

# Modelação de Sistemas Físicos

## 8ª aula Prática

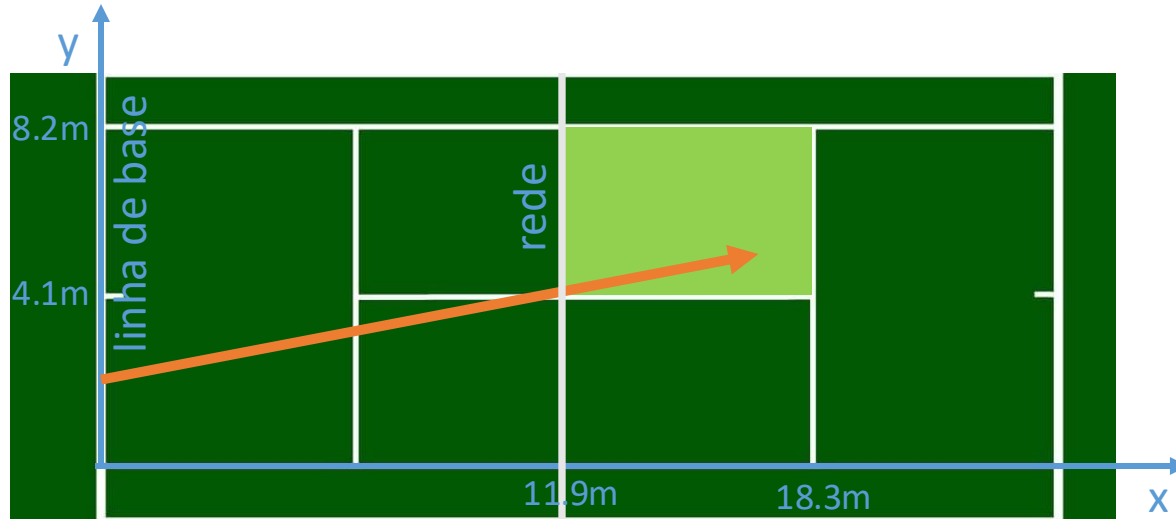
Sumário:

Realização e resolução de problemas sobre:

- Energia e movimento, integração numérica
- Potência e trabalho

## Exercício 1: Serviço de Tênis

Um jogador de tênis treina o serviço, sacando a bola da linha de base diagonalmente para a sua frente, como ilustrado no diagrama.



O jogador saca a bola do ponto  $(x, y, z) = (0, 2\text{m}, 3\text{m})$  com velocidade  $(v_x, v_y, v_z) = (160\text{km/h}, 20\text{km/h}, -20\text{km/h})$ .

1. Determine o movimento da bola usando o método de Euler a 3D. Considere a força de gravidade e a resistência do ar, com velocidade terminal  $v_T = 120\text{km/h}$ .
2. Faça um gráfico da trajetória da bola de tênis. Em que ponto a bola cai no solo?

### Pergunta 1:

A bola deve cair na zona indicada em verde clara no diagrama. Qual é a vantagem de sacar a bola de um ponto mais alto?

## Exercício 2: Integração numérica

Considere o movimento calculado no exercício anterior.

1. Calcule a energia mecânica de  $t_0 = 0$  até o momento em que a bola bate no solo ( $t_f \approx 0.4$  s). A massa da bola é 57 g.

2. Calcule o trabalho realizado pela força de resistência do ar até às posições nos três instantes  $t_0 = 0$ ,  $t_1 = 0.2$  s e  $t_2 = 0.4$  s.

$$W^{(res)} = \int_C \vec{F}_{res} \cdot \vec{v} dt = \int_{t_0}^{t_1} F_{res,x} v_x dt + \int_{t_0}^{t_1} F_{res,y} v_y dt + \int_{t_0}^{t_1} F_{res,z} v_z dt$$

Use a aproximação trapezoidal para calcular os integrais.

3. Calcule o trabalho realizado pela força de resistência do ar usando a conservação de energia

$$W^{(res)} = E_{c1} + E_{p1} - E_{c0} - E_{p0}$$



### Pergunta 2:

Quais são os possíveis fontes de erro na integração da alínea 2.?

Qual deles é provável ser maior?

### Exercício 3: Carro elétrico

Um carro elétrico de massa 2000kg sobe uma inclinação de  $5^\circ$ .

1. Determine a evolução temporal da posição e da velocidade do carro, se o carro produzir continuamente a potência 40kW, e partir de uma velocidade de 1m/s.

Alem d força gerada pelo carro, considere as forças de gravidade  $P_x = -mg \sin 5^\circ$ , resistência de rolamento  $F_{rol,x} = -\mu mg \cos 5^\circ$ , e resistência do ar  $F_{res,x} = -\frac{1}{2} C_{res} A \rho_{ar} |v_x| v_x$ .

Dados:  $\mu = 0.04$ ,  $C_{res} = 0.25$ ,  $A = 2\text{m}^2$ ,  $\rho_{ar} = 1.225 \text{ kg/m}^3$ .

2. Quanto tempo leva a percorrer 2km?
3. Calcule o trabalho feito pelo motor do carro durante este viagem.

Numa segunda fase, o carro agora desce a mesma inclinação, começando com velocidade 20m/s. Usando travagem regenerativa, o carro aplica continuamente uma potência -30kW.

4. Calcule o tempo para percorrer 2km, e o trabalho feito pelo motor na descida.
5. Se 50% do trabalho na descida é recuperado para carregar a bateria do carro, qual a diferença de energia na bateria no final, depois de ter feito a subida e a descida, comparado com no início? (Assume 100% eficiencia do motor na subida.)

