20. 전위와 전기용량

20.1 전위와 전위차
20.2 균일한 전기장 내에서의 전위차
20.3 점전하에 의한 전위와 위치 에너지
20.4 전위로부터 전기장의 계산
20.5 연속적인 전하 분포에 의한 전위
20.6 대전된 도체에 의한 전위
20.7 전기용량
20.8 축전기의 연결

20.1 전위와 전위차

» 정전기력은 **보존력**이기 때문에 위치 에너지를 정의할 수 있다.

$$\Delta U = -q_0 \int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

» 정전기력이 보존력이므로, 이 선 적분은 A와 B 사이의 경로에 무관.

» 전위(전기 퍼텐셜: electric potential) ***V*** :

$$V = \frac{U}{q_0} \qquad \text{(단위: J/C = V)}$$

» 전위차(potential difference) $\triangle V = V_B - V_A$

$$\boxed{\Delta V \equiv \frac{\Delta U}{q_0} = -\int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}}$$

» 전기위치 에너지의 변화: 전하 q가 전기장 내에서 등속도로 움직이는 과정에서 **외력이 한 일**

$$W = q\Delta V \qquad [E] = 1\,\mathrm{N/C} = 1\,\mathrm{V/m}$$

» 전자 볼트(electron volt: eV): 1 전자 볼트는 전자(또는 양성자) 한 개가 1V의 전위차 내에서 가속될 때 얻거나 또는 잃게 되는 에너지.

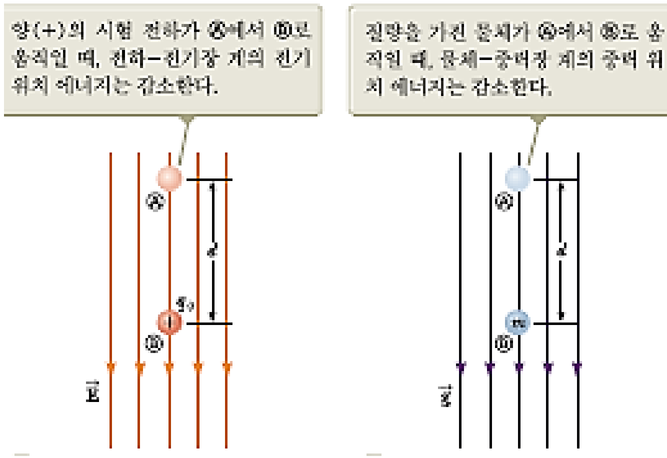
$$1\,\mathrm{eV} = 1.60\times10^{-19}\,\mathrm{C\,V} = 1.60\times10^{-19}\,\mathrm{J}$$

20.2 균일한 전기장 내에서의 전위차

» -y 방향으로의 균일한 전기장을 가정, 시험전하가 전기장과 평행하게 이동할 때:

$$V_B - V_A = \Delta V = -\int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = -\int_A^B (E\cos 0°)\,ds = -\int_A^B E\,ds$$

$$\Delta V = -E\int_A^B ds = -Ed$$



» 전기력선은 항상 전위가 감소하는 방향으로 향함.

$$\Delta U = q_0 \Delta V = -q_0 Ed$$

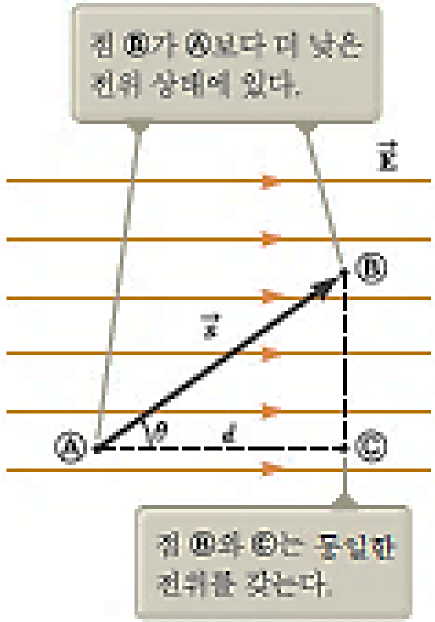
» 양전하가 전기장과 동일한 방향으로 이동: 계는 전기 위치에너지를 잃고 전기장이 양전하에 일을 함.

» 음전하가 전기장의 방향으로 이동: 계는 전기 위치 에너지를 얻게 됨(외력이 작용했음을 의미)

» 일반적인 경우로서, 균일한 전기장 내에서 전기력선에 평행하지 않은 점 A와 B 사이로 시험전하가 이동할 때:

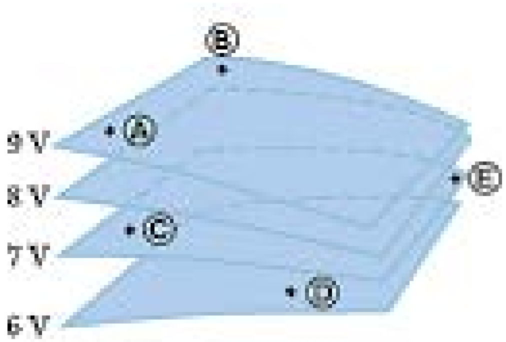
$$\Delta V = -\int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = -\vec{\mathbf{E}} \cdot \int_A^B d\vec{\mathbf{s}} = -\vec{\mathbf{E}} \cdot \vec{\mathbf{s}}$$

$$\Delta U = q_0 \Delta V = -q_0 \vec{\mathbf{E}} \cdot \vec{\mathbf{s}}$$



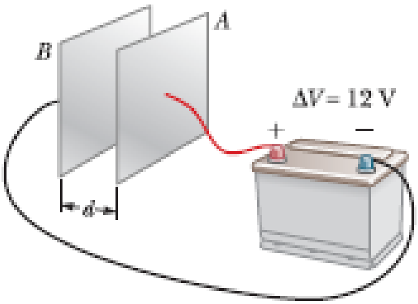
» 위의 식으로부터, 균일한 전기장 내에서 전기장과 수직인 면에 있는 모든 점의 전위는 같다.

» **등전위면:** 전위가 같은 일련의 점들로 이루어진 전기장에 수직한 면.



예제 20.1 부호가 다른 전하를 가진 두 평행판 사이의 전기장

그림과 같이 **두 평행한 도체판 사이에 12 V의 전지가 연결**되어 있다. 두 판 사이의 거리는 d **=0.30cm** 이고, 판 사이의 **전기장이 균일**하다고 가정하자.(이 가정은 두 판 사이의 간격이 판의 크기에 비해 매우 작고, 판의 모서리 부근에 있는 점들을 고려하지 않는다면 타당하다). **판 사이의 전기장 크기**를 구하라.



