hay una forma de posicionarlas para que sea efectivo el trabajo en conjunto?

3. Marco Teórico y Revisión Bibliográfica

Los modelos de cobertura en sistemas de emergencias han sido ampliamente abordados, considerado como uno de los clásicos problemas de investigación en el mundo de la logística y la investigación de operaciones. Los primeros artículos que han abordado datan de la década de los 50, sin embargo, a partir de los 70, se generaron los primeros modelos de cobertura que han influenciado una gran cantidad de nuevos modelos que siguen surgiendo hasta hoy, dada una investigación realizada para una taxonomía de emergencias, se encontró hasta el año 2010 alrededor de 210 artículos (Basar et. al, 2012), los cuales se centran principalmente en ambulancias y bomberos.

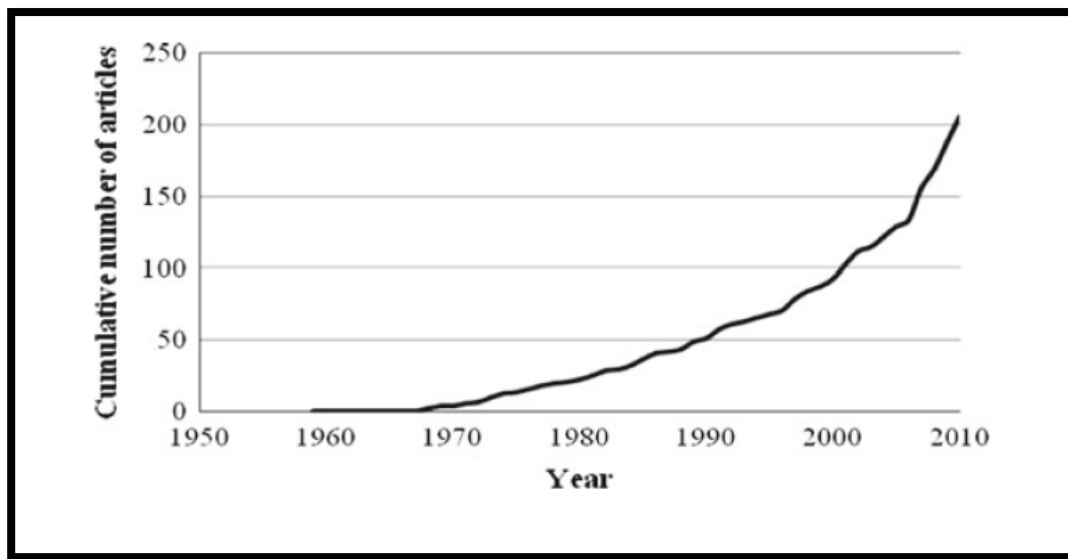


Figura 3. 1 Gráfica de Artículos acumulados hasta el 2010. Fuente: Basar et. al, 2012.

En general, los modelos que se han generado a través del tiempo han sido clasificados en 3 principales categorías, que han sido conocidos en una serie de reviews y que prácticamente representan distintas aproximaciones para abordar los problemas de cobertura, de acuerdo a las propiedades que componen cada modelo. Según lo propuesto por Oscar Parra en el 2010, los modelos pueden ser:

1. **Determinísticos:** El modelado de los recursos (vehículos), se hace en función del supuesto de que se encuentran con una disponibilidad del 100%, por lo que no considera que dicha cobertura puede ser perdida en ciertos instantes de tiempo por la ocurrencia de eventos que hagan a los vehículos salir del sistema. Por las mismas características mencionadas estos modelos tienden a ser apreciados por la visión estratégica de las instituciones.

2. Probabilísticos: Dichos modelos, consideran que los vehículos pueden o no estar disponibles, ya que son considerados como servidores de un sistema de colas. Por lo que al sistema van ingresando llamadas o reportes de incidentes que son asignados a otros servidores en caso de que el servidor que le correspondía se encuentra ocupado. Son el pilar base de las simulaciones.
3. Dinámicos: Son los más recientes, y se enfocan en resolver el problema de relocalizar a los vehículos conforme algunas zonas han quedado sin cobertura debido a que ciertos vehículos se encuentran ocupados atendiendo alguna emergencia.

Uno de los modelos básicos para entender los problemas de cobertura fue propuesto por Toregas (1971) y ReVelle y Toregas en (1973) el cual fue denominado: Location Set Covering Problem (LSCP). Este busca cubrir toda la demanda con el mínimo número de instalaciones, donde:

El modelo se representa por un conjunto de nodos I y J , donde J es el conjunto de nodos de demanda y J conjunto de sitios potenciales para localizar una instalación. Además, se define el conjunto de cobertura:

$$N_i = \{j \mid d_{ji} \leq S\}$$

Donde, d_{ij} es la distancia o tiempo entre los puntos i y j , y S es la distancia o tiempo de cobertura.

Se define la variable x_j que es 1 si se posiciona una instalación en el sitio j y 0 en otro caso. El modelo de programación entera es:

$$\text{Minimizar } \left\{ Z = \sum_{j \in J} x_j \right\} \quad (3.1)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j \in N_i} x_j \geq 1 \quad \forall i \in I \quad (3.2)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in J \quad (3.3)$$

La función objetivo (3.1) minimiza el número de instalaciones para cubrir toda la demanda. Las restricciones (3.2) asegura que todos los nodos de demanda sean cubiertos por al menos una instalación. Finalmente, las restricciones (3.3) definen el valor binario de las variables.

Además del LSCP, podemos encontrar en la literatura es Maximal Covering Location Problem (MCLP). Church y ReVelle (1974) y White y Case (1974). A diferencia del primero y dado por los supuestos poco realistas de la ilimitada cantidad de recursos para asignar un

conjunto de instalaciones, se reconoce la existencia de la limitación de la cantidad p instalaciones que se pueden ubicar en la ciudad, por lo que busca maximizar la cantidad de la población cubierta. Para tal efecto, se define a_i como la demanda del nodo i y se introduce una nueva variable y_i , que es 1 si se cubre el nodo i y 0 en otro caso. El modelo de programación lineal binario es:

$$\text{Maximixe} \left\{ Z = \sum_{i \in I} a_i y_i \right\} \quad (3.4)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j \in N_i} x_j \geq y_i \quad \forall i \in I \quad (3.5)$$

$$\sum_{j \in J} x_j = p \quad (3.6)$$

$$x_j, y_i \in \{0,1\} \quad \forall j \in J, i \in I \quad (3.7)$$

Ahora la función objetivo (3.4) maximiza la población cubierta. Las restricciones (3.5) señala que si un nodo es cubierto se debe localizar una instalación dentro de un radio de cobertura. La restricción (3.6) limita el número de instalaciones a localizar. La restricción (3.7) define el valor de las variables de decisión.

Por supuesto, con el paso de los años se han generado varios nuevos modelos de programación lineal entera, que buscan responder a los problemas respecto al servicio de emergencias, muchos de estos, corresponden a variantes de los mismos modelos ya mencionados, por lo que uno de los grandes desafíos es generar un nuevo modelo, evitando las redundancias de lo que el arte ha propuesto hasta el momento.

Con los nuevos modelos que han marcado la dirección de los problemas de cobertura, se han abierto las posibilidades a introducir el concepto de probabilidades y modelos operativos para la relocalización, algunos modelos influyentes (según O. Parra 2010) son:

- TEAM: (Tandem Equipment Allocation Model), es una variación del MCLP, con la diferencia de que considera un segundo tipo de vehículos, donde se consideran que emergencias pueden participar distintos vehículos, para diversas labores.
- FLEET: (Facility Location Equipment Emplacement Technique) Se considera la asignación de instalaciones junto con la de los vehículos a cada instalación, no se consideran ningún tipo de jerarquías en la asignación de vehículos a las mismas instalaciones
- MEXCLP: (Maximal Expected Covering Location Problem). Se considera una extensión del modelo HOSC, y donde se incorpora el concepto de la probabilidad de que un vehículo este ocupado, y usando un supuesto de independencia de la operación de los vehículos en el sistema.

- BACOP 1 y 2: (Backup Coverage Problem) Considera la variación del LSCP y MCLP, es un modelo que busca cubrir la población de variaciones en la cobertura, permitiendo la maximización de la cobertura de respaldo o superposición de coberturas.
- DSM: (Double Estandar Model) Modelo de maximización de cobertura de la población, integrando los conceptos de doble cobertura y diferentes radios.
- DDSM: (Dynamic Double Standard Model) Es una derivación del DSM, permite que el sistema se anticipe al despacho del siguiente vehículo para ejecutar una relocalización de manera simultánea al despacho, considera penalizaciones por relocalización.
- Hipercubo de Colas: Sistema es estudiado como un conjunto de servidores. Es el modelo basado en teoría de colas más popular. Y tiene una aplicación real en Greenville County, Carolina del Sur, USA.

En general, se puede concluir que hay una vasta literatura respecto a sistemas de emergencias, apreciando una gran cantidad de modelos y derivaciones que han basado su análisis teórico de las redes de emergencia, por lo que un desafío importante es poder evaluar su aplicación correspondiente. A diferencia de ambulancias y bomberos, carabineros y la localización de hospitales han sido poco estudiados, probablemente debido a que estas entidades operan de forma distinta en ciertos países (Basar et. al, 2012). Luego, hasta el momento no se ha encontrado ningún artículo que integre al ABC de la emergencia, por lo que se cree que hay un potencial importante que se podría investigar.

4. Modelos de Programación lineal entera para emergencias ABC

En esta sección se plantearán los modelos de cobertura para múltiples instituciones y sus distintas características que serán detalladas a continuación. Los primeros dos modelos son de un perfil estratégico/táctico mientras el último representa uno de carácter operacional. Se evaluará la performance computacional considerando los tiempos de resolución de los modelos desarrollados para diferentes instancias aleatorias creadas para los modelos.

4.1. Caso 1: Modelo de cobertura Total para múltiples instituciones (CTMI).

El primer modelo corresponde a una variación del MCLP, en la que se consideran las 3 instituciones, para esto consideramos un grafo completo $G(N, A)$ donde N es el conjunto de nodos y A es el conjunto de arcos. El conjunto de nodos N incluye los nodos de demanda i y sitios potenciales j donde localizar una instalación. La figura 4.1.1 representa la descripción de este caso, donde existen nodos de demanda (amarillo), y sitios potenciales para ubicar instalaciones (rojo), las cuales estarán interconectados a través de arcos, que representarán la distancia entre el nodo de demanda i y el nodo de localización j . Los nodos de demanda representan un único valor que debe ser cubierto por las tres instituciones, la cual solo se considerará si las 3 instituciones cumplen con la distancia limitada por la cobertura.



Figura 4.1.1 Ejemplo de una ciudad con su demanda y sitios de localización

Se definen los siguientes conjuntos:

- I : Conjunto de Nodos de demanda.
- J : Conjunto de Sitios potenciales para localizar una instalación.
- K : Conjunto de instituciones.
- $N_i^k : \{j \in J \mid d_{ji} \leq S^k\}$, conjunto de cobertura para cada nodo i de demanda que es cubierto por la institución k . Donde los parámetros d_{ij} y S^k son la distancia entre el nodo de demanda i y una institución localizada en j y la distancia de cobertura de la institución k , respectivamente.

Las variables de decisión para este modelo son:

- x_i : 1 si y solo si el nodo i se encuentra múltiplemente cubierto por todas las instituciones; y 0 en otro caso.
- y_i^k : 1 si y solo si el nodo de demanda i es cubierto por la institución k ; y 0 en otro caso.
- z_j^k : 1 si y solo si se localiza una institución k en el nodo de asignación j ; y 0 en otro caso.

Finalmente, el modelo de programación lineal entera-binaria multiobjetivo para la localización multi-institucional con cobertura total es:

$$\text{Max } z_1 : \sum_{i \in I} x_i a_i \quad (4.1.1)$$

$$\text{Min } z_2 : \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} c_j^k z_j^k \quad (4.1.2)$$

$$\text{SA: } y_i^k \geq x_i \quad \forall i \in I, k \in K \quad (4.1.3)$$

$$\sum_{j \in N_i^k} z_j^k \geq y_i^k \quad \forall i \in I, k \in K \quad (4.1.4)$$

$$\sum_{k \in K} z_j^k \leq 1 \quad \forall j \in J \quad (4.1.5)$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in I \quad (4.1.6)$$

$$y_i^k \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, k \in K \quad (4.1.7)$$

$$z_j^k \in \{0,1\} \quad \forall j \in J, k \in K \quad (4.1.8)$$

La función objetivo (4.1.1) maximiza el número de nodos cubiertos por todas las instituciones, mientras la función (4.1.2) minimiza los costos de las instalaciones asignadas.

Las restricciones (4.1.3) indican que si un nodo es cubierto por todas las instalaciones su demanda es capturada. Las desigualdades (4.1.4) consideran que un nodo de demanda es cubierto por la institución k , si y solo si, se existe al menos una instalación dentro del radio de cobertura asociado a la instalación. Las desigualdades (4.1.5) indican que solo se puede instalar una institución en cada sitio. Las restantes restricciones definen el valor de dominio de las variables de decisión.

4.2. Caso 2: Modelo de cobertura ponderada para múltiples instituciones (CPMI).

A diferencia del caso 1, evitamos el uso de la primera restricción que obliga a que los nodos de demanda estén múltiplemente cubiertos y cambiamos la variable que indica dicho suceso (x_i), por un enfoque donde otorgamos **una ponderación por cada número de instituciones que lo cubran**, es decir, mientras más instituciones cubran a un nodo de demanda, mayor ponderación esta obtendrá. Se asigna por lo tanto un subíndice n perteneciente a N (con $N=|K|$), donde esta representa el número de instituciones que cubren esta área, por ejemplo, si para un nodo decimos que $n = 2$, se dice que hay dos instituciones diferentes, que están cubriendo al nodo, así mismo se considera la demanda del nodo, esto desestima la importancia de saber cuáles instituciones lo están cubriendo, más adelante se explicará la forma de abordar este detalle.

Se agrega los siguientes parámetros:

a_i^n : Demanda del nodo i que es cubierto por n instituciones ($n= 1, 2 \dots N$).

c_j^k : Costo de instalar una institución k en el nodo j .

