

Modelação de Sistemas Físicos

10ª aula Prática

Sumário:

Realização e resolução de problemas sobre
Cap. 5: Osciladores, interpolação

Exercício 1: Movimento de um pêndulo simples

Uma massa suspensa por um fio de comprimento $L = 1$ m oscila à volta da sua posição de equilíbrio, expressa pelo ângulo $\theta = 0$ rad, de acordo com a equação diferencial

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \sin \theta$$

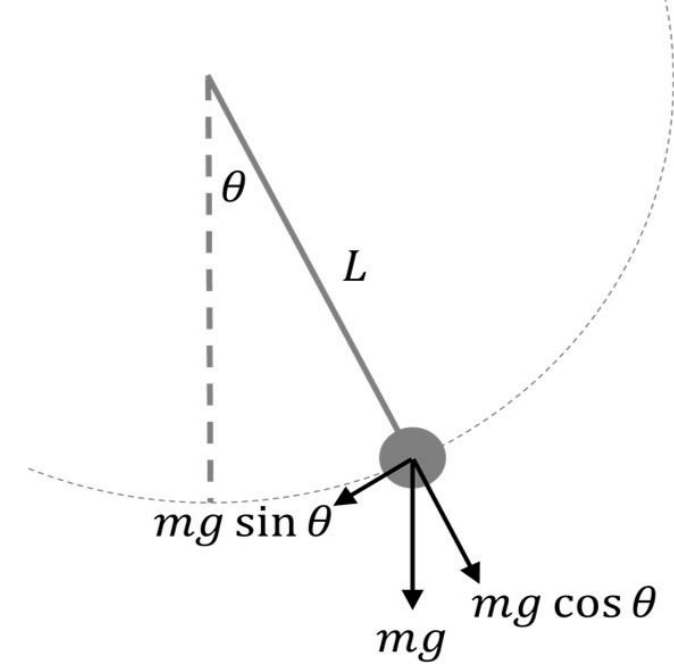
onde $g = 9.8\text{m/s}^2$ é a aceleração devido a gravidade.

- a) Simule o movimento do pêndulo usando o método de Euler-Cromer durante 10s. O pêndulo comece com ângulo $\theta = 0.1\text{rad}$ com velocidade nula.
- b) Para ângulos pequenos, a equação diferencial pode ser escrito $\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \theta$, cuja solução analítica é

$$\theta(t) = A \cos\left(\sqrt{\frac{g}{L}}t + \phi\right)$$

compare esta solução com a solução numérica obtido em alinea a), escolhendo valores adequados para A e ϕ .

- c) Repita a simulação e a comparação com a teoria com ângulos iniciais de 0.3rad e 0.5rad .



Pergunta 1:

Para qual intervalo de ângulos iniciais podemos confiar na aproximação teórica?

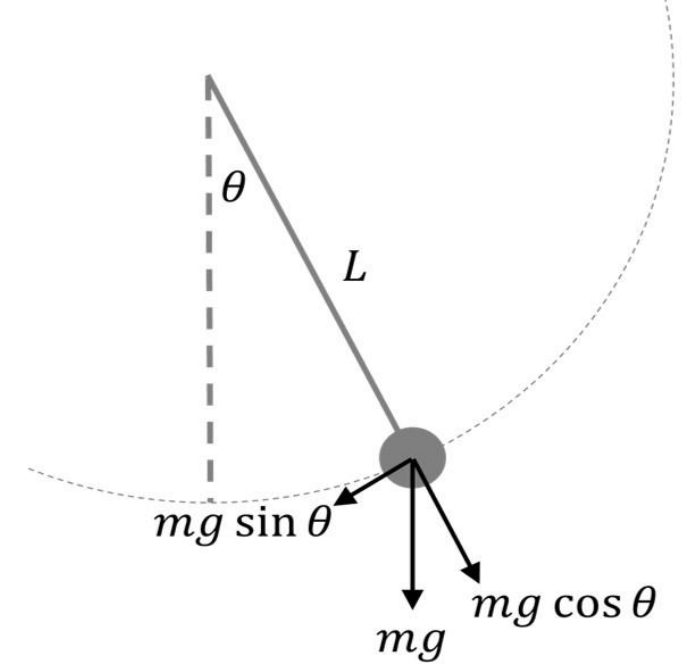
Exercício 2: Medição do período de oscilação

Use interpolação com polinómios de Lagrange para medir o período das oscilações nas simulações de Exercício 1. Compare os resultados com o valor teórico

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Para medir o período, será necessário encontrar dois máximos seguidas, e calcular a diferença em tempo entre os máximos.

Para encontrar cada máximo, encontre nos dados os três pontos mais pertos ao máximo, e usar a função `maxminv()` (disponível no e-learning no ficheiro `function_lagrange.py` na pasta *Programas Python*) para encontrar o máximo da parábola que interpola entre esses três pontos.

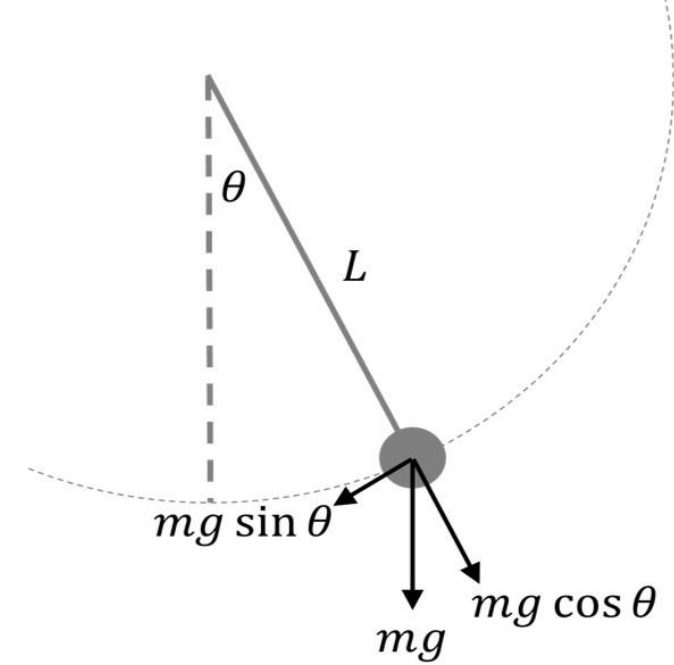


Exercício 3: Variação do período com comprimento do pêndulo

- a) Meça o período das oscilações nas simulações para diferentes valores do comprimento do pêndulo, L .

Use condições iniciais de ângulo $\theta = 0.1\text{rad}$ e velocidade nula.

- b) Faça um gráfico do logaritmo do período T em função do logaritmo do comprimento L .
- c) Faça um ajuste linear e adicione a reta do ajuste ao gráfico da alínea anterior. Encontre o declive e o seu erro.



Pergunta 2:

Qual é o declive do ajuste?
Explique o significado deste resultado.