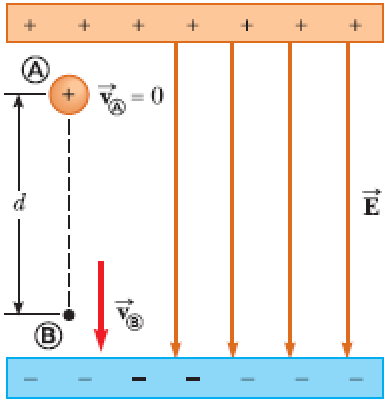
풀이

$$E = \frac{|V_B - V_A|}{d} = \frac{12\ \text{V}}{0.30 \times 10^{-2}\ \text{m}} = \boxed{4.0 \times 10^{3}\ \text{V/m}}$$

예제 20.2 균일한 전기장 내에서 양성자의 운동

양성자가 **8.0 × 10⁴ V/m** 의 **균일한 전기장 내에서 정지 상태**로부터 놓았다. 양성자가 점 A에서 B까지 ***E*의 방향으로** *d* **=0.50m 만큼 이동**한다. 양성자가 **0.50m의 거리를 이동한 후의 속력**을 구하라.

풀이



$$\Delta V = -Ed = -(8.0\times10^4\,\mathrm{V/m})(0.50\mathrm{m})$$

$$= -4.0\times10^4\,\mathrm{V}$$

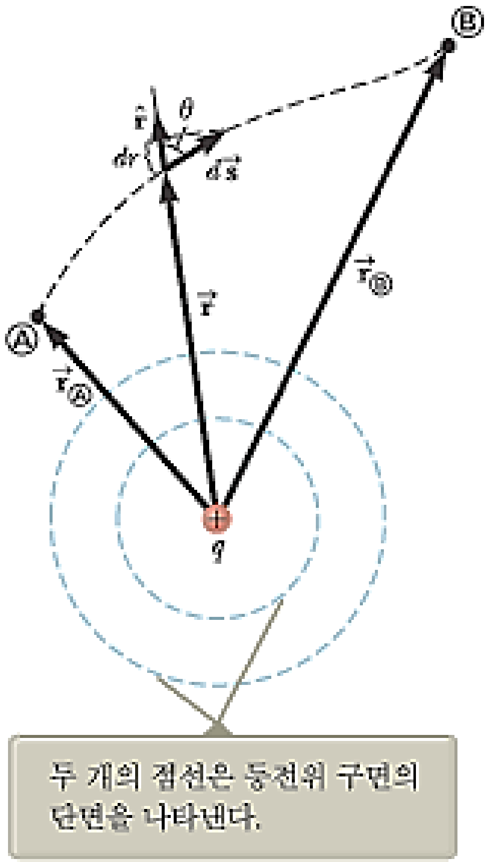
$\Delta K + \Delta U = 0$이므로

$$\left(\frac{1}{2}mv^2 - 0\right) + e\Delta V = 0$$

$$v = \sqrt{\frac{-2e\Delta V}{m}} \qquad v = \sqrt{\frac{-2(1.6\times10^{-19}\,\mathrm{C})(-4.0\times10^4\,\mathrm{V})}{1.67\times10^{-27}\,\mathrm{kg}}}$$

$$= 2.8\times10^6\,\mathrm{m/s}$$

20.3 점전하에 의한 전위와 위치 에너지



$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

$$\vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

$$= k_e \frac{q}{r^2} ds \cos\theta = k_e \frac{q}{r^2} dr$$

$$V_{\mathbf{B}} - V_{\mathbf{A}} = -k_e q \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = \frac{k_e q}{r}\Big|_{r_A}^{r_B}$$

$$\Delta V_{AB} = V_{\mathbf{B}} - V_{\mathbf{A}} = k_e q \left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right]$$

적분 결과는 A와 B점 사이의 경로에 무관(전기력은 보존력이다). 따라서 정전기장은 보존장으로 출발점인 무한대 위치에서의 전위가 0이 되도록 기준점을 정의.

» 단일 점전하 q 에 의한 전위: 무한대가 기준점.

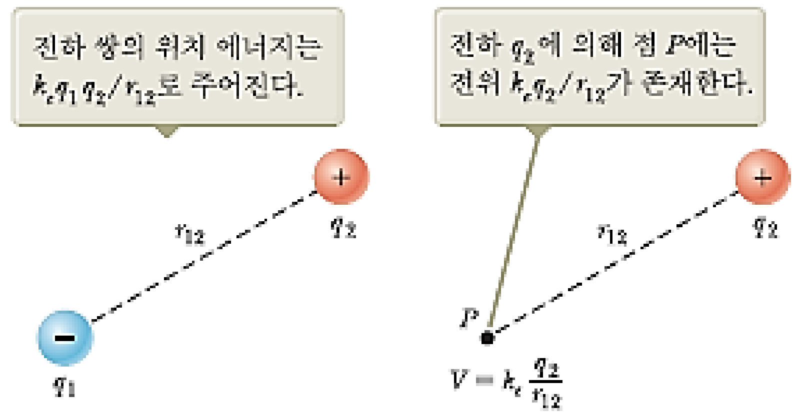
$$V = k_e \frac{q}{r}$$

» 둘 이상의 점전하들에 의한 전위는 **중첩의 원리를 적용**해서 구한다.

$$V = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

» 그림의 P점에서 q_2에 의한 전위는

$$V = k_e \frac{q_2}{r_{12}}$$



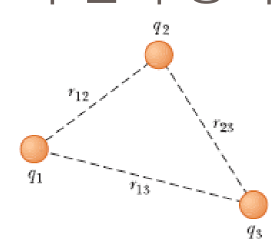
» 점전하q_1을 가속도 없이 무한대에서 점 P까지 가져오는 데 필요한 일은 $q_1 V_2$

$$U = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

(만일 U>0 : 같은 부호의 전하끼리는 반발한다는 사실에 기인하며, 두 전하를 가까이 가져다 놓기 위해서는 양의 일을 해 주어야 한다는 의미.)

» 셋 이상의 점 전하로 이루어진 계의 전체 위치 에너지는 각 전하 쌍의 U를 계산하여 대수적으로 합한 값.

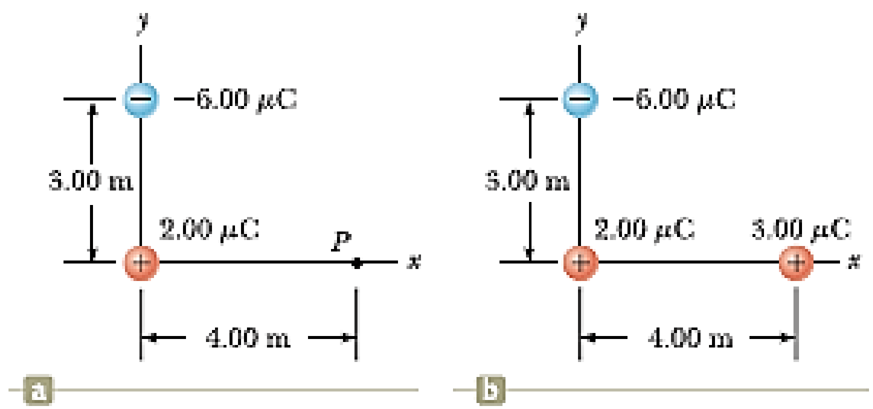
$$U = k_e \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right)$$



예제 20.3 두 점전하에 의한 전위

q_1=2.0nC의 **점전하가 원점에** 놓여 있고, q_2=-6.0nC의 전하가 *y***축 위의 (0, 3.0)m에** 놓여 있다.