Además, se consideran las siguientes variables de decisión:

y_i^k : 1 si y solo si nodo i está cubierto por la institución k , y 0 en otro caso.

x_i^n : 1 si y solo si nodo i se encuentra cubierto por n instituciones, y 0 en otro caso.

z_j^k : 1 si y solo si se localiza una institución k en el nodo j , y 0 en otro caso.

El modelo de programación entera de cobertura ponderada para múltiples instituciones es descrito de la siguiente forma:

$$\text{Max } z_1 : \sum_{n \in N} \sum_{i \in I} a_i^n x_i^n \quad (4.2.1)$$

$$\text{Min } z_2 : \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} c_j^k z_j^k \quad (4.2.2)$$

SA:

$$\sum_{j \in N_i^k} z_j^k \geq y_i^k \quad \forall i \in I, k \in K \quad (4.2.3)$$

$$\sum_{n \in N} n x_i^n \leq \sum_{k \in K} y_i^k \quad \forall i \in I \quad (4.2.4)$$

$$\sum_{n \in N} x_i^n \leq 1 \quad \forall i \in I \quad (4.2.5)$$

$$\sum_{k \in K} z_j^k \leq 1 \quad \forall j \in J \quad (4.2.6)$$

$$x_i^n \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, n \in N \quad (4.2.7)$$

$$y_i^k \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, k \in K \quad (4.2.8)$$

$$z_j^k \in \{0,1\} \quad \forall j \in J, k \in K \quad (4.2.9)$$

En la función objetivo (4.2.1) se busca maximizar la ponderación total cubierta por n instituciones en cada nodo, mientras que en la función (4.2.2) se buscará minimizar los costos de localización, luego las desigualdades (4.2.3) al igual que en el caso anterior se desea asegurar que un nodo de demanda i se encuentre cubierto por una institución k , en la medida que exista al menos una instalación de dicha institución dentro de su radio de cobertura, las desigualdades (4.2.4) indican que se espera un conjunto de valores de n sea menor o igual al número de instituciones que lo cubren, es así como por ejemplo, si un nodo es cubierto por dos instituciones, n tomará los valores de 1 y 2, pero como solo necesitamos un valor para n , se aplica las desigualdades de (4.2.5), donde se obliga que n tome un único valor el cual corresponde a la cantidad de instituciones que lo cubren (esto apoyado por la función objetivo que busca maximizar ese valor n), luego se considera las desigualdades (4.2.6), donde prohíbe la localización de más de una institución en un nodo de localización. Finalmente, el dominio queda representado por (4.2.7). Un defecto que posee este modelo es que no existe una jerarquía asociada a las instituciones que cubran para cada demanda, en simples palabras, el modelo no fija en detalle si un nodo necesita de bomberos o carabineros como ejemplo, solo “premia” con mayor ponderación si queda cubierto por más instituciones, pero como veremos más adelante, este tendrá una mejor performance computacional, en cuanto a sus tiempos de resolución que el primer caso y que vale la pena profundizar.

Por otro lado, se propone una segunda versión de este modelo, el cual denominaremos *Caso 2.5*, y que modifica la restricción (4.2.4) para reemplazarlo por una igualdad quedando de la siguiente forma, y el cual estaremos evaluando más adelante:

$$\sum_{n \in N} n x_i^n = \sum_{k \in K} y_i^k \quad \forall i \in I \quad (4.2.4)$$

4.3. Caso 3: Problema de cobertura con horizonte de planificación dado la disponibilidad de flota para múltiples instituciones (CHFMI).

Este caso se considera un modelo que toma un horizonte de planificación para una ciudad, con sus respectivos nodos de demanda (zonas de la ciudad), que pasan a equivaler a un peso asociado al riesgo de emergencia. Este modelo a diferencia de los otros casos está considerado desde una perspectiva operacional. Se conoce el tamaño de la flota de vehículos de cada una de las instituciones del ABC, donde cada vehículo debe recorrer la ciudad en este horizonte de planificación con el fin de proporcionar la mayor cobertura a las zonas de riesgo, las cuales pueden ir variando en el tiempo. La figura 4.3.1 se puede describir el concepto recién mencionado.

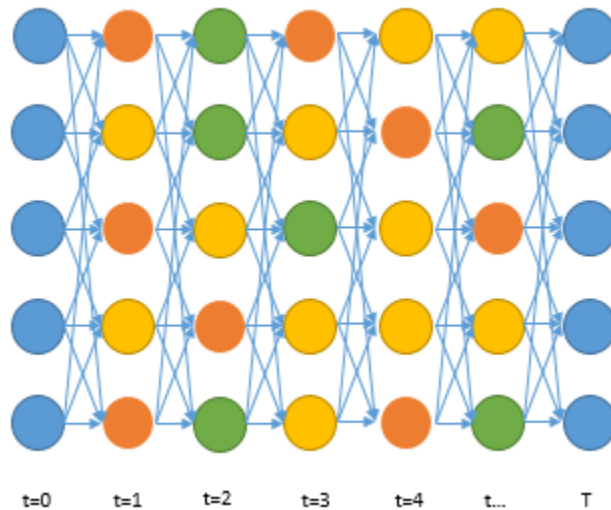


Figura 4.3.1 Representación gráfica del modelo caso 3

Se consideran los siguientes supuestos:

- Cada nodo representa una zona, la cual puede ir cambiando su “peso” (representando la zona de riesgo) durante el horizonte de planificación.
- Se considera 3 instituciones: Ambulancias, Bomberos y Carabineros (ABC de la emergencia).
- Se incluye múltiple cobertura, es decir, un nodo se considera cubierto solo si está cubierto por las 3 instituciones (caso 1).
- Se considera la congestión dentro del horizonte de planificación, es decir, el tiempo en moverse de un nodo a otro puede ir variando dentro del horizonte de planificación.

- Considera que ambulancias solo se puede relocalizar bajo ciertos nodos (representado en el posicionamiento de cierta infraestructura presente en la zona), bomberos no puede relocalizarse, dado que los carros no pueden localizarse de un cuartel a otro (esto dado la limitación de disponibilidad de voluntarios que puedan participar activamente en este proceso) y carabineros puede moverse por toda la ciudad dado las características de sus vehículos y funciones de patrullaje.
- Vehículos homogéneos para cada institución
- Se señala que las localizaciones de ambulancias, y bomberos podrían ser un input para el modelo, debido al enfoque operacional del mismo. Pero en este caso se consideró que la localización de bomberos queda sujeto a la elección por las variables del modelo, mientras que, en ambulancias, los lugares donde se pueden posicionar están definidos como un parámetro, y el desplazamiento de los vehículos están sujetos a las variables del modelo.

Entonces, se puede describir el problema como una red $G(N, A)$ donde N es el conjunto de nodos, en la cual queda representado como:

$$N : \{o, d\} \cup \bigcup_{t \in T} M^t$$

Donde M^t es el conjunto de zonas potenciales donde se puede localizar un conjunto de vehículos en el periodo t , además se define el conjunto de arcos A como:

$$A = \bigcup_{t \in T: t < |T|-1} M^t \times M^{t+1} \cup A^0 \cup A^{|T|-1}$$

$$\text{Donde } A^0 = \{(o, j) : j \in M^1\} \text{ y } A^{|T|-1} = \{(i, d) : i \in M^{|T|-1}\}.$$

Entonces se puede describir los conjuntos como:

T : Conjunto de periodos.

K : Conjunto de instituciones= $\{A, B, C\}$, donde A : ambulancias, B : bomberos y C : carabineros.

P_k : Conjunto de vehículos de la institución k . Se considera también $P = P_A \cup P_B \cup P_C$

N_i^{kt} : Conjunto de cobertura del nodo i donde , donde d_{ij}^{kt} tiempo en recorrer arco (i, j) por la institución k en el periodo t y R^{kt} es el radio de cobertura de la institución k en periodo t .

δ_i^{kt} : Conjunto de nodos posibles para trasladarse al nodo i en periodo $t-1$ para la institución k , donde $\{j \in M^{t-1} \mid d_{ji}^{t-1k} \leq K_{\max}\}$

Además, se definen los siguientes parámetros:

.

w_i^t : Peso asociado al nodo i en periodo t .

K_{\max} : Tiempo máximo que se puede recorrer entre dos periodos.

l_j^t : 1 si y solo si se permite la localización de ambulancias en el nodo j en periodo t , y 0 en otro caso.

cap_j : Capacidad máxima permitida en el nodo j para la localización de ambulancias.

Luego, las variables de decisión del modelo son las siguientes:

y_i^t : 1 si y solo si el nodo i se encuentra cubierto por las K instituciones en el periodo t , y 0 en otro caso.

x_j^{tr} : 1 si y solo si el vehículo r se posiciona en el nodo j en periodo t , y 0 en otro caso.

z_{ij}^{tr} : 1 si y solo si el vehículo r recorre el arco (i,j) en periodo t al $t+1$, y 0 en otro caso.

v_i^{tk} : 1 si y solo si el nodo i es cubierto por la institución k en periodo t , y 0 en otro caso.

Finalmente, el modelo de programación entera para el problema de cobertura con horizonte de planificación dado la disponibilidad de flota para múltiples instituciones es descrito de la siguiente forma:

$$\text{FO: } \text{Max} \sum_{i \in M^t} \sum_{t \in T} w_i^t y_i^t \quad (4.3.1)$$

$$\text{Min} \sum_{r \in P_k} \sum_{k \in K} \sum_{t \in T: t < T} \sum_{i \in M^t} \sum_{j \in M^{t+1}} z_{ij}^{tr} d_{ij}^{tk} \quad (4.3.2)$$

$$\text{S.A:} \quad y_i^t \leq v_i^{tk} \quad \forall i \in M^t, t \in T, k \in K \quad (4.3.3)$$

$$v_i^{tk} \leq \sum_{r \in P_k} \sum_{j \in N_i^{kt}} x_j^{tr} \quad \forall i \in M^t, t \in T, k \in K \quad (4.3.4)$$

$$\sum_{j \in M^1} z_{oj}^{0r} = \sum_{i \in M^T} z_{id}^{Tr} \quad \forall k \in K, r \in P_k \quad (4.3.5)$$

$$x_j^{tr} = x_j^{t+1r} \quad \forall t \in T-1, j \in M^t, r \in P_B \quad (4.3.6)$$

$$\sum_{j \in M^1} z_{ij}^{0r} = x_i^{0r} \quad \forall i \in M^t, k \in K, r \in P_k \quad (4.3.7)$$

$$\sum_{i \in \delta_j^{t-1\alpha}} z_{ij}^{t-1r} = \sum_{i \in \delta_j^t} z_{ji}^{tr} \quad \forall t = 1 \dots T-1, j \in M^t, r \in P \quad (4.3.8)$$

$$\sum_{i \in \delta_j^{t-1r}} z_{ij}^{t-1r} = x_j^{tr} \quad \forall t \in T, j \in M^t, r \in P \quad (4.3.9)$$

$$\sum_{r \in P_A} x_j^{tr} \leq l_j^{t, \text{cap}} \quad \forall t \in T, j \in M^t \quad (4.3.10)$$

$$y_i^t \in \{0,1\} \quad \forall t \in T, i \in M^t \quad (4.3.11)$$

$$z_{ij}^{tr} \in \{0,1\} \quad \forall t \in T, i \in M^t, j \in M^{t+1}, r \in P \quad (4.3.12)$$

$$v_i^{tk} \in \{0,1\} \quad \forall t \in T, i \in M^t, k \in K \quad (4.3.13)$$

$$x_j^{tk} \in \{0,1\} \quad \forall t \in T, j \in M^t, k \in K \quad (4.3.14)$$

El modelo se describe de esta forma, donde (4.3.1) corresponde a la maximización de la múltiple cobertura para los nodos, mientras que (4.3.2) corresponde a la minimización del tiempo (distancia) recorrido en el sistema, por lo que el modelo posee una función bi-objetivo. Luego las desigualdades (4.3.3) existe múltiple cobertura si y solo si el nodo está cubierto por las 3 instituciones, en (4.3.4) un nodo está cubierto por una institución n en el periodo t , si en el mismo periodo se posiciona un vehículo de dicha institución a un tiempo R^{tk} , las igualdades de balance origen-destino están representado por (4.3.5), mientras en (4.3.6) se obliga a bomberos a mantenerse en las misma posición. Por otro lado, las igualdades (4.3.7) da a los arcos que surgen del origen sean binarios, luego en (4.3.8) se considera las igualdades de balance, en (4.3.9) se considera que si un vehículo ocupa un arco determinado (izquierda), entonces este queda posicionado en el nodo j (derecha). Las desigualdades (4.3.10) permiten que una ambulancia se ubique en un nodo j , si y solo si está permitido que se puedan instalar ahí en el periodo t , y además que la cantidad de ambulancias en nodo j no puede superar la capacidad del mismo. Finalmente, las otras restricciones son las de dominio.

Los modelos han sido trabajados mediante Java y Cplex usando el entorno de desarrollo Eclipse, los modelos multiobjetivos de optimización fueron resueltos con el método de Epsilon Constraint.

El método ε -constraint es un método muy sencillo para abordar los problemas multiobjetivos, el cual consiste considerar una restricción para una función $f_i(x)$ que se adiciona como $f_j(x) \leq \varepsilon_j$ para todo $i \neq j$ y algún $\varepsilon_j > 0$ donde ε_j representa el peor valor que $f_j(x)$ está permitido tomar. La idea de esta técnica aplicado a nuestros modelos es la de convertir los modelos multiobjetivos en modelos con un solo objetivo y el resto pasen a ser restricciones del respectivo modelo. Al tener modelos que maximizan demanda y minimizan costos (de localización o desplazamiento), resulta sencillo tomar estos últimos para implementarlos como restricciones del tipo “límite de presupuesto”.

5. Tratamiento de Datos de la Ciudad de San Antonio

Los datos recolectados pertenecen a emergencias ocurridas en la ciudad de San Antonio durante el mes de enero a noviembre del 2018, los cuales fueron proveídos a través de la Primera Compañía de Bomberos de San Antonio, dichos datos son parte esencial para obtener información de primera fuente sobre la situación de la ciudad en un periodo de tiempo determinado, la metodología utilizada y que será descrita a continuación es la del ETL (Extract-Transform-Load), este es un proceso que permite mover datos desde múltiples fuentes, usado en proyectos de Data Sciences, los software de soporte para dicho trabajo son Excel y Tableau Public.

