Departamento de Física
Universidade de Aveiro

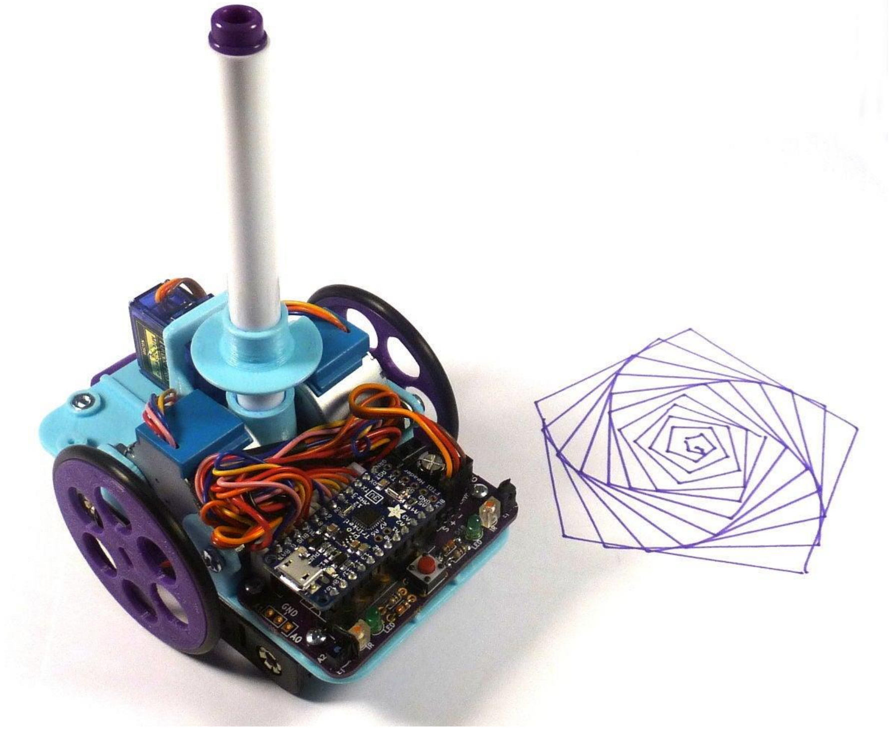
Modelação de Sistemas Físicos

5ª aula Prática

Sumário:

Realização e resolução de problemas sobre
- vetores
- movimento a 3D

Exercício 1: Vetores de um robô



Um simples robô pode deslocar-se no chão executando dois tipos de instruções. Pode rodar por um determinado ângulo, e pode avançar em linha reta uma determinada distância.

As instruções são dados ao robô na forma de tuples (ang,dist), que significa que o robô deve rodar por um ângulo ang (em graus) no sentido horário e depois avançar uma distância dist (metros).

O robô começa na origem, orientado ao longo do eixo x. É-lhe dada a seguinte sequência de instruções:

(45,3), (90,2), (45,3), (45,2), (90,3)

a) Calcule a posição do robô após cada passo. Faça um gráfico da trajetória do robô.

Use a função arrow() de matplotlib.pyplot para representar graficamente o vetor de cada passo no movimento.

Exemplo do uso de arrow():