(A) 좌표가 **(4.0, 0)m**인 **점** *P* **에서** 이 들 두 전하에 의한 **전체 전위**를 구하라.
(B) q_3=**3.00nC**의 전하를 무한대에서 점 *P*까지 가져옴에 따라 세 전하로 이루어지는 계의 전체 위치 에너지 변화를 구하라.



풀이

(A) $$V_p = k_e\left(\frac{q_1}{r_1}+\frac{q_2}{r_2}\right)$$

$$V_p = (8.99\times10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/c^2})\left(\frac{2.00\times10^{-6}\,\mathrm{C}}{4.00\,\mathrm{m}}-\frac{6.00\times10^{-6}\,\mathrm{C}}{5.00\,\mathrm{m}}\right)$$
$$= -6.29\times10^3\,\mathrm{V}$$

(B) $$U_f = q_3V_p$$

$$\Delta U = U_f - U_i = q_3V_p - 0$$
$$= (3.00\times10^{-6}\,\mathrm{C})(-6.29\times10^3\,\mathrm{V})$$
$$= -1.89\times10^{-2}\,\mathrm{J}$$

20.4 전위로부터 전기장의 계산

어떤 영역에서 전위를 알고 있을 때 전기장을 계산하는 방법

$$dV = -\vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

1차원의 경우, $\vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = E_x dx$ 이므로 $\boxed{E_x = -\dfrac{dV}{dx}}$

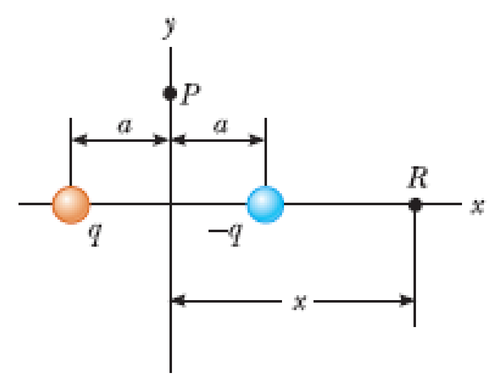
시험 전하가 등전위면을 따라 $\boldsymbol{ds}$ 만큼 이동할 때, 전위는 등전위면을 따라 일정하기 때문에 $dV = 0$이다. 이때, $dV = -\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{ds} = 0$이 된다. 즉, 전기장 $\boldsymbol{E}$는 등전위면을 따르는 변위에 수직이어야 한다. 이것은 등전위면은 등전위면을 지나가는 전기력선에 항상 수직이어야 함을 의미한다.

일반적으로, 전위는 세 개의 공간 좌표들의 함수이다. 전위 V가 직교 좌표계로 주어진다면, 전기장 성분 E_x, E_y, E_z는 편미분에 의해 $V(x, y, z)$로부터 구할 수 있다.

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

예제 20.4 쌍극자에 의한 전위

그림에서와 같이 거리 $2a$ 만큼 떨어져 크기는 같고 부호가 반대인 두 개의 전하로 이루어진 전기 쌍극자가 있다. 쌍극자는 x 축 상에 있고, 중심은 원점에 있다. (A) y 축 상의 점 P에서의 전위를 구하라. (B) $+x$축 상의 점 R 에서의 전위를 구하라. (C) 쌍극자로부터 멀리 떨어져있는 곳에서의 V와 E_x를 구하라.



풀이

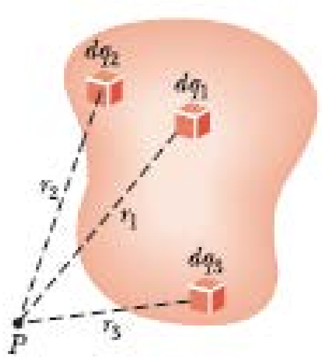
(A) $$V_p = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i} = k_e \left[\frac{q}{\sqrt{a^2 + y^2}} + \frac{-q}{\sqrt{a^2 + y^2}} \right] = 0$$

(B) $$V_R = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i} = k_e \left(\frac{-q}{x-a} + \frac{q}{x+a} \right) = -\frac{2k_e qa}{x^2 - a^2}$$

(C) $$V_R = \lim_{x \gg a} \left(-\frac{2k_e qa}{x^2 - a^2} \right) \approx -\frac{2k_e qa}{x^2} \quad (x \gg a)$$

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(-\frac{2k_e qa}{x^2} \right) = 2k_e qa \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^2} \right) = -\frac{4k_e qa}{x^3} \quad (x \gg a)$$

20.5 연속적인 전하 분포에 의한 전위



미소 전하 *dq*를 마치 점 전하로 생각하여 연속적으로 분포되어 있는 전하에 의한 전위를 계산할 수 있다.

$$dV = k_e \frac{dq}{r}$$

$$\boxed{V = k_e \int \frac{dq}{r}}$$

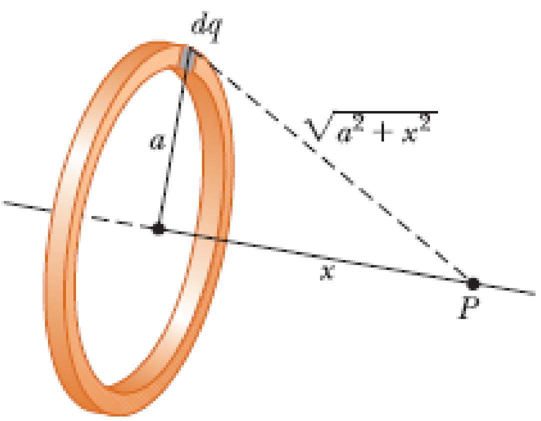
예제 20.5 균일하게 대전된 고리에 의한 전위

(A) 반지름이 a인 고리에 전체 전하량 Q가 고르게 분포하고 있을 때, 중심축 상의 한 점 P에서 전위를 구하라.

풀이

$$V = k_e \int \frac{dq}{r} = k_e \int \frac{dq}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

$$V = \frac{k_e}{\sqrt{a^2 + x^2}} \int dq = \frac{k_e Q}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$



(B) 점 P 에서 전기장의 크기를 구하라.

풀이

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = -k_e Q \frac{d}{dx}(a_2 + x^2)^{-1/2}$$

$$= -k_e Q\left(-\frac{1}{2}\right)(a^2 + x^2)^{-3/2}(2x)$$

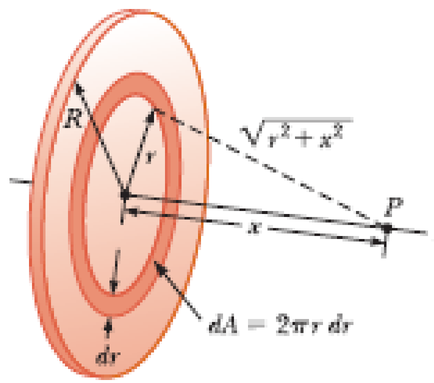
$$E_x = \frac{k_e x}{(a^2 + x^2)^{3/2}} Q$$

예제 20.6 균일하게 대전된 원반에 의한 전위

반지름이 R이고 표면 전하 밀도가 σ인 균일하게 대전된 원판이 있다. (A) 원판의 중심축 상의 한 점 P에서의 전위를 구하라. (B) P 점에서의 전기장의 x 성분을 구하라.

