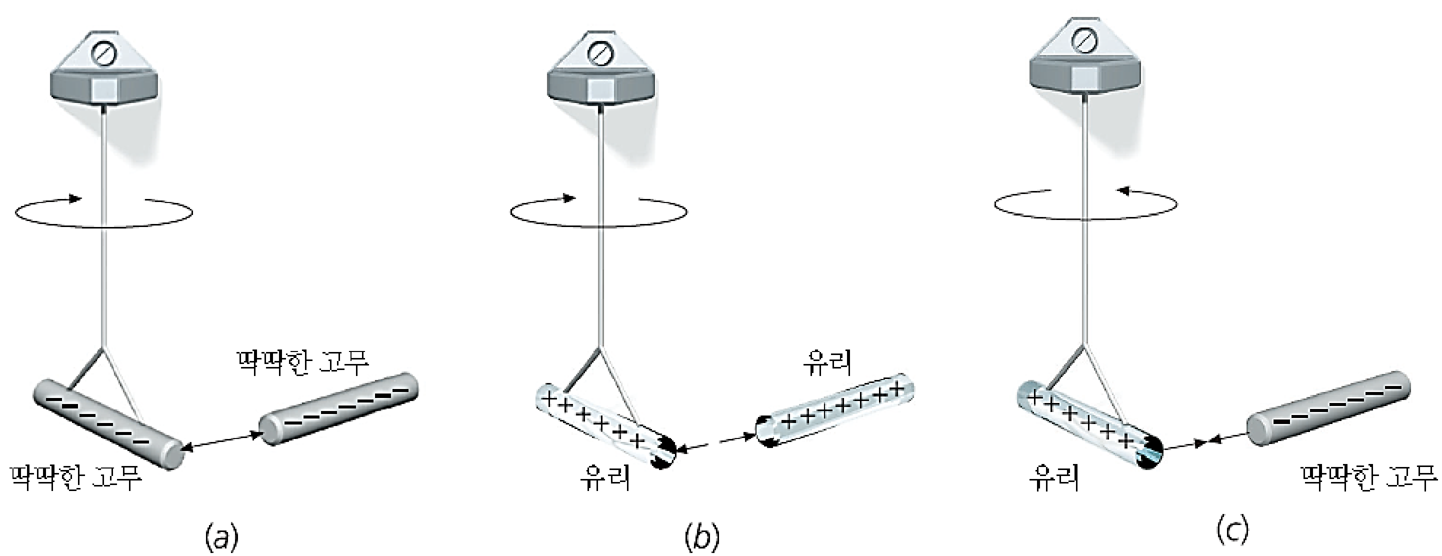
19장 전기력과 전기장

전하

» **전하: 물체가 전기적 성질을 나타내는 원인이 되는 것**
즉 물질을 구성하는 전자는 음의 전하를, 핵을 구성하는 양성자는 양의 전하를 가지고 있어 다른 부호를 가진 이 두 종류의 입자가 어우러져서 물질계의 복잡하고 다양한 전기 및 자기적인 현상이 나타나는 것임

» **전하의 종류: 두 종류(양, 음)가 있음 → 같으면 밀고 다르면 당김**



전하

» **대전 :** 중성의 물질이 음이나 양의 전하를 얻는 경우.

» 대전체: 대전된 물체.

» 마찰전기: 서로 다른 종류의 물체를 마찰시킬 때, 대전열에 따라 한 물체는 (+)로 다른 물체는 (-)로 대전되는 것.

표 21-1 마찰전기 계열

+계열의 양의 끝
석면
유리
나일론
양모
납
비단
알루미늄
종이
면(Coton)
철
단단한 고무
니켈과 구리
놋쇠와 은
합성고무
올론
사란
폴리에틸렌
테플론
규소 고무
−계열의 음의 끝

전하

» 전하의 양자화 : 전하는 기본값의 정수배.
전자의 전하 = -e, 양성자의 전하 = +e

$$e = 1.602177 \times 10^{-19}\,\mathrm{C} \approx 1.60 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$$

입자	기호	전하량	질량
전자	e	-1.602×10^{-19}C	9.109×10^{-31}kg
양성자	p	1.602×10^{-19}C	1.672×10^{-27}kg
중성자	n	0	1.674×10^{-27}kg

» 전하량 보존법칙 :우주 전체의 알짜 전하는 보존됨.

베타 붕괴 $n^0 \to p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$

도체와 부도체

» **전류를 잘 흘리는 정도에 의한 물질의 구분**

» **도체**: 일부 전자들이 물질 내부에서 마음대로 움직임.
전류를 잘 흘림 (구리, 철, 금, 은 등 모든 금속들)

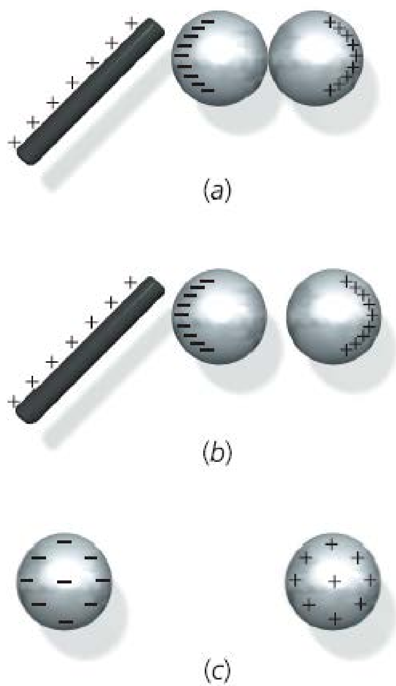
» **부도체**: 모든 전자들이 원자핵 주변에 속박됨
전류를 거의 못 흘림 (나무, 유리, 돌, 플라스틱…)

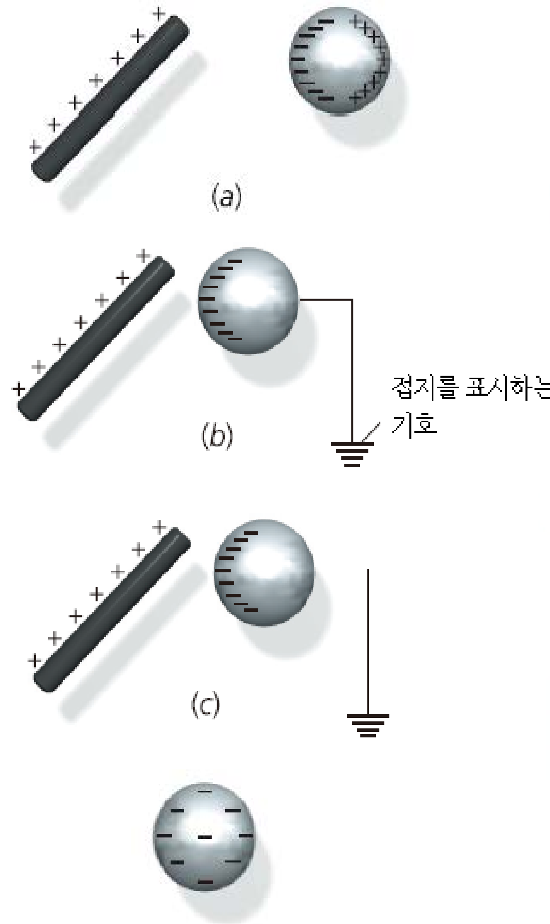
» **반도체**: 온도, 불순물 등 외부조건에 따라 경우에 따라 전류가 흘렀다 안 흘렀다 하는 물질.

» **초전도체**: 금속합금, 세라믹 등의 온도를 0도K(-273도C) 가까이 내렸을 때 전기 저항이 완전히 사라지는 현상.

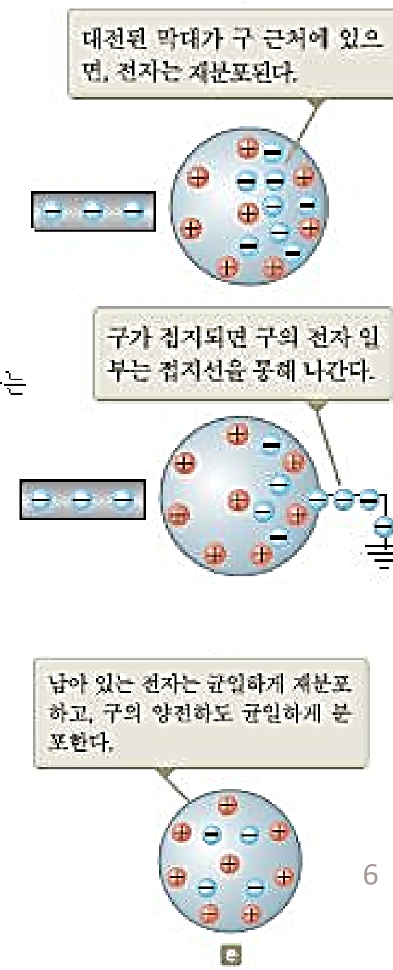
정전기 유도에 의한 대전

1. 두 금속구를 이용한 유도에 의한 대전 2. 접지를 이용한 유도에 의한 대전





(d)



- **분극** (polarizing): 양전하와 음전하를 분리하는 것
- **접지**(grounding):대전된 도체를 용량이 아주 큰 다른 도체(지구)에 연결하는 것.

접지(接地, ground, earth)

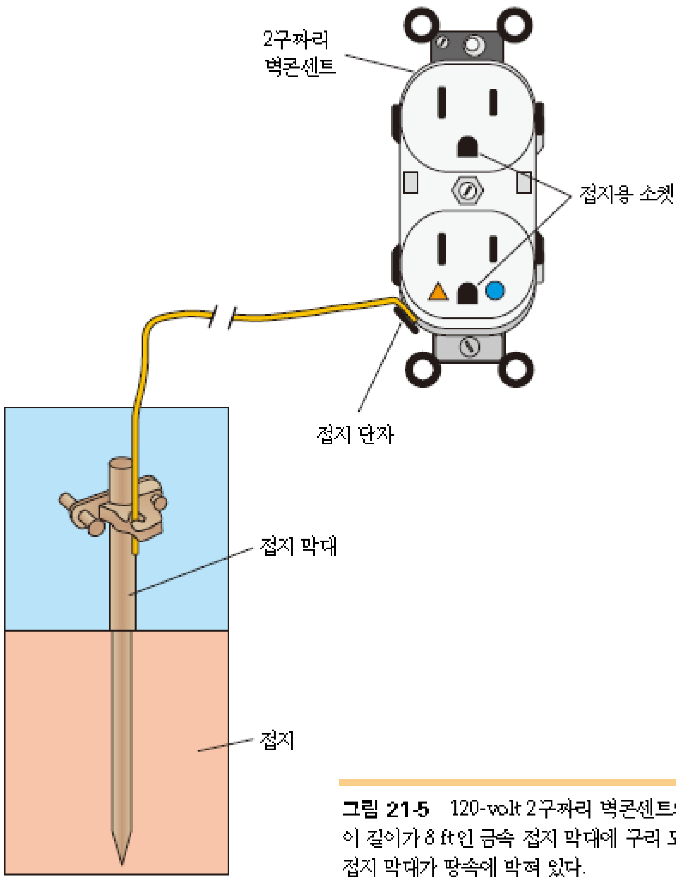


그림 21-5 120-volt 2구짜리 벽콘센트의 두 개의 접지용 소켓이 길이가 8 ft인 금속 접지 막대에 구리 도선으로 연결되어 있다. 접지 막대가 땅속에 박혀 있다.

