

# MODELAÇÃO DE SISTEMAS FÍSICOS

## EXAME – Parte Cálculo Computacional-Numérico

13 de Junho 2024, 9h00

Duração: 2 horas

Cotação: I – 2,5 valores; II – 2,5 valores; III – 2,5 valores; IV – 2,5 valores.

NOTE:

- i. Responda às perguntas com comentários no código, justificando-as.
- ii. No final do teste, coloque os ficheiros de código elaborado, e, se for o caso, figuras e ficheiros de output, num só arquivo .zip (ou equivalente), com o nome e número mecanográfico do aluno. Entregue o arquivo .zip de acordo com as instruções do docente presente.
- iii. Tem de usar o seu computador portátil. Pode (e deve) usar os seus programas, assim como outros programas que tenha obtido.
- iv. É um teste de consulta, mas não pode aceder à internet, nem para consultar documentação do python.

- 
- I - O período de oscilação de uma massa presa a uma mola foi medido para massas diferentes. Os valores medidos estão registados na tabela:

massa (kg)	0.05	0.2	0.35	0.5	0.7	0.85	1.0
período (s)	0.71	1.60	2.25	2.61	3.00	3.40	3.64

- (a) Trace o gráfico do período em função da massa, usando os dados da tabela, e faça um ajuste linear. Indique o coeficiente de determinação  $r^2$ . A analisar o gráfico, a relação entre o número e o tempo é linear? Justifique a sua resposta.
  - (b) Apresente o gráfico do logaritmo do número de bactérias em função do logaritmo do tempo. Encontre o declive, a ordenada na origem, os erros respetivos e o coeficiente de determinação  $r^2$ .
  - (c) Pelos resultados obtidos nas alíneas anteriores, que conclui acerca da relação entre a massa e o período? Faça um outro gráfico que mostre essa relação.
- II - Um volante de badminton é batido à altura de 2.5 m (a partir do chão), com velocidade 200 km/h e a fazer um ângulo de  $15^\circ$  com a horizontal (para cima). Considerando que a velocidade terminal é 6.80 m/s,
- (a) Faça o gráfico da trajetória (altura em função da distância percorrida na horizontal).
  - (b) Em ponto cai no chão e quanto demorou?

Note: Considere sempre o peso do volante e a força de resistência do ar.

- III - Um corpo de massa 0.2kg move-se num oscilador quártico. O oscilador tem a energia potencial

$$E_p = k(x - 1)^2(x + 1)$$

com  $k = 1J/m^3$ . Então exerce no corpo a força

$$F_x = -3kx^2 + 2kx + k.$$

- (a) Faça o diagrama de energia desta energia potencial entre  $x = -1m$  e  $x = 2m$ .
- (b) Calcule numericamente a lei do movimento, quando a posição inicial  $x = 1.5 m$  e a velocidade inicial  $0 m/s$ .
- (c) Faça um gráfico da energia cinética, a energia potencial e a energia total em função de posição, a partir dos dados obtidos na alínea (b).
- (d) Qual é a velocidade do corpo quando chega a  $x = 0.5 m$ ?

- IV - Um corpo de massa 2 kg move-se num oscilador harmónico forçado, em que a posição de equilíbrio é a origem do eixo OX,  $x_{eq} = 0 m$ . O oscilador tem a energia potencial  $E_p = \frac{1}{2}kx^2$  com  $k = 0.5 N/m$ , que resulta numa força aplicada de

$$F_x = -kx.$$

O meio exerce uma força de resistência  $F_{res} = -bv_x$  em que  $b = 0.2 kg/s$ .

- (a) Calcule numericamente a lei do movimento, no caso em que a velocidade inicial é nula e a posição inicial  $0.2m$ . Faça o gráfico da posição e da velocidade do corpo em função do tempo.
- (b) Considere que agora é aplicada uma força externa  $F_{ext.} = 5 \cos(\omega_f t) N$ . Calcule a amplitude da oscilação no regime estacionário quando  $\omega_f = 1.0 rad/s$ .
- (c) Agora a frequência da força externa é reduzida para  $\omega_f = 0.5 rad/s$ . Calcule a nova amplitude da oscilação no regime estacionário. Explique porque é que as amplitudes são tão diferentes.