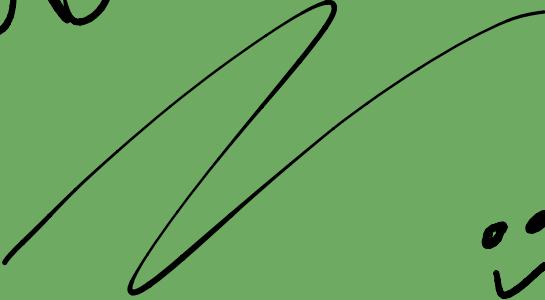


Ch 1.

Probability



;

គ្រាមង់ទេរ៉ា: ១៩៤

(Probability)

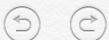
① Set: សំណុំ

<p>ទិន្នន័យ (Data)</p> <p>ដែលមិនមែនសំណុំ (kg)</p> <p>97 60 87 36 56 80 48 49 45</p>	<p>សំណុំ (set)</p> <p>$x = \text{ជីវិតការងារ (kg)}$</p> <p>$\Rightarrow x = \{38, 45, 48, 49, 56, 60, 80, 87, 97\}$</p> <p>សំណុំនៃការងារ</p>
---	--

ជំហាន: នៅ set

→ set ត្រូវការលក់ឡើងចិត្ត

ឬ ដែលត្រូវការលក់ឡើងចិត្ត $x = \{1, 2, 3, 4\}$



→ set ດີວີ່ການແດນແລກຈົດເຈນ

↳ ສັນດີ່ນາພສີມາຮົກໄຟ $x = \{1, 2, 3, 4\}$

→ set ອົບປຸດ

↳ ຂໍສິນໄວ້ກ່າວໄຟໄຟ

ກ່າວສົມຜົກ 4 ໜັກ

x : ຜົກເຈົ້າມີມາກກ່າວ 100

$x = \{x | x > 100\}$

ຄຳເຫັນຂຶ້ນພົນ

- Union (\cup) \Rightarrow ສົມຜົກ

- Intersection (\cap) \Rightarrow ສົ່ງຜົກ

- Complement ($'$) \Rightarrow ສິໂອແງ້າ ..

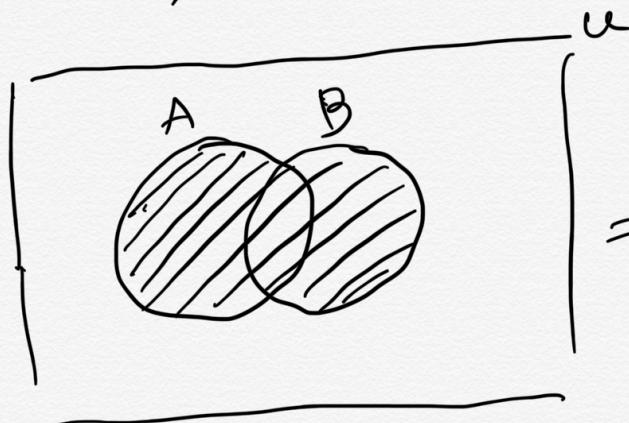
$A = \{12.50, 12.75, 13.00, 13.25, 13.50\}$

$B = \{13.25, 13.50, 13.75, 14.00, 15.00, 16.00\}$

$$A = \{12.50, 12.75, 13.00, 13.25, 13.50\}$$

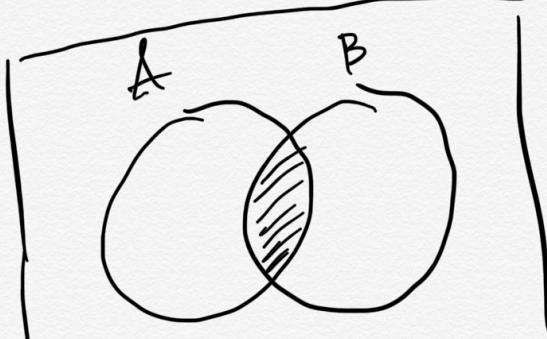
$$B = \{13.25, 13.50, 13.75, 14.00, 15.00, 16.00\}$$

$$A \cup B = \{12.50, 12.75, 13.00, 13.25, 13.50, 13.75, 14.00, 15.00, 16.00\}$$

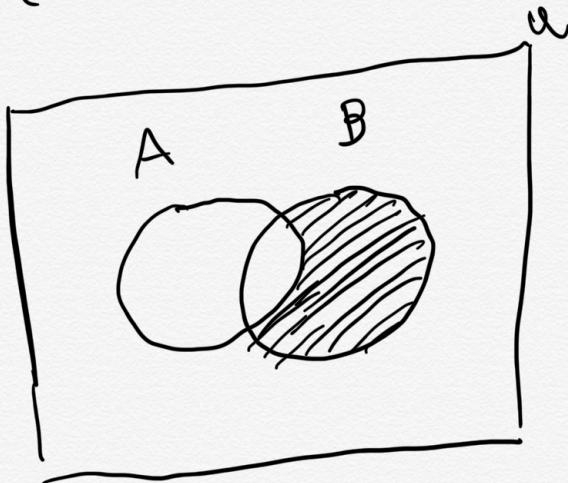


\Rightarrow Venn diagram

$$A \cap B = \{13.25, 13.50\}$$



$$A' = \{19, 15, 11, 1, \dots\}$$



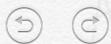
$A = \{ \}$ \Rightarrow set \emptyset

$A = \emptyset$

$$\underbrace{A = \emptyset \cup \{\}}_{\neq} \neq \underbrace{A = \{\}}_{\{\}}$$

