

Modelação de Sistemas Físicos

6ª aula Prática

Sumário:

Realização e resolução de problemas sobre:

- Movimento a 2D
- Método de Euler-Cromer



Exercício 1

Simule a órbita da Terra à volta do sol, usando o método de **Euler**, sabendo que a força de atração da Terra exercida pelo Sol é

$$\vec{F}_{grav} = -G \frac{m M}{|\vec{r}|^2} \hat{r}$$

em que $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$ e \vec{r} o vetor da posição da Terra relativamente ao Sol.

Como as quantidades envolvidas são enormes, trabalhe no sistema astronómico de unidades (veja a próxima página).

Considere a posição inicial da Terra (1,0) AU, e a velocidade inicial (0,2 π) AU/ano e o Sol como fixo na origem do sistema de eixos.

A órbita da Terra à volta do sol é fechada? Consegue obter elipses?

Pergunta 1:
Porque é que é razoável considerar o Sol como fixo na origem?

Sistema Astronómico de Unidades

<i>Grandeza</i>	<i>Unidade</i>	<i>Definição</i>	<i>Valor no SI</i>
Distância	AU	Distância média da Terra ao Sol	$1.498 \times 10^{11} m$ (~150 milhões de km)
Tempo	ano	Período da Terra em volta do Sol	$3.15 \times 10^7 s$
Massa	M	Massa do Sol	$1.989 \times 10^{30} kg$

Neste sistema, a constante de gravitação é $G = 6.67408 \times 10^{-11} \frac{m^3}{kg s^2} = 4\pi^2 \frac{AU^3}{M ano^2}$

a massa da Terra é $m = 5.9722 \times 10^{24} kg = 3.003 \times 10^{-6} M$

Condições iniciais neste sistema de unidades

$$\vec{r}_0 = (x_0, y_0) = (1, 0) \text{ AU}$$

$$\vec{v}_0 = (v_{0x}, v_{0y}) = (0, 2\pi) \text{ AU/ano}$$

.



Exercício 2

Implemente o método de **Euler-Cromer** para simular a órbita da Terra á volta do sol.

Este método a 1D integra as equações diferenciais

$$a_x(t) = \frac{dv_x}{dt} \quad \text{e} \quad v_x(t) = \frac{dx}{dt}$$

ao fazer as aproximações

$$\begin{aligned} v_x(t + \delta t) &= v_x(t) + a_x(t) \times \delta t \\ x(t + \delta t) &= x(t) + v_x(t + \delta t) \times \delta t \end{aligned}$$

Pergunta 2:

Se a posição inicial da planeta foi (0.5,0), a velocidade inicial deve ser maior ou menor, para conseguir uma órbita circular?

Consegue órbitas fechadas?

Experimente com diferentes magnitudes da velocidade inicial (entre π e 3π , aproximadamente).

As órbitas são elipses? Concordam com as leis de Kepler?

Exercício 3: Animação

Usando os resultados da simulação, cria uma animação do movimento da Terra à volta do sol durante um ano. Pode adaptar o seguinte código:

```
from matplotlib.animation import FuncAnimation

fig, ax = plt.subplots() #criar figura

terra = ax.plot(x[0],y[0],'o')[0] #terra, posição inicial
ax.set(xlim=[-2, 2], ylim=[-2, 2]) #fixar os limites dos eixos

def update(frame):
    # atualizar o plot da posição da Terra
    terra.set_xdata([x[frame]])
    terra.set_ydata([y[frame]])
    return terra

#criar a animação
ani = FuncAnimation(fig=fig, func=update, frames=100, interval=30)
```

- Para mostrar a figura, use `plt.show()`
- em **Jupyter**, use em vez `from IPython.display import HTML`
`HTML(ani.to_jshtml())`
- em **spyder** sera necessário modificar as configurações tal que a figura aparece numa janela separada:
Preferences > Console Ipython > Gráficos > Saída gráfica: Qt5 (em vez de “Em linha”).