

4장. 운동의 법칙

4.1 힘의 개념

4.2 뉴턴의 제 1법칙

4.3 질량

4.4 뉴턴의 제 2 법칙

4.5 중력과 무게

4.6 뉴턴의 제`3 법칙

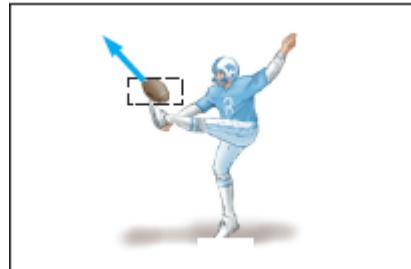
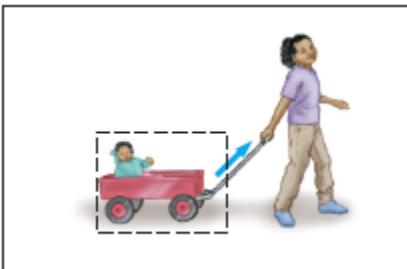
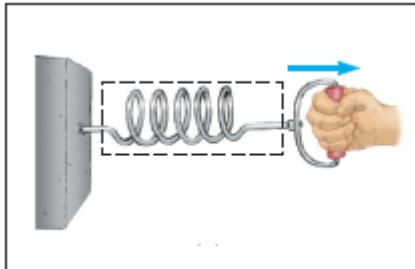
4.7 뉴턴의 제2법칙을 이용한 분석 모형



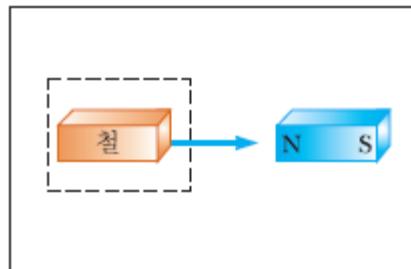
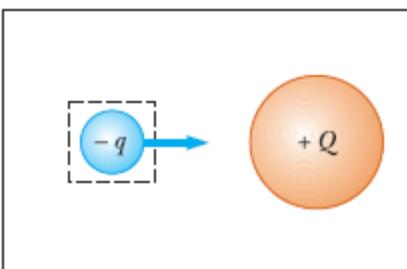
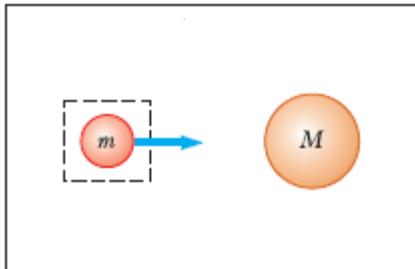
4.1 힘의 개념 The Concept of Force

힘(Force): 물체의 운동 상태를 변화시킬 수 있는 작용

접촉력

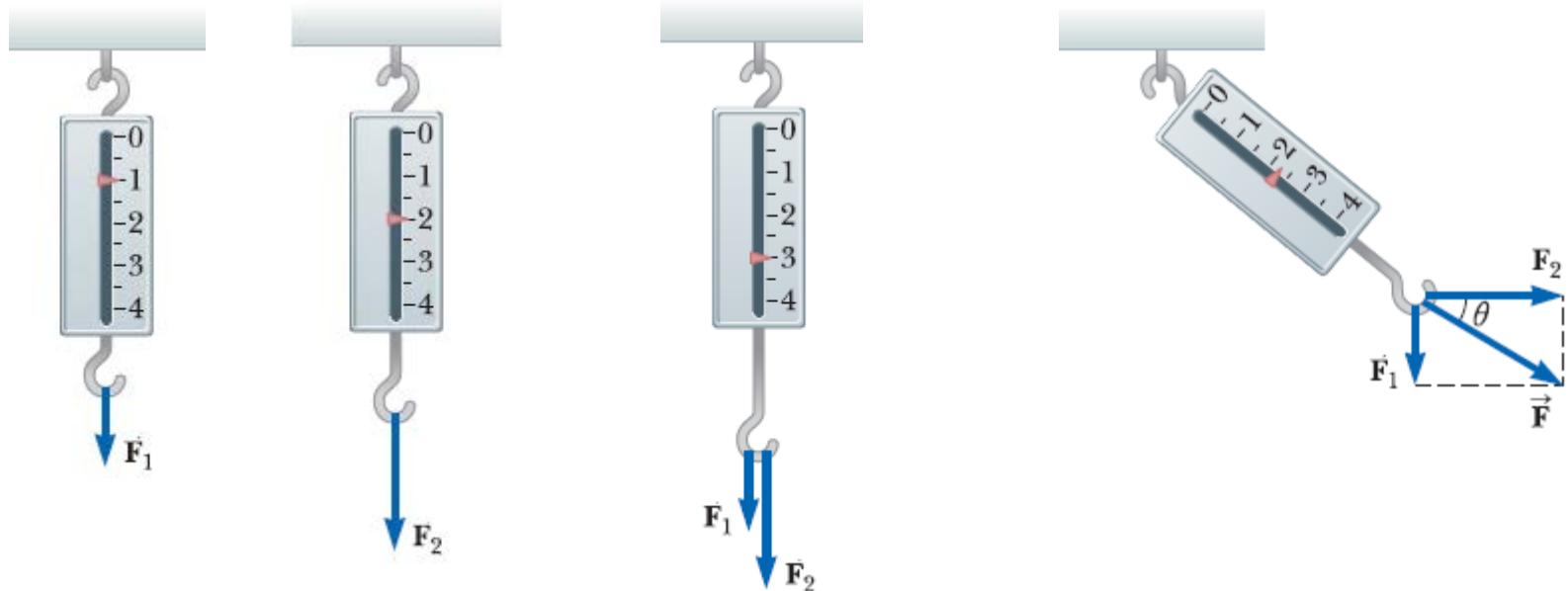


장힘(마당힘: field force)