풀이

(A) $dq = \sigma dA = \sigma(2\pi r\, dr) = 2\pi\sigma r\, dr$ 이므로



$$dV = \frac{k_e dq}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{k_e 2\sigma\pi r dr}{\sqrt{r^2 + x^2}}$$

$$V = \pi k_e \sigma \int_0^R \frac{2r\, dr}{\sqrt{r^2 + x^2}}$$

$$= \pi k_e \sigma \int_0^R (r^2 + x^2)^{-1/2} 2r\, dr$$

$$V = 2\pi k_e \sigma\left[(R^2 + x^2)^{1/2} - x\right]$$

(B)

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = 2\pi k_e \sigma\left[1 - \frac{x}{(R^2 + x^2)^{1/2}}\right]$$

20.6 대전된 도체에 의한 전위

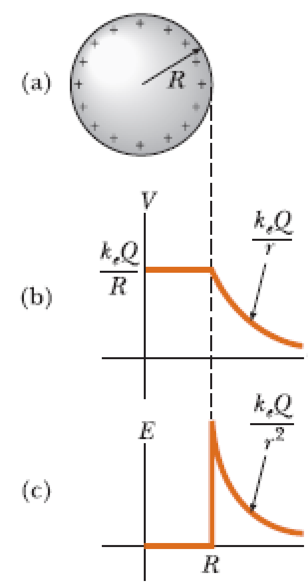
평형 상태에 있는 도체의 알짜 전하는 도체 표면에 분포한다. 또한 도체 표면 바로 바깥쪽의 전기장은 도체 표면에 수직인 방향이며, 도체 내부의 전기장은 영이다.

평형 상태에 있는 대전된 도체 표면 상에 있는 모든 점의 전위는 같다.

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = 0$$

정전기적 평형 상태에 있는 대전된 도체 표면은 등전위면을 이룬다. 또한 도체 내부의 전기장이 영이므로, 도체 내부의 모든 점에서 전위는 일정하며 그 표면의 전위와 같다.

금속 구 표면에서의 전위는 k_eQ/R 가 된다. 금속 구 내부의 전위는 일정하므로, 금속 구 내부에 위치하는 임의의 점에서의 전위도 k_eQ/R가 된다.



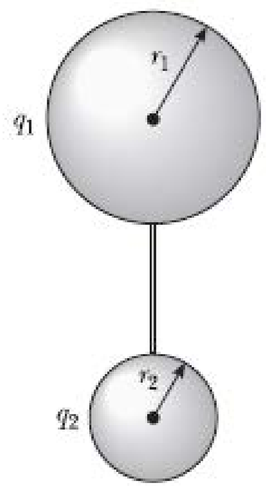
곡률 반지름이 작은 볼록한 부분에서 전기장이 커지고, 뾰족한 부분에서 매우 강해진다.

예제 20.7 연결되어 있는 대전된 두 도체 구

반지름이 각각 r_1과 r_2인 도체 구가 이들 구의 반지름의 크기보다 훨씬 더 큰 거리만큼 떨어져 있다. 두 도체 구를 도선으로 연결하였다. 평형 상태에서 두 도체 구의 전하가 각각 q_1과 q_2이고, 두 도체 구에 균일하게 대전되어 있다고 하자. 이때 두 도체 구 표면에서의 전기장의 크기의 비를 구하라.

풀이

그림에 나타나 있는 것보다 구들이 훨씬 멀리 떨어져 있다고 생각해 보자. 구들이 매우 멀리 떨어져 있으므로 한 개의 구에 의한 전기장이 다른 구의 전하 분포에는 영향을 미치지 않는다. 두 도체는 도선으로 연결되어 있기 때문에 같은 전위를 가진다.



$$V = k_e \frac{q_1}{r_1} = ke \frac{q_2}{r_2}$$

$$(1) \quad \frac{q_1}{q_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{q_1}{q_2}\frac{r_2^2}{r_1^2}$$

$$E_1 = k_e \frac{q_1}{r_1^2} \quad \& \quad E_2 = ke \frac{q_2}{r_2^2}$$

$$(2) \quad \frac{E_1}{E_2} = \frac{r_1}{r_2}\frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{r_2}{r_1}$$

◈ 속이 빈 형태의 도체(A Cavity Within a Conductor)

빈 공간 내부의 전기장은 도체 표면의 전하 분포와 무관하게 항상 영이다. 또한, 도체 외부에 전기장이 존재할지라도 빈 공간 내부의 전기장은 역시 영이다.

빈 공간의 표면 위에 있는 두 점 A와 B는 같은 전위 상태에 있다. 전위차는

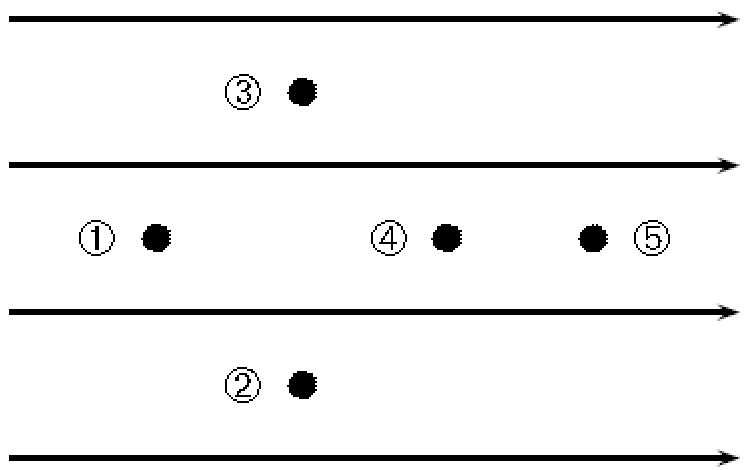
$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}} = 0$$

전위차는 0이므로, 적분은 도체 위의 두 점 사이의 모든 경로에서 영이어야 한다. 따라서 빈 공간 내의 모든 곳에서 전기장은 영이어야 한다.