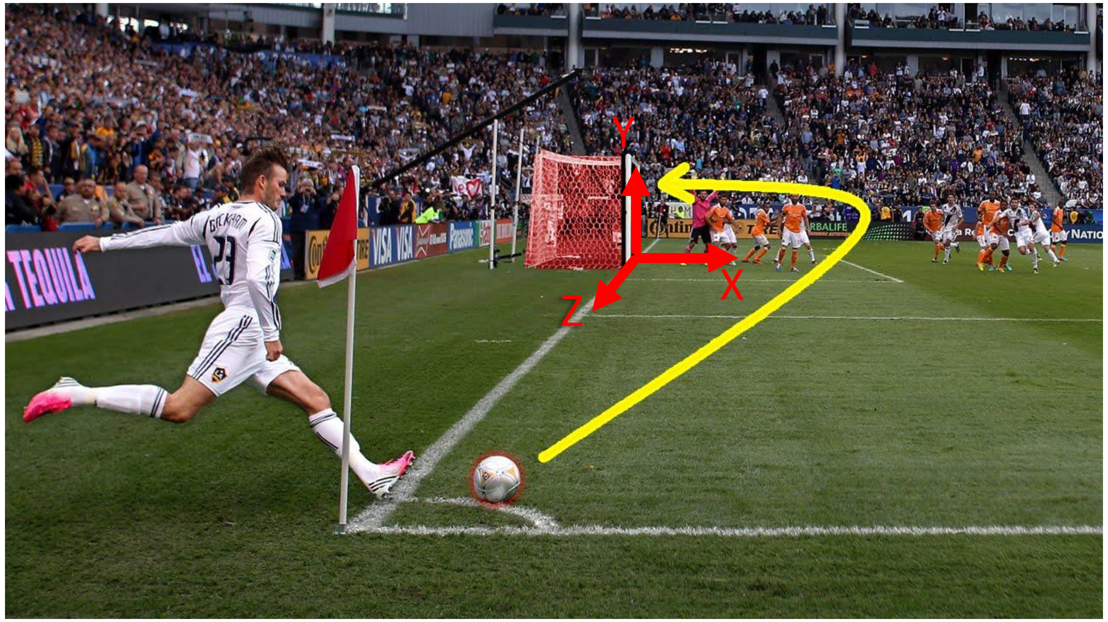
```
import matplotlib.pyplot as plt
plt.arrow(x0,y0,x,y,color='r',width=0.1,length_includes_head=True)
```

b) Quais são as coordenadas finais do robô?

c) Qual é a instrução necessária para fazer o robô retornar ao ponto inicial?

Pergunta 1:
Qual é a soma dos ângulos em que o robô rodou para regressar à origem? Em geral, que rotação seria necessária para que o robô voltasse a ter a sua orientação original?

Exercício 2: Bola de futebol com rotação (movimento a 3D)



Determinar se é golo ou não, a bola ser chutada do canto com rotação. Implementar o movimento da bola usando o método de Euler com 3 dimensões.

Considere as forças de gravidade, resistência do ar e a força de Magnus.

Dados:

$$\vec{r}_0 = (x_0, y_0, z_0) = (0, 0, 23.8m)$$
$$\vec{v}_0 = (v_{0x}, v_{0y}, v_{0z}) = (25, 5, -50)\ \text{m/s}$$

$$\vec{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z) = (0, 390\ \text{rad/s}, 0)$$
$$t_0 = 0\ s$$

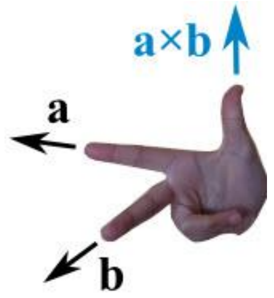
Massa da bola	$m = 0.45$ kg
Raio da bola:	$r = 11$ cm
Área transversal da bola:	$A = \pi\, r^2$
Densidade do ar:	$\rho_{ar} = 1.225\ \text{kg/m}^3$
Velocidade terminal:	$v_T = 100$ km/h

$$\vec{F}_{Magnus} = \frac{1}{2} A\, \rho_{ar}\, r\, \vec{\omega} \times \vec{v}$$

Pergunta 2:
A velocidade de rotação da bola deve ser aumentada ou diminuída para que a bola se aproxime mais do centro da baliza?

Cálculo da força de Magnus

$$\vec{F}_{Magnus} = \frac{1}{2} A\, \rho_{ar}\, r\, \vec{\omega} \times \vec{v}$$



$\vec{\omega} \times \vec{v}$ é perpendicular ao $\vec{\omega}$ e $\vec{v}$.

Neste caso, $\vec{\omega}$ só tem componente y entã $\vec{\omega} \times \vec{v}$ só tem componentes segundo OX e OZ.

$$\vec{\omega} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & \omega_y & 0 \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix} = \omega_y\, v_z \hat{\imath} - \omega_y\, v_x \hat{k}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{Magnus} = \frac{1}{2} A\, \rho_{ar}\, r \left(\omega_y v_z\, \hat{\imath} - \omega_y v_x \hat{k} \right)$$

Assim as projeções (componentes) da força de Magnus são:

$$\begin{cases} F_{Magnus,x} = \frac{1}{2} A\, \rho_{ar}\, r \omega_y v_z \\ F_{Magnus,y} = 0 \\ F_{Magnus,z} = -\frac{1}{2} A\, \rho_{ar}\, r \omega_y v_x \end{cases}$$