Reševanje problema trgovskega potnika s k-optimalnim in Lin-Kernighanovim algoritmom

Žan Jernejčič in Ines Šilc

V projektni nalogi bova reševala Problem trgovskega potnika s pomočjo k-optimalnega in Lin-Kernighanovega algoritma.

Problem trgovskega potnika oziroma Travelling salesman problem (krajše TSP) je problem, kjer imamo podanih n mest in razdalje med vsemi (za vsak par mest imamo torej podano, koliko sta si oddaljeni). Zanima nas, ali lahko obiščemo vsako mesto in se na koncu vrnemo v prvotno mesto. Če označimo $d_{i,j}$ kot razdaljo mad i-tim in j-tim mestom, iščemo torej:

$$\min_{\pi \in S_n} \sum_{i=1}^{n-1} d_{\pi(i),\pi(i+1)} + d_{\pi(n),\pi(1)}$$

kjer je S_n množica vseh permutacij danih n mest.

Naivna rešitev je očitna, pogledamo $(n-1)!$ kombinacij, torej iz vsakega mesta v vsako drugo mesto, si zapišemo vse kombinacije in kakšno razdaljo smo prepotovali, ter izberemo tisto možnost, kjer je bila razdalja najkrajša. Poskusimo še z drugimi rešitvami.

K-optimalni algoritem

Lin-Kernighanov algoritem

Glavna razlika med k-optimalnim in Lin-Kernighanovim algoritmom je, da si pri k-optimalnemu na začetku izbremo fiksen k, medtem ko pri Lin-Kernighanovemu na vsakem koraku pogledamo kakšen k bi se nam najbolj splačalo vzeti. Lin-Kernighanov algoritem na vsakem koraku začne s $k = 2$ in k povečuje dokler ne najde zamenjave, ki bi skrajšala trenutni