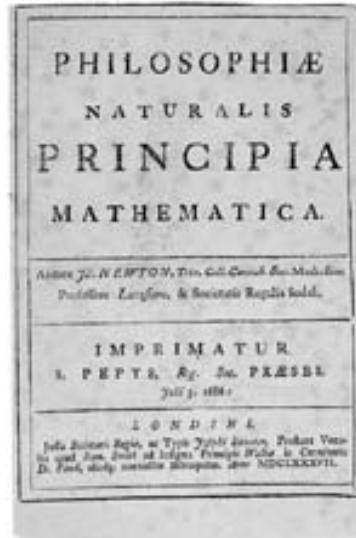
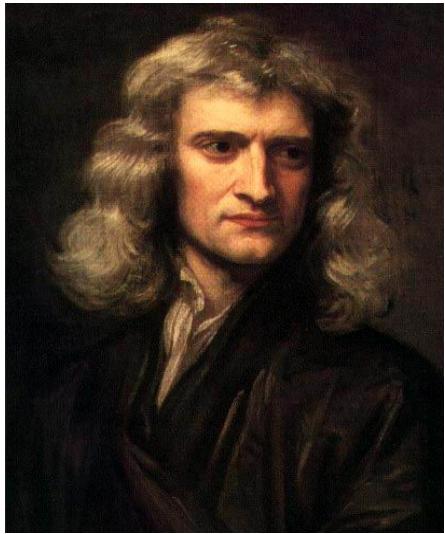
◆ 힘의 벡터 성질

한 물체에 두 힘이 작용할 때, 각 힘의 방향에 따라서 대상 물체가 받는 알짜힘의 크기와 방향이 달라진다.



$$|\mathbf{F}| = 1 + 2 = 3$$

$$|\mathbf{F}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 2.24$$



Sir Isaac Newton; 1642~1727

1665~1666, 휴학기간

1669. 모교 케임브리지 수학과 교수 부임

1672. 왕립학회 회원

1675, 박막의 간섭 현상인 뉴턴 링 발견. 그의 '빛의 입자설'과 호이겐스가 발표한 '빛의 파동설'의 엇갈린 주장으로 논쟁

1687, 자연철학의 수학적 제 원리 (Philosophiae Naturalis Principia Mathematica)

4.2 뉴턴의 제1법칙 Newton's First Law

뉴턴의 운동 제1법칙 : 관성의 법칙

관성(inertia) : 운동의 변화를 거스르려는 물체의 성질, 타성

기준틀(frame of reference) : 물체의 위치를 비롯한 다른 물리량들을 측정하는 관측자에 고정된 좌표계

관성틀(inertial frame of reference) : 뉴턴의 제1 법칙을 만족하는 기준틀

관성틀에서 볼 때, 외력이 없다면 정지해 있는 물체는 정지 상태를 유지하고, 등속 직선 운동하는 물체는 계속해서 그 운동 상태를 유지한다.

뉴턴의 제1법칙은 관성틀이라는 특별한 기준틀을 정의 한다.

한 물체가 다른 어떤 물체와도 상호 작용하지 않으면, 이 물체의 가속도가 영인 **기준틀**이 존재한다.

관성틀에 대해 등속으로 움직이는 기준틀은 모두 관성틀이다.

지구의 공전과 자전 운동 \rightarrow 지구는 비관성틀

공전과 자전 운동의 구심가속도가 중력 가속도 g 에 비해 작아서 무시할 수 있으므로 지구와 지구 상에 고정된 좌표계를 관성틀로 취급한다.

4.3 질량 Mass

질량(mass): 질량은 물체의 관성량이다

두 물체에 작용하는 힘이 같을 때 질량의 비는 작용한 힘에 의해
발생하는 가속도 크기의 역비로 정의

$$\frac{m_1}{m_2} \equiv \frac{a_2}{a_1}$$

질량은 물체가 가지고 있는 고유 속성으로 주위 환경과 그것을 측정하는 절차에 무관하다. 또한 질량은 스칼라량이다.

질량과 무게는 서로 다른 양이다. 물체의 무게 W 는 그것에 작용하는 중력의 크기와 같고 물체의 위치에 따라 달라진다.

$$W = mg$$

4.4 뉴턴의 제2법칙 Newton's Second Law

관성 기준틀에서 관찰할 때 물체의 가속도는 그 물체에 작용하는 알짜힘에 비례하고 물체의 질량에 반비례한다.