개념확인문제 21-2

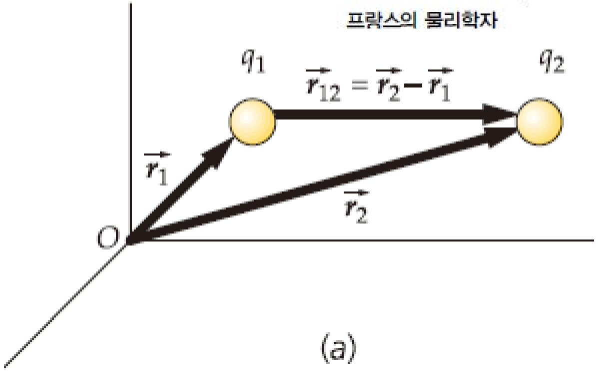
두 개의 동일한 도체구가 유도에 의해 대전된 다음 서로 먼 거리로 분리시켰다. 도체구 1은 Q로, 도체구 2는 $-Q$로 대전되어 있다. 처음에는 대전되지 않은 채로 있는 세 번째의 동일한 도체구가 있다. 만일 도체구 3을 도체구 1에 접촉시켰다가 분리시키게 되면, 세 개의 도체구 각각에 대전되는 최종 전하량은 얼마인가? 또 그 이후 도체구 3을 도체구 2와 접촉시켰다가 분리하면 세 도체구의 전하분포는?

19.4 쿨롱의 법칙

» **한 점전하가 다른 점전하에 미치는 힘 (쿨롱의 법칙)**

1) 두 전하 사이를 잇는 직선을 따라서 적용
2) 전하들 사이의 거리의 제곱에 반비례
3) 두 전하의 전하량들의 곱에 비례
4) 전하의 부호가 같으면 밀고 다르면 당김
5) 오직 점전하 사이에만 정확히 적용된다.

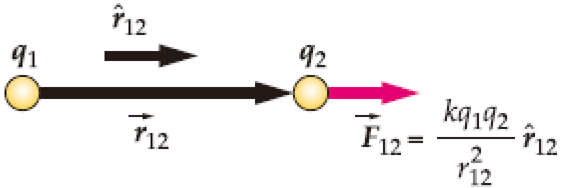
쿨롱
Charles Coulomb, 1736~1806
프랑스의 물리학자



(a)

» 쿨롱힘: $\vec{r_1}$에 놓여있는 전하 $\mathbf{q_1}$이 $\vec{r_2}$에 놓여있는 전하 $\mathbf{q_2}$에 미치는 힘:

$$\boxed{\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}} \qquad \hat{r}_{12} = \vec{r}_{12}/r_{12}$$



(b)

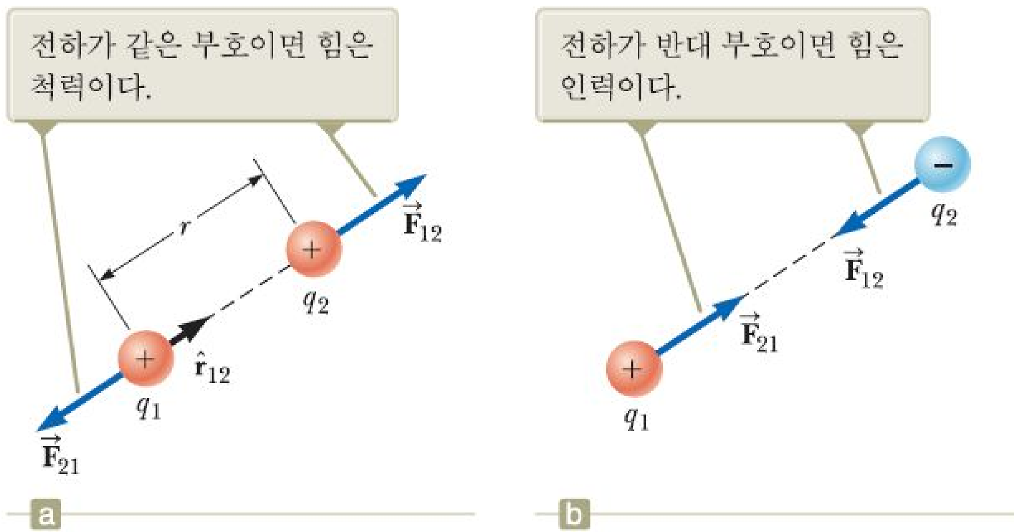
$$k_e = 8.9876\times10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2}$$: 쿨롱 상수

$$k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \qquad \varepsilon_0 = 8.8542\times10^{-12}\,\mathrm{C^2/N\cdot m^2}$$: 자유공간의 유전율 (permittivity)

쿨롱의 법칙

» **쿨롱의 법칙의 벡터 형태**: $\vec{F}_{12} = k_e \dfrac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12}$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

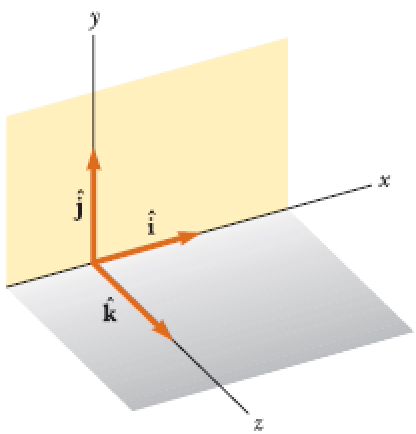


» **중첩의 원리**: 한 전하에 작용하는 힘은 다른 각각의 전하에 의한 힘들의 벡터 합과 같다.

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41}$$

▶ 단위벡터 (Unit Vectors)

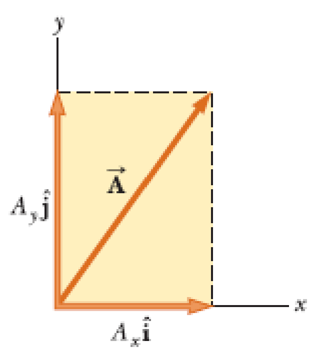
단위 벡터: 차원이 없고 크기가 1인 벡터
주어진 방향을 표시하기 위해 사용



(a)

$$|\hat{\mathbf{i}}| = |\hat{\mathbf{j}}| = |\hat{\mathbf{k}}| = 1$$

벡터를 좌표 성분 벡터의 합으로 표현 가능!



(b)

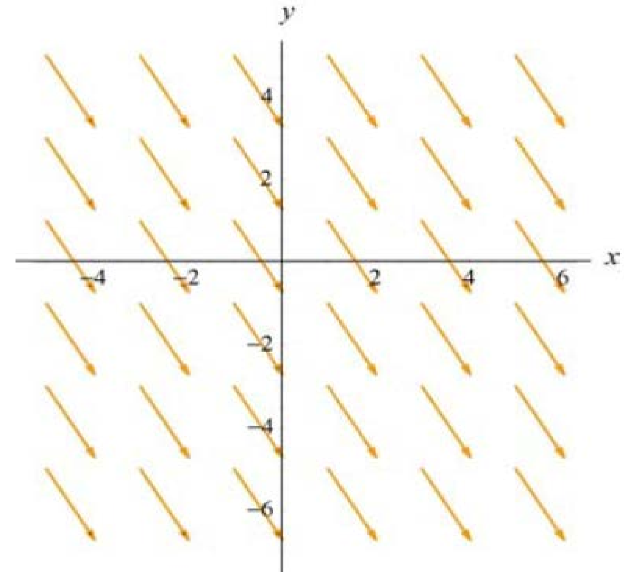
$$\mathbf{A}_x = A_x\hat{\mathbf{i}} \quad (A_x = A\cos\theta)$$

$$\mathbf{A}_y = A_y\hat{\mathbf{j}} \quad (A_y = A\sin\theta)$$

$$\boxed{\mathbf{A} = \mathbf{A}_x + \mathbf{A}_y = A_x\hat{\mathbf{i}} + A_y\hat{\mathbf{j}}}$$

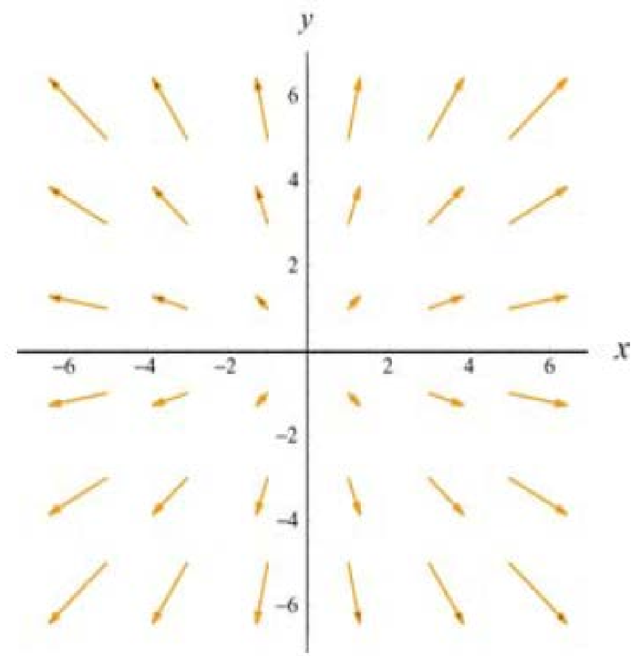
Vector Fields

(a) $\vec{\mathbf{v}} = 3\hat{\mathbf{i}} - 5\hat{\mathbf{j}}$



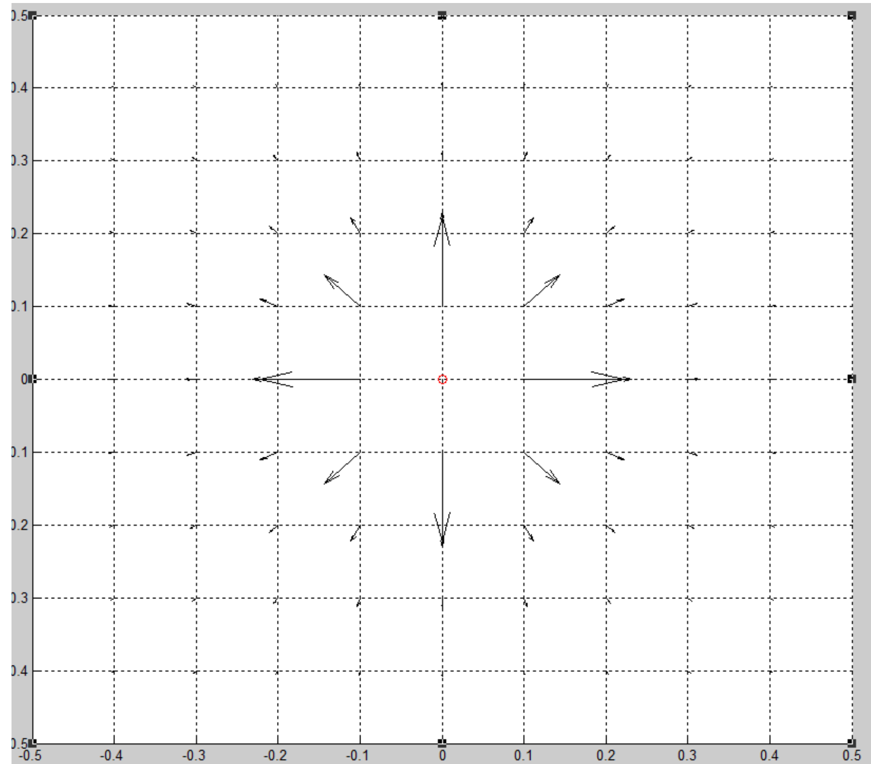
(b) $\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{r}}$