5.1 Extract

El proceso de adquisición de datos fue relativamente sencillo, debido a la simple solicitud de las autoridades de la Primera Compañía de Bomberos de San Antonio, las cuales entregaron en un conjunto de 11 archivos de tipo Excel o PDF, donde cada archivo se describen los eventos (emergencias, actos o celebraciones) del mes, junto con una papeleta de asistencia de los voluntarios a los eventos, la predisposición de los datos recibidos hace que sea imposible realizar un análisis exploratorio de datos, o simplemente leer los datos desde las herramientas computacionales, por lo que es menester reunir todos los datos de los archivos en un solo documento.

5.2 Transform

La Transformación de los datos es considerado a partir de un único archivo Excel y la anexión de los datos exclusivamente de emergencias (dejando de lado otros perfiles como ceremonias), en ella son considerado todo tipo (incendios, fugas de gas, accidentes vehiculares, etc.). Se generan las siguientes variables en el nuevo dataset:

Fecha: Tipo String Indica la fecha cuando ocurre el evento, día (número) y mes, por ejemplo: 02-mar.

Hora: Tipo Int Indica la hora aproximada en que se realiza el despacho de unidades de la compañía por el evento, definido en hora, minutos y segundos: por ejemplo: 13:00:00.

Lugar: Tipo String representa la localización donde se gatilla la emergencia. Por ejemplo: Autopista del Sol km 98.

Emergencia: Corresponde al tipo de emergencia usando String, por ejemplo: Incendio Estructural.

Se agrega al dataset las variables **Latitud** y **Longitud**, debido que se requieren de las coordenadas para mapear las zonas afectadas, dichas coordenadas son proveídas usando la localización de Google Maps y corresponden a formato numérico decimal, en algunos casos la información proveída del lugar no está bien especificado, por lo que se deja por defecto en el lugar señalado por Google. La inserción de estas variables fue realizada manualmente.

5.3 Load

Para cargar los datos y realizar el mapeo una de las herramientas usadas fue Tableau Public, la cual fue cargada directamente del archivo Excel, el análisis exploratorio de datos fue realizado con las mismas herramientas que puede proveer Excel.

5.4 Criterios de eliminación Fila/Columna

En el criterio de eliminación de Filas, se eliminó emergencias que poseían información incompleta respecto a ubicación o tipo de emergencia, las cuales entorpecían la posibilidad de proveer información clara sobre la emergencia o su ubicación, lo que llevó a eliminar 4 datos (Filas), esto dejó un total de 184 filas.

En el caso de la eliminación de columnas, se observó que muchos datos no poseían Hora, esto imposibilita la acción de realizar análisis considerando esta información, y no sería apropiado eliminar los datos que no contienen hora, debido a que la pérdida de información sería considerable, por lo que se optó a la eliminación de la variable (Columna) hora, lo cual no tendría mayor incidencia en los estudios y la creación de instancias para el caso 1 y caso 2, pero si sería importante considerar para el caso 3.

6. Análisis Exploratorio de Datos.

Iniciando el análisis podemos destacar que en primera instancia los datos de las emergencias son particulares de la compañía de bomberos que proveen de dicha información, sin embargo, algunas emergencias se desprenden implícitamente que hay otras instituciones participantes, profundizaremos sobre esto más adelante.

El primer gráfico señala la cantidad de emergencias a la que ha concurrido la compañía durante cada mes desde enero a noviembre, la cual presenta una media de 26 emergencias por mes, considerando los meses de marzo, abril y mayo los valores que superan esta media.

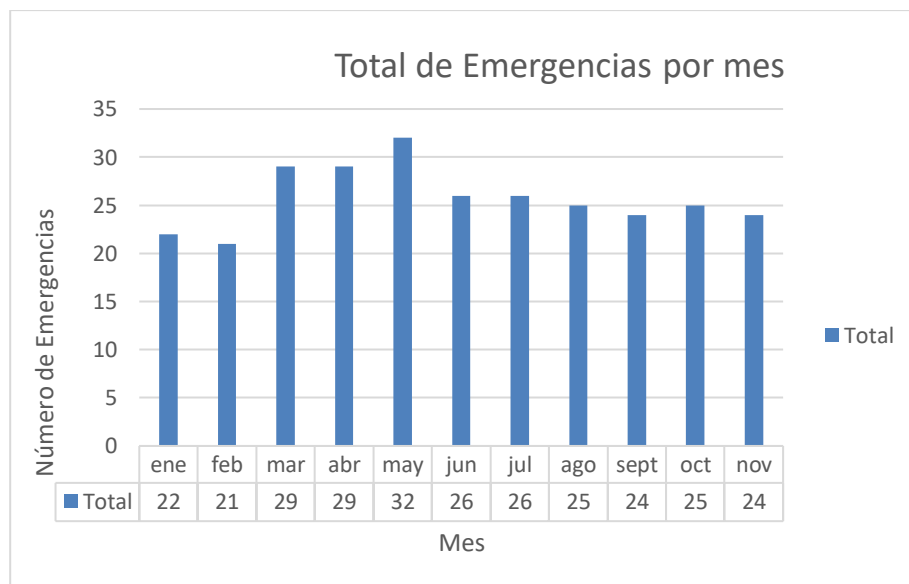


Figura 6.1-Emergencias por mes

Si se desea poner atención a la cantidad de emergencias que existieron durante el año, clasificados por su tipo, se observa que emergencias del tipo Rescate Vehicular tienen una tendencia predominante por sobre el resto de las emergencias, siguiendo muy por debajo los Incendios del tipo estructural.

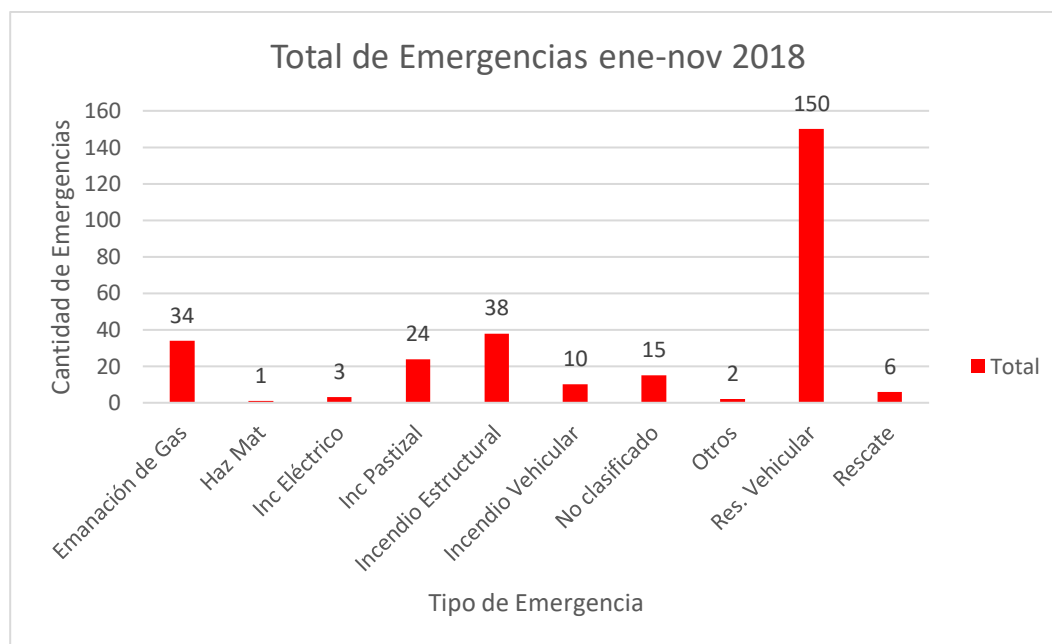


Figura 6.2 - Total de Emergencias clasificados por su tipo

Este gráfico destaca la clara predominancia de este tipo de emergencias, un tipo de emergencias que por estándar a nivel nacional deben participar Ambulancias, Bomberos y Carabineros, esto permite resaltar la importancia de abordar la localización de instalaciones de una manera integral y que valdría la pena investigar en otras zonas de Chile, para verificar la existencia de un patrón similar. Además, cabe destacar que en las otras emergencias no siempre se requerirá de todas las instituciones, sin embargo, desde una perspectiva empírica, muchas de estas emergencias se ven involucradas más de una institución.

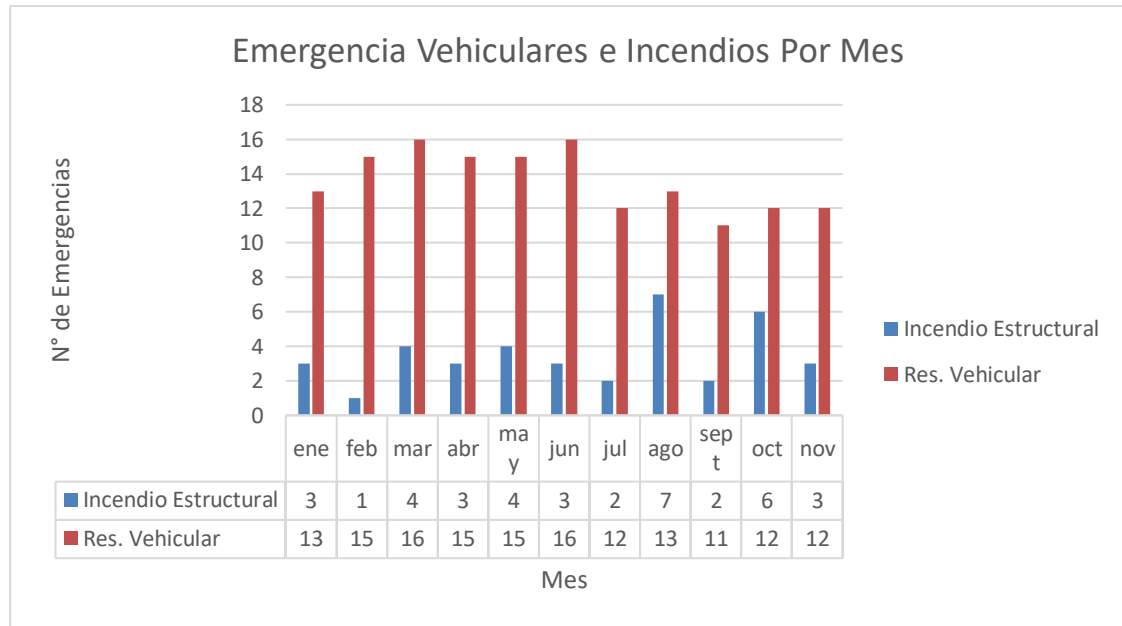


Figura 6.3 - Comparación emergencias de Rescate vehicular vs Incendios Estructurales

Se decidió usar estos dos tipos de emergencias que representan a la mayoría de las emergencias ocurridas en la ciudad de San Antonio durante el horizonte de tiempo investigado, la cual podría tener una importante participación de las instituciones de emergencia, considerando esta información, se procede al mapeo de los datos entregados, y considerando las coordenadas se gráfica la ubicación usando Tableau Public, generando el siguiente mapa de las emergencias ocurridas en la ciudad de San Antonio.

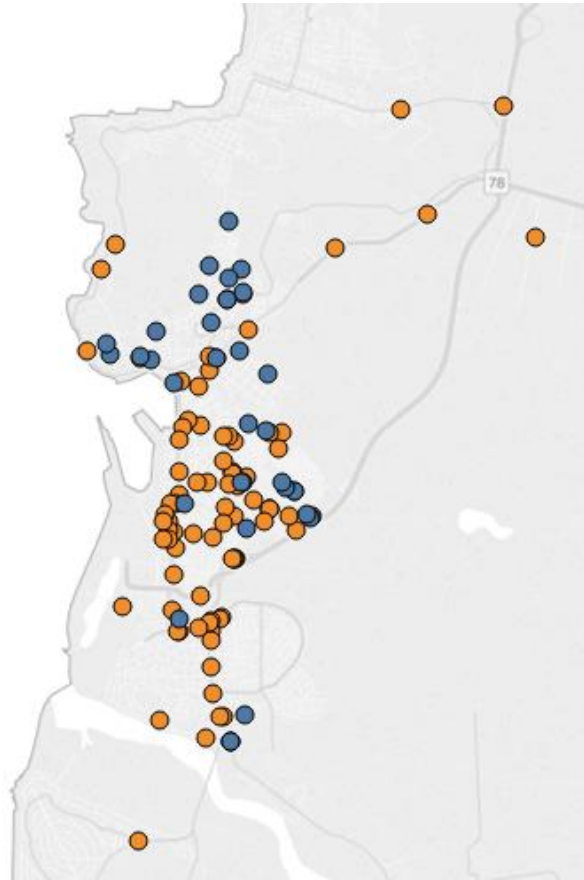


Figura 6.4- Mapeo de Emergencias en San Antonio

Los Puntos Naranjos representan las emergencias del tipo vehicular y las azules representan las de incendio estructural. Por supuesto, esto es una forma básica de visualizar algunos de los eventos ocurridos en la ciudad, lo que permitirá construir la instancia para los modelos de los casos 1 y 2. Es interesante observar que ciertas zonas convergen a varios eventos de un tipo, Para el siguiente paso, necesitamos de una proyección de densidad que pueda demostrar con mayor detalle las zonas que convergen a una mayor cantidad de emergencias. Aplicando marcas de densidad como herramientas predeterminada de Tableau Public, se puede observar una interesante segmentación:

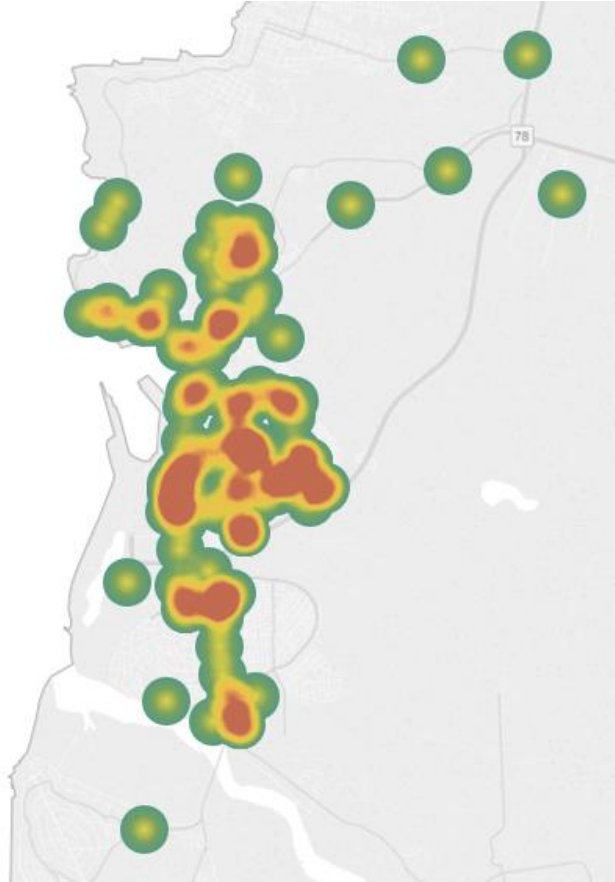


Figura 6.5- Mapa de densidad de San Antonio

En esta segmentación podemos observar, la forma en que se segmenta una ciudad representado a través de este mapa de calor, las aglomeraciones de puntos permiten visualizar una zona altamente frecuentada por emergencias, que son representadas con color rojo, amarillo zonas medianamente riesgosas y verdes con bajo nivel de riesgos. Esto permitirá crear una instancia considerando las coordenadas que son proveídas junto con su nivel de riesgo, esto es más sencillo de obtener ahora, ya que en la coordenada que se visualiza el color se puede obtener la latitud y la longitud, sin embargo, aquí se requiere medir las distancias entre puntos, considerando que pueden existir muchos puntos, es mejor automatizarlo.