$$\mathbf{a} \propto \frac{\Sigma \mathbf{F}}{m}$$

비례상수를 1로 하면 $\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$

$$\Sigma F_x = ma_x \quad \Sigma F_y = ma_y \quad \Sigma F_z = ma_z$$

단위: $1\text{N} \equiv 1\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$

4.5 중력과 무게 The Gravitational Force and Weight

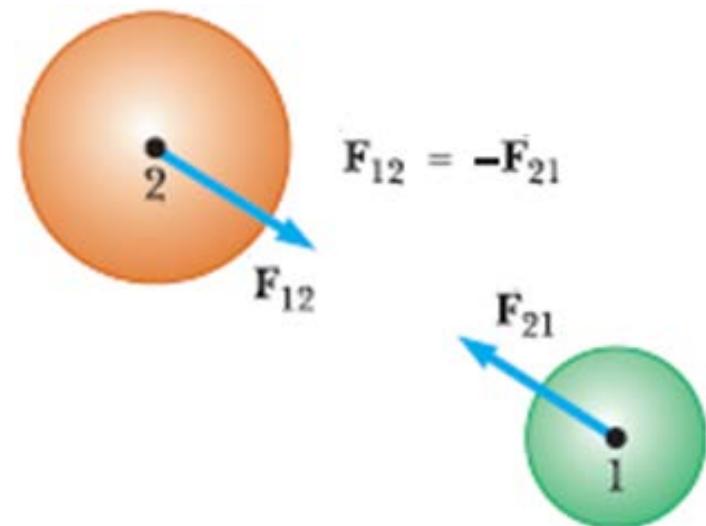
지구가 물체에 작용하는 인력을 중력(gravitational force) F_g 라고 한다. 이 힘은 지구의 중심을 향하고, 이 힘의 크기를 무게(weight)라고 한다.

$$F_g = mg$$

4.6 뉴턴의 제3법칙 Newton's Third Law

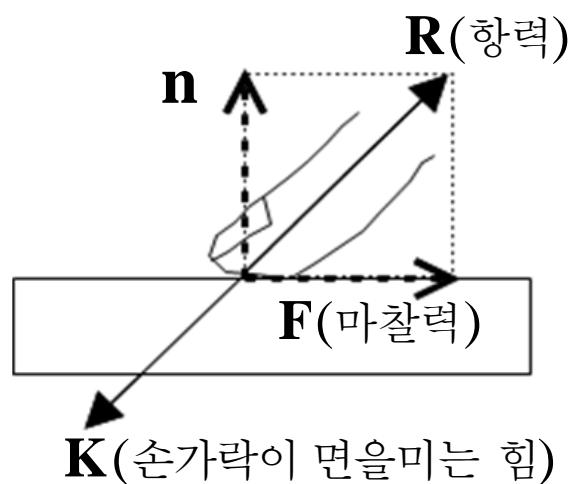
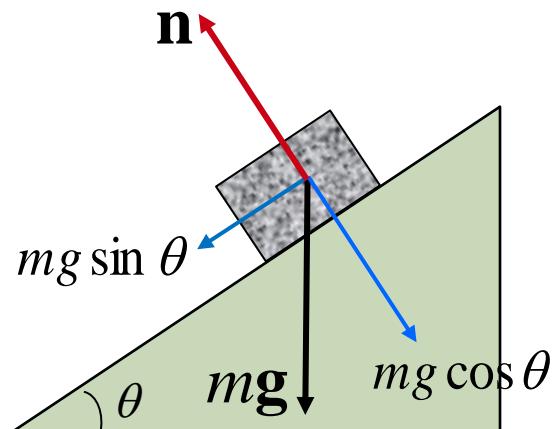
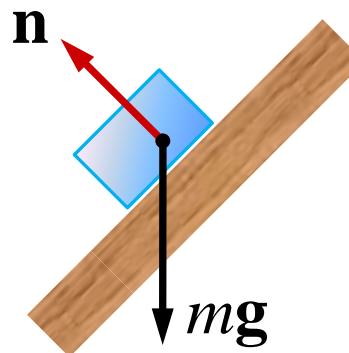
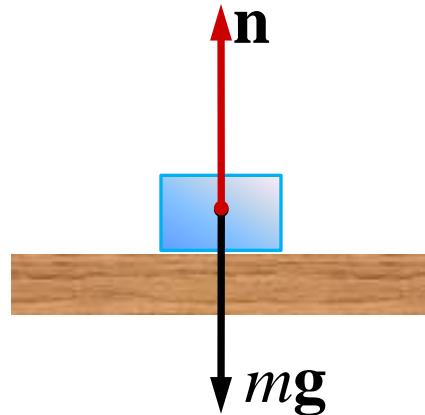
두 물체가 상호 작용할 때, 물체 1이 물체 2에 작용하는 힘 F_{12} 는 물체 2가 물체 1에 작용하는 힘 F_{21} 과 그 크기는 같고 방향이 반대이다.