다음 문제는 풀어서 제출

- 2006년 2학기 중간기출시험 문제: 4번
- 2007년 2학기 중간기출시험 문제: 2번
- 2012년 2학기 중간기출시험 문제 : 4번
- 2013년 2학기 중간기출시험 문제 : 3번
- 2015년 2학기 중간기출시험 문제 : 3번

4. 아래 그림은 전기장선을 표현하고 있다. 다섯 개의 위치에서의 전위에 대해서 다음의 질문에 답하라. [15점, 난이도 하]

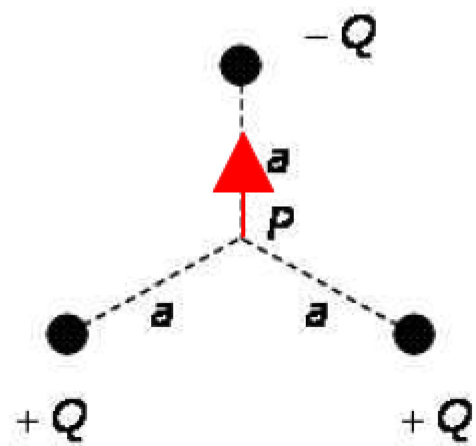


(가) 전위가 같은 점들을 모두 고르라. (②,③)

(나) 전위가 가장 높은 점을 고르라. (①)

(다) 전위가 가장 낮은 점을 고르라. (⑤)

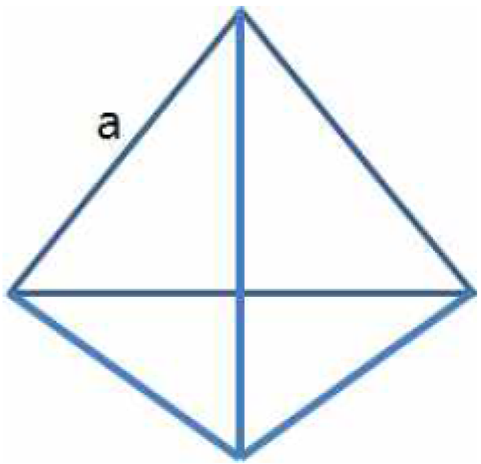
2. 세 개의 전하가 아래 그림과 같이 정삼각형의 꼭지점에 배열되어 있다. (15점, 난이도 중)



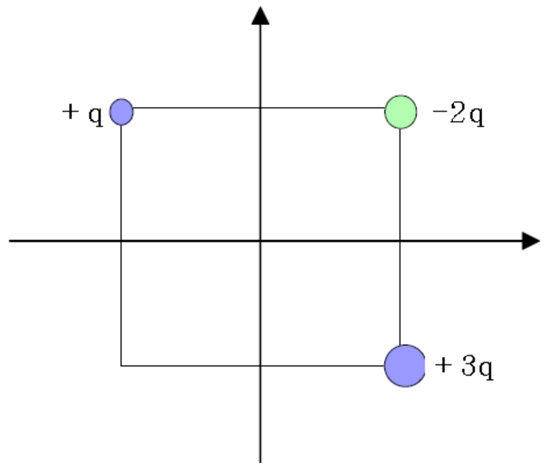
(가) 정삼각형의 중심점 P에서의 전기장 방향을 위의 그림 안에 화살표로 표시하시오. (5점)

(나) 무한대에서의 전위가 0이라고 할 때, P점에서의 전위를 구하시오. (10점)

4. 각각 q 의 같은 전하량를 가진 네 개의 점전하들이 처음에 서로 무한히 멀리 떨어져서 정지해 있다. 점전하들을 한 변의 길이가 a인 정사면체의 네 귀퉁이로 가져오는 데 필요한 총 일을 계산하라.(10점, 난이도 하)



2013



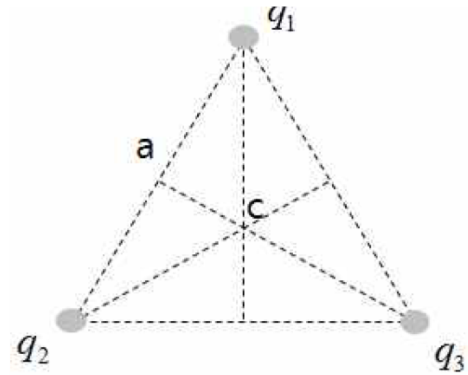
3. 위의 그림과 같이, 한 변의 길이가 $a=\sqrt{2}$ (단위는 m)인 정사각형의 중심은 원점에 위치하고 각변은 x, y축에 평행하다. 각 모서리에 전하들이 위치하고 있고, $q=1nC$, 즉, 좌상귀부터 시계방향으로 $q_1=+1nC$, $q_2=-2nC$, $q_3=+3nC$ 이다. (난이도 중, 15점)

(쿨롱상수 $k=\dfrac{1}{4\pi\epsilon_0}=9\times10^9 N\cdot m^2/C^2$ 을 이용.)

(가) q_2가 다른 두 전하에 의해 받는 힘을 구하라.(단위벡터, $\hat{i},\hat{j}$를 이용하여 표현하라)[5점]

(나) 정 사각형의 중앙에서의 전위는 얼마인가? [5점]

(다) 이 상태의 전기위치에너지는 얼마인가? [5점]



3. 위의 그림과 같이 한 변의 길이가 $a=2m$인 정삼각형의 꼭지점에 전하들이 배열되어 있다. 이들 전하들의 전하량은 각각 $q_1=+2nC$, $q_2=+2nC$, $q_3=-3nC$ 이다.

(Coulomb 상수 $k_e=9\times10^9 N\cdot m^2/C^2$)

(15점, 난이도 중)

(가) 정삼각형의 중심 c에서의 전위를 구하시오.

(나) 전하들이 위 그림과 같이 배열되어 있을 때의 전기위치에너지를 구하시오.

(다) 그림과 같은 상태에서 네 번째 전하 $q_4=6nC$를 무한대의 위치로부터 c의 위치까지 가져올 때 해주어야할 일을 구하시오.

20.7 전기용량 (Capacitance)

» **축전기(capacitor):** 한쪽에는 *Q*의 전하, 다른 쪽에는-*Q*의 전하를 가진 두 도체로 이루어진 기기로 전기를 축적하는 기능을 가지고 있다.

» **전기 용량:** $\mathbf{C} = \frac{\boldsymbol{Q}}{\boldsymbol{V}}$ (전하*Q*와 두 도체 사이의 전위차 *V*의 비)

주어진 전위차에 대해 전하를 저장하는 용량을 나타내는 척도. *Q*나 *V*에 의존하지 않고 도체의 크기, 모양, 상대적 위치에만 관계

» 전기 용량의 단위: 1F (패럿, farad) = 1C/V   micro-F, pico-F 이 사용됨

» 전기상수(자유공간의 유전율, permittivity)

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\frac{F}{m} = 8.85\, pF/m$$

개념확인문제 24-1

전기용량이 C_1인 구의 전하가 20 μC이다. 전하를 60 μC으로 증가시키면 새로운 전기용량 C_2는 얼마인가?

» 축전기 두 도체판 사이의 전위차가 전지 양단의 전위차와 같아질 때까지 축전기는 충전되며, 전위차가 같아지면 더 이상 충전이 이루어지지 않는다.

고립된 대전 구의 전기용량

두 동심구에서 바깥 구의 반지름을 무한히 크게 하면 안쪽 도체 구의 전위는 간단히

$$\Delta V = k_e\, Q/R$$

기 된다. 따라서 도체 구의 표면과 무한원점 사이의 전기용량은

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{k_e\, Q/R} = \frac{R}{k_e}$$

고립된 대전구의 전기용량은 반지름에만 비례하고 구의 전하량이나 전위차에 의존하지 않음을 알 수 있다.