$$A \cap \emptyset = ? = \emptyset$$

$\sqcup - \quad ? - A$



$$A \cap \emptyset = ? : \emptyset$$
$$A \cup \emptyset = ? : A$$

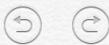
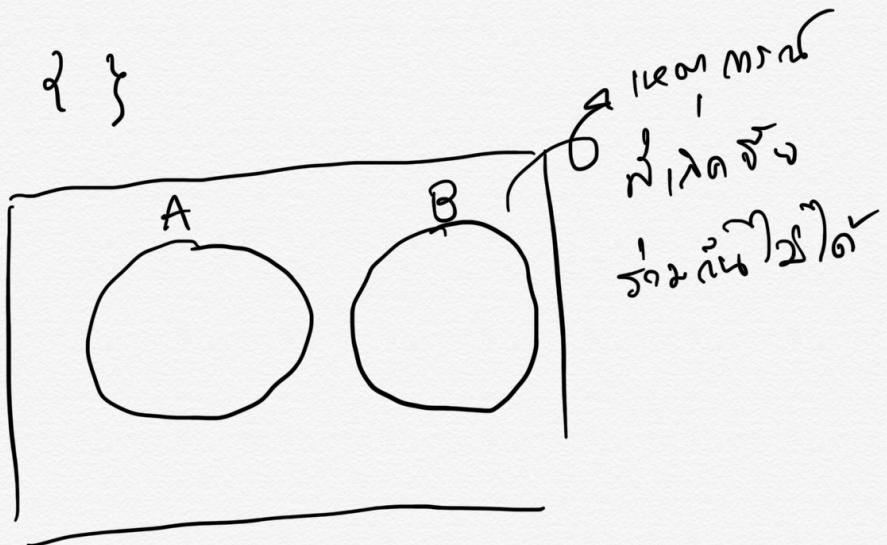
Ex

$$A = \{ 8.5, 9.0, 9.5, 10, 13.50 \}$$

$$B = \{ 16.0, 20.5, 21.0, 25.0 \}$$

$$A \cup B = \{ 8.5, 9.0, 9.5, \dots, 25.0 \}$$

$$A \cap B = ? \}$$



เบ็ดเตล็ดการนับ (Principle of counting)

↳ ห้ามมิให้มีการนับล้ำบันทึก ไม่ต้องซ้ำ
ในการนับครั้งใด ครั้งเดียว.

- ① กฎการคูณ (Product rule)
- ② กฎการบวก (Sum rule)
- ③ การจัดเรียง (Permutation)
- ④ การจัด伍าด (Combination)

กฎการคูณ (Product rule)

↳ ฟังก์ชัน 1 ฟังก์ชัน กับฟังก์ชันอีก 1 ฟังก์ชัน
ก็จะมีการคูณฟังก์ชันนั้นๆ ที่มีกันได้ คือ $f \circ g$

< โน๊ต

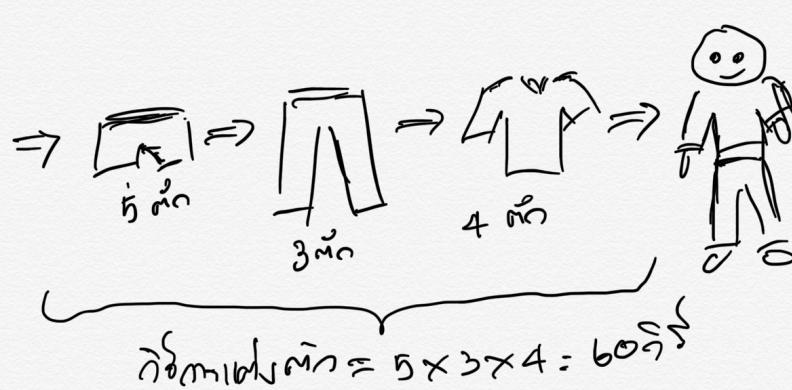


กฎการคูณ (Product rule)

→ ถ้างาน 1 ชิ้น ทำงานนี้เสร็จในวันเดียว จึงนิยาม
กิจกรรมทำงาน ซึ่งนั่นคือสิ่งที่มีต่อไปนี้
อย่างไม่ต่อเนื่อง

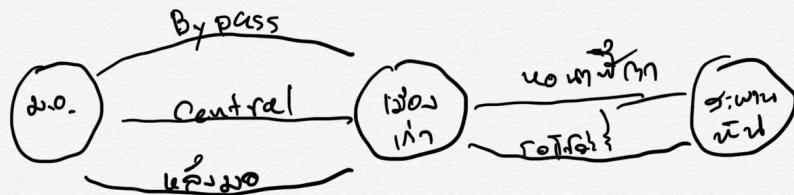
(Ex)

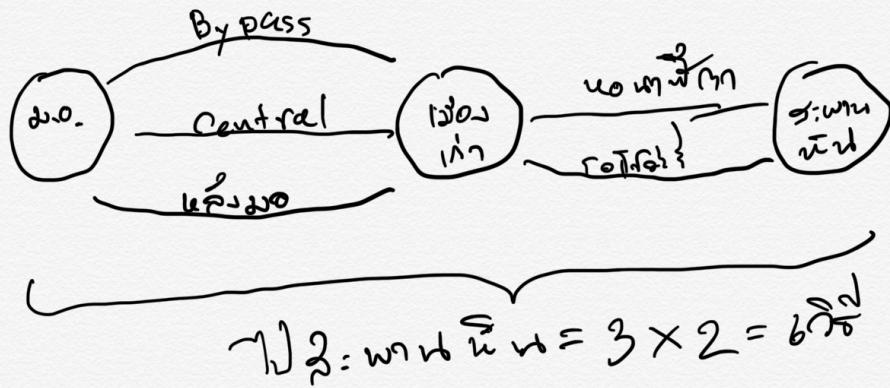
กิจกรรม



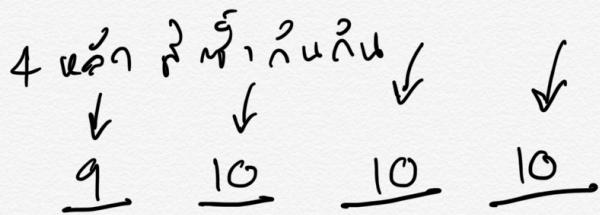
(Ex)

จักรยาน





(Ex) ชั้น 0 - 9 ต่อไปนี้เรียกว่าต่อไปนี้



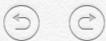
ดังนี้ 4 ตัว $= 9 \times 10 \times 10 \times 10$
 $= 9000$