$$F_{12} = -F_{21}$$



◆ 수직항력(normal force) n

수직 항력 : 물체가 접촉하는 표면이 물체에 작용하는 힘의 표면에 수직한 성분



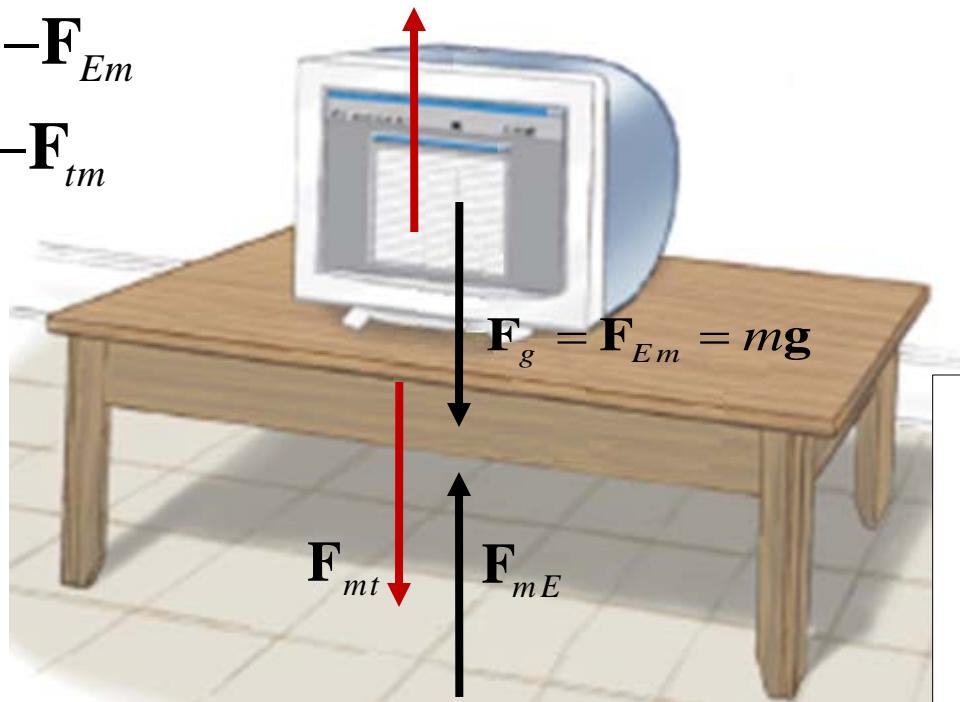
$$n = mg \cos \theta$$

작용 반작용

$$\mathbf{F}_{mE} = -\mathbf{F}_{Em}$$

$$\mathbf{F}_{mt} = -\mathbf{F}_{tm}$$

$$\mathbf{n} = \mathbf{F}_{tm}$$



힘의 평형

$$\mathbf{F}_{tm} + \mathbf{F}_{Em} = 0$$

$$\mathbf{n} = -m\mathbf{g}$$

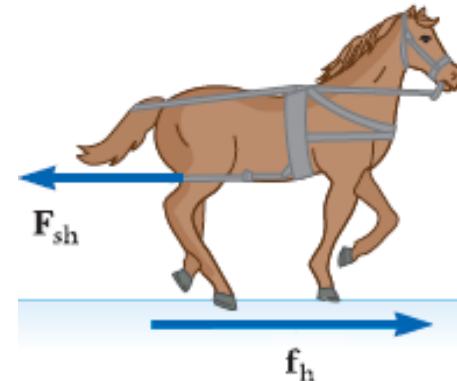
$$\mathbf{n} = \mathbf{F}_{tm}$$

$$\mathbf{F}_g = \mathbf{F}_{Em}$$

모니터 한 물체에만 작용
하는 힘들 만 나타낸 자유
물체 도표

생각하는 물리

말(horse)이 수평 방향으로 힘을 작용하여 썰매(sled)를 끌고 그 결과 그림에서처럼 썰매를 가속시킨다. 뉴턴의 제3법칙에 의하면 썰매는 말에 대해 크기는 같고 방향이 반대인 힘을 작용한다. 이 상황에서 썰매가 가속되는 이유는 무엇인가?
힘은 서로 상쇄되지 않는가?



4.7 뉴턴의 제2법칙을 이용한 분석 모형 Analysis Models Using Newton's Second Law

뉴턴의 법칙을 적용할 때 오직 물체에 작용하는 외력에만 관심을 갖는다.

단순화

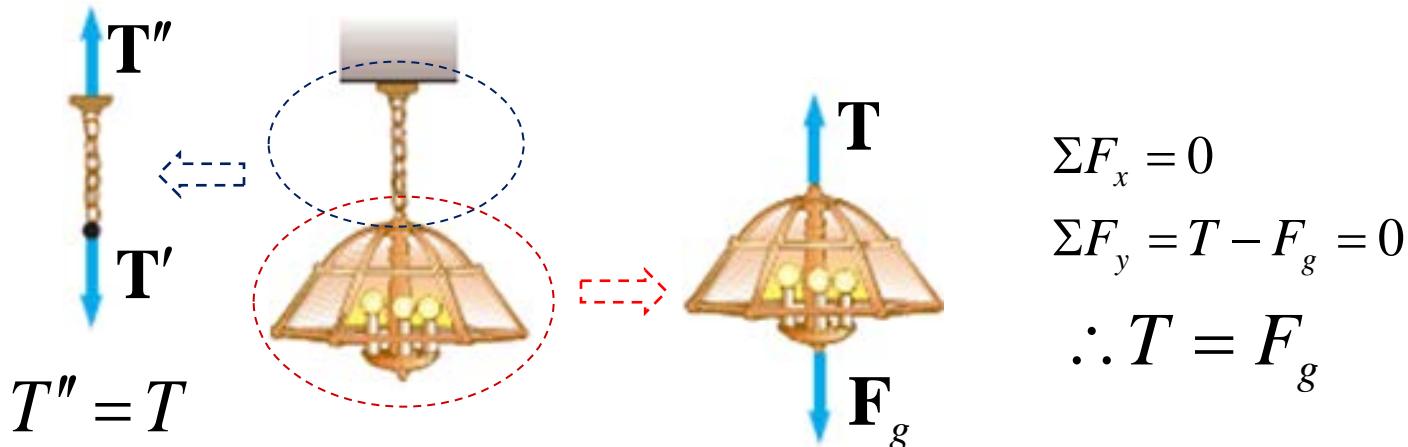
물체를 입자로 가정 \Rightarrow 회전 운동 고려할 필요 없음

줄이나 끈의 질량 무시 \Rightarrow 동일한 줄의 모든 점에서 장력 T 는 같다.