평행판 축전기(Parallel-Plate Capacitors)

도체판 내부 영역의 전기장은

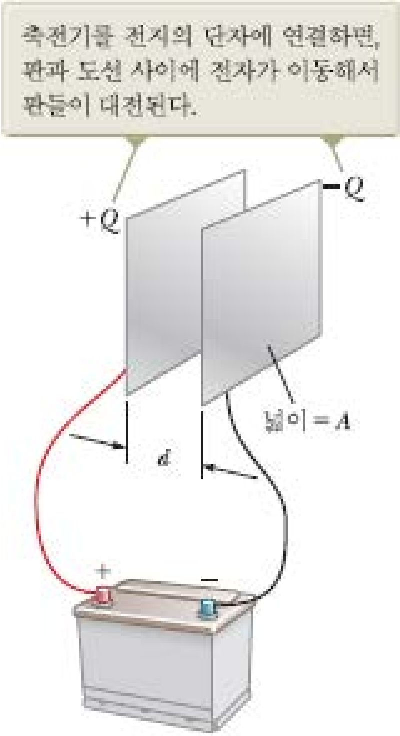
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}$$

$V = Ed$ 이므로

$$\Delta V = Ed = \frac{Qd}{\varepsilon_0 A}$$

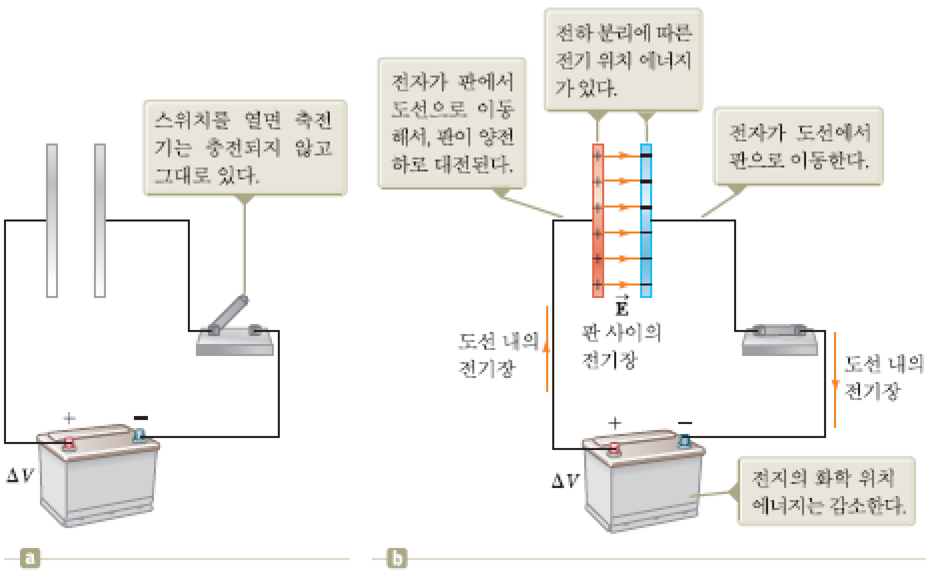
$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Qd}{Qd/\varepsilon_0 A}$$

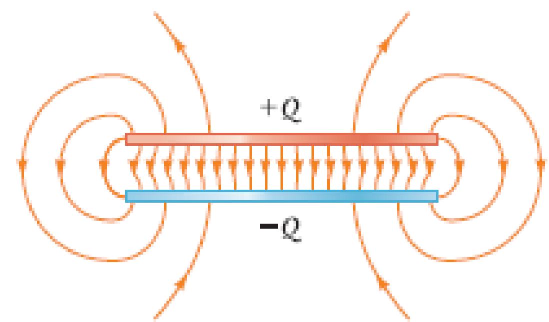
$$\boxed{C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}}$$



평행판 축전기의 전기용량은 판의 면적에 비례하고 판 사이의 간격에 반비례한다.

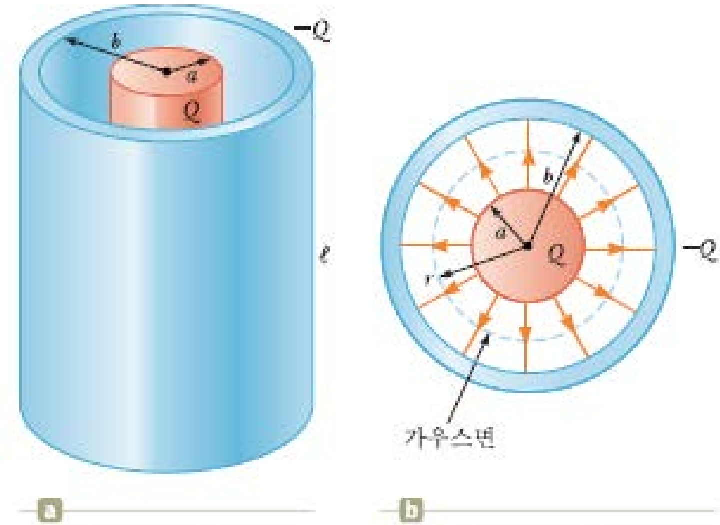
평행판 축전기의 경우 전기력선을 주의 깊게 살펴보면 판 사이의 중심 영역에서는 균일하지만, 판의 양 끝 부분에서의 전기장은 균일하지 않다. 그림은 평행판 축전기의 전기력선 모양으로서 끝 부분에서 전기장이 균일하지 않음을 보여 준다. 판의 넓이와 비교해서 판 사이 간격이 작으면 작을수록 이런 **가장자리 효과**는 무시할 수 있고, 판 사이의 어느 곳에서나 균일한 전기장을 갖는 간단한 모형을 사용할 수 있다.





평행판 축전기를 전지와 연결한 회로이다. 스위치를 닫으면 전지는 전기장을 만들고 도선과 축전기 사이에 전하의 흐름이 생긴다. 이것은 에너지의 이동으로 볼 수 있다. 스위치를 닫기 전에 에너지는 전지 안의 화학 위치 에너지로 저장되어 있다. 이런 에너지는 화학 결합과 관련되어 있고 전기 회로가 작동할 때 전지 안에서 일어나는 화학 반응에 의해 변하게 된다. 즉 전지의 화학 위치 에너지가 축전기의 전기 에너지로 변환되는 것으로 볼 수 있다. 이와 같이 축전기는 **전하뿐만 아니라 에너지를 저장하는 장치**로 사용될 수 있다.

◈ 원통형 축전기 The Cylindrical Capacitor



$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} = 2k_e \frac{\lambda}{r}$$

$$V_b - V_a = -\int_a^b \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

$$V_b - V_a = -\int_a^b E_r dr = -2k_e\lambda \int_a^b \frac{dr}{r}$$

$$= -2k_e\lambda \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{(2k_e Q/\ell)(\ln(b/a))} = \frac{\ell}{2k_e \ln(b/a)}$$

$$\boxed{C = \frac{\ell}{2k_e \ln(b/a)}}$$

동축 케이블의 단위 길이당 전기용량: $\boxed{C/\ell = \frac{1}{2k_e \ln(b/a)}}$

20.8 축전기의 연결

◆ 병렬 연결(Parallel Combination)

병렬연결에서는 각 축전기의 전위차가 같다.