(Ex) 7 = 1 วิวัฒนา

① ร่องวิวัฒนา $= 4$ (ชุด, ชุด, ชุด, ชุด)

② 7' = 4 (ตาก, เล็บ, ตาก, ตาก)

③ 7'' = 4 (ขา, ขา, ขา, ขา)



E+

1 = 1 w 1

$$\textcircled{1} \quad \text{พื้นที่ } \triangle ABC = 4 \left(\text{พื้นที่ } \triangle ABD, \text{พื้นที่ } \triangle BDC \right)$$

$$\textcircled{6} \quad \gamma_1 = 4 \quad (30, 150, 75, 30)$$

$$\textcircled{1} \quad \text{dim} = 5 \quad (S, M, L, xL, x \times L)$$

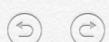
$$\text{ก้อนน้ำ: } 1\text{ วง }\Rightarrow 4 \times 4 \times 4 \times 5 \\ = 320 \text{ ก้อน}$$

סכום (Sum rule)

గාගායු යුත්තේ මෙහෙයුම් නිස්සාර්ග සංගාරු නිස්සාර්ග සංගාරු නිස්සාර්ග සංගාරු

କରନ୍ତୁ କିମ୍ବା ପ୍ରେସ୍

1. \tilde{a}_n (1)

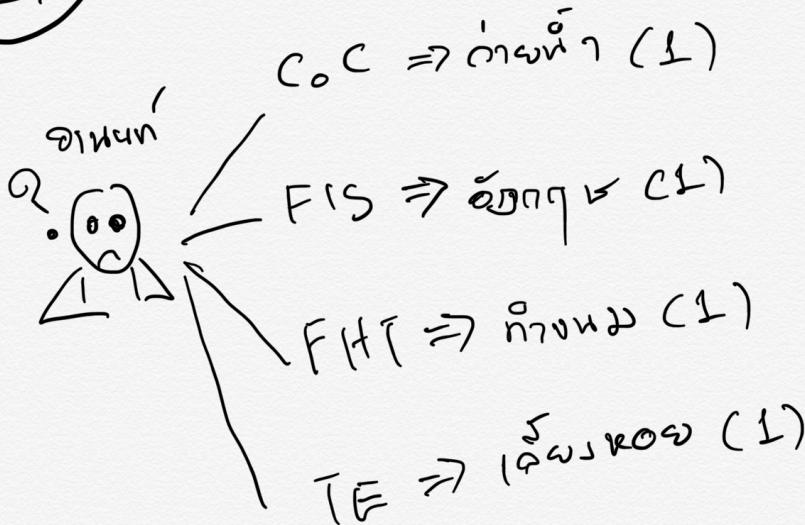


กฎการบบก (Sum rule)

↳ งาน 1 ชิ้น ที่มีผลลัพธ์ทางเดียว
ก็ต้องมีงานซึ่งเป็นไปได้ทั้งหมด 1 ชิ้น
ทางเดียวที่จะบบก บนฐานของกัน.

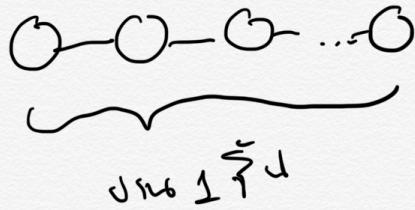
Ex

การลุก: เป็น

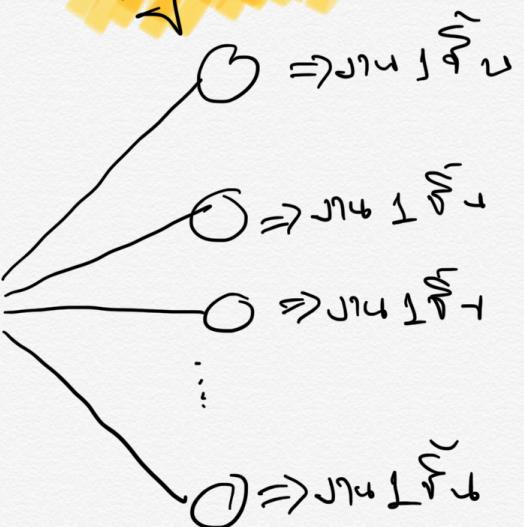


\therefore ก็ต้องมีงาน 1 ชิ้น ที่มีผลลัพธ์
 อย่างเดียว ที่มีก็ต้อง $1+L+L+1=4$ ชิ้น

ແນວດີ



ແນວດີ



Factorial (!)

$$- 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$- 10! = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 3,628,800$$

$$- 0! = 1 \quad \rightarrow \quad \text{ຈົນຕີ່} \quad \text{ໜີ້}$$

$$- \frac{3! \times 4!}{5!} = 2.976 \times 10^{-5} \quad \text{ເກົ່ານວ່າ}$$

Factorial (!)

$$- 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$- 10! = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 3,682,800$$

$$- 0! = 1 \quad \rightarrow \text{จำนวน 0!} \quad (0)$$

$$- \frac{3! \times 4!}{5! \times 8!} = 2.976 \times 10^{-5} \quad \{ \text{จำนวน 0!} \}$$

$$- \frac{n!}{(n-3)!} = \frac{n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3)!}{(n-3)!}$$
$$= n \times (n-1) \times (n-2)$$

การจัดรูป (Permutation)

การตัดสินใจ (Permutation)