◆ 평형 상태의 물체(The Particle in Equilibrium)

평형 상태: 물체가 정지해 있거나 등속도로 움직이는 경우 $a = 0$

$$\sum \mathbf{F} = 0 : \sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum F_z = 0$$



◆ 알짜힘을 받는 입자(The Particle Under a Net Force)

물체가 가속되고 있다면

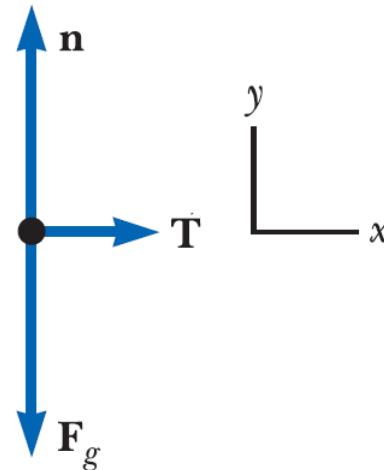
$$\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

- 마찰이 없는 수평의 마루 위에서 오른쪽으로 끌려가는 상자



마찰 없음

뉴턴의 제2법칙 적용



상자에 작용하는 외력을 모두
표시한 자유 물체 도표

$$\Sigma F_x = T = ma_x \quad a_x = \frac{T}{m}$$

$$\Sigma F_y = n - F_g = 0 \quad n = F_g$$

예제 4.2 매달려있는 신호등

무게가 122N인 신호등이 세 줄에 매달려 있다. 위의 두 줄은 수직 줄에 비하여 그렇게 강하지 못하여 장력이 100N을 초과하면 끊어진다. 이 상태에서 신호등은 잘 매달려 있을 수 있을까? 아니면 둘 중 하나의 줄이 끊어질까?

신호등에서 보면

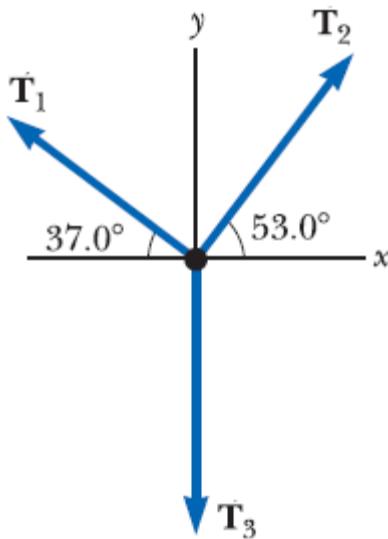


$$\sum F_{\text{매}y} = T_3 - F_g = 0$$

$$T_3 = F_g = 122N$$



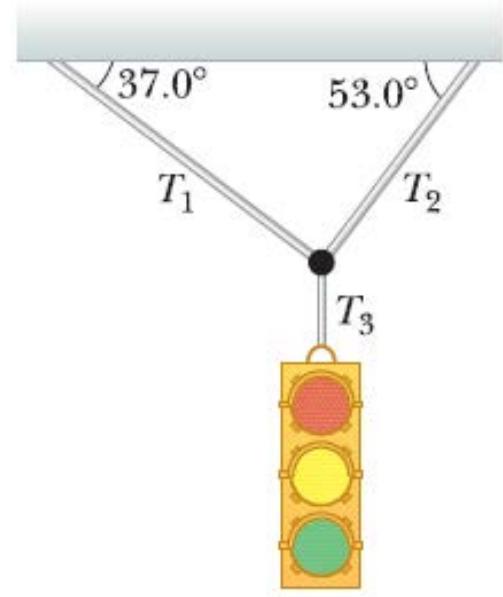
매듭에서 보면



$$\sum F_{\text{매}x} = -T_1 \cos 37.0^\circ + T_2 \cos 53.0^\circ = 0$$

$$\sum F_{\text{매}y} = T_1 \sin 37.0^\circ + T_2 \sin 53.0^\circ + (-122) = 0$$

$$\therefore T_1 = 73.4N, \quad T_2 = 97.4N.$$



예제 4.3 미끄러지는 자동차

경사각이 θ 이고 빙판인 비탈길에 질량 m 인 자동차가 있다.

(A) 비탈길이 마찰이 없다고 가정하고 자동차의 가속도를 구하라. (B) 정지 상태에서 꼭대기로부터 운동을 시작하고 자동차의 앞 범퍼에서 비탈 맨 아래까지 거리가 d 라고 가정 할 때, 앞 범퍼가 비탈 맨 아래에 도달하는 데 걸리는 시간과 그곳에서 자동차의 속력을 구하라.