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$$

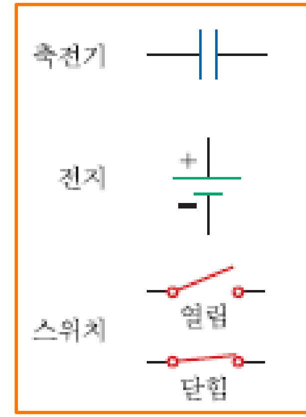
총 전기용량은 각 축전기의 전기용량의 합이다.

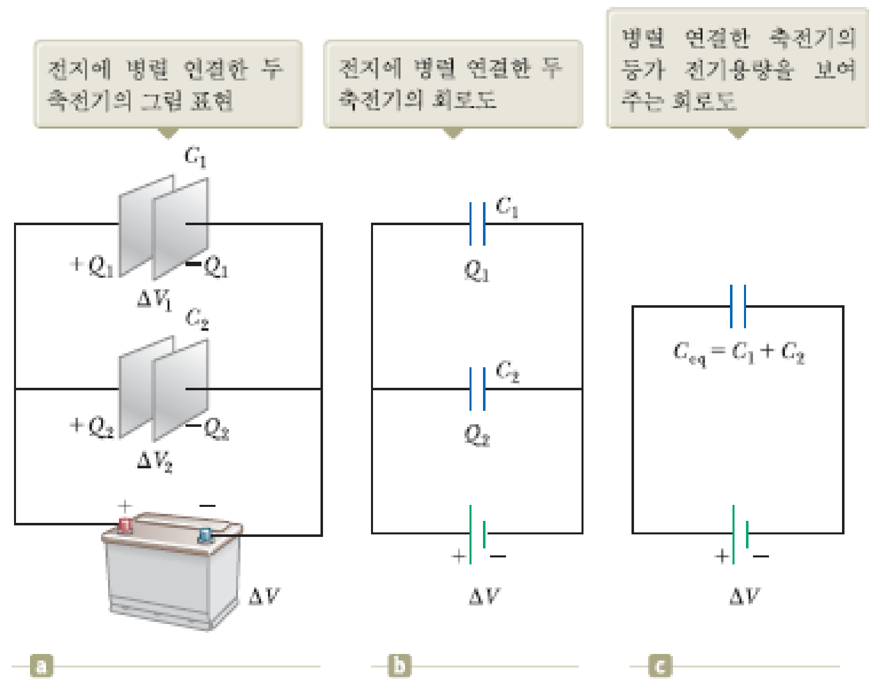
$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$Q_{tot} = C_{eq}\Delta V$$

$$C_{eq}\Delta V = C_1 \Delta V_1 + C_2 V_2$$

$$\therefore C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots \quad (\text{병렬연결})$$





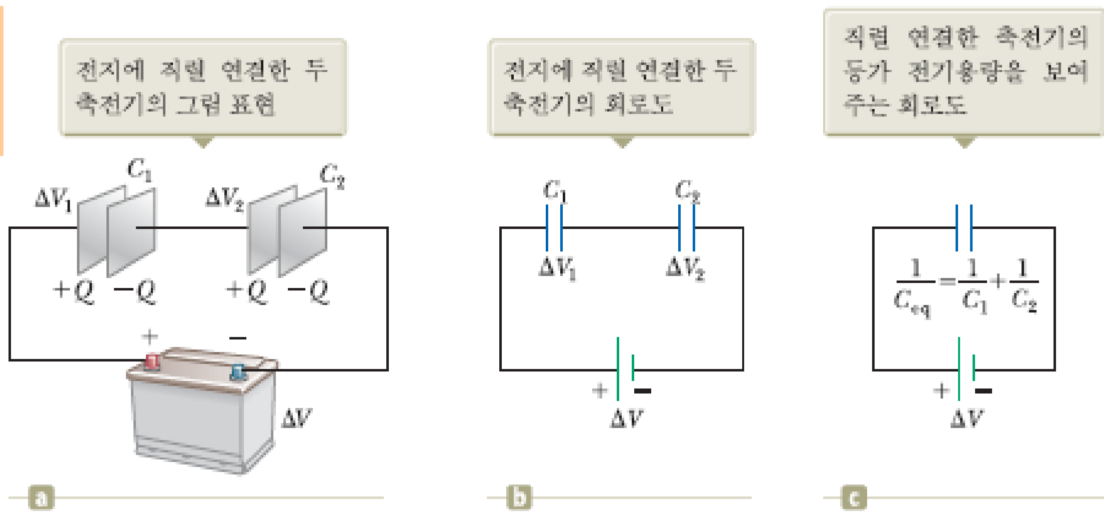
◆ 직렬 연결(Series Combination)

직렬연결에서 각 축전기에 저장되는 전하량은 같다. $Q_1 = Q_2 = Q$

직렬연결에서 각 축전기 양단의 전위차의 합이 전원전압과 같다. $\Delta V_{tot} = \Delta V_1 + \Delta V_2$

$$\Delta V_{tot} = \frac{Q}{C_{eq}} \qquad\qquad \frac{Q}{C_{eq}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots \quad \text{(직렬연결)}$$



예제 20.8 등가 전기용량

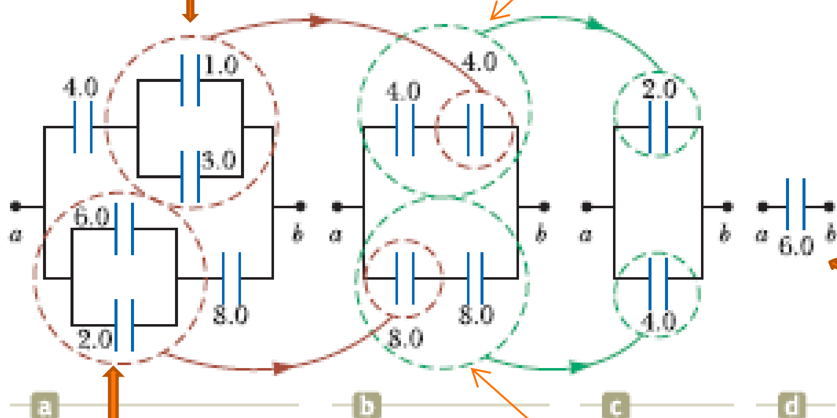
그림과 같이 연결한 축전기의 점 a와 b 사이의 등가 전기용량을 구하라. 전기용량의 단위는 모두 마이크로패럿이다.