La determinación de las distancias fue realizada con la ecuación de Haversine, la cual es descrita de la siguiente forma:

$$D = 2 * R * \sin^{-1} \sqrt{\sin^2 \left(\frac{\Delta lat}{2} \right) + \cos(lat1) * \cos(lat2) * \sin^2 \left(\frac{\Delta lon}{2} \right)}$$

Donde.

R : Es el radio de la Tierra (6372,7954 km).

Δlat : Es la diferencia entre las latitudes.

Δlon : Es la diferencia entre las longitudes.

$lat1$: Es la latitud del punto 1.

$lat2$: Es la latitud del punto 2.

Esta formulación fue aplicada, para obtener la matriz de distancia con todos los puntos, la cual servirá para la construcción de la instancia de San Antonio.

7. Resultados Computacionales

La siguiente fase es realizar las pruebas computacionales de los modelos de optimización en instancias genéricas y luego en la aplicación con la instancia real de los datos levantados, todas las pruebas han sido realizadas a través de un Acer Aspire E5-411 con un procesador Intel® Celeron® CPU N2940 1,83 GHz, 4 procesadores principales, 4 procesadores lógicos y una Memoria física instalada (RAM) de 4,00 GB.

Para el Caso 1 se realizó pruebas con 10, 30, 50, 75 y 100 nodos con 3 instituciones a cubrir, esto bajo el desarrollo de ϵ constraint iterando 7 veces bajo una variación del presupuesto, el resultado que se presenta es por todo el proceso de cálculo donde se desarrolla.

Nodos	Tiempo (seg)	Tiempo (min)
10	2,16	0,04
30	7,61	0,13
50	47,74	0,80
75	373,8	6,23
100	5037,23	83,95

Tabla 7.1 - Performance computacional Caso 1

Dichos resultados se pueden visualizar mejor en el siguiente gráfico 7.1

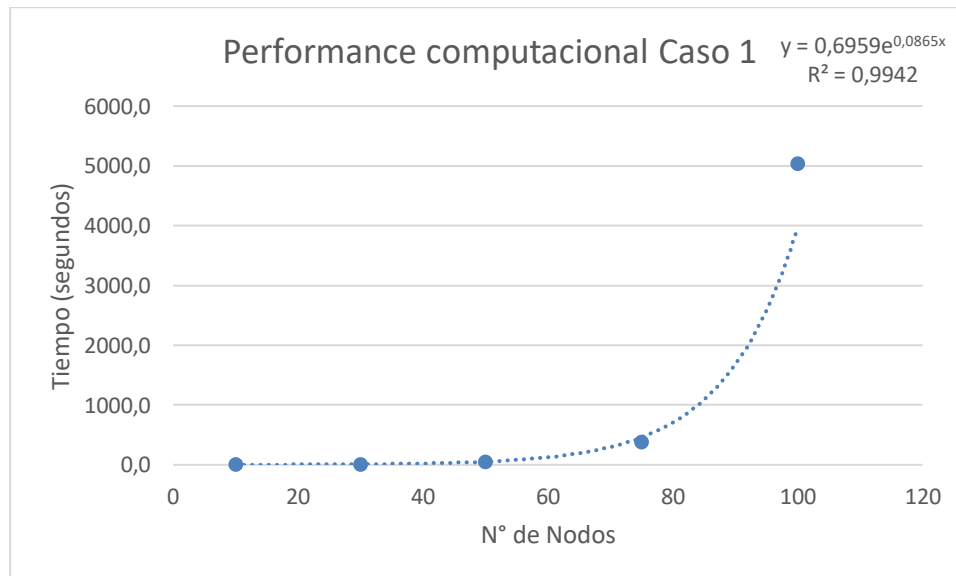


Figura 7.1- Performance Computacional y Regresión Exponencial Caso 1

Como se puede observar, los problemas generados aumentan exponencialmente el tiempo de cálculo, y para el caso de los 100 nodos se puede observar que toman alrededor de 83,95 minutos, se espera que, para el caso de 200 nodos, este podría llegar drásticamente a tomar más de 378.172 horas (2,2 semanas), por supuesto, esto solo es estimado con la regresión aplicada

Para el caso 2 se realizó el mismo ejercicio con la misma cantidad de nodos, iteraciones, y las 3 instituciones, los resultados para este caso son las siguientes

Nodos	Tiempo (seg)	Tiempo (min)
10	2,05	0,03
30	2,37	0,04
50	3,58	0,06
75	4,68	0,08
100	7,57	0,13

Tabla 7.2 - Performance Computacional Caso 2

Con el siguiente gráfico podemos observar la performance de este modelo.

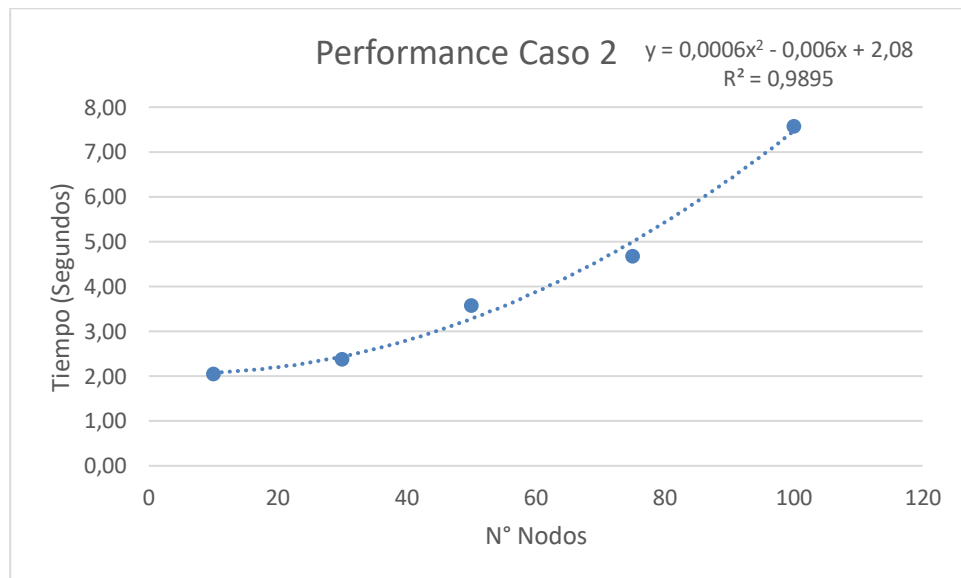


Figura 7.2 - Performance Computacional y Regresión Caso 2

Por lo que para un mismo caso de 200 nodos y usando la regresión expuesta, el tiempo computacional esperado sería de tan solo 23,04 segundos aproximadamente. Lo que demuestra una mayor velocidad de parte del ordenador para resolver las instancias con este modelo. Ahora, se compara el caso 2 y 2.5, en la siguiente tabla y gráfico

Nodos	Caso 2 (seg)	Caso 2.5 (seg)
10	2,67	2,76
20	2,85	2,72
30	3,13	3,46
50	5,22	3,38
75	6,11	5,90
100	6,2	6,0
200	9,91	9,57
250	13,63	14,97

Tabla 7.3 Comparación Computacional Caso 2 y 2.5

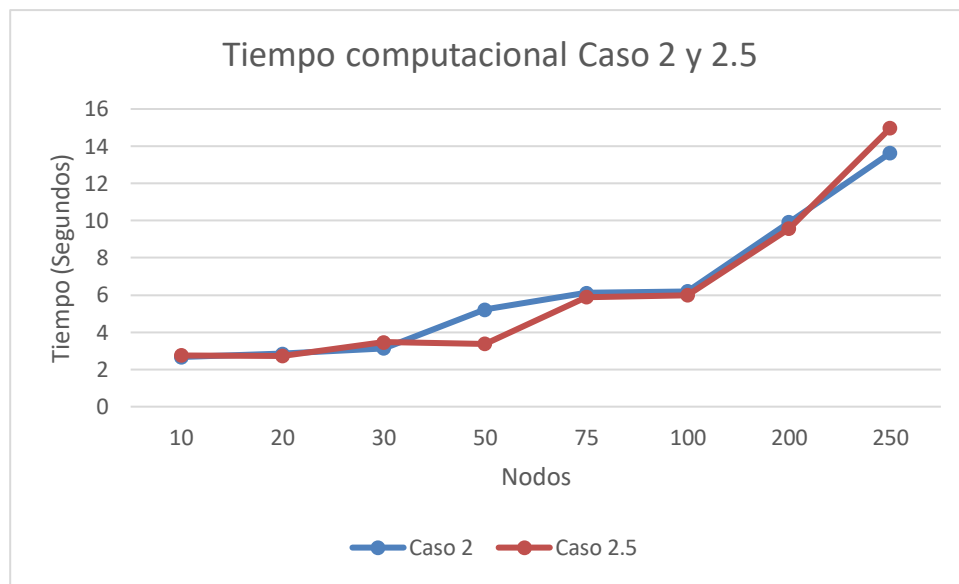


Figura 7.3 Comparación gráfica computacional Caso 2 y 2.5

Algo interesante que se observa es que en las instancias es difícil notar que modelo puede ser más rápido que el otro, de hecho, pareciera en algunas instancias que el modelo 2 toma más tiempo que su par, pero en la medida que el tamaño de la instancia aumenta hasta los 250 nodos, observamos que el modelo 2 resulta ser más rápido, sin embargo, no se ha encontrado evidencia suficiente para respaldar esta premisa. Por supuesto, esto queda sujeto a las instancias que se crean.

Finalmente, cuando agregamos una comparación entre los modelos 1, 2 y 2.5, podemos notar una clara diferencia entre el primer modelo y los otros dos, distinguiendo una clara diferencia de los tiempos computacionales, se destaca la gran velocidad de los últimos 2 por sobre el caso 1.

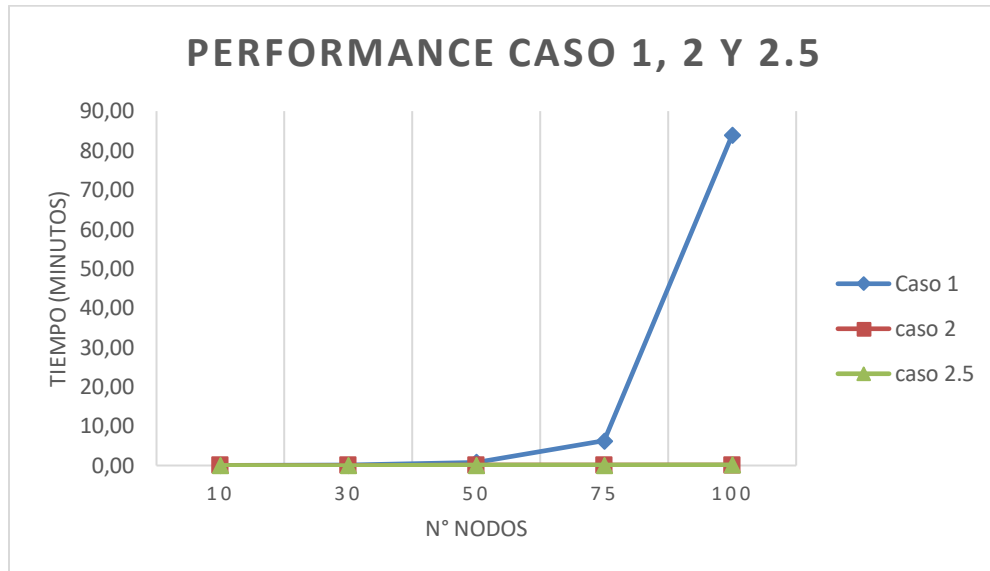


Figura 7.4 - Comparación Performance Computacional

Para el caso de la instancia real de San Antonio se consideró 75 nodos de demanda, en esta parte se añade el supuesto de que en los mismos lugares donde existe demanda, existe la posibilidad de localizar una instalación, no se consideran los costos del valor de la Tierra, por lo que se considera que el valor de una instalación de una determinada institución no varía según el lugar (nodo) asignado.

Los parámetros (costos y demandas) que forman parte de la función objetivo, tanto maximizando como minimizando son valores dado la información obtenida del mapa de densidad (figura 6.5). Se observó 3 niveles de riesgos dados por el color. Para el CTMI y el CPMI. Se otorgó mayor ponderación de acuerdo al color de la zona, los radios de distancia son considerados basado tiempo de respuesta de emergencia de una institución, la cual debería ser considerado bajo la lógica de una cadena de procesos que operan en emergencias vehiculares (el más frecuente tipo de emergencia). Como suele suceder, en caso de emergencias de esta naturaleza, se contacta con carabineros, luego con ambulancias y bomberos. Además, para valores de instalaciones se consideraron las de ambulancias SAMU como las más económicas, luego carabineros y finalmente bomberos, como se distingue en la siguiente tabla

	Radio Cobertura (km)	Costo (\$M)
Ambulancias	4	200
Bomberos	3	450
Carabineros	2	300

Tabla 7.4 – Parámetros de los modelos

En la siguiente gráfica, presentamos la curva de Pareto desarrollada el modelo multiobjetivo del CTMI.