$$(A) \quad \sum F_x = mg \sin \theta = ma_x$$

$$\sum F_y = n - mg \cos \theta = 0$$

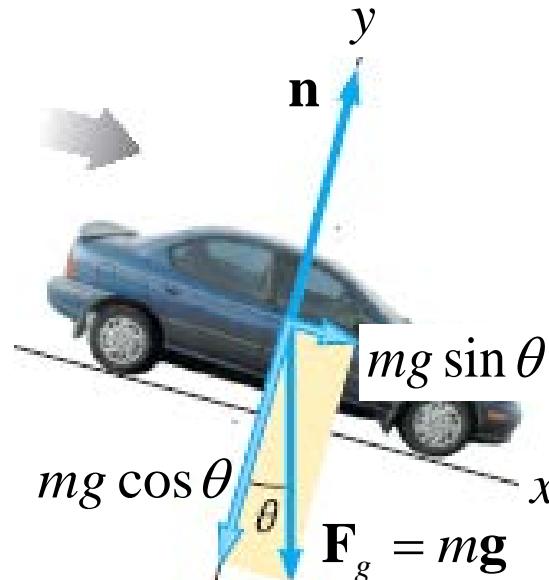
$$\therefore a_x = g \sin \theta$$

(B) x 축 방향으로 등가속도운동

$$x_i = 0 \quad x_f = d \quad v_{xi} = 0$$

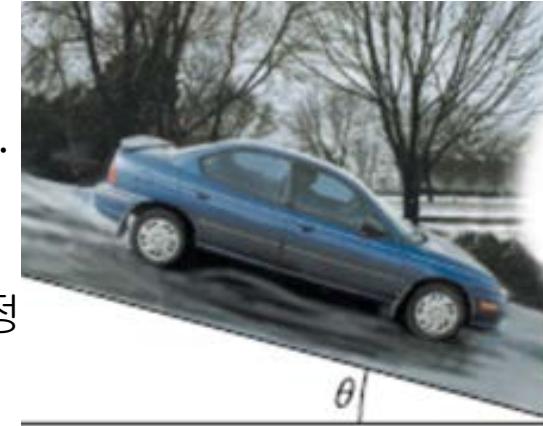
$$d = \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$\therefore t = \sqrt{\frac{2d}{g \sin \theta}}$$



$$2a_x(x_f - x_i) = v_f^2 - v_i^2$$

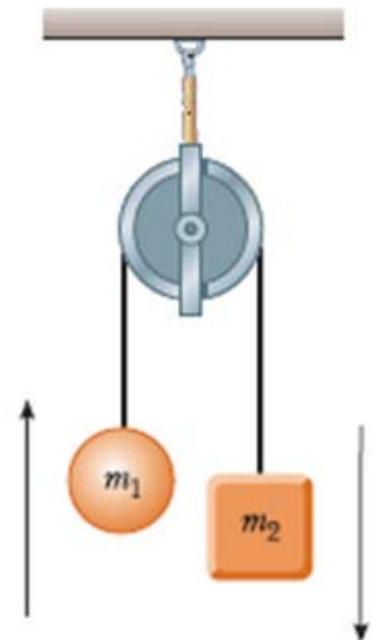
$$\therefore v_{xf} = \sqrt{2a_x d} = \sqrt{2gd \sin \theta}$$



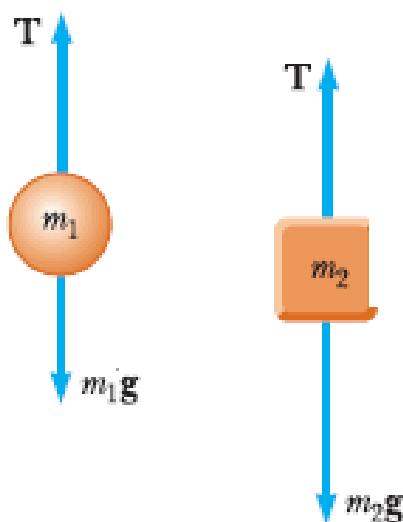
예제 4.4 애트우드 기계

서로 다른 질량을 가진 두 물체가 질량을 무시할 수 있고 마찰이 없는 도르래에 수직으로 매달려 있다. 두 물체의 가속도와 줄에 걸리는 장력을 구하라.

도르래의 질량을 무시하면 두 물체에 작용하는 장력은 같다.



Recall $a > 0$, $T > 0$ and $g > 0$.



For m_1

$$m_1a = T - m_1g .$$

For m_2

$$m_2a = m_2g - T .$$



$$\Rightarrow (m_2 + m_1)a = (m_2 - m_1)g$$

$$\therefore a = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \right) g$$

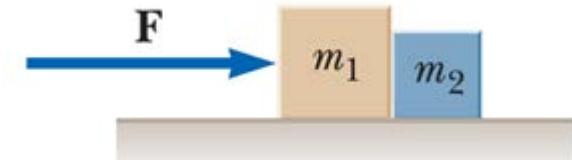
$$\therefore T = m_1(g + a) = \left(\frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2} \right) g$$

예제 4.5 한 물체가 다른 물체를 미는 경우

질량이 m_1 과 m_2 인 두 물체($m_1 > m_2$)가 그림에서처럼 마찰이 없는 수평면 위에서 서로 접촉해 있다. 그림에서처럼 일정한 크기의 수평 방향의 힘 \mathbf{F} 가 m_1 에 작용한다.

- (A) 이 계의 가속도의 크기를 구하라. (B) 두 물체 사이의 접촉력의 크기를 구하라.

두 물체는 서로 접촉해 있고 운동 중에 접촉을 계속 유지하기 때문에 가속도가 같다. 두 물체에 대해 각각의 자유 물체 도표를 그린다.



- (A) 두 물체를 결합해서 알짜힘을 받는 입자로 간주한다.