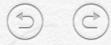
↳ ដំឡើងទំនាក់ទំនាក់រាងការ
តិចចាំបាច់

1	5	10	6 រូបរាង
1	10	5	
5	1	10	
5	10	1	
10	1	5	
10	5	1	

$$\left\{ \text{រាយការណ៍} \right\} = {}^n P_k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

n = រាយការណ៍ទំនាក់ទំនាក់ទំនាក់

k = រាយការណ៍ទំនាក់ទំនាក់ទំនាក់ទំនាក់



(Ex) ເຊິ່ງ ຈົນ, ຖົນ, ໂດນ

$${}^n P_k = {}^3 P_3 = \frac{3!}{(3-3)!} = \frac{3!}{0!} = 6$$

(Ex) ດັນ 10 ຄົນ ໄກສອນ ຊົມ ປົມ
 ຊົກສິ້ນ ປົກ-ຈານ, ລົງປະຈຳກັບ, ໄກນ

$${}^n P_k = {}^{10} P_3 = \frac{10!}{(10-3)!} = 720$$

(Ex) ພັດທະນາ 5 ມົດ 1, 3, 6, 8, 9
 ດະວິດວິດ 3 ພັດທະນາ ທີ່ມີຄວາມ ດີວິການ

ມີແລກຕົວ? ↴ ↴ ↴

$$\frac{3}{ } \quad \frac{4}{ } \quad \frac{5}{ } \quad \frac{5!}{(5-1)!}$$

$$\frac{{}^3 P_1}{ } \quad \frac{{}^4 P_1}{ } \quad \frac{{}^5 P_1}{ } \quad \frac{5!}{5!} = \frac{5 \times 4!}{ }$$

หน้า ๑๘



Ex ដំណឹង 5 នៅ 1, 3, 6, 8, 9
ទៅស្ថិត នៅលើលេខ 3 នៅលើលេខ 1, 3, 6, 8, 9
តើ តើ តើ ?

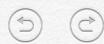
$$\begin{array}{cccc}
 3 & 4 & \textcircled{5} & 5! \\
 \hline
 3 & 4 & \textcircled{5} & (5-1)! \\
 P_1 & P_1 & P_1 & \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\text{କିମିରେ ୩ \times 4 \times 5 = 60 \text{ ମିନୁଟ୍}.$$

ପ୍ରତ୍ୟେକିକାମ୍ଭୁତ୍ୟ

$$\frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdots n_k!}$$

1 u { s v 2 v i n 3 1 u { s 4 v 2



< ໂັດ



$$\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

ໃຫຍ່ ພາ 3 ເຄີງ

$$\frac{3!}{3!} = 1$$

~~EX~~

1 ພາ

5 ເຄີງ

20 ພາ

2⁹ ຢ

5 ພາ

10 ເຄີງ

50 ພາ

5⁹ ຢ

10 ພາ

7 ເຄີງ

100 ພາ

6⁹ ຢ

ໃຫຍ່ ດີດັບ ຖ້າ ກົດໜີ ?
 $35!$



< ໂັດ



Ex

1 ພາກ

5 ໂັດ

20 ພາກ 290

5 ພາກ

10 ໂັດ

50 ພາກ 590

10 ພາກ

7 ໂັດ

100 ພາກ 690

ໃຫຍ່ ດີ່ ດົບ ຖ້າ ດີ່ ດົບ ?
35 !

$$= \frac{35!}{5! \times 10! \times 7! \times 2! \times 5! \times 6!}$$

$$= 2.72 \times 10^{22} \text{ ດີ່}$$

Ex

PROBABILITÝ

ໃຫຍ່ ນິຍົມ ແລ້ວ ຕ່າງໆ (ມີສະໄໝ ດາວໂຫຼນ)

ມີໃດ ສະກິນ ?

111

()

B = 2

()

+

A

< โน๊ต



Ex

PROBABILITÉ

ชุดนี้ 1 แบบ (มีสูงที่สุด)

มีกี่ แบบ ?

!!

 $B=2$

$$= 2 \times \frac{2!}{1!1!} = 2 \times 2 = 4$$

 $I=2$

$$= 9,979,200 \text{ วิธี.}$$

กู การจัด伍ชู (Combination)

→ ลับกันไปกลับมา บางส่วนมาก

① ②



< ໂັດ



ໄຟ ການຈົດໜູ້ (Combination)

↳ ຜັດກັບປ່ຽນມາ ບາງສົ່ວນໜູ້

ກົງແນດ ມາຈົດ ກົງໆ ໂດຍ

ເປົ້າຂັ້ນ ເຈົ້າຕົບ.

$$nC_k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

n = ສັບຂອງກົງແນດ

k = ສັບທີ່ເກີດມາຈົດ ປົກມ

Ex) ນີ້ມະ 10 ດາວ ເຫັນຕາມເຈົ້າ

ມາ 3 ດາວ ດະ ພົດຮ່ວມຈົດກົງໆ ມາ

ເປົ້າດ ກົດຮ່ວມ?

10!

① ②



ମାତ୍ରମାତ୍ର କିମ୍ବା କିମ୍ବା କିମ୍ବା ? । । ।

$$n_{Ck} = \frac{10}{C_3} = \frac{1}{3!(10-3)!}$$

$$= \frac{10!}{3! 7!}$$

$$= 120 \text{ °} \text{S}$$

Ex 2) 9. 12 04 } 20 04.

NO. 884

ମାର୍ଗଦାରୀ କରି ତାଙ୍କୁ କିମ୍ବା ଦୁଇ

၁၅၂. ၃၈၆ ရုပ်ပန်းနှင့်

What is the value of $\frac{1}{2} \sin^2 \theta + \frac{1}{2} \cos^2 \theta$?

12! . . . or

+

1

เน็ต



(Ex) 2) 9. 12 PM } 20 PM.
8 PM

ପରିବାରରେ କିମ୍ବା କିମ୍ବା କିମ୍ବା କିମ୍ବା କିମ୍ବା କିମ୍ବା

① 1200 ช. ${}^{12}C_2 = \frac{12!}{2! \cdot 10!} = 66$ ช.

② 1800 ช. ${}^8C_3 = \frac{8!}{3! \cdot 5!} = 56$ ช.

Ex Window 4 nub

၈၁။ နိဂုံးတို့မှာ ဂုဏ်ဆုံး ပုံပောများနဲ့ပ

ଓঁ পুরুষ কুমুর পুরুষ পুরুষ পুরুষ পুরুষ পুরুষ

~ 27, 7 1001 011



ເນື້ອ



Ex) ປົມອົງ 4 ດຸ

ຈະ ປົມກຳທີ່ແມ່ນດັກດີ້ ອັນຕອງຮັບພາກສັນ

ອັນຕອງຈະ 2 ດຸ ຖໍ່ຈະ ລັບຈົກສົງລົງ.