$$\vec{\mathbf{r}} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}}$$



(c) $\vec{\mathbf{v}} = \dfrac{\hat{\mathbf{r}}}{r^2}$

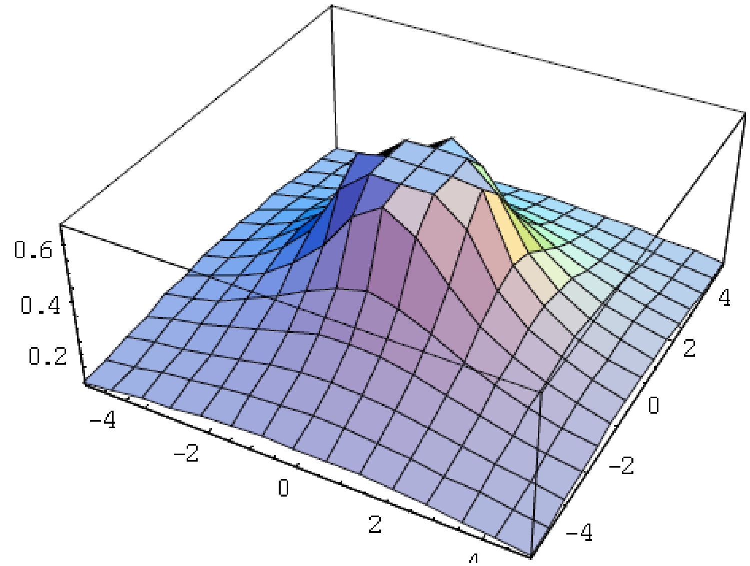
$$\vec{\mathbf{v}} = \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r^2} = \frac{\vec{\mathbf{r}}}{r^3} = \frac{x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}}}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$



Scalar Fields

$$\text{(a)}\quad f(r) = \frac{1}{r}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$



예제 19-1′) 알짜힘이 0인 곳은 어디인가?

세 개의 점전하들이 x축 상에 놓여 있다. q_1은 원점에, q_2는 x=2.0 m, 그리고 q_0는 x(x >2.0 m)에 위치해 있다. (a) q_1=25 nC, q_2 =-10 nC, q_0=20 nC, x =3.5 m일 때, q_1과 q_2에 의해서 q_0에 작용하는 총 전기력을 구하라.

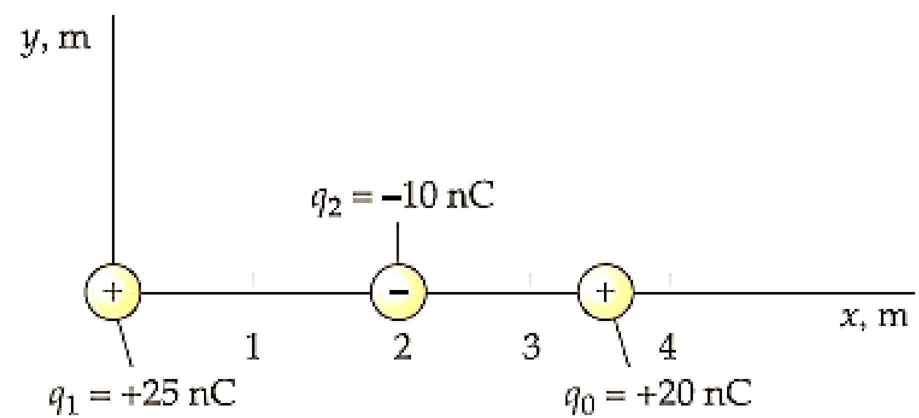
$$\vec{F}_{10} = +F_{10}\hat{i} = +\frac{k|q_1q_0|}{r_{10}^2}\hat{i} = \frac{(8.99\times10^9\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2})(25\times10^{-9}\ \mathrm{C})(20\times10^{-9}\ \mathrm{C})}{(3.5\ \mathrm{m})^2}\hat{i}$$

$$= (0.37\times10^{-6}\ \mathrm{N})\hat{i}$$

$$\vec{F}_{20} = -F_{20}\hat{i} = -\frac{k|q_2q_0|}{r_{20}^2}\hat{i} = -\frac{(8.99\times10^9\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2})(10\times10^{-9}\ \mathrm{C})(20\times10^{-9}\ \mathrm{C})}{(1.5\ \mathrm{m})^2}\hat{i}$$

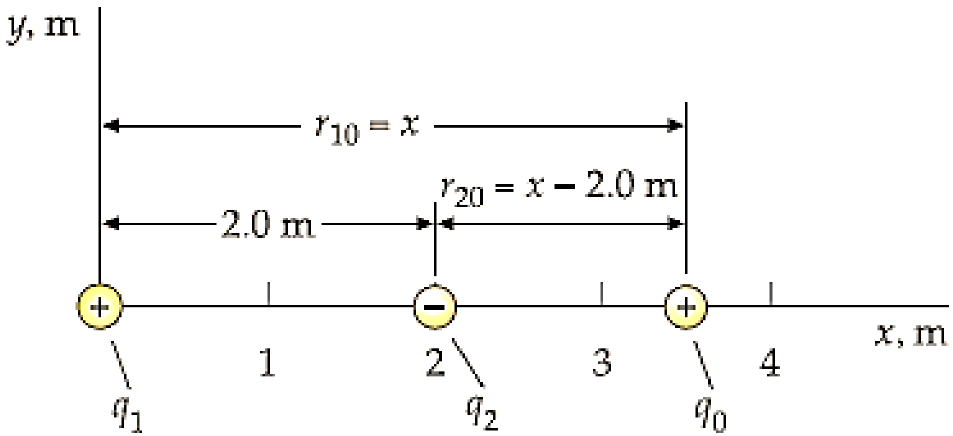
$$= -(0.80\times10^{-6}\ \mathrm{N})\hat{i}$$

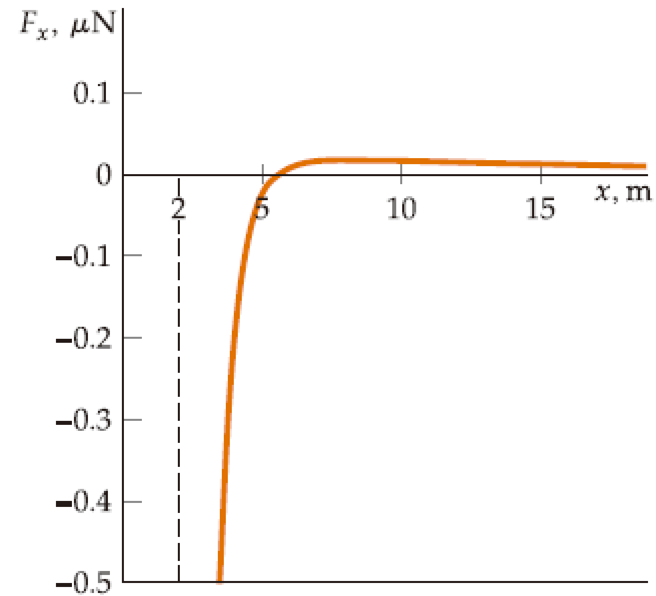
$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{F}_{10} + \vec{F}_{20} = \boxed{-(0.43\times10^{-6}\ \mathrm{N})\hat{i}}$$



예제 19-1′)

(b) 영역 2.0 m<x<∞ 에서 q_1과 q_2에 의해서 q_0에 작용하는 총 전기력을 x로 나타내라.





$$\vec{F}_{net} = \vec{F}_{10} + \vec{F}_{20} = \left(\frac{k|q_1 q_0|}{x^2} - \frac{k|q_2 q_0|}{(x - 2.0\text{ m})^2} \right)\hat{i}$$

(c) q0에 작용하는 알짜힘이 0인 곳은 어디인가?

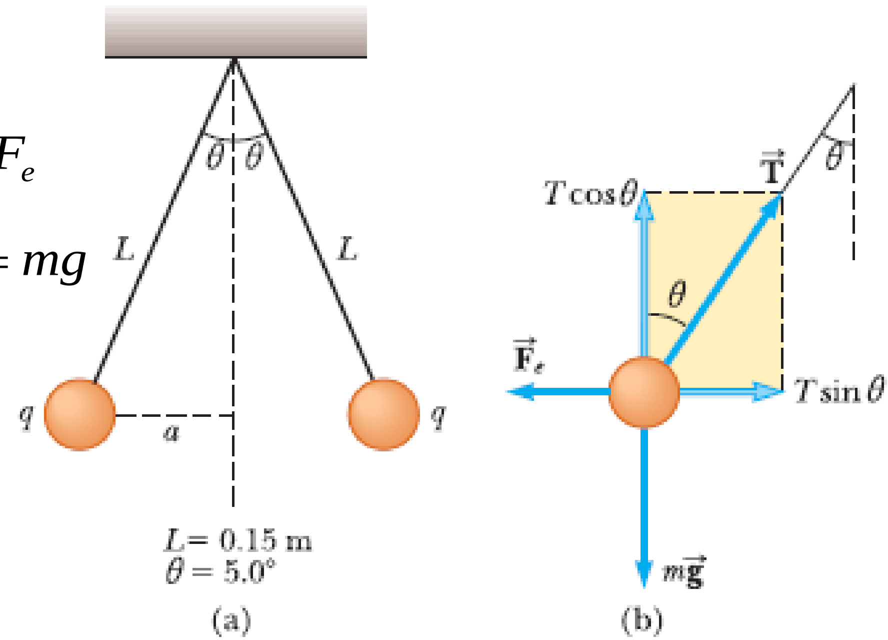
예제 19.3) 구의 전하량 구하기

질량이 각각3.0 ×10^{-2} kg이고 동일하게 대전된 두 개의 작은 구가 그림과 같이 **평형 상태**로 매달려 있다. 각 실의 길이는 **0.15m이고 각도 θ는 5.0** °이다. **각 구의 전하량**을 구하라.