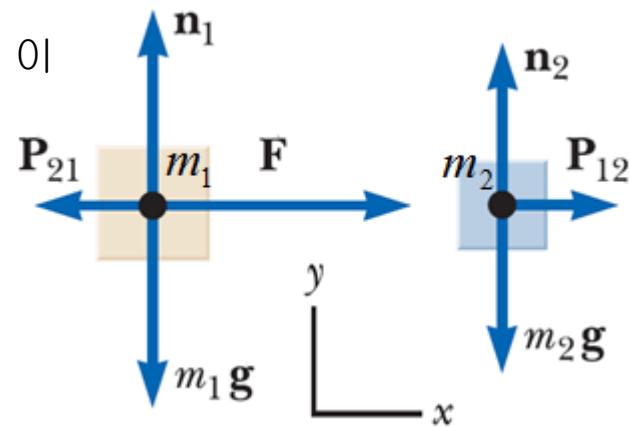
$$\sum F_{(1+2)x} = F = (m_1 + m_2)a_x \quad a_x = \frac{F}{m_1 + m_2}$$

- (B) 뉴턴의 3법칙에의 해 접촉력 \mathbf{P}_{12} 과 \mathbf{P}_{21} 의 크기는 이 크기를 P 라 하자. m_2 에 대한 자유 물체 도표로부터

$$\sum F_{2x} = P = m_2 a_x$$

(A)에서 구한 가속도를 대입하면

$$P = m_2 a_x = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F$$



m_1 과 m_2 에 대해 각각 뉴턴의 제2 법칙을 적용해
서 문제를 풀어보자

m_1 에 대해

$$\sum F_{1x} = F - P = m_1 a_x$$

$$\sum F_{1y} = n_1 - m_1 g = 0$$

⊕

$$\Rightarrow F = (m_2 + m_1) a_x$$

m_2 에 대해

$$\sum F_{2x} = P = m_2 a_x$$

$$\sum F_{2y} = n_2 - m_2 g = 0$$

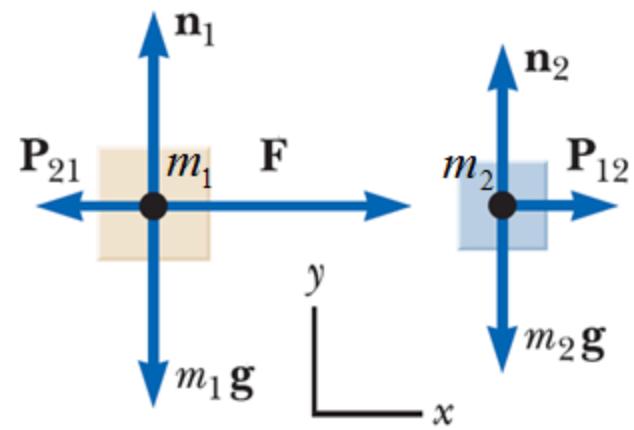
$$n_1 = m_1 g, \quad n_2 = m_2 g$$

(A) $F = (m_2 + m_1) a_x$

$$\therefore a_x = \frac{F}{m_2 + m_1}.$$

(B)

$$P = m_2 a_x, \quad \therefore P = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F.$$



예제 4.6 승강기 안에서 물고기의 무게 측정

그림과 같이 승강기 천장에 달려 있는 용수철저울로 질량 m 인 물고기의 무게를 측정하고 있다. (A) 승강기가 위 또는 아래 방향으로 가속되면 용수철저울이 가리키는 눈금은 물고기의 실제 무게와 다름을 보여라. (B) 승강기가 2.00 m/s^2 일 때 40.0N 인 물고기에 대해 용수철저울이 가리키는 눈금을 구하라.

(A) 물고기에 작용하는 힘: 중력 mg , 장력 T

저울의 눈금은 장력의 크기와 같다.

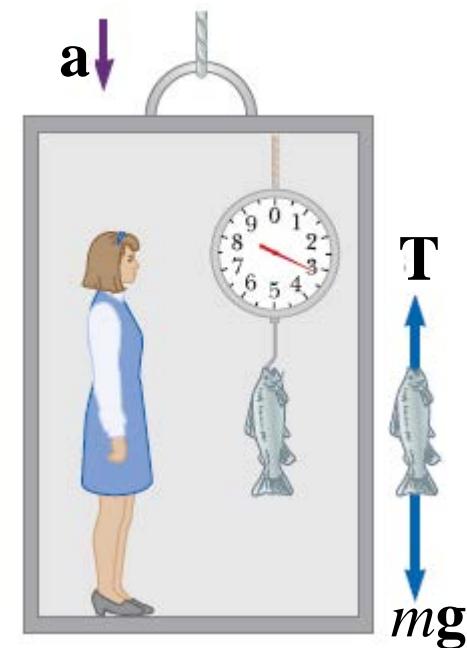
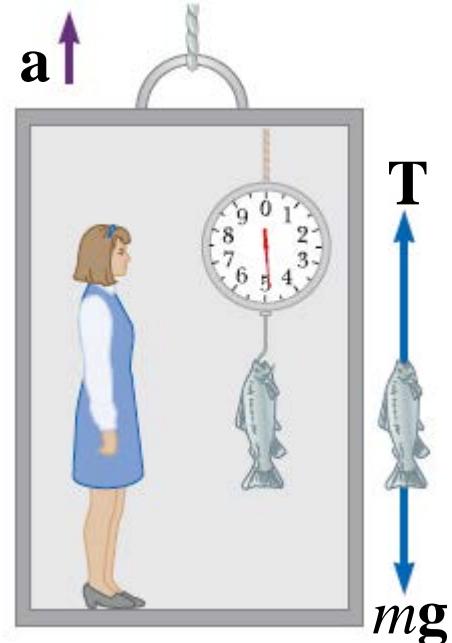
승강기가 관성틀인 외부에서 정지하고 있는 관측자에 대해 가속도 \mathbf{a} 로 움직일 때

$$\sum F_y = T - mg = ma$$

$$T = m(g + a) = mg \left(1 + \frac{a}{g}\right)$$

\mathbf{a} 가 위 방향일 경우, $a > 0$, $T > mg$.