ໜັງໝັ້ນ 1) ໂພດ 1 ດຸ

$${}^4C_1 = 4 \text{ ດີ້}$$

ໜັງໝັ້ນ 2) ໂພດ 2 ດຸ

$${}^4C_2 = 6 \text{ ດີ້}$$

ໜັງໝັ້ນ 3) ໂພດ 3 ດຸ

$${}^4C_3 = 4 \text{ ດີ້}$$

ໜັງໝັ້ນ 4) ໂພດ 4 ດຸ



4 = 16



< ໂັດ



ໜັງນຳ 4) ເພື່ອນ 4 ການ 

$$4^4 = 16$$

ກົດໜັງນຳ $4+6+4+1 = 15$ ປີ.

(Ex)

ໜັງນຳ			
1)		(4)	ມີກິດຕົກ 4 ອົບ
2)		(4)	ມີກິດຕົກ 4 ອົບ
3)		(4)	ຕົກຕົກທຸກອົບ
4)		(2)	ມີກິດຕົກ 2 ອົບ
5)		(2)	ມີກິດຕົກ 2 ອົບ
6)		(2)	ມີກິດຕົກ 2 ອົບ
7)	(5)	

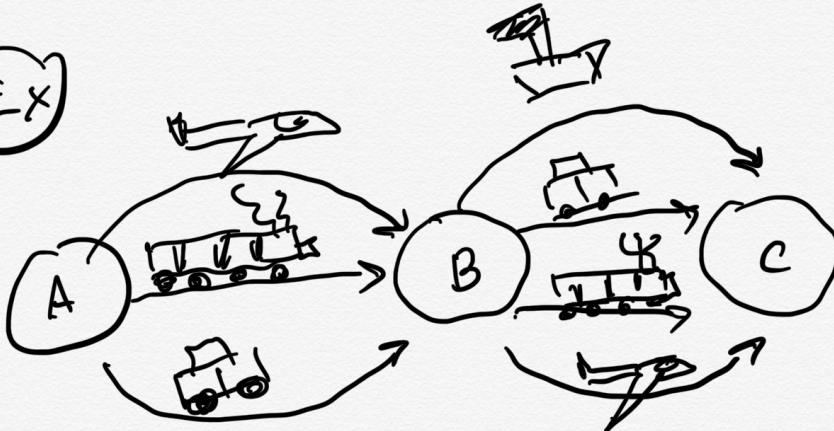


< โน๊ต



$$\text{จำนวนที่นั่ง } = 4 \times 4 \times 4 \times 2 \times 2 = 512 \text{ ที่นั่ง.}$$

(Ex)

1) จำนวนวิธีทาง $A \rightarrow C$ มีกี่วิธี?

$$\text{จำนวนที่นั่ง } = 3 \times 4 = 12 \text{ วิธี}$$

2) จำนวนวิธีทางจาก $A \rightarrow C$ ที่ไม่ผ่านทาง
ผ่านทางเดียวกัน 2 ครั้ง

$$\begin{aligned} \text{จำนวนที่ } 1) \quad A \rightarrow B \quad \text{จำนวน } & 1 \text{ วิธี} \\ B \rightarrow C \quad \text{จำนวน } & 3 \text{ วิธี} \end{aligned}$$



จำนวน

$$1 \times 3 = 3$$



เน็ต



2) ດັ່ງນັ້ນເຕີມກາງຈາກ $A \rightarrow C$ ຖອນ ດຳເນີນຕົວ
ມີ MC ເຕີມກາງ ສົດຍັງກົງວິວ ຂະ ລົງ

मूलोन्तर) $A \rightarrow B$ ग्रन्थ उच्च
 $B \rightarrow C$ ग्रन्थ नीच

$$\frac{1}{3} \times 3 = 3 \text{ අවස්ථා}$$

$$\text{ການເສື້ອງສ) } \quad A \rightarrow B \quad \text{ອົບດົມ} = 2 \text{ ດີກ} \\ B \rightarrow C \quad \text{ອົບດົມ} = 1 \text{ ດີກ}$$

$$\text{ດីវីក់} \times \text{អក} \quad 2 \times 1 = 2 \text{ ស៊ី}$$

$$A \rightarrow B \quad \text{Total } \{ \text{ } \} \text{ with } 1 \text{ } \{ \text{ } \} = 3 + 2 = 5 \text{ } \{ \text{ } \}.$$

ຄຣາມນິ່ງຈະເປັນ : ໂຄກໃກ້...

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅՈՒՆ



< ໂັດ



ຄວາມນໍາລະກົມ : ໂອກຊີ່ງ...

ເກມມີນ
(Event).



A: ວິນ

ອານຸມ
ກ
(0,0)