풀이

(1) $\sum F_x = T\sin\theta - F_e = 0 \rightarrow T\sin\theta = F_e$

(2) $\sum F_y = T\cos\theta - mg = 0 \rightarrow T\cos\theta = mg$



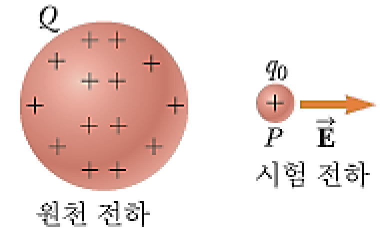
$$a = (0.15\text{m})\sin(5.0°) = 0.013\text{m}$$

$$F_e = k_e\frac{|q|^2}{r^2} \rightarrow |q| = \sqrt{\frac{F_e r^2}{k_e}} = \sqrt{\frac{F_e(2a)^2}{k_e}}$$

$$|q| = \sqrt{\frac{(2.6\times10^{-2}\,N)[2(0.013\text{m})]^2}{8.99\times10^9\,\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2}}$$

$$= 4.4\times10^{-8}\text{C}$$

19.5 전 기 장



- 먼 거리 작용을 설명하기 위한 수학적 도구
- 힘을 느낄 전하가 없어도 전기장은 존재
- 힘을 받는 전하의 위치에서의 전기장의 값에 의해 전기력이 결정됨
- **전기장 벡터(electric field vector) 는 그 점에 놓인 양(+)의 시험 전하(test charge)에 작용하는 전기력을 시험 전하로 나눈 것으로 정의한다.**

$$\boxed{\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}_e}{q_0}}$$

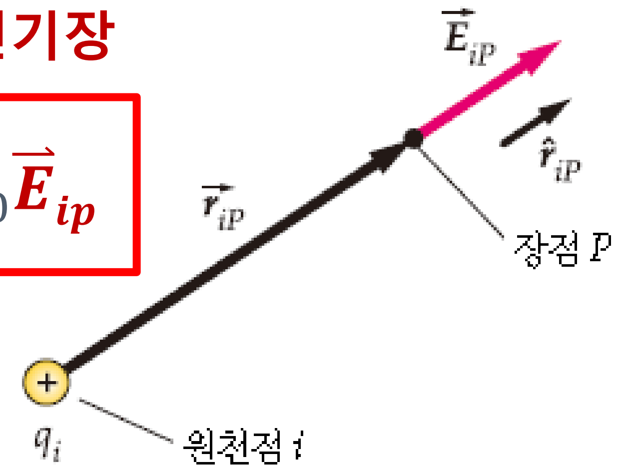
(단위: N/C)

- **이 때 시험 전하는 전기장을 탐지하는 검출기 역할을 할 뿐이다.**
- **어떤 점에서의 전기장을 알고 있으면, 그 점에 놓인 어떤 다른 전하 q0 에 작용하는 힘은**

$$\boxed{\vec{F}_e = q_0 \vec{E}}$$

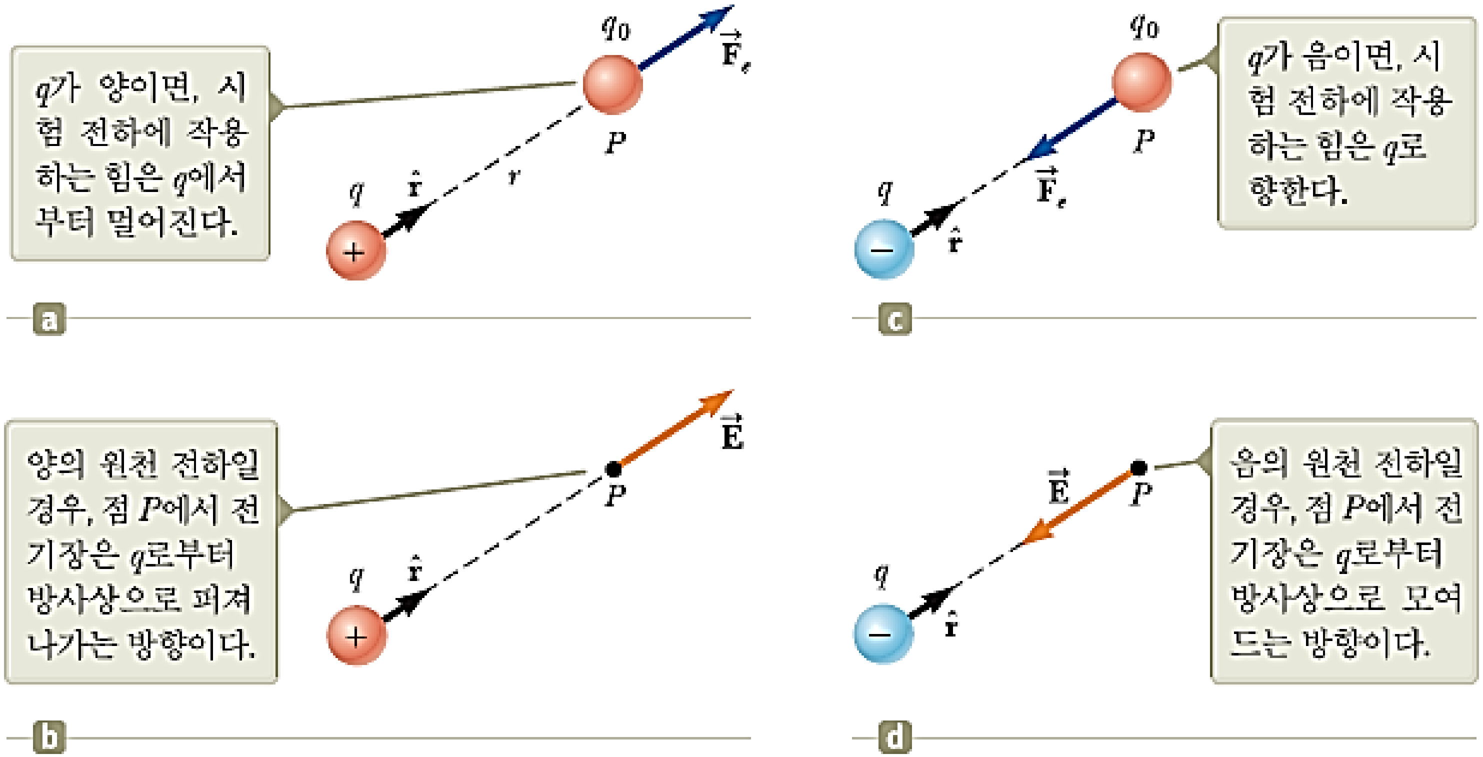
» 점전하 q_i 에 의한 P 점에서의 전기력과 전기장

$$\boxed{\vec{F}_{i0} = \frac{k_e q_i q_0}{{r_{ip}}^2}\hat{r}_{ip} = q_0\left(\frac{k_e q_i}{{r_{ip}}^2}\hat{r}_{ip}\right) = q_0\vec{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{ip}}}$$



» 점전하계에 의한 전기장(중첩의 원리)

$$\boxed{\vec{E}_P = \sum_i \vec{E}_{iP}}$$



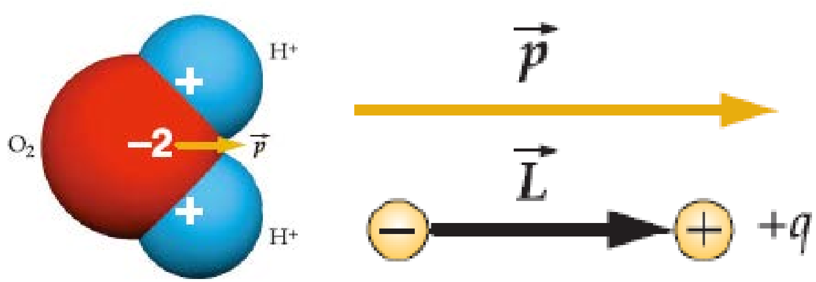
» 여러 개의 원천 전하가 있는 경우 P 지점에서의 전기장

$$\vec{F}_p = \sum_i \frac{k_e q_i q_0}{{r_{ip}}^2}\hat{r}_{ip} = q_0\left(\sum_i \frac{k_e q_i}{{r_{ip}}^2}\hat{r}_{ip}\right) = q_0 \sum_i \vec{E}_{ip} = q_0 \vec{E}_p$$

전기 쌍극자

- **전기쌍극자:** 양과 음의 전하의 위치가 약간 어긋나 부호가 반대이고 크기가 q로 같은 두 전하가 거리 L만큼 떨어져 있는 경우로 전체적으로는 중성.

- **전기쌍극자모멘트**(electric dipole moment): 전기쌍극자의 세기 및 방향.



$$\vec{p} = q\vec{L}$$

$$E = \frac{2kp}{|x|^3}$$

어느 방향으로든 전기쌍극자로부터 멀리 떨어진 곳에서의 전기장의 크기는 쌍극자모멘트의 크기에 비례하고 거리의 세제곱으로 감소

예제 19.4 두 전하에 의한 전기장

(A) $|q_1|=|q_2|$와 $a=b$인 특별한 경우에 **점 P에서 전기장**을 구하라.
(B) 점 P가 원점으로부터 거리 $y\gg a$일 때, **전기 쌍극자에 의한 전기장**을 구하라.

풀이

(A)

(3) $$E_x = k_e \frac{q}{(a^2+y^2)}\cos\theta + k_e \frac{q}{(a^2+y^2)}\cos\theta$$

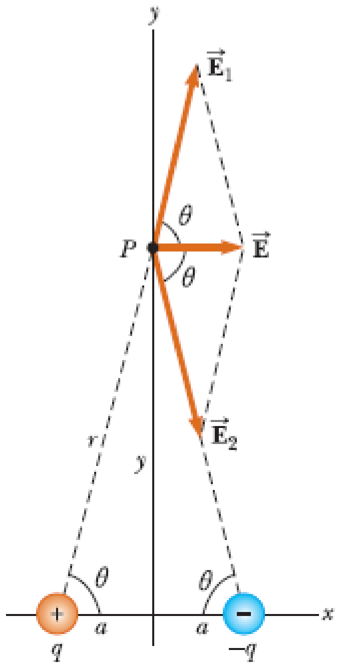
$$= 2k_e \frac{q}{(a^2+y^2)}\cos\theta$$

$$E_y = k_e \frac{q}{(a^2+y^2)}\sin\theta - k_e \frac{q}{(a^2+y^2)}\sin\theta$$

$$= 0$$

(4) $$\cos\theta = \frac{a}{r} = \frac{a}{(a^2+y^2)^{1/2}}$$ 이므로

$$E_x = 2k_e \frac{q}{(a^2+y^2)} \frac{a}{(a^2+y^2)^{1/2}} = k_e \frac{2qa}{(a^2+y^2)^{3/2}}$$