\mathbf{a} 가 아래 방향일 경우 $a < 0$, $T < mg$.



$$(B) \quad T = mg \left(1 + \frac{a}{g} \right)$$

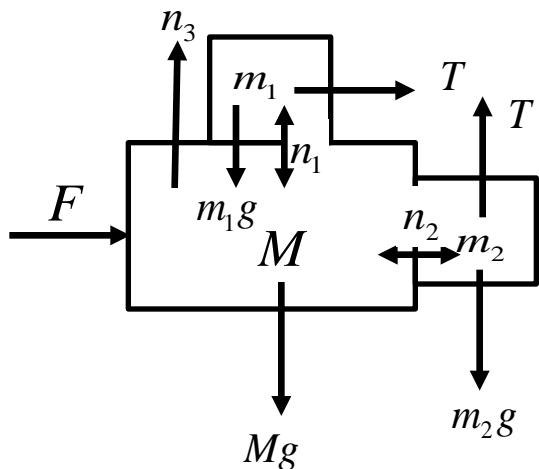
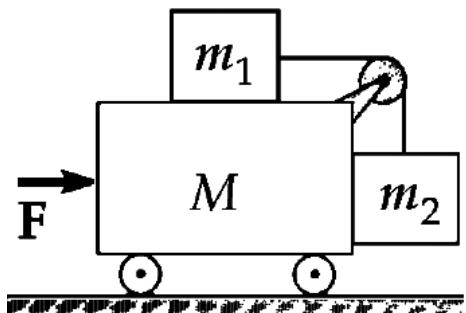
a가 위 방향일 경우,

$$a = 2\text{m/s}^2, \quad T = 40\text{N} \left(1 + \frac{2\text{m/s}^2}{9.8\text{m/s}^2} \right) = 48.2\text{N.}$$

a가 아래 방향일 경우,

$$a = -2\text{m/s}^2, \quad T = 40\text{N} \left(1 - \frac{2\text{m/s}^2}{9.8\text{m/s}^2} \right) = 31.8\text{N.}$$

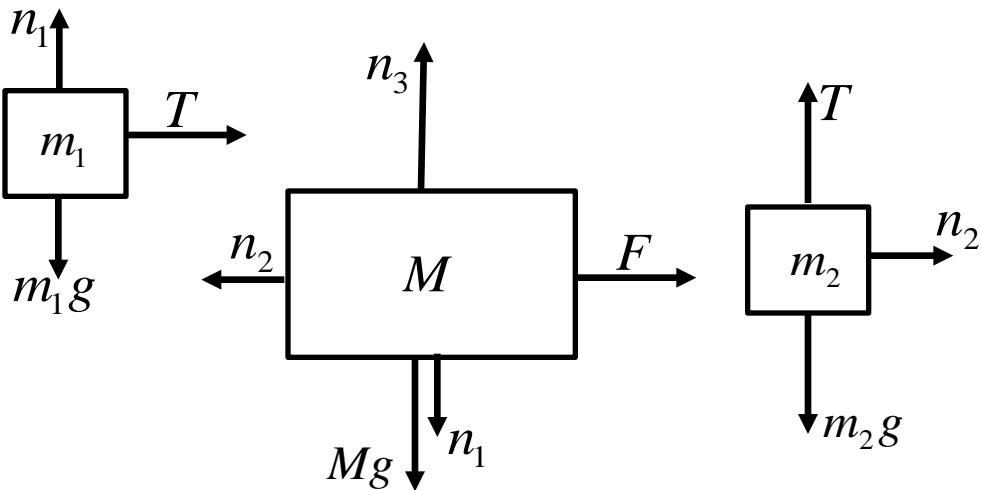
그림과 같이 두 블록이 수레에 대해 상대적으로 정지 상태를 유지하기 위해서 수레에 가해야 하는 수평힘 F 의 크기를 구하라. (각 표면들과 수레의 바퀴와 도르래는 마찰이 없다고 가정한다.)



n_1 : m_1 과 M 의 상호작용

n_2 : m_2 과 M 의 상호작용

n_3 : 지면이 M 에 가하는 수직항력



블록들이 수레에 대해 상대적으로 정지할 필요조건은 m_1, m_2, M 의 가속도가 같아야 한다.

i) m_1 에 대하여

$$T = m_1 a$$

$$n_1 - m_1 g = 0$$

ii) m_2 에 대하여

$$n_2 = m_2 a$$

$$T - m_2 g = 0$$

$$a = \frac{m_2}{m_1} g$$

iii) M 에 대하여

$$F - n_2 = Ma$$

$$n_3 - n_1 - Mg = 0$$

$$F - m_2 a = Ma$$

$$\therefore F = (M + m_2) \frac{m_2}{m_1} g$$