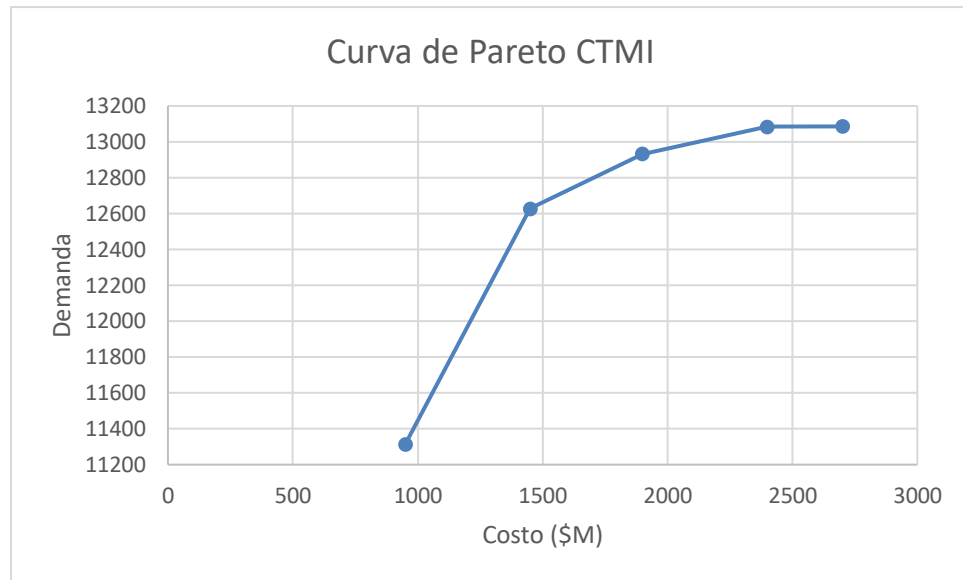


Figura 7.5 - Curva de Pareto Caso 1

Aquí se puede apreciar como en la medida en que la inversión aumenta para la instalación del ABC, mejora la cobertura de la demanda, sin embargo, existen límites tanto superior como inferior, en caso de invertir menos de la cota permitida, nuestra demanda cubierta será 0, esto es porque hay por lo menos una institución que no pudo ser instalada, por lo tanto, se requeriría de una mínima inversión capaz de colocar por lo menos una instalación de cada institución. Por otro lado, luego de superar la cota superior de inversión, nuestra demanda cubierta no aumentará más, esto debido a que cada nodo de demanda, está cubierto por al menos una instalación de cada institución, por lo que la ciudad está plenamente cubierta, agregar una nueva, sería una ineficiencia importante (desde el paradigma del modelo por supuesto).

En el caso del modelo CPMI, podemos recordar que es una aproximación diferente al modelo ya planteado, debido a que la cobertura de demanda es “menos estricta” no se requiere que las 3 instituciones lo cubran para obtener la ponderación necesaria, por lo tanto, la ponderación que otorga al nodo cubierto α_i^n es arbitraria, se consideró que para lograr la

múltiple cobertura sea una prioridad del modelo, es importante incentivar a través de una ponderación extra al modelo por cada institución cubierta, es decir, en la medida que un nodo sea cubierto por una institución más, este ponderará un valor extra, por ejemplo, si se cubre un nodo con 1 institución serán 10 [unidades], con 2 instituciones 40 [unidades] y con 3 serán 100[unidades]. La idea de esto, es premiar con una ponderación extra (y no proporcional), para que la localización de instalaciones se focalice en la múltiple cobertura, y no en ocupar la mayor cantidad de área posible dentro de la ciudad. A pesar de que esta aproximación es subjetiva, un argumento para abordarlo de esta forma, es que cuando se decide cubrir con un conjunto de instituciones, no solo se cubren las emergencias en las que abordan alguna institución por separado, sino un conjunto de posibles emergencias con las que se puede interactuar entre instituciones, por ejemplo, si un nodo es cubierto por una ambulancia de SAMU podrá cubrir el tipo de emergencias asociada a esa institución, pero si está cubierto por SAMU y bomberos, esta será cubierto en caso de emergencias de las instituciones por separado y de las emergencias que pueden emerger que deben ser solucionadas por ambas instituciones al mismo tiempo, dando un “carácter compensatorio”. Finalmente, para poder comparar de mejor forma los resultados del modelo 1 y 2, se considera que es equivalente la ponderación otorgada para las 3 instituciones con ambos casos, luego la curva de Pareto para este problema es el siguiente.

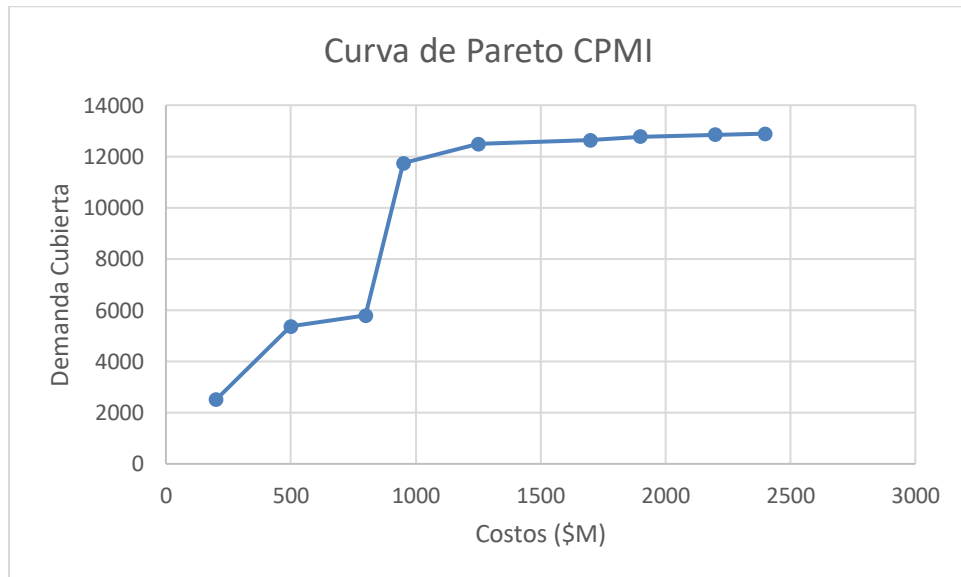


Figura 7.6 - Curva de Pareto Caso 2

En este caso, podemos observar, que la curva de Pareto no es convexa comparada con la primera, esto debido a los incentivos a la múltiple cobertura, en la primera iteración solo localiza una instalación (debido al escaso presupuesto), luego con más presupuesto instala una segunda institución, donde aparece el primer salto y así se mantiene hasta los \$500M

(tercer punto). Pero cuando el presupuesto aumenta para poder colocar las 3 instituciones, la curva da un gran salto, al lograr la primera múltiple cobertura, después de eso los aumentos son marginales (comparados con el anterior cambio en la curva). Pero cabe destacar que, a través de estos, las estrategias de instalaciones van modificándose acorde al presupuesto obtenido. Adicionalmente, al igual que el caso anterior, existen límites tanto inferior como superior, pero a diferencia del modelo CTMI, la curva puede ser construida con más casos, debido a su flexibilidad en la cobertura.

Para el caso particular de San Antonio, la ciudad no posee grandes dimensiones (comparándolas con ciudades como Santiago), esto se puede respaldar con los modelos trabajados, para nuestros modelos, los resultados arrojados nos evidencian que, con una instalación de cada institución, ubicados en el centro de la ciudad se logra cubrir gran parte de la ciudad. La siguiente imagen representa los lugares a localizar las instituciones en el mapa, donde cada institución es localizado con su vehículo característicos según el CTMI.

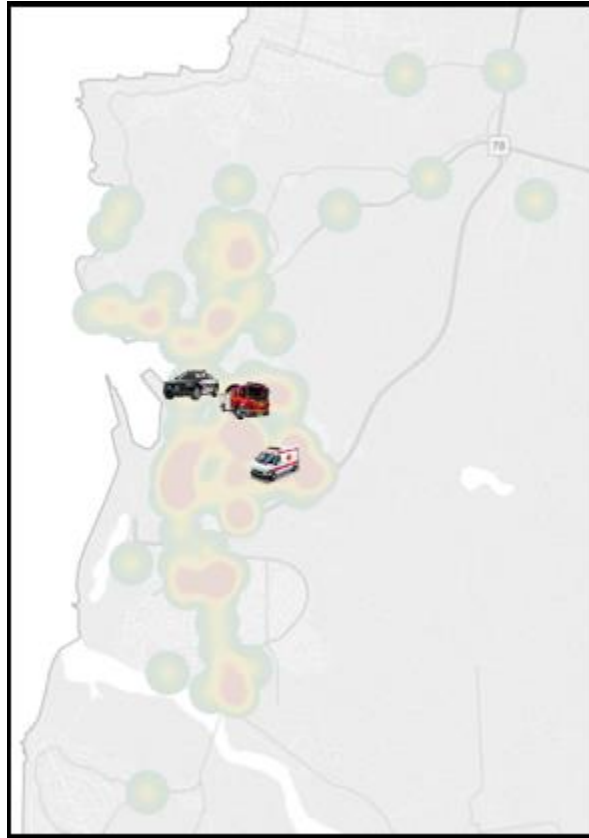


Figura 7.7 - Resultado Instancia Caso 1 (una instalación de cada institución)

De manera similar, los resultados del CPMI otorgan resultados similares frente a la posición de las instalaciones con ligeras variaciones en las posiciones y cambiando el orden

de las ubicaciones, por lo que dado las demandas que se presentan dado los dos enfoques aplicados para estos modelos, las ubicaciones obtenidas son el mejor lugar para instalar las 3 instituciones de emergencias.

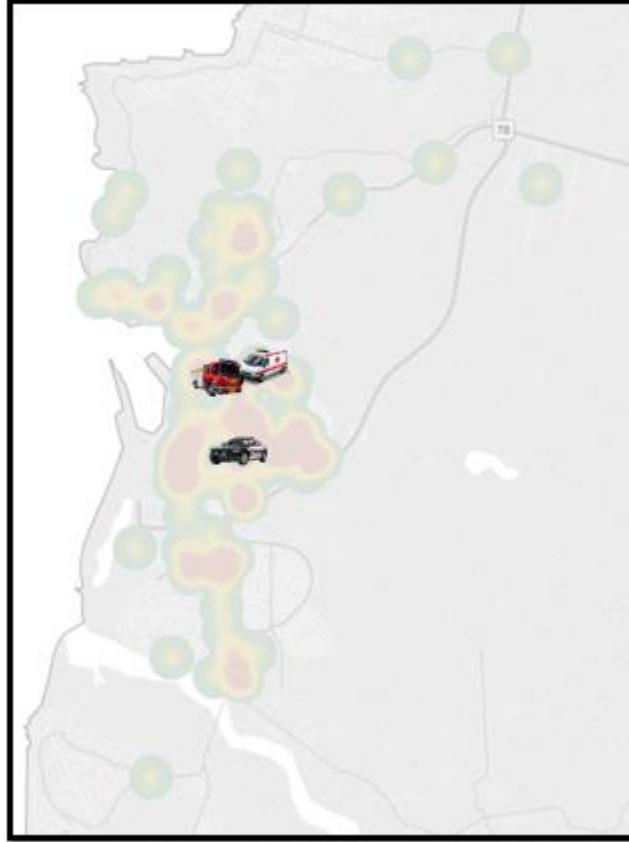


Figura 7.8 - Resultado Instancia Caso 2 (una instalación de cada institución)

Si se desea observar incluyendo más instituciones, claramente existe una mejora, pero esta es marginal, si deseamos comparar con los costos asociados a asignar nuevas instalaciones, probablemente se observará que la solución no mejorará drásticamente, debido que gran parte de la región es cubierta, y en caso de desear una cobertura total de la región, se requerirá de asignar 2 instalaciones de cada institución en los polos de la ciudad (Véase la siguiente figura), por supuesto, finalmente, recae la decisión sobre las personas a cargo que deberán considerar los factores y el presupuesto para estos grandes proyectos.

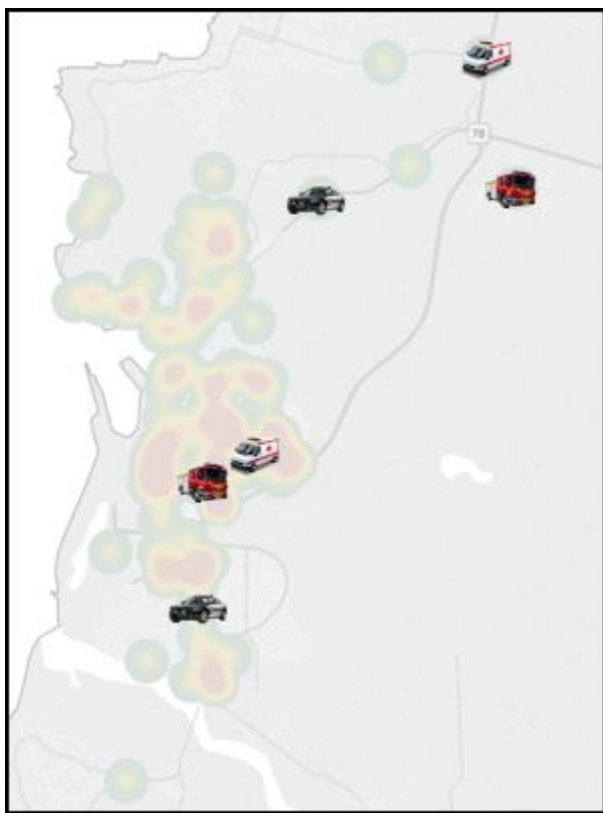


Figura 7.9- Cobertura de la ciudad Caso 1 (2 instalaciones de cada institución)

En esta parte se puede reconocer, que ambos modelos aportan la misma solución, esto es debido a que cuando todos los nodos quedan totalmente cubiertos por el ABC, tanto el CTMI y CPMI pueden ofrecer las mismas soluciones bajo las mismas condiciones de costo y cobertura, y se puede reconocer que ambos modelos pueden ser muy útil para responder a los problemas de cobertura.