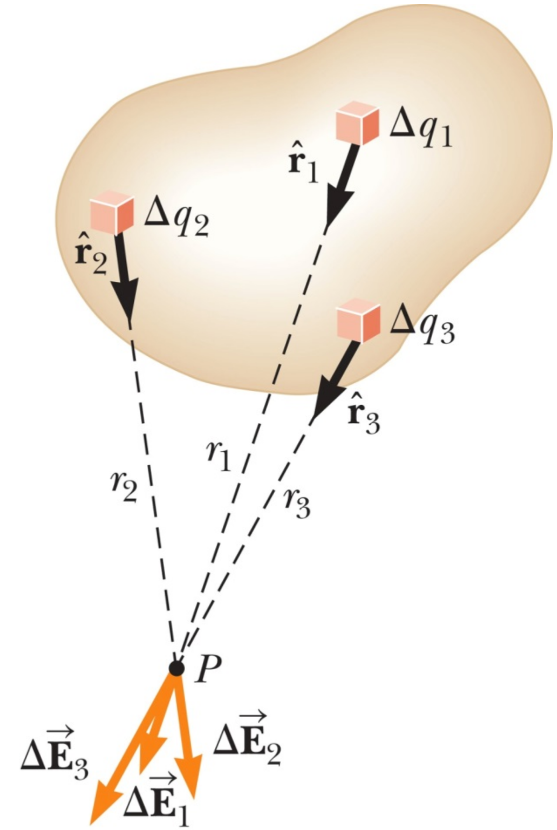
(B) $$E \approx k_e \frac{2qa}{y^3}$$

연속적인 전하 분포에 의한 전기

$$\Delta\vec{E} = k_e \frac{\Delta q}{r^2}\hat{r} \quad \Rightarrow \quad \vec{E} \approx k_e \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2}\hat{r}_i$$

$$\vec{E} = k_e \lim_{\Delta q_i \to 0} \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2}\hat{r}_i = k_e \int \frac{dq}{r^2}\hat{r}$$

$$\text{where, } dq = \rho dV \quad dq = \sigma dA \quad dq = \lambda d\ell$$



부피 전하 밀도 (volume charge density) $\rho \equiv \frac{Q}{V}$

표면 전하 밀도 (surface charge density) $\sigma \equiv \frac{Q}{A}$

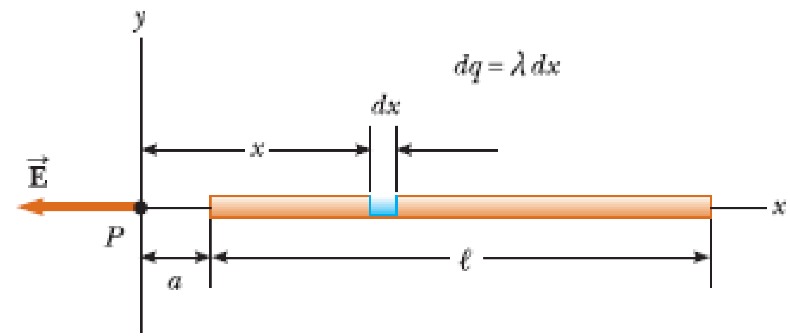
선 전하 밀도 (linear charge density) $\lambda \equiv \frac{Q}{\ell}$

예제 19.5 전하막대에 의한 전기장

길이가 ℓ인 막대에 전체 **양 전하 Q가 단위 길이당 전하 λ로 고르게 퍼져 있다**. 막대의 긴 축 한쪽 끝으로부터 a **만큼 떨어진 점 P에서 전기장**을 구하라.

풀이

$$dE_x = -k_e \frac{dq}{x^2} = -k_e \frac{\lambda dx}{x^2}$$



$$E_x = -\int_a^{\ell+a} k_e \lambda \frac{dx}{x^2}$$

$$E_x = -k_e \lambda \int_a^{\ell+a} \frac{dx}{x^2} = k_e \lambda \left[\frac{1}{x} \right]_a^{\ell+a}$$

$$(1) \quad E_x = k_e \frac{Q}{\ell} \left(\frac{1}{\ell+a} - \frac{1}{a} \right) = \frac{-k_e Q}{a(\ell+a)}$$

예제 19.6 균일한 고리전하에 의한 전기장

전체 **양전하** Q**가 반지름이** a**인 고리에 균일하게 분포**하고 있다. **고리 면에 수직인 중심 축으로부터** x **만큼 떨어져 있는 점** P**에서 고리에 의한 전기장**을 구하라.

풀이

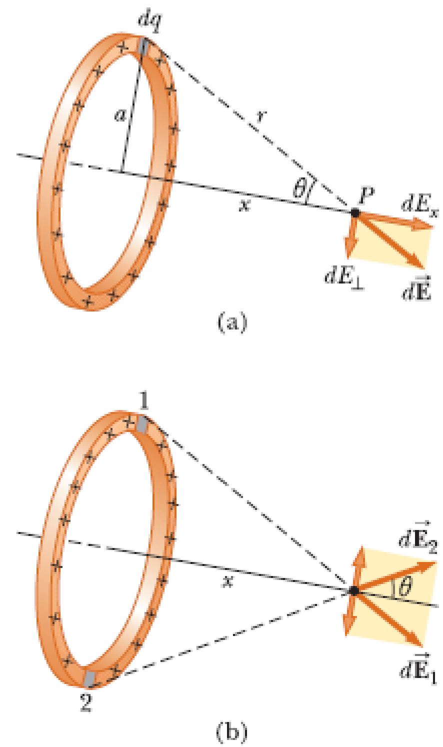
$$(1)\quad dE_x = k_e \frac{dq}{r^2}\cos\theta = k_e \frac{dq}{(a^2+x^2)}\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{(a^2+x^2)^{1/2}}$$ 이므로

$$dE_x = k_e \frac{dq}{(a^2+x^2)} \frac{x}{(a^2+x^2)^{1/2}} = \frac{k_e x}{(a^2+x^2)^{3/2}} dq$$

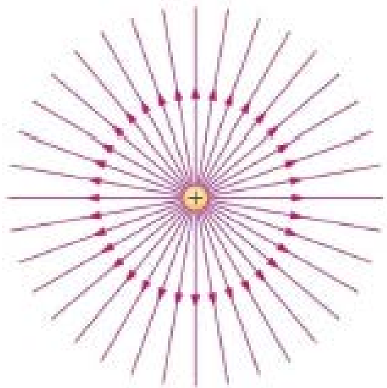
$$E_x = \int \frac{k_e x}{(a^2+x^2)^{3/2}} dq = \frac{k_e x}{(a^2+x^2)^{3/2}} \int dq$$

$$E_x = \frac{k_e x}{(a^2+x^2)^{3/2}} Q$$

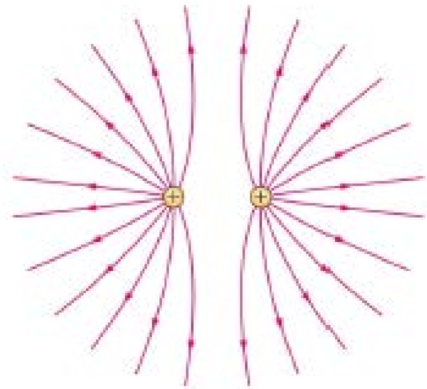


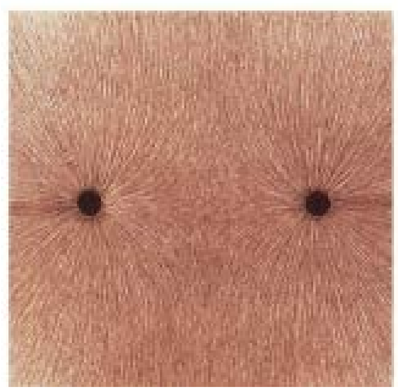
19.6 전기력선(전기장선)

» 전기장의 방향과 크기를 나타내기 위해 전기력선을 사용한다.

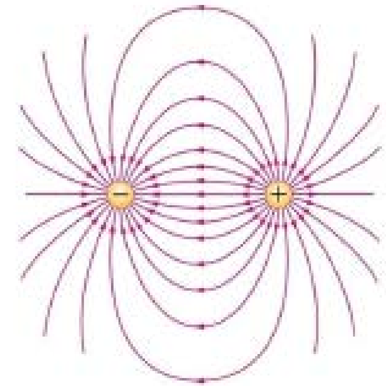


단일 양전하





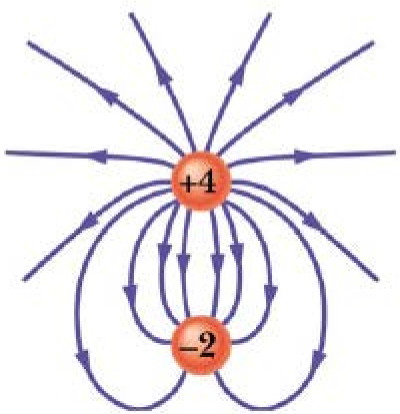
두 개의 양전하

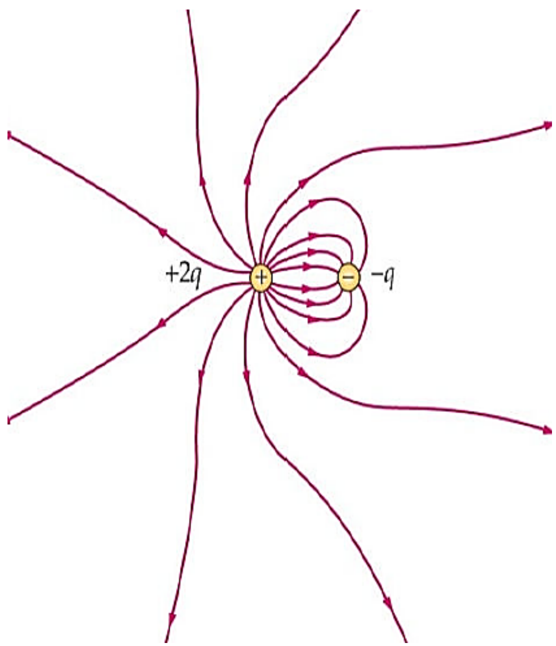


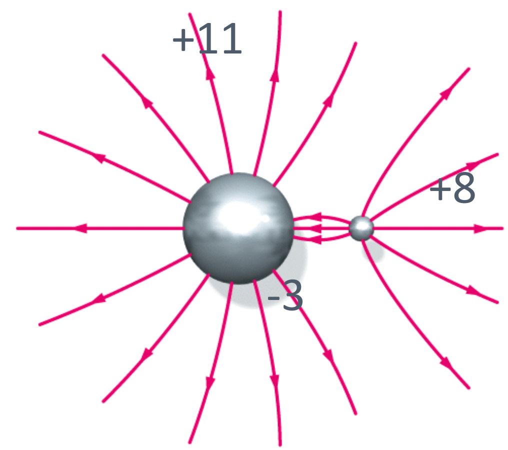
양전하와 음전하

전기장선의 특징

» 방향: 양의 시험 전하가 힘을 받는 방향. 공간의 모든 점에서 전기장에 평행.
» 밀도: 단위 면적당 전기력선의 밀도는 전기장의 세기에 비례.
» 양전하(또는 무한대)에서 시작, 음전하(또는 무한대)에서 끝남.
» 교차하지도 않고 끊어지지도 않음.
» 양전하에서 나오거나 음전하로 들어가는 전기장선의 수는 전하의 크기에 비례.







멀리서 보면 양전하처럼 보인다.

19.7 균일한 전기장 내에서 대전 입자의 운동

$$\vec{F}_e = q\vec{E} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

예제 19.7 양전하의 가속: 두 모형

거리 d 만큼 떨어지고 평행한 전하 판 사이에 **균일한 전기장 E는** x**축과 나란한 방향이다.** 양전하 판에 가까운 A점에서 질량 m인 양의 점 전하 q를 정지 상태에서 가만히 놓으면, 이 양전하는 음전하 판 가까운 점 B쪽으로 가속도 운동을 한다.