풀이

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 4.0 \text{ nF}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{4.0\ \mu\text{F}} + \frac{1}{4.0\ \mu\text{F}} = \frac{1}{2.0\ \mu\text{F}}$$

$$C_{eq} = 2.0\ \mu\text{F}$$



$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 6.0\ \mu\text{F}$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 8.0 \text{ nF}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{8.0\ \mu\text{F}} + \frac{1}{8.0\ \mu\text{F}} = \frac{1}{4.0\ \mu\text{F}}$$

$$C_{eq} = 4.0\ \mu\text{F}$$

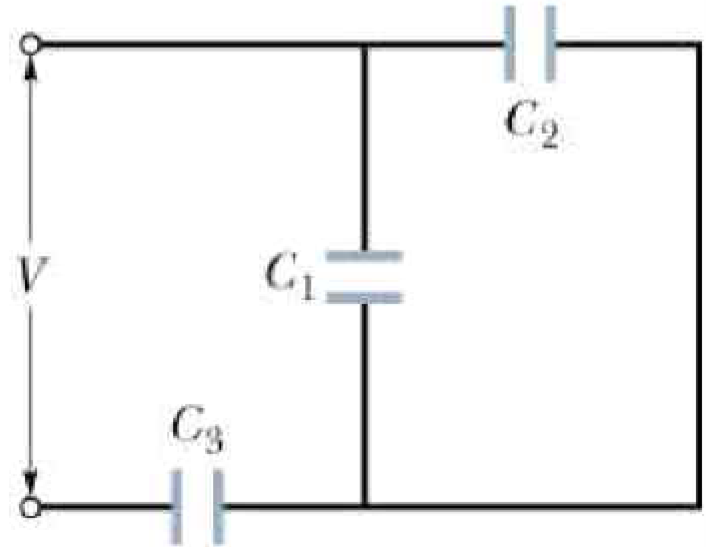
단원 마무리 과제

다음 문제는 풀어서 제출

- 2007년 2학기 중간기출시험 문제: 4번
- 20010년 2학기 중간기출시험 문제: 6번,7번
- 20013년 2학기 중간기출시험 문제: 5번
- 20015년 2학기 중간기출시험 문제: 4번

2007

4. 아래 그림에서 $C_1 = 2\mu F, C_2 = 4\mu F, C_3 = 6\mu F$ 이다. V는 24V 전지에 연결되어 있다.
(25점, 난이도 상)

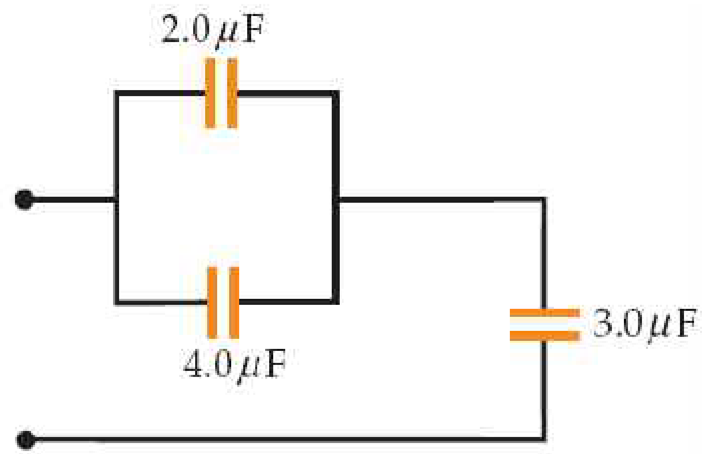


(가) 단자 사이의 등가 전기용량을 구하시오. (5점)

(나) C_3에 충전된 전하량을 구하시오. (5점)

(다) C_2에 걸리는 전압과 저장된 에너지를 구하시오. (10점)

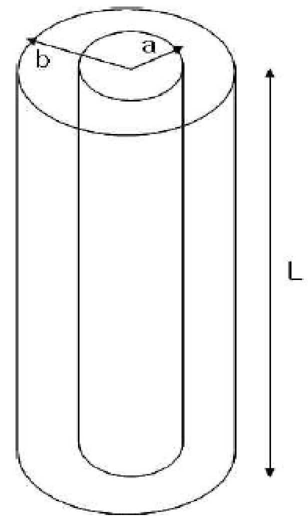
6. 아래 그림과 같이 축전기가 연결되어 있다. 양단에 12 V의 전지를 연결했다. (20점, 난이도 중)



(가) 전체 축전기에 모아지는 전하량을 구하시오.

(나) 4.0μF에 걸리는 전위차를 구하시오.

7. 다음의 그림과 같이 각각 반경이 a와 b인($a<b$)이고 길이가 L인 원통형 축전기가 있다. (단 $L \gg b > a$이다.) (20점, 난이도 상)

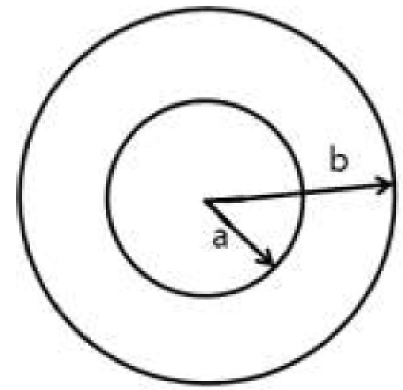


(가) 반경 a인 원통은 전하 Q로 대전되어 있고 반경 b인 원통은 $-Q$로 대전되어 있다면 가우스법칙을 이용하여 $a<r<b$ 구간에서의 전기장의 크기를 구하시오.

(나) 이 축전기의 전기용량을 구하시오.

(힌트: $\int_a^b \frac{dr}{r} = \ln b - \ln a = \ln \frac{b}{a}$)

5. 반경 a인 **얇은 도체 구껍질**과 반경 b인 **얇은 도체 구껍질**로 이루어진 그림과 같은 구형 축전기가 있다. 두 개의 **도체 구껍질**은 각각 +Q와 -Q로 대전되어 있다. (난이도 상, 20점)

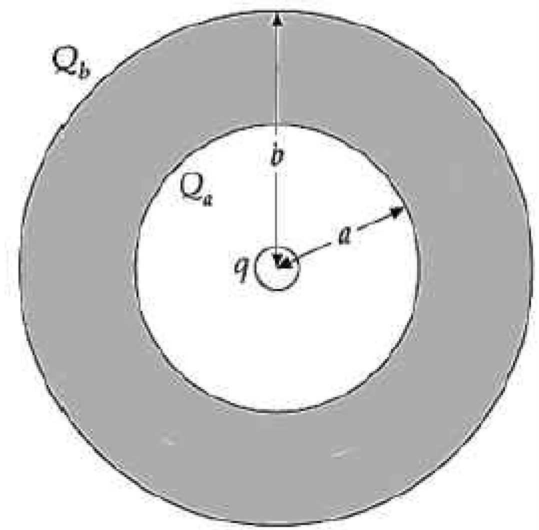


(가) 이 구형 축전기의 두 개의 구껍질 사이의 전위차를 구하여라.(10점)

(나)이 축전기의 전기용량 상수 C를 구하시오.(5점)

(다)이 축전에 저장된 전기 에너지는 얼마인가? (5점)

4. 대전되지 않은 속이 빈 도체 구 껍질의 내부 반지름은 a이고 외부 반지름은 b이다. 이 껍질의 중심에 양의 점전하 q가 있다. $r=\infty$ 에서 전위 V=0이라 가정한다.
(20, 난이도 중)



(가) 도체의 각 표면에서의 전하를 구하시오.(5점)

(나) $r>b$곳에서 가우스법칙을 이용하여 전기장을 구하시오. (5점)

(다) $0<r<a$ 인 곳에서 전위를 구하시오.(5점)

(라) 전 구간에 대해 전기력선을 그림에 그려 넣으시오. (5점)