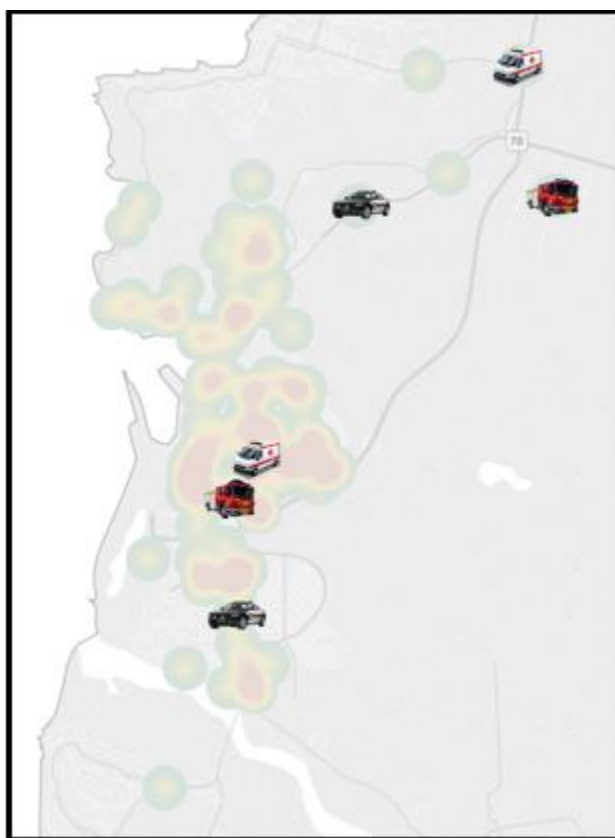


Figura 7.10 - Cobertura Total de la ciudad Caso 2 (2 instalaciones de cada institución)

Finalmente, se realizará un análisis de sensibilidad realizando variaciones del modelo con los radios de cobertura, para el caso 1 y 2, se describe los siguientes 3 casos para cada uno de estos modelos, y observarlos a través de la integración de las múltiples coberturas.

Considerando la siguiente tabla:

	Caso 1 (km)	Caso 2 (km)	Caso 3 (km)
Ambulancias	4	2,5	2,2
Bomberos	3	2	1,5
Carabineros	2	1	0,8

Tabla 7.5 Escenarios de Cobertura a Sensibilizar

Tomando estos 3 casos donde se evalúa la variación de la cobertura, se generan los siguientes gráficos de análisis de sensibilidad.

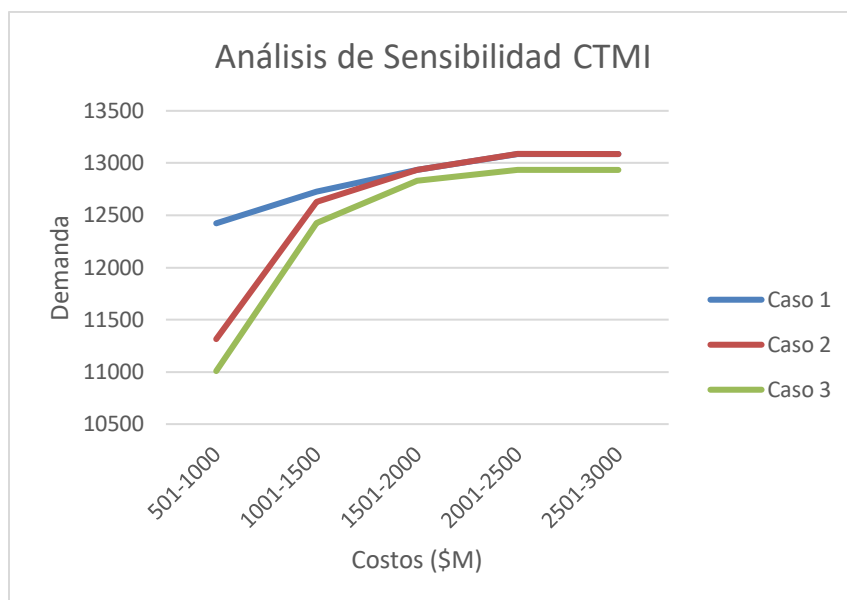


Figura 7.11-Análisis de sensibilidad caso 1

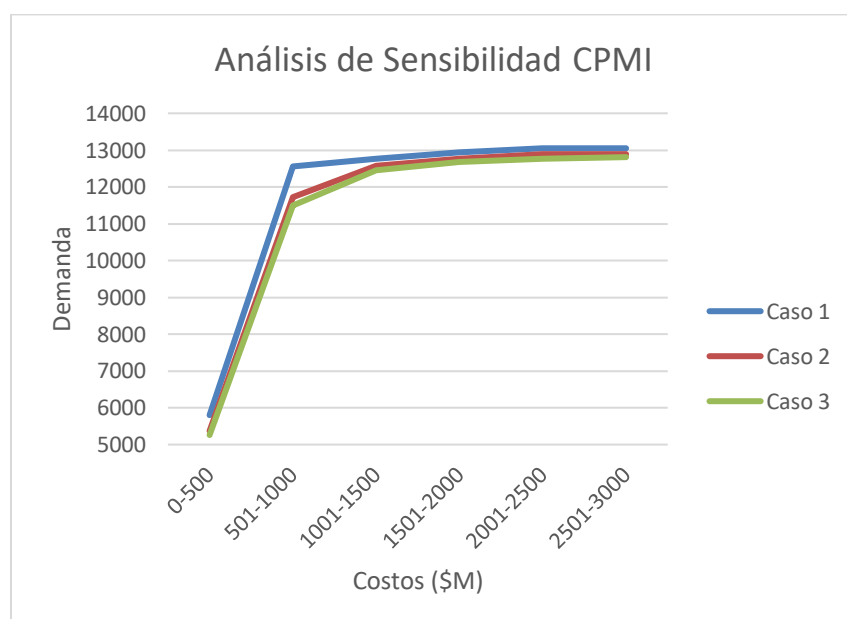


Figura 7.12 - Análisis de Sensibilidad Caso 2

Se puede comprender que en el orden mostrado el caso 1 es el que posee los mayores radios de cobertura, luego de ahí, va disminuyendo por lo que la demanda cubierta también se va reduciendo.

En el siguiente caso se analizará el CHFMI el cual como ya se ha mencionado antes busca localizar la flota de vehículos disponibles a través del mapa, el desafío del modelo es maximizar la cobertura considerando que las zonas pueden variar su demanda a través del tiempo, así mismo puede existir cambios en el tráfico, por lo que el tiempo de llegada puede variar de un periodo a otro, esto considerando que existe un máximo de presupuesto para mover los vehículos (en este caso se hablará de distancia máxima que podrán recorrer los vehículos en el horizonte de planificación).

El primer paso es medir la performance computacional del modelo, aquí hay un desafío dado que existen más variables a considerar para el estudio del tiempo computacional. En este caso, lo que se ha determinado es analizar las siguientes variables: número de nodos (zonas), numero de periodos y número de vehículos participando (dejando de lado la distinción entre las instituciones). Con estas variables se introducirá el análisis del tiempo en la siguiente sección.

Para crear la instancia, las demandas fueron basados en una instancia aleatoria, y para los tiempos de traslado entre cada nodo, se consideró los resultados otorgados por la Ecuación de Haversine, y a esto se le adicionó un factor aleatorio, para representar las diferencias de tiempo que se pueden tomar trasladando entre zonas de un periodo a otro.

En la siguiente tabla se muestra una serie pruebas computacionales con diferentes valores para los parámetros, los resultados expuestos fueron desarrollados de la misma forma con ϵ constraint iterando el presupuesto 7 veces.

Nodos	Periodos	N° Vehículos	Tiempo (Segundos)	Tiempo (Minutos)
10	10	12	4,4	0,1
10	85	3	11,8	0,2
10	85	8	25	0,4
10	120	12	54,9	0,9
21	15	6	18	0,3
21	50	6	59,5	1
30	8	3	9,5	0,2
30	30	12	204,2	3,4
40	25	12	306,2	5,1
40	40	12	528,5	8,8
41	25	8	197,7	3,3
50	10	3	37,4	0,6
50	30	3	139,5	2,3
50	50	4	366,6	6,1
65	25	6	467	7,8
75	5	3	41,7	0,7

75	15	4	219,8	3,7
76	24	6	619	10,3
85	15	10	1359,4	22,7
100	10	6	430	7,2

Figura 7.6 - Performance Computacional Caso 3

Se han realizado 20 pruebas computacionales, testeando con diversas instancias, y obteniendo el tiempo del desarrollo en segundos y minutos, como se puede apreciar los tiempos van desde 4,4 segundos hasta alrededor de 22 minutos. Para poder complementar la tabla se adhiere el siguiente grafico que permitirá una mayor comprensión sobre la interacción de cada variable de estudio.

Performance Computacional Caso 3

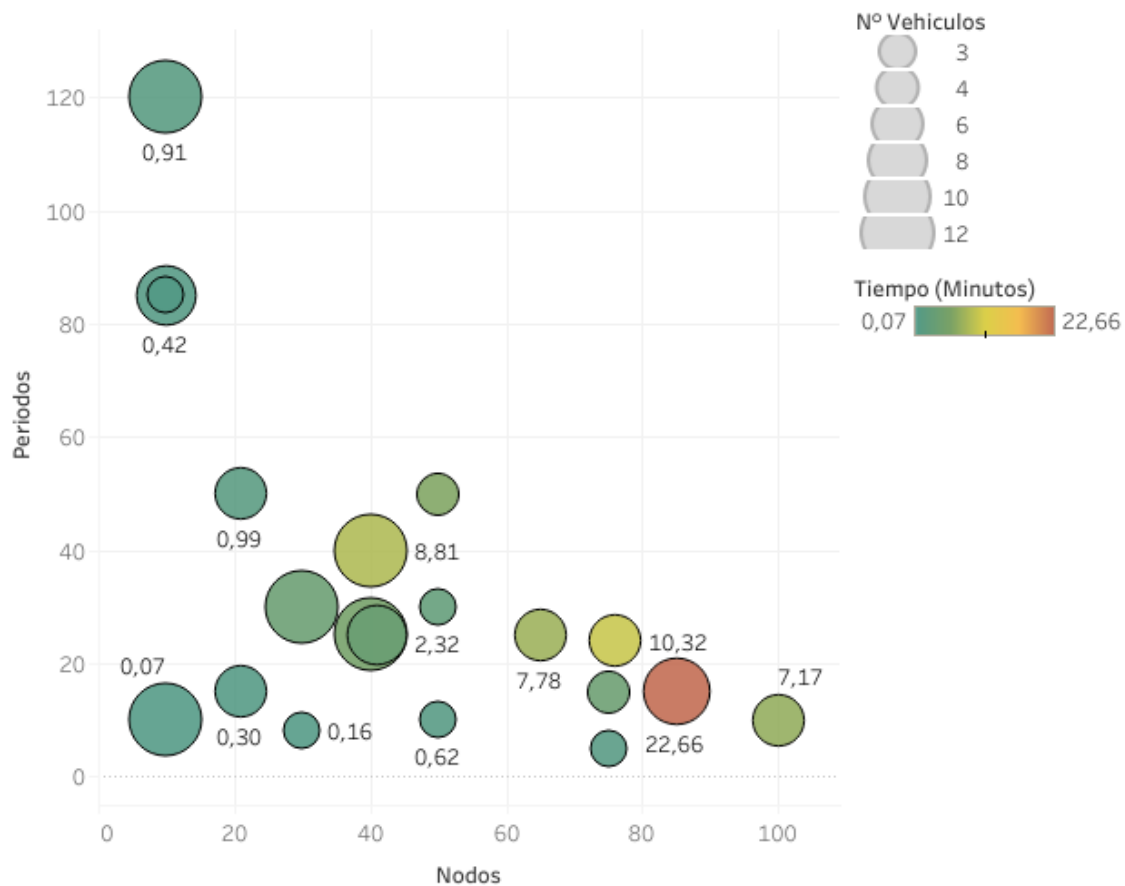


Figura 7.13 - Performance Computacional Caso 3

En el gráfico presentado se puede apreciar la interacción de las 4 variables de estudio, por un lado el eje y corresponde a los periodos, eje x al número de nodos (zonas), la cantidad de vehículos está definido por el tamaño de los círculos, y finalmente el tiempo

computacional se representa a través de los colores (y se ha añadido la etiqueta del tiempo para modo entregar más información) en los cuales desde el color verde oscuro representa rápido tiempo computacional así va avanzando progresivamente a escalas de verde más claro, amarillo y finalmente rojo donde este representa el mayor tiempo computacional. El gráfico muestra como uno de los valores influencia en la escala dado que posee un alto tiempo comparado con el resto de la muestra, para obtener otra perspectiva excluirémos el dato para reclasificar en los tiempos computacionales