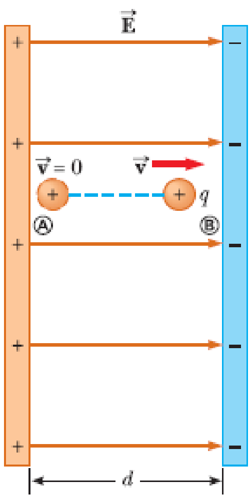
(A) 입자가 일정한 가속도를 받고 있는 입자로 모형화하여 **B점에서 입자의 속도**를 구하라.

풀이

$$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i) = 0 + 2a(d - 0) = 2ad$$

$$v_f = \sqrt{2ad} = \sqrt{2\left(\frac{qE}{m}\right)d} = \sqrt{\frac{2qEd}{m}}$$



(B) **비고립계 모형**으로 **점 B에서 입자의 속력**을 구하라.

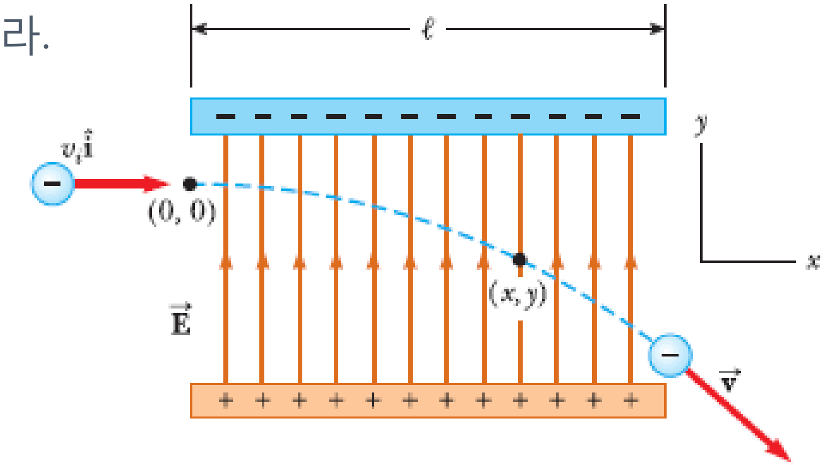
일-운동 에너지 정리($W = \Delta K$)를 사용한다

$$F_e \Delta x = KB - KA = \frac{1}{2}m{v_f}^2 - 0, \qquad v_f = \sqrt{\frac{2qEd}{m}}$$

예제 19.8 전자의 가속

그림과 같이 E=**200N/C**인 **균일한 전기장** 영역으로, 전자가 **처음 속력** v_i =3.00 ×10⁶ m/s 으로 들어온다. 판의 **수평 길이는** ℓ **=0.100m**이다.

(A) 전자가 전기장 안에 있는 동안의 가속도를 구하라.



풀이

$$\sum F_y = ma_y \quad \rightarrow \quad a_y = \frac{\sum F_y}{m} = -\frac{eE}{m_e}$$

$$a_y = -\frac{(1.60\times10^{-19}\,\mathrm{C})(200\,\mathrm{N/C})}{9.11\times10^{-31}\,\mathrm{kg}}$$

$$= -3.51\times10^{13}\,\mathrm{m/s^2}$$

(B) 전자가 **시각** t **=0**에 전기장 안으로 들어온다고 가정하고, **전자가 전기장을 떠나는 시간**을 구하라.

$$x_f = x_i + v_x t \quad \rightarrow \quad t = \frac{x_f - x_i}{v_x} \qquad t = \frac{\ell - 0}{v_x} = \frac{0.100\,\mathrm{m}}{3.00\times10^{6}\,\mathrm{m/s}} = 3.33\times10^{-8}\,\mathrm{sec}$$

(C) 전자가 전기장 안으로 들어오는 **수직 위치를** y_i **=0이라고 가정하고, 전자가 전기장을 떠날 때의 수직 위치**를 구하라.

$$y_f = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \qquad y_f = 0 + 0 + \frac{1}{2}(-3.51\times10^{13}\,\mathrm{m/s^2})(3.33\times10^{-8}\,\mathrm{s})^2$$

$$= -0.0195\,\mathrm{m} = -1.95\,\mathrm{cm}$$

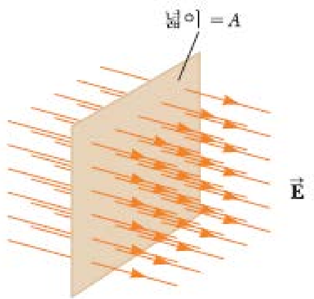
단원 마무리 과제

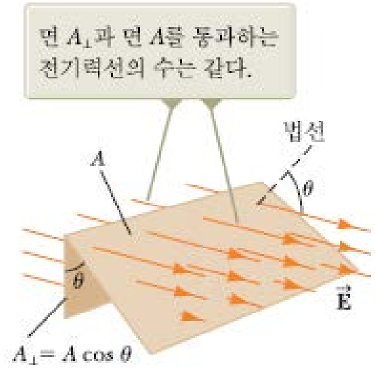
다음 문제는 풀어서 제출 (다음 시간까지 제출)

- 2009년 2학기 중간기출시험 문제: 2번
- 2010년 2학기 중간기출시험 문제: 2번
- 2011년 2학기 중간기출시험 문제 : 2번
- 2012년 2학기 중간기출시험 문제 : 2, 3번

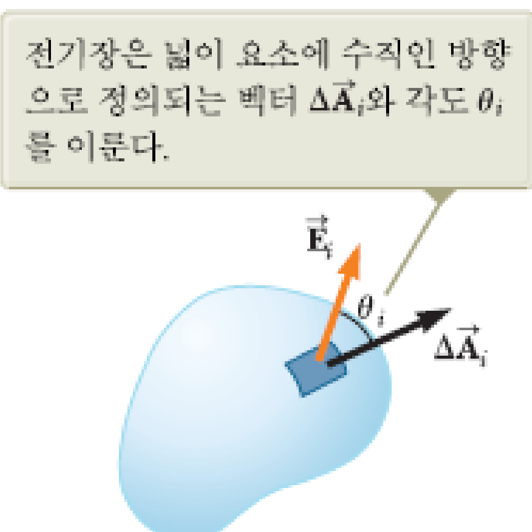
19.8 전기선속 Electric Flux

» **전기선속:** 어떤 면을 통과하는 전기력선의 수에 비례하는 양

» 



전기선속: $\Phi_E = EA$ (단위: N·m²/C) $\Phi_E = EA_\perp = EA\cos\theta$



$$\Delta\Phi_E = E_i \Delta A_i \cos\theta_i = \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{A}_i$$

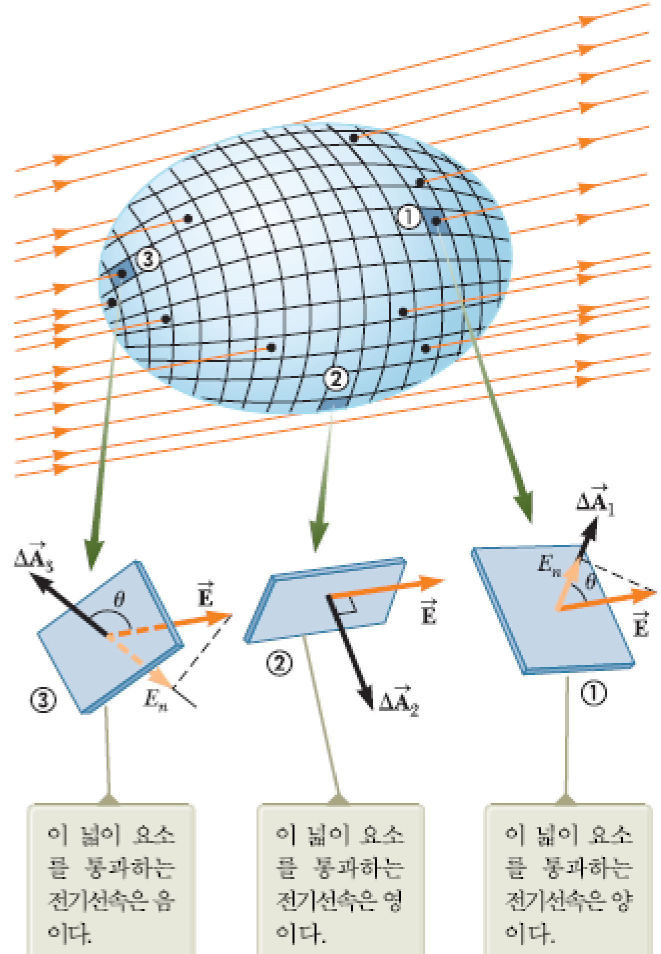
$$\Phi_E \approx \sum \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{A}_i$$

$$\Phi_E \equiv \int_{surface} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

면적 요소 ①: θ < 90° → 선속은 양(+)의 값

면적 요소 ②: θ = 90° → 선속은 영

면적 요소 ③: 90° < θ < 180° →선속은 음(-)의 값

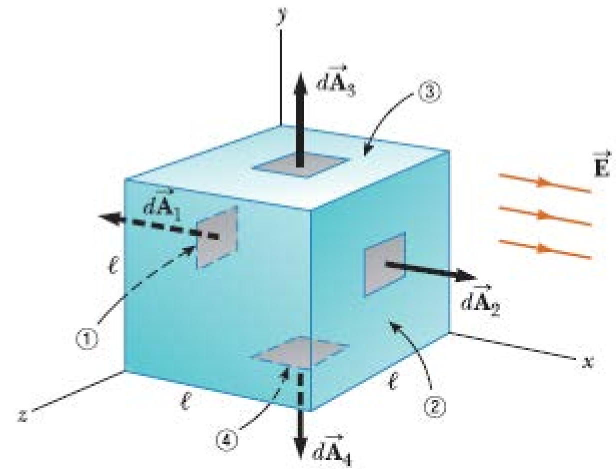


표면을 통과하는 알짜 선속은 표면을 통과하는 **알짜 전기력선의 수에 비례**한다. 알짜 전기력선의 수는 표면을 통과하여 나가는 전기력선 수에서 표면을 통과하여 들어오는 전기력선 수를 뺀 값을 의미한다.

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E_n dA$$

예제 19.9 정육면체를 통과하는 선속

균일한 전기장 E가 x축 방향으로 향하고 있다. 그림과 같이 한 변의 **길이가 ℓ인 정육면체의 표면을 통과하는 알짜 전기선속**을 구하라.



전기장의 방향과 평행한 네 면을 통과하는 선속은 0이 된다.