$$D(A) = 0.2$$

A: ວິນ



$$P(A) = 0.9$$



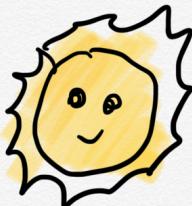
หน้า



Α: ωμην



$$P(A) = 0.2$$



Α : ωυμη



$$P(A) = 0.9$$

$$P(A) = [0, 1]$$

$$p(A) = \frac{\text{Sample point}}{\text{Sample space}}$$

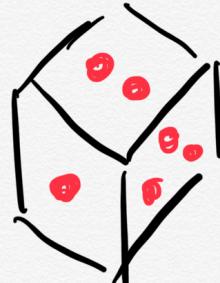
< โน๊ต



$$P(A) = \frac{\text{Sample point}}{\text{Sample space}}$$

Sample point = ធុរាងនៃចំណាំស្ថាបិទ
Sample space = កម្រិតនៃការបញ្ជាក់ស្ថាបិទ

Ex



A = សំណើអំពី 6

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

Ex



A = សំណើរឹង

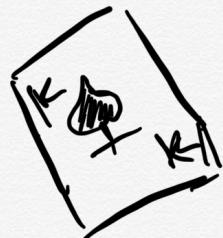
$$P(A) = \frac{1}{2}$$



< โน๊ต



Ex

 $A = \text{King ขึ้น}$

$$P(A) = \frac{1}{52}$$

Ex

 $A: \text{หัว หาง 2 หัว } \perp$

$$P(A) = \frac{3}{8} \quad \{ (T, T, H), (H, T, T), (T, H, T) \}$$

Ex

 จดหมาย บุ๊กเลตต์

เดือน	ธันวาคม		ธันวาคม	
ธันวาคม	✓	✓	✓	✓
ธันวาคม	✓	✓	✓	✓



L30



< โน๊ต



Ex សំណើន៍ ឲ្យបិទមេរ

ទំនួរ	សំណើន៍ក្នុង		សំណើន៍រក្សាស្តី	
	ស	សរ	រក្សា	សរ
< 30	1	0	5	3
30 - 50	7	3	17	9
> 50	9	2	12	10

ទូទាត់សារណ៍សំណើន៍

- ឲ្យបិទមេរនៃទំនួរ 30 - 50] $P(A) = \frac{36}{78}$
- ឲ្យបិទមេរស្ថិតនៃទំនួរ 30 - 50] $P(A) = \frac{17}{78}$
- ឲ្យបិទមេរនៃទំនួរ 30 - 50] $P(A) = \frac{22}{78}$

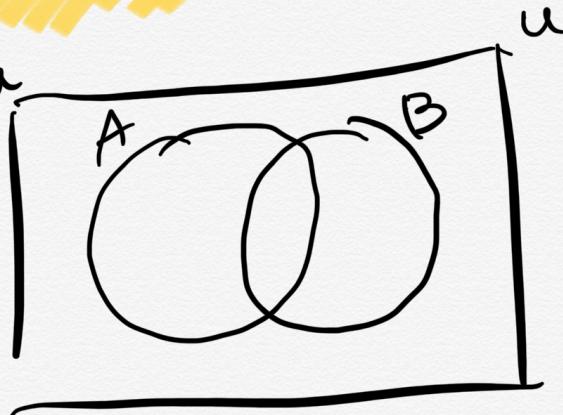


< โน๊ต



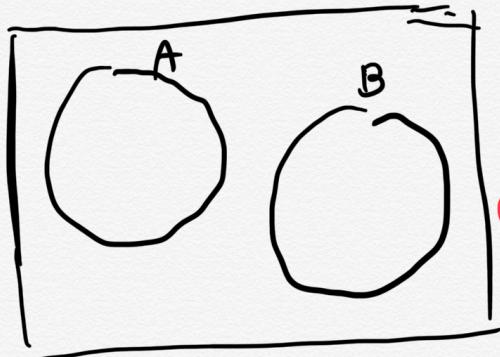
$$\frac{1}{2} \text{ ตัวมุน่าด = } 12.16$$

1) $A, B \subset U$



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

2) $\bar{A} \cap B$ ມີນາຫຼາມດ້າງນີ້ ບໍ່ໄດ້
ຈຳນວດອະນຸຍາກ (P is join +)



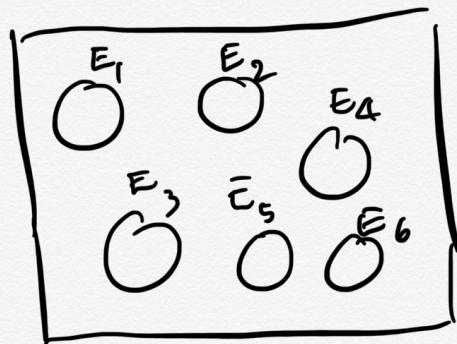
$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

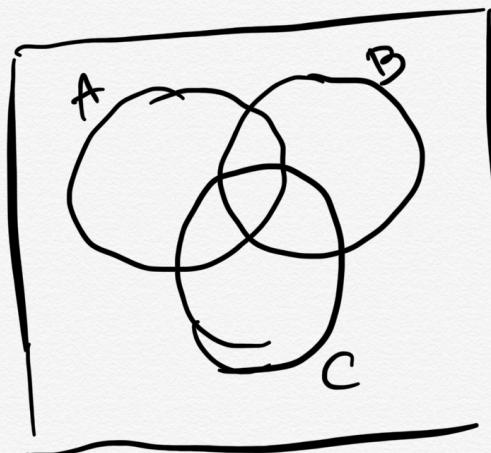
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



< ໄຟຟ



$$P(E_1 \cup E_2 \cup E_3 \cup E_4 \cup E_5 \cup E_6) = P(E_1) + P(E_2) + \dots + P(E_6)$$

3) A, B, C ຖະນາ

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) &= P(A) + P(B) + P(C) \\ &\quad - P(A \cap B) - P(A \cap C) \\ &\quad - P(B \cap C) \\ &\quad + P(A \cap B \cap C) \end{aligned}$$

4)



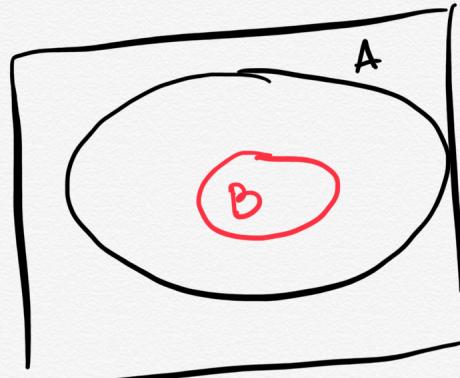
$$B \subseteq A$$



< ໂັດ



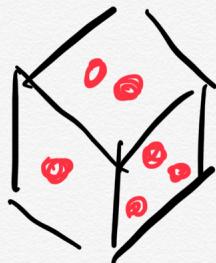
4)



$$B \subseteq A$$

$$P(B) \leq P(A)$$

EX



$$A: \text{ໜົມ 1 ລົງ } \quad \{1, 3, 5\} \quad P(A) = \frac{3}{6}$$

$$B: \text{ໜົມນົດກາ 4 } \quad \{1, 2, 3\} \quad P(B) = \frac{3}{6}$$

$$C: \text{ໜົມ 3 ລົງ } \quad \{3, 4\} \quad P(C) = \frac{2}{6}$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$$