Performance Computacional Caso 3

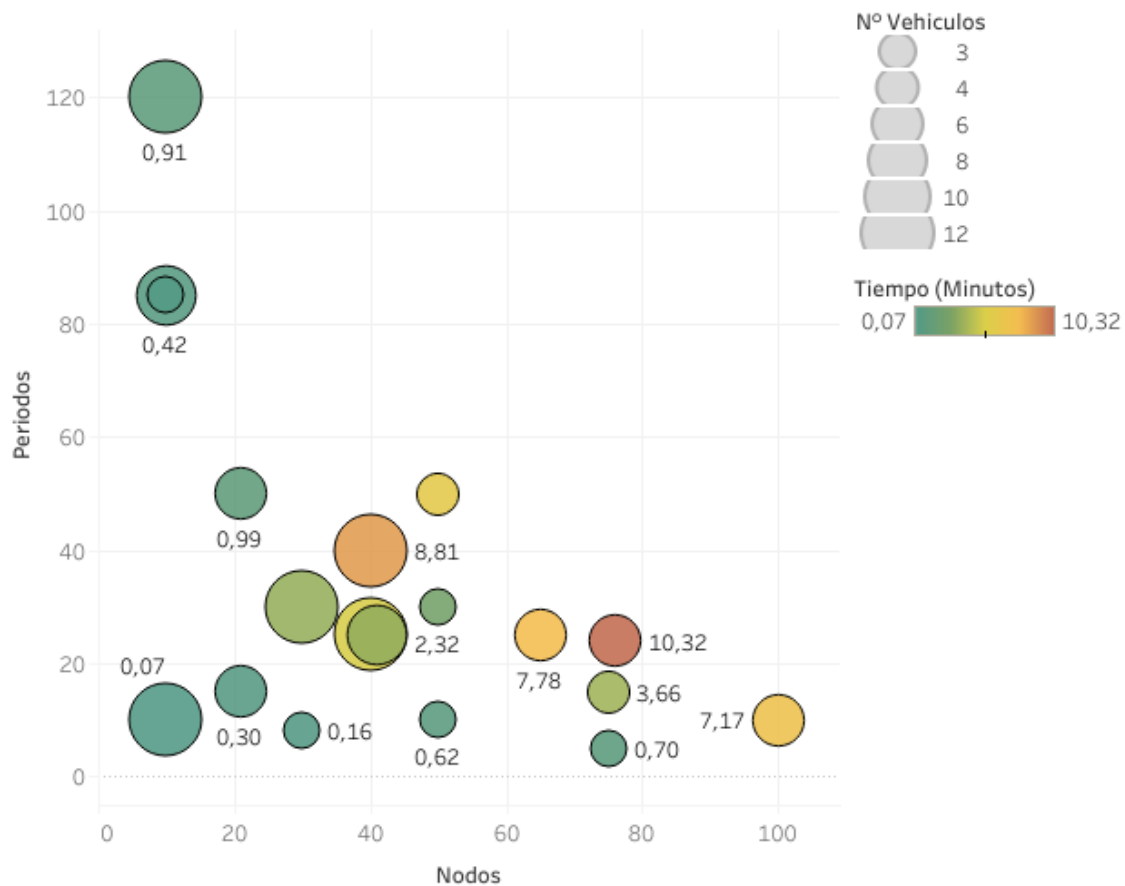


Figura 7.14- Performance computacional Caso 3 sin outlier

Algo interesante que se puede apreciar de lo mostrado anteriormente, es que ninguna de sus variables incrementados por si sola (y dejando el resto en los mínimos valores posibles) son suficientes para elevar el tiempo computacional considerablemente, requiere de una combinación de por lo menos dos variables, además, pareciera que la cantidad de nodos influye más que el número de periodos en el tiempo, esto basado en que a pesar de que

en algún experimento el número de periodos llegan a ser mayor que incluso el máximo puesto a prueba de nodos (120 periodos contra 100 nodos), se observa que sus tiempos computacionales difieren bastante (0,42 versus 7,17 minutos respectivamente), esto puede ser causado porque el tamaño de periodos no es una importante variable de elección si esta no es acompañada de una gran variedad de opciones a localizar (nodos). El número de vehículos también puede llegar a ampliar el tiempo, por ejemplo, con 40 nodos y 25 periodos, se observa que la diferencia entre 8 y 12 vehículos es de 3,30 y 5,10 minutos respectivamente.

El siguiente paso es trabajar sobre la ciudad de San Antonio, como se ha explicado anteriormente, debido a la presencia de una gran cantidad de datos faltantes en las horas en las que se desarrolla las emergencias, se decidió eliminar de variable del estudio, esto imposibilita a desarrollar una basada en la información existente, por lo que se da espacio para la creación de una instancia hipotética donde la información de la instancia en los problemas anteriores pueda ser reutilizado.

Supongamos que se desea realizar una gestión de la flota para un día de semana en la ciudad de San Antonio, separaremos el tiempo en 6 periodos, donde se observa la siguiente Figura 7.15 que corresponde a los lugares de la demanda de la ciudad que van cambiando a través del tiempo, a través de una escala que muestra en color similares al del mapa de densidad, el comportamiento en cada zona, siendo verde el de menor, hasta rojo el mayor riesgo.



Figura 7.15 - Instancia aplicada Caso 3

Para resolver este problema se considera algunos aspectos acerca de los parámetros que se detallan a continuación, las distancias (tiempos) entre nodos se han sujeto a variación usando un apoyo de herramientas de generación de números aleatorios que se adiciona a los valores considerados por el trabajo en los casos anteriores 1 y 2, para generar variaciones que representan el tráfico en la ciudad. Dado que la dimensión de la ciudad no es grande se omitió el uso del $kmax$ sobre las distancias, lo que quiere decir, que vehículos podrían llegar de un

extremo de la ciudad a otro de un periodo a otro, en la práctica esto es totalmente posible, ya que la ciudad no posee grandes dimensiones. Se consideran algunos puntos para localizar en la ciudad donde las ambulancias podrían ser alojadas, y la cobertura de las instituciones son similares a las del caso anterior, donde bomberos tiene el mayor radio, seguido por ambulancias y luego carabineros, esto debido a las limitaciones que tienen los vehículos.

Distancia Máxima (mts)	Demanda cubierta (u.n. de demanda)	Demanda Cubierta %
0	11130	77,64%
250	11334	79,06%
500	11410	79,59%
750	11480	80,08%
1000	11550	80,57%
1250	11572	80,72%
1500	11621	81,06%
1750	11691	81,55%
2000	11713	81,70%

Tabla 7.7 – Resultados Curva de Pareto Caso 3

Desarrollando el modelo se puede apreciar la siguiente curva de Pareto presentado en el siguiente gráfico:

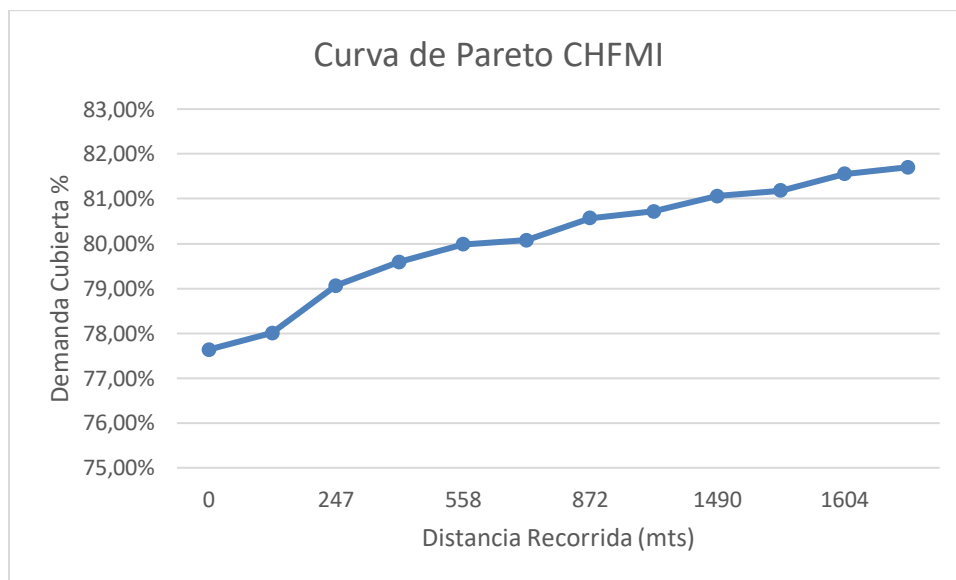


Figura 7.16 - Curva de Pareto Caso 3

En este caso podemos observar que, dado un presupuesto nulo, se puede generar una cobertura, solo considerando no relocalizar los vehículos a través del horizonte de planificación, y que cubre alrededor del 77,64% de la ciudad, lo cual es un alto porcentaje de cobertura.

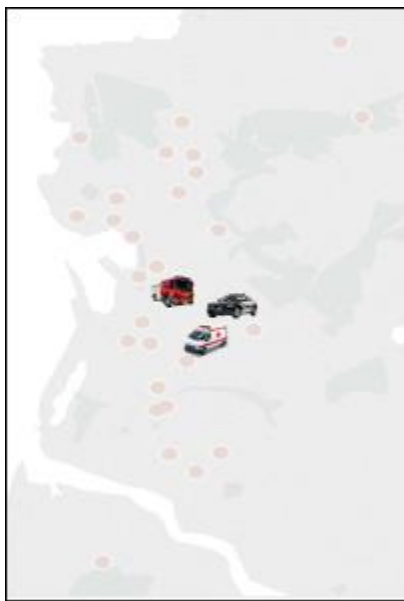


Figura 7.17 - Localización de vehículos sin relocalización

Por otro lado, se puede observar que con cierta inversión se puede generar ciertas relocalizaciones entre ambulancias y carabineros, para ser más efectivo la múltiple cobertura hasta el 81,7% de demanda, dicha táctica se muestra en la siguiente figura;

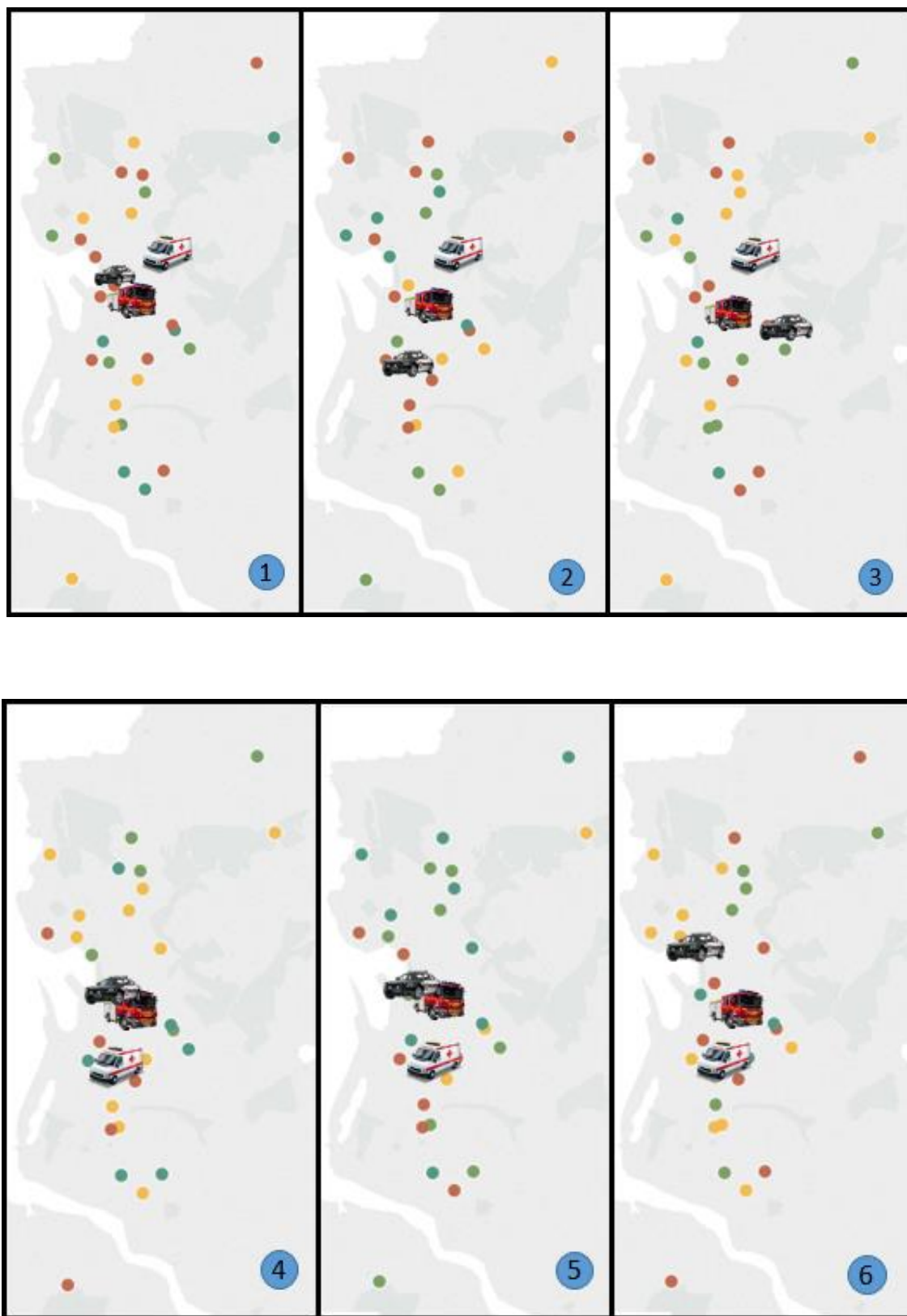


Figura 7.18 -Relocalización de Flota con Alto Presupuesto

Una de las desventaja que tiene el modelo, es que al considerar fijar un carro de bomberos, esto tiende a limitar las opciones que tienen los otros vehículos para desplazarse a lo largo y ancho de la ciudad, esto cambiaría si se eliminara la restricción que fija el vehículo de bomberos, pero en una actual aplicación resulta complejo, dado que las condiciones de la disposición de voluntarios, la carencia de infraestructura (como bodegas u otros cuarteles), complican la posibilidad de hacer partícipe a los vehículos de incendio o rescate de las dinámicas de relocalización.

Realizando análisis de sensibilidad considerando la incorporación de más vehículos de ciertas instituciones, para ver cómo se ajusta la demanda y la distribución de los mismos en el mapa. Para esto, se realizó un ajuste a la cobertura reduciéndola con respecto al anterior esto debido a que como se ha visto en los trabajos anteriores, la ciudad con un par de vehículos de cada institución podría quedar totalmente cubierta, por lo que se redujo este parámetro.