풀이

$$\Phi_E = \int_1 \vec{E}\cdot d\vec{A} + \int_2 \vec{E}\cdot d\vec{A}$$

$$\int_1 \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \int_1 E(\cos 180°)dA = -E\int_1 dA$$

$$= -EA = -E\ell^2$$

$$\int_2 \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \int_2 E(\cos 0°)dA$$

$$= E\int_2 dA = +EA = E\ell^2$$

$$\Phi_E = -E\ell^2 + E\ell^2 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

19.9 가우스의 법칙 Gauss's Law

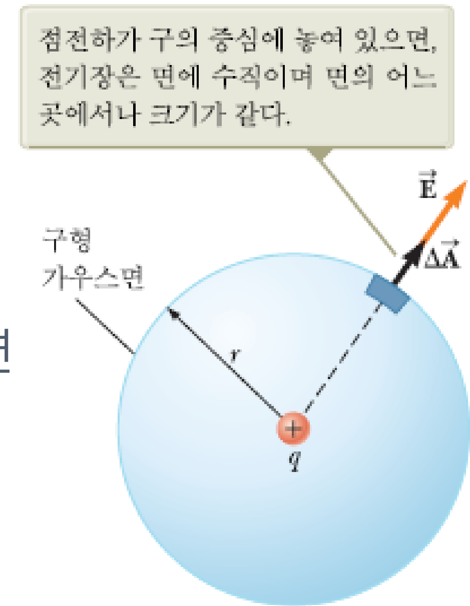
» 전하를 둘러싸고 있는 폐곡면을 지나는 전기선속을 고려하자.
» 전기장의 방향과 면적벡터의 방향은 구면의 모든 점에서 동일하므로

$$\vec{E}\cdot\Delta\vec{A}_i = E\Delta A_i$$

$$\Phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \oint E\,dA = E\oint dA$$

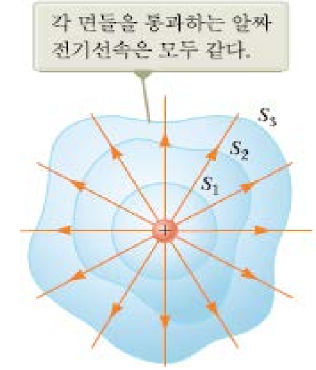
점전하에 의한 전기장에 대한 식과 구의 면적을 대입하면

$$\Phi_E = k_e\frac{q}{r^2}(4\pi r^2) = 4\pi k_e q \qquad \therefore \Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

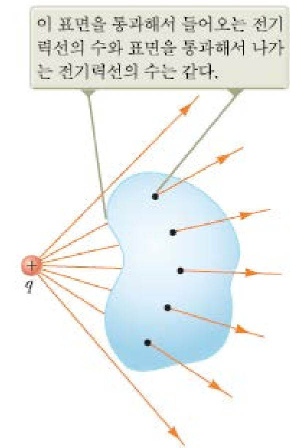


» **구형의 가우스면을 통과하는 알짜 선속은 반지름 r에 무관**

점 전하 q를 둘러싸고 있는 폐곡면을 지나는 알짜 선속은 폐곡면의 모양에 무관, 폐곡면 내의 전하량에만 의존, 크기는 항상 q/ε_0



» 전하를 포함하고 있지 않는 폐곡면을 통과하는 알짜 전기선속은 0

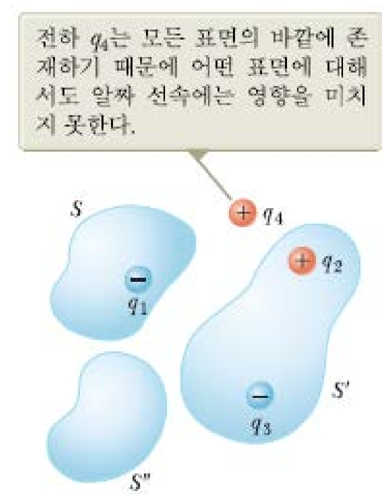


» 여러 개의 전하에 의해 만들어진 전기장은 각각의 전하에 의한 전기장들의 벡터 합

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots) \cdot d\vec{A}$$

» q_{in}은 가우스면 내부에 존재하는 알짜 전하만을 의미하지만, 전기장 **E**는 가우스면 내부와 외부에 있는 모든 전하에 의해 만들어지는 전체 전기장이다.

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$



가우스의 법칙 Gauss's Law

» 원칙적으로 가우스 법칙을 이용하여 전기장을 계산할 수 있다.

» 그러나 실제로 이 기법은 전하의 대칭적인 분포(구 대칭, 원통 대칭, 평면대칭) 에 대한 전기장 계산에만 유효하다.

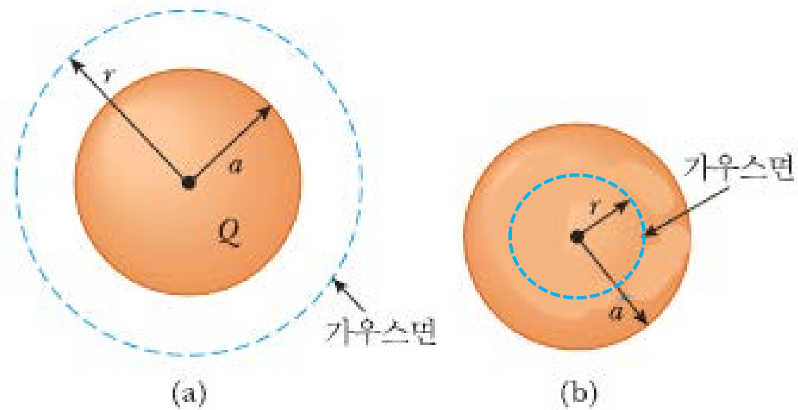
» 전하 분포를 둘러싼 가우스 면을 적절히 선택하면 전기장 E를 적분 기호 밖으로 빼낼 수 있어 적분 계산을 쉽게 할 수 있다.

» 가우스 면은 수학적인 면이기 때문에 어떤 실제의 물리적인 면과 일치 할 필요가 없다.

예제 19.10 구대칭 전하 분포

부피 전하 밀도가 ρ이고 **전체 양전하** Q로 **균일하게 대전**되어있는 **반지름이** a인 속이 찬 부도체 구가 있다. (A)**구 밖**과 (B) **구 내부**의 한 점에서 **전기장의 크기**를 구하라.

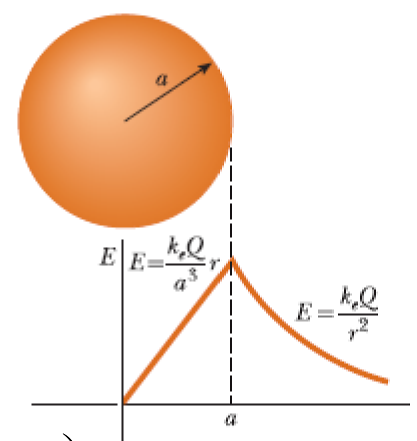
풀이



(A) $$\Phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \oint E dA = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\oint E dA = E\oint dA = E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$(1) \quad E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = k_e\frac{Q}{r^2} \quad (r \rangle a)$$



(B) $$q_{in} = \rho V' = \rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$$

$$\oint E dA = E\oint dA = E\,4\pi r^2 = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{q_{in}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r \quad (2) \quad E = \frac{\left(Q / \frac{4}{3}\pi a^3\right)}{3(1/4\pi k_e)} r = k_e\frac{Q}{a^3} r \quad (r \langle a)$$

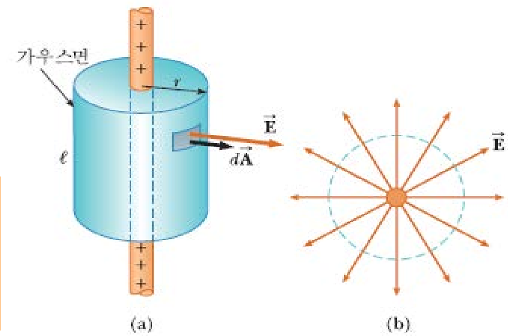
예제 19.11 원통형 대칭 전하 분포

단위 길이당 양(+) 전하가 λ의 크기로 균일하게 대전되어 있는 무한히 길고 곧은 도선으로부터 거리가 r 만큼 떨어진 점에서의 전기장을 구하라.

풀이

$$\Phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \oint_{side} \vec{E}\cdot d\vec{A} + \oint_{plane} \vec{E}\cdot d\vec{A} = E\oint A = EA$$

$$= \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda\ell}{\varepsilon_0} \qquad E(2\pi r\ell) = \frac{\lambda\ell}{\varepsilon_0} \qquad \therefore E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$



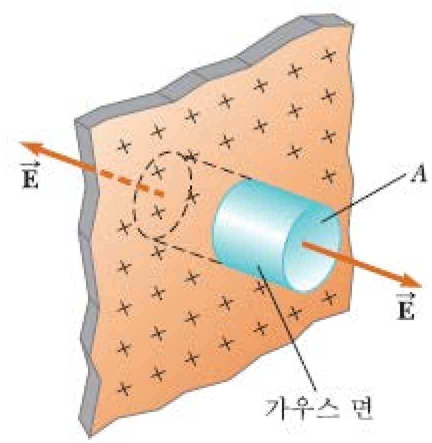
예제 19.12 전하 평면

양전하가 표면 전하 밀도 σ로 고르게 대전되어 있는 무한 평면에 의한 전기장을 구하라

풀이

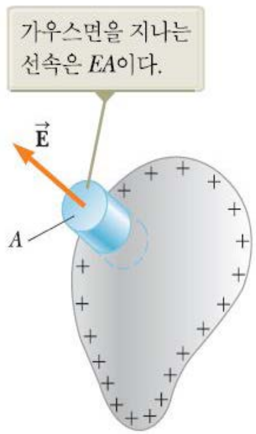
$$\Phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \oint_{side} \vec{E}\cdot d\vec{A} + \oint_{plane} \vec{E}\cdot d\vec{A}$$

$$= E\oint_{plane} A = 2EA = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma A}{2\varepsilon_0} \qquad \therefore E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$



정전기적 평형 상태의 도체

만약 도체 내에서 이들 전하의 알짜 운동이 없을 경우, 도체는 **정전기적 평형 상태**(electrostatic equilibrium)에 있다고 한다.



$$\Phi_E = \oint E dA = EA = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

$$\therefore E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

1)도체 내부의 전기장은 0이다.
(도체 내부에는 알짜 전하가 없다.)
2) 모든 전하는 도체 표면에 균일하게 분포한다. (불규칙한 모양을 가지는 도체인 경우, 표면 전하 밀도는 면의 곡률 반지름이 가장 작은 곳, 즉 뾰족한 점에서 가장 크다.)
3) 대전되어 있는 도체 표면 바로 바깥의 전기장은 도체 표면에 수직이고 σ/ε_0의 크기를 갖는다. 여기서 σ는 표면 전하 밀도이다.

단원 마무리 과제

다음 문제는 풀어서 제출 (다음 시간까지 제출)

» 2008년 2학기 중간기출시험 문제: 5번

» 2009년 2학기 중간기출시험 문제: 6번

» 2012년 2학기 중간기출시험 문제 : 5, 6번

» 2013년 2학기 중간기출시험 문제 : 2a번, 4

2009-2-mid

2. x 축 위에서 0m 인 지점에 $-9\,\mathrm{C}$ 의 전하가 있고 1m 인 지점에 $+16\,\mathrm{C}$ 인 전하가 놓여 있다. [10점, 난이도 중]

(가) 무한대를 제외한 x 축의 어느 위치에서 이 두 전하에 의한 **<u>전기장의 세기가 0이 되는가?</u>**

2. 다음 물음에 답하시오.(10점, 난이도 하)
(가) $+6\,\mu C$ 의 점전하가 $+x$ 방향으로 12mN의 힘을 받고 있다. 이 점전하가 놓인 지점에서 전기장의 크기는?