< โน๊ต



$$A: \text{ลูกเต๋า } \rightarrow \{1, 3, 5\} \quad P(A) = \frac{3}{6}$$

$$B: \text{ลูกเต๋า } \rightarrow \{1, 2, 3\} \quad P(B) = \frac{3}{6}$$

$$C: \text{ลูกเต๋า } \rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4\} \quad P(C) = \frac{2}{6}$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{6} \quad P(A \cap C) = \frac{1}{6} \quad P(B \cap C) = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cup B \cup C) = \frac{3}{6} + \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{2}{6} - \frac{1}{6} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$$

< ໂັດ



$$= \frac{5}{6}$$

Ex) A: ລອບພ່ານ ສົດຕະກຳ = $\frac{2}{3} \Rightarrow P(A) = \frac{2}{3}$

B: ລອບພ່ານ ດາວ = $\frac{5}{9} \Rightarrow P(B) = \frac{5}{9}$

A \cup B ລອບພ່ານ ອຳການສອນ 1 ທີ່ຖີ່ = $\frac{4}{5} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{4}{5}$

A \cap B ລອບພ່ານ 2 ທີ່ຖີ່ = ?

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underline{P(A \cap B)}$$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{5}{9} - \frac{4}{5}$$



< ໂັດ



$$= 0.42$$

ເນັດກາຮນ ກໍານົດເປັນ ຖົງ (Conditional)

- ເນັດກາຮນ ກໍານົດ \perp (ກົດຕົວ) ພົມວິຫານ
- ເນັດກາຮນ \perp_2 (ກົດຫົວ)

ກົດຕົວ (B)	ກົດຫົວ (A)
ຜົນສົດ	ພົມວິຫານ
ກົດຫົວ	ນອນແກ້ປິນ
ກົດຕົວປາ	ກົມວິຫານ
ກົດຫົວປາ	ຂອງພົມວິຫານ

$$P(A|B)$$



< ໂັດ



$$P(A|B)$$

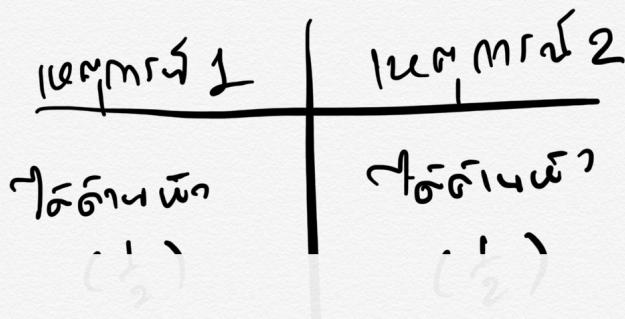
ເກີດຕົວ

ກົດຕົວ

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

ເມນມຣນກໍ່ມີນອົບຮະກົມ (Independent)

ມີມີມຣນກໍ່ມີນອົບຮະກົມ (2)

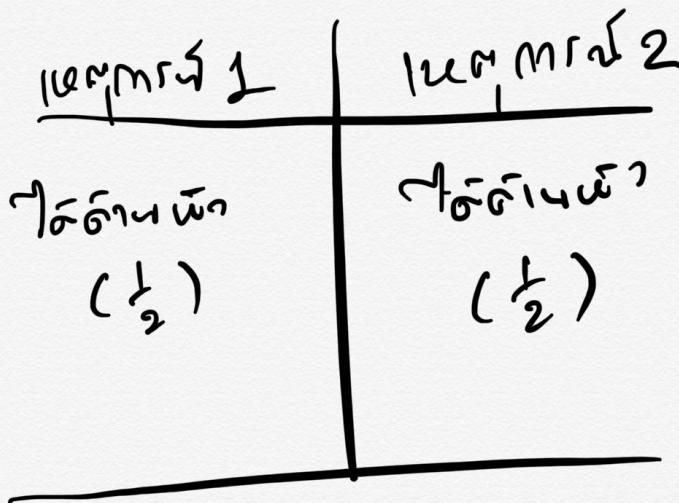


< ໂິນຕ



ເລັມຕອນທີ່ໄດ້ອົບປະກົດ (Independent)

ມະນຸຍາການທີ່) ປົກສອງຕົວເນັດຖາ (ນີ້)



$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(A|B) = P(A)$$

< โน๊ต



Ex

You 1 41% $P(B) = 0.41$

You 2 28% $P(A) = 0.28$

You 3 นี่ 0.6 = 0.6 $P(A \cup B)$

ก้าว 1 คน ไป ท่องเที่ยวน้ำตก 60% = 0.6

ก้าว 2 ไป ท่องเที่ยวน้ำตก 60% = 0.6

ก้าว 3 ไป ท่องเที่ยวน้ำตก 60% = 0.6

?
~~($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$)~~



B : ร้อนฟื้นฟู

A : ร้อนตะกัน.

๑-๑๐๑๒๗



ໃນຕ



$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

↓
ກວມມືອງ

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\therefore P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A) + P(B) - P(A \cup B)}{P(B)}$$

$$= \frac{0.28 + 0.41 - 0.6}{0.41}$$

$$= 0.22$$



50 ວິທີ



< ໂັດ



(Ex)

50 ຄ�数

 $A: \{ \text{Cola}, \text{sprite}, \text{Green} \}$
 $B: \{ \text{sprite}, \text{7up}, \text{Green}, \text{est}, \text{Mirinda} \}$
 $B': \{ \text{pepsi}, \text{cola} \}$

$$P(A) = \frac{24}{50}$$

$$P(B) = \frac{16}{50}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{24}{50} + \frac{16}{50} - \frac{8}{50}$$

$$= \frac{32}{50}$$

$$P(A \cap B') = \frac{16}{50}$$



< ໂັດ



$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{8}{50}}{\frac{16}{50}}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$A \parallel_B B$ ລັດສະກຸນແລ້ວ? ໂວດວ່າ?