Para esto presentaremos 4 casos los cuales serán descritos en la siguiente tabla:

	Ambulancias	Bomberos	Carabineros
Caso 1	1	1	1
Caso 2	2	2	1
Caso 3	1	2	2
Caso 4	2	2	2

Figure 7.8 Escenarios de Sensibilización Caso 3

Luego para estos casos vamos a presentar las curvas de Pareto correspondientes, donde se puede apreciar que al igual que en el caso anterior, a pesar de carecer de presupuesto existe un nivel de cobertura dado (que varía en cada caso por la presencia de una variación en la cantidad de vehículos), y a pesar de mantener las posiciones el modelo buscará satisfacer el máximo de cada demanda, pero este puede variar en los otros casos en la medida que se va permitiendo un espacio para la movilización de los vehículos

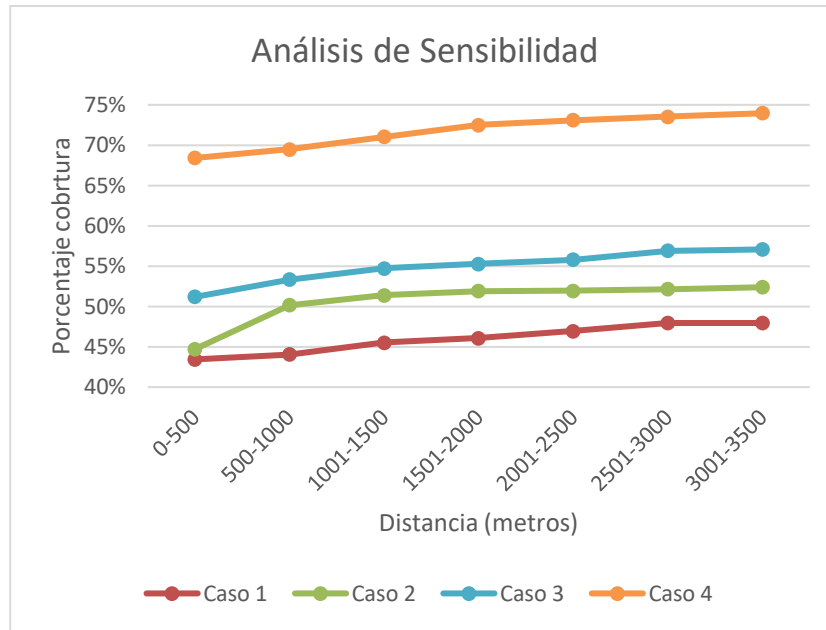


Figura 7.19 - Análisis de Sensibilidad

Finalmente, se presenta los casos de más de un vehículo por institución para ver las soluciones arrojadas por el modelo con el mayor presupuesto (3001-3500), en el cual se puede ver que los vehículos de bomberos son parte del “ancla” para que el resto de los vehículos se localicen en áreas en búsqueda de la cobertura deseada, esto convierte en un modelo que puede ser considerado demasiado estricto, debido a que las opciones se reducen en tratar de localizar y superponer los vehículos, a su vez, nos percatamos tener un solo vehículo disponible de alguna institución, “anclaría” a todo el resto de los vehículos a localizarse cerca de este. En síntesis, este modelo es una interesante herramienta para estudiar la relocalización de la flota, sin embargo, ciertas instancias pueden arrojar resultados poco funcionales (Véase figura 7.22), dado las restricciones del modelo, se recomendaría seguir estudiando el modelo con otras formas de establecer la múltiple cobertura.

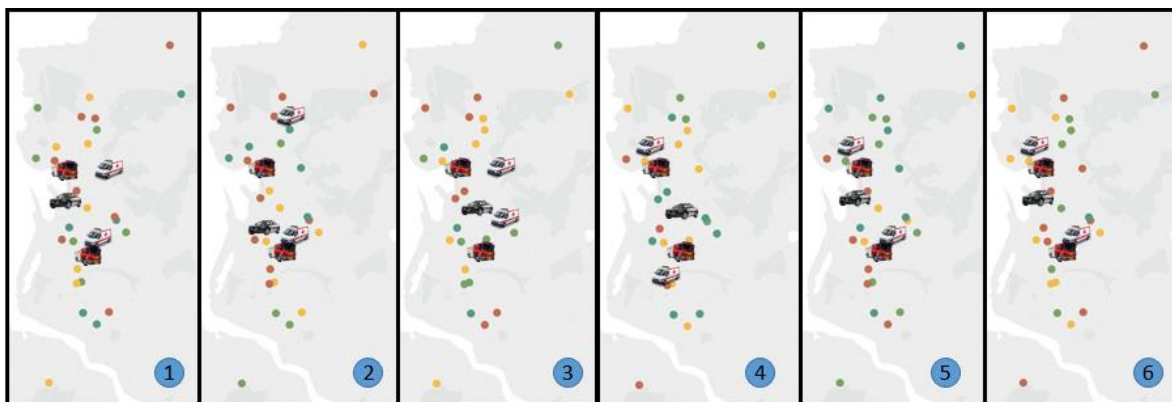


Figura 7.20 -Relocalización Caso 2

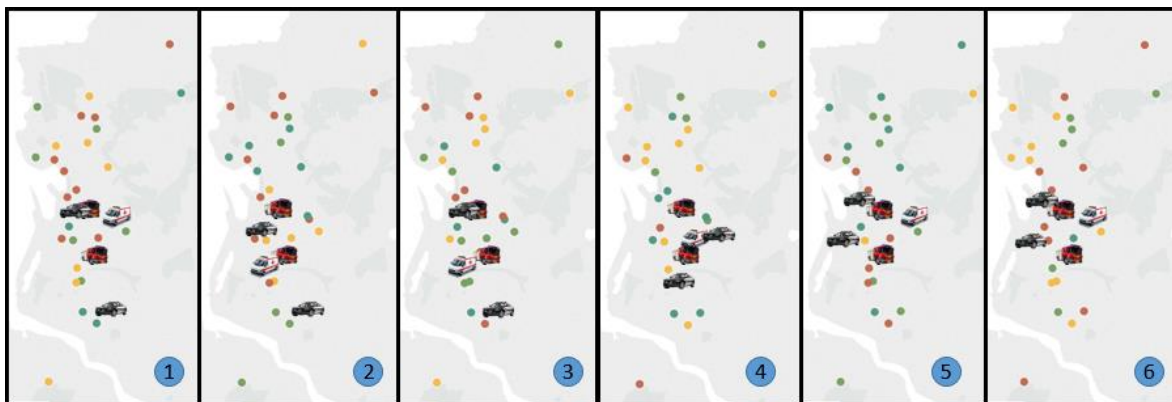


Figura 7.21 -Relocalización Caso 3

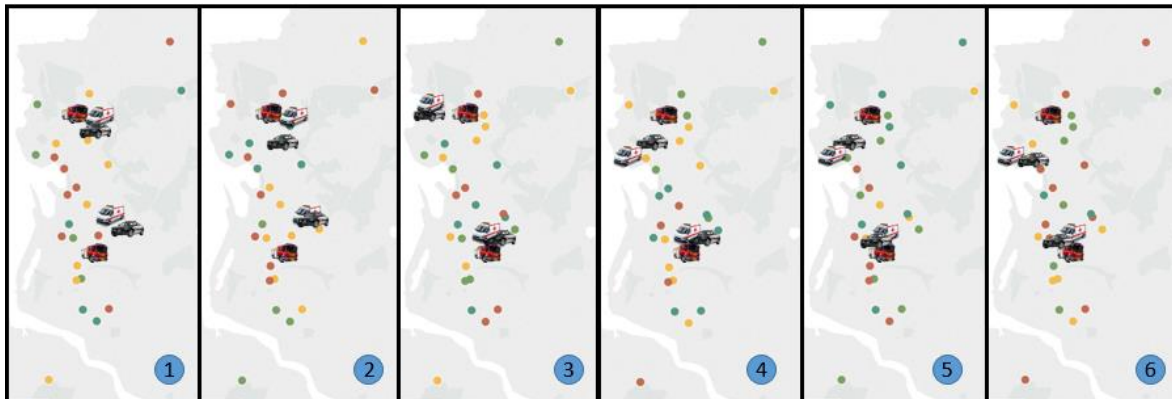


Figura 7.22- Relocalización Caso 4

8. Conclusiones

El estudio de localización de instalaciones en sistemas de emergencias posee una fuente inagotable de conocimientos e ideas en las que se pueden trabajar; hasta el día de hoy nuevos artículos buscan diseñar y/o aplicar ciertos modelos para mejorar el nivel de servicio de las instituciones asociadas. Para esta tesis se decidió mostrar una concreta aplicación sobre el caso chileno a través de 3 modelos: 2 basados en la localización de instalaciones y 1 sobre administración de flota con relocalización. Esto considerando el trabajo sobre datos obtenidos desde la Primera Compañía de Bomberos de San Antonio.

La aplicación de los dos primeros casos (CTMI y CPMI) muestra un dilema interesante que se puede analizar, donde ambos buscan dar solución al mismo problema. El primer modelo se basa en una idea simple, más fácil de crear instancias efectivas que representen la realidad de la ciudad, pero su problema radica en que dependiendo del tamaño del problema y la naturaleza de la instancia este puede llegar a requerir un largo tiempo para encontrar la solución. Esto último, podría no representar un problema para el CPMI donde su principal ventaja radica en su tiempo computacional el cual lo haría ideal para problemas de gran tamaño, grandes urbes como Santiago la capital de Chile, podrían ser analizadas en detalle a través de este modelo sin sacrificar largos periodos de procesamiento y calculo computacional. Sin embargo, la creación de la instancia requerirá de un cuidadoso trabajo para obtener información de valor. Por otro lado, se hizo una modificación del mismo modelo en una de sus restricciones generando el modelo 2.5, y como fue estudiado, se cree que es una alternativa igual de eficiente a la versión original para tamaños de gran problema, se requiere estudiar más el caso en profundidad.

El caso 3 representa una forma de abordar la administración de la flota del ABC, esto basado en condiciones que emergen desde las ventajas y desventajas de cada institución en su forma de operar, esto es muy particular del contexto nacional y que dista de la forma de operar de otros países, donde bomberos operan cumpliendo turnos de trabajo y recibiendo remuneración por su labor, o incluso operaciones actuales de rescate con ambulancias son dirigidas por las mismas (como en USA). Si bien, hay supuestos que no fueron abordados dentro del modelo (como considerar turnos de trabajo o regreso a centrales de servicio) es un buen punto de partida para seguir desarrollando este modelo, que hasta el momento sus tiempos computacionales han sido aceptables, además se puede considerar aplicar la idea del segundo caso en múltiple cobertura para este modelo y analizar sus resultados.

La metodología en ciencia de datos y la creación de instancias fueron expuestas de tal manera que puedan ser replicable para cualquier otro problema de similares condiciones, considerando que usualmente los artículos relacionados a esta área, no tienden a desarrollar y explicar la metodología con la que crean las instancias, por supuesto, esta metodología

puede estar sujeto a mejoras, una idea interesante es la de buscar una metodología para obtener los tiempos de recorrido entre una zona a otra, que puedan ser más precisos que el simple uso de la ecuación de Haversine.

Finalmente, de esta tesis se pueden desprender una serie de nuevas ideas para continuar investigando: Modelos para predecir emergencias de distintos tipos, profundización del diseño de los modelos presentados para acercarlos más a la realidad, aplicar algoritmos para algunos de los modelos presentados, etc. En algunas ciudades de Chile la forma que opera bomberos puede cambiar, algunos cuerpos de bomberos operan en sus guardias nocturnas como sistemas de turnos en un periodo de tiempo, es decir, en cada noche un subconjunto de compañías en la ciudad queda operativa para atender emergencias, por lo que se podría proponer un modelo para mejorar el servicio de guardias nocturnas, además en algunas ciudades las compañías poseen distintas especialidades, otras prefieren la formación integral, etc. El campo de investigación puede seguir creciendo en la medida que consideremos nuevos paradigmas para la resolución de estos problemas.

9. Bibliografía

- Aktas E. Optimizing fire station location for the Istanbul Metropolitan Municipality. *Interfaces* (2013).
- Ballou, R.H. (1999). *Business Logistics Management. Planning, Organizing and Controlling the Supply Chain*. Prentice-Hall International, Inc.
- Basar A. A taxonomy for emergency service station location problem. *Optimization Letters* 6:1147–1160. (2012)
- Belanger V. An empirical comparison of relocation strategies in real-time ambulance fleet management – *Computers & Industrial Engineering*. Volume 944, Pages 216-229 (2016)
- Brotcorne L. Ambulance location and relocation model. *European Journal of Operational Research* 147 451–463 (2003)-
- Dibene J. Optimizing the location of ambulances in Tijuana, Mexico. *Comp in Bio and Med* 80 (2017) 107-113
- Drezner Z., and Hamacher H. W (2001). *Facility Location*, Springer.
- Ehrgott M. (2005). *Multicriteria Optimization*. Springer
- Eiselt H.A. and Marianov V. (2011). *Foundations of Location Analysis*, Springer.
- Parra O. Revisión del estado del arte en modelos de localización y relocalización de vehículos para atención de emergencias. *Revista Elementos* (2010).
- Pons P, Markovchic V. Eight minutes or less does the ambulance response time guideline impact trauma patient outcome? *J. Emerg Med.* 23 (1) (2002) 43-48.
- ReVelle C, Snyder S. Integrated fire and ambulance siting a deterministic model – *Socio-Economic Planning Sciences*, Vol 29, N°4, pp 261-271 (1995).

Anexos

Anexo 1 – Código VBA

(General)	Distancia
-----------	-----------

```

Sub DistanciaEuc()
|

Dim x1 As Double
Dim x2 As Double
Dim y1 As Double
Dim y2 As Double

i = 0
cont = 0

Do While i <= 74
    cont = 0
    Do While cont <= 74

        x1 = Worksheets("Hojal").Cells(i + 2, 3).Value
        y1 = Worksheets("Hojal").Cells(i + 2, 4).Value
        x2 = Worksheets("Hojal").Cells(cont + 2, 3).Value
        y2 = Worksheets("Hojal").Cells(cont + 2, 4).Value

        eucli = ((x2 - x1) ^ 2 + (y2 - y1) ^ 2) ^ (1 / 2)
        dlat = x2 - x1
        dlong = y2 - y1
        a = Sin(dlat / 2) ^ 2
        b = Cos(x1) * Cos(x2) * (Sin(dlong / 2) ^ 2)
        x = ((a + b) ^ 1 / 2)
        haver = 2 * 6372.795477598 * Math.Atn(x / (-x * x + 1) ^ (1 / 2))

        Worksheets("Hoja2").Cells(3 + cont, 2 + i).Value = haver

    cont = cont + 1

    Loop
    i = i + 1
Loop

End Sub

```