나) 같은 위치에 $+6\,\mu C$ 대신 $-2\mu C$ 인 점전하를 놓으면 $-2\mu C$ 은 얼마 크기의 힘을 받을까?

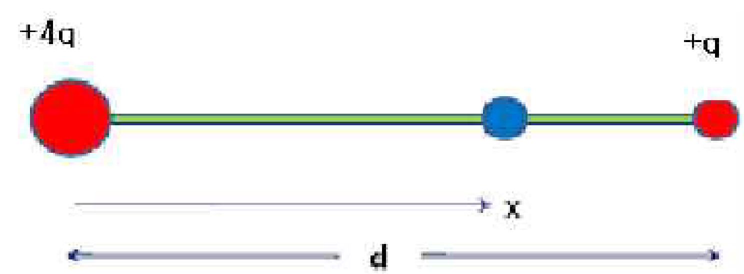
(나) (가)의 전기장이 x축에 놓인 $2\mu C$ 때문이라면 전하의 위치를 x 좌표로 답하시오.(5점)

2. 모양과 크기가 같은 두 개의 작은 도체 조각이 각각 $+10\mu C$ 과 $-4\mu C$ 인 전하를 지니고 있다. 처음에 간격이 L 만큼 떨어져 있던 도체들을 가져다가 접촉시켜 전하를 재분배한 후 원래 간격인 L만큼 다시 떼어놓는다. 도체는 매우 작아서 점전하처럼 생각할 수 있다. (**10점**, 난이도 하)

(가) 접촉 후 두 도체들 사이의 힘은 인력인가 척력인가? (5점. 답만 적을 것)

(나) 접촉하기 전 둘 사이에 작용하는 힘의 크기를 $F_{전}$ 이라 하고 접촉한 후의 크기를 $F_{후}$ 라 할 때 두 힘 사이의 비율($F_{전}/F_{후}$)은 얼마인가? (5점)

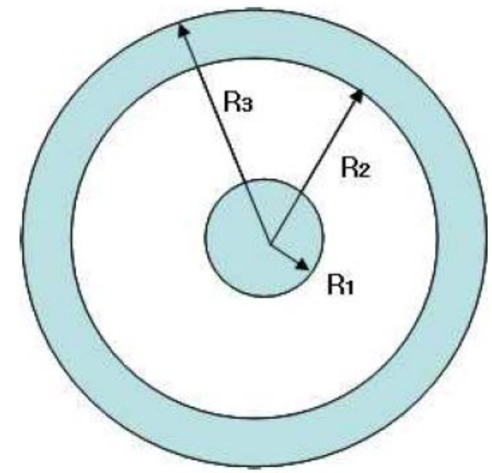
2. 전하량이 각각 4q와 q인 두 개의 대전된 작은 구가 절연된 길이가 d인 막대 끝에 고정되어 있다. 전하를 띤 세 번째 구가 자유로이 움직일 수 있도록 막대에 끼워져 있다. 세 번째 구가 움직이지 않고 평형상태에 있을 수 있는 x를 구하라. (10점, 난이도 중)



3. X축 방향의 균일한 전기장 $\vec{E} = 8 \times 10^4\ V/m\ \hat{i}$ 안에 질량 $m = 1 \times 10^{-27} kg$ 이고 전하량 $q = 2 \times 10^{-19} C$인 양전하가 정지 상태로 놓여졌다. 이 전하가 전기장에 의해 가속되어 $d = 0.5m$ 만큼 이동한 순간 **속력**과 **이동방향**을 구하시오.(15점, 난이도 중)

2008-mid-5

5. 전체 전하가 $-6\,\mu C$ 을 지닌 **도체구**(반경 $R_1 = 10\,\text{cm}$)가 $+9\,\mu C$ 을 지닌 **도체 구껍질**(내경 $R_2 = 25\,\text{cm}$, 외경 $R_3 = 35\,\text{cm}$)의 중심에 놓여있다. (쿨롱상수는 $k = 9\times10^9\,\text{Nm}^2/\text{C}^2$ 로 계산하라.) [15점, 난이도 상]

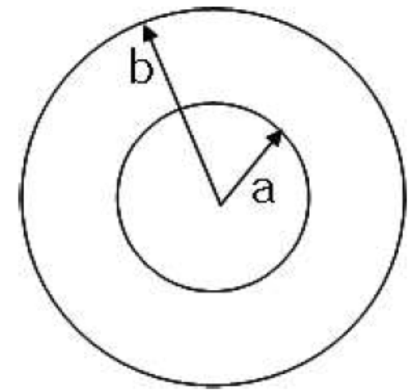


(가) 구껍질 **안쪽** 면($r = R_2$)에 분포된 전하는 얼마인가? [5점]

(나) 가우스법칙을 이용하여 중심으로부터 $30\,\text{cm}$와 $40\,\text{cm}$만큼 떨어진 점에서의 전기장을 각각 구하시오. ($\epsilon_0 = 1/4\pi k$ 이며, 구와 껍질은 도체임을 이용하라.) [10점]

2009-mid-6

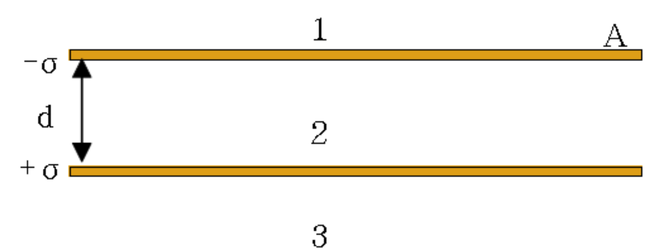
6. 다음 그림과 같이 중심이 같고 반지름이 각각 a 와 b 인 두 개의 도체 구 껍질이 있다. ($a<b$) 안쪽 구 껍질의 알짜전하는 $+Q$ 이고 바깥쪽 구 껍질의 알짜전하는 $-Q$ 이다. [20점, 난이도 상]



(가) 구 껍질의 중심으로부터 거리 r 만큼 떨어진 한 점에서의 전기장을 $a<r<b$ 과 $b<r$ 인 두 경우에 대하여 Gauss 법칙을 이용하여 구하라.

2012-mid-5

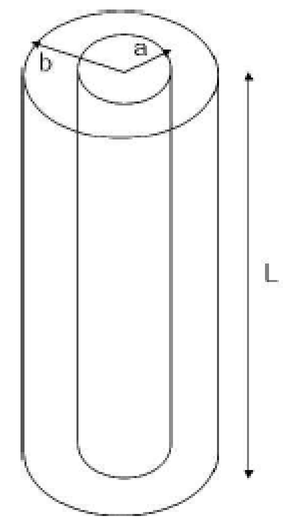
5. 그림은 진공 중에 놓여있는 평행한 두 도체 판으로 이루어진 평행판 축전기를 보여주고 있다. 축전기 도체 판들의 각 면적은 A, 사이 간격은 d이며 위 도체 판은 $-\sigma$의 면전하밀도로 아래 도체 판은 $+\sigma$의 면전하 밀도로 균일하게 대전되어 있다. 두 도체 판은 $d \ll \sqrt{A}$ 이므로 축전기의 가장자리를 제외하고는 무한 평면 판의 경우로 근사 시킬 수 있다고 가정하자. (15점, 난이도 중)



(가) 1, 2, 3,각 구간에서 전기장의 크기를 구하여라.(5점)

2012-mid-6

6. 다음 그림과 같이 각각의 반경이 a와 $b(a<b)$이고 길이가 L인 원통형 축전기가 있다. 반경 a인 도체 원통은 전하 Q로 대전되어 있고 반경 b 인 동축 원통 껍질은 $-Q$로 대전되어 있다. 이 축전기는 $L \gg b > a$이므로 원통의 양끝을 제외하고는 무한 원통의 경우로 근사할 수 있다고 가정하자. 대칭축으로부터의 거리를 r 이라할 때 아래에 답하시오. (20점, 난이도 상)



(가) 반경 a인 원통의 면전하 밀도를 구하시오.(5점)

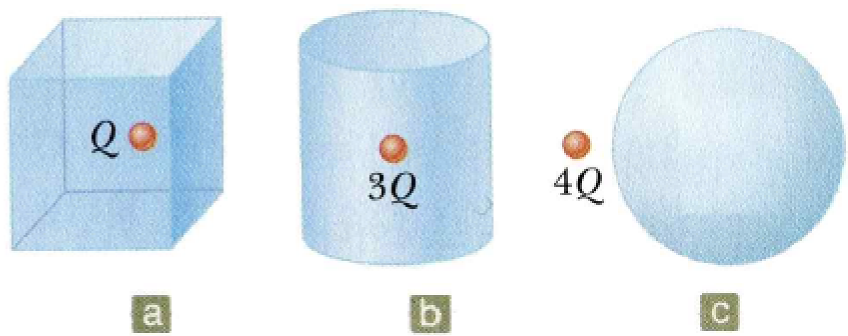
(나) r<a 영역에서 가우스 법칙을 이용하여 전기장을 구하시오.(5점)

(다) a<r<b 인 영역에서 가우스 법칙을 이용하여 전기장을 구하시오.(5점)

2013-mid-2a

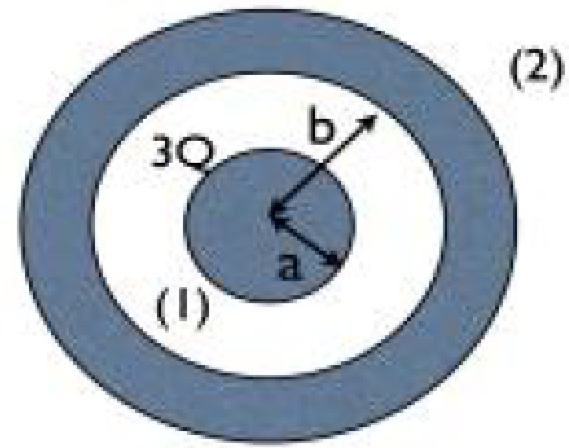
2a. 다음 그림에서 각 가우스 면을 통과하는 전기선속의 값을 큰 것부터 순서대로 나열하라. (5점, 난이도 하)

(b , a , c)



2013-mid-4

4. 그림과 같이 가운데 +3Q의 전하량으로 대전된 도체구가 있고, +Q의 알짜전하를 가진 **두께가 있는 도체구 껍질**이 이를 둘러싸고 있다. (15점, 난이도 상)



가) 구 껍질 안쪽 표면과 바깥쪽 표면에 각각 분포하는 전하량은 ?

나) 그림에서 영역 (1)과 (2)에서 전기장의 세기를 Gauss 법칙을 써서 구하시오.

다) 만일 도체구 껍질이 접지된다면, 구 껍질 안쪽 표면과 바깥쪽 표면에 각각 분포하는 전하량은 어떻게 될까?