ມີມານີ້ ຂະໜາມ ລັດສະກຸນ

$$\rightarrow P(A|B) = P(A)$$

$$0.5 \sim \left(\frac{1}{2}\right) \neq \left(\frac{24}{50}\right) \sim 0.4$$

$\therefore A \parallel_B B$ ລັດສະກຸນ.



< โน๊ต



A և B ինքնաշխատ չեն? Խուսափե՞ն?

Խուսափե՞ն չեն ուստի ինքնաշխատ չեն

$$\rightarrow P(A|B) = P(A)$$

$$0.5 \sim \left(\frac{1}{2}\right) \neq \left(\frac{24}{50}\right) \sim 0.4$$

∴ A և B չեն օբյեկտական.

$$\rightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$\frac{8}{50} \neq \frac{24}{50} \times \frac{16}{50}$$

$$0.16 \neq 0.15$$

~. < -- հա



< ໄນຕ



∴ $A \cap B$ ທີ່ ຈຸດຂະໜາດ ທີ່

A, B ເກົາໄສ ກ່າວສັບ ມັດວິດວິດ ?

ເຖິງມີນີ້ ເກົາໄສ ທີ່ ກ່າວສັບ ມັດວິດ

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cap B) = 0.16$$

∴ $A \cap B$ ເກົາໄສ ທີ່ ກ່າວສັບ ມັດວິດ

ນໍາຮອງໃຫ້ (Bayes's Law).

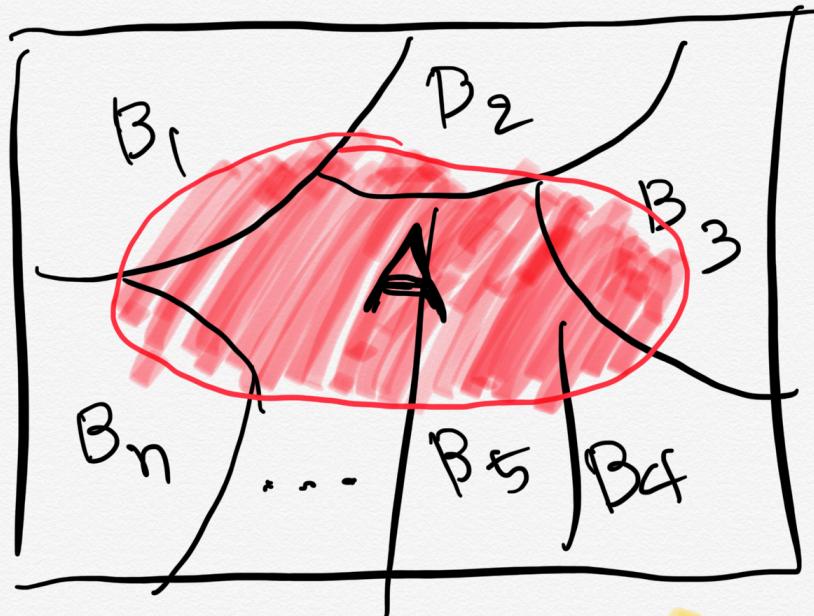
$\frac{P_1}{P_2}$



< ໂັດ



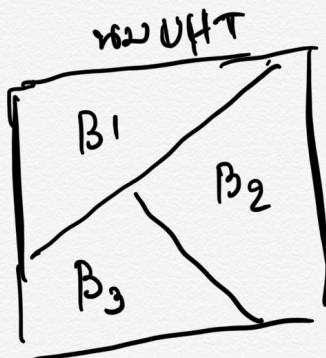
ນິຍົມ ລົງ (Bayes's Law).



$$P(B_i | A) = \frac{P(A | B_i) P(B_i)}{\sum P(A | B_i) P(B_i)}$$



< โน๊ต

ไปร่องจักร B_1 (B_1')ไปร่องจักร B_2 (B_2')ไปร่องจักร B_3 (B_3')

ไข่ค้าหี่่ว (A)

$$P(B_1) = 0.25$$

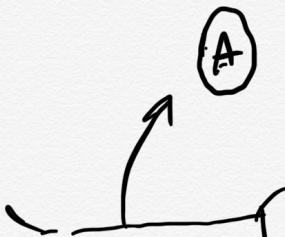
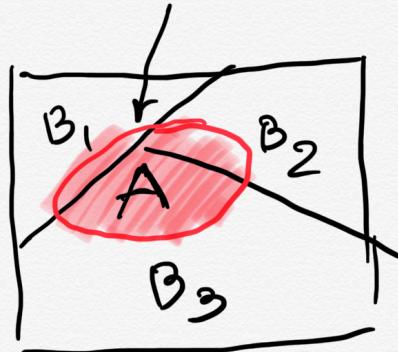
$$P(B_2) = 0.30$$

$$P(B_3) = 0.15$$

$$P(A | B_1) = 0.02$$

$$P(A | B_2) = 0.03$$

$$P(A | B_3) = 0.05$$



< ໄົດ



$$P(B_i|A) = \frac{P(A|B_i) P(B_i)}{\leq P(A|B_i) P(B_i)}$$

$$P(B_1|A) = \frac{P(A|B_1) P(B_1)}{P(A|B_1) P(B_1) + P(A|B_2) P(B_2) + P(A|B_3) P(B_3)}$$

$$P(B_2|A) = \frac{P(A|B_2) P(B_2)}{P(A|B_1) P(B_1) + P(A|B_2) P(B_2) + P(A|B_3) P(B_3)}$$

$$P(B_3|A) = \frac{P(A|B_3) P(B_3)}{P(A|B_1) P(B_1) + P(A|B_2) P(B_2) + P(A|B_3) P(B_3)}$$

< แนว



$$P(B_1|A) = \frac{0.02 \times 0.25}{(0.02 \times 0.25) + (0.03 \times 0.3) + (0.05 \times 0.15)}$$

$$= 0.23$$

$$P(B_2|A) = 0.42 \checkmark$$

$$P(B_3|A) = 0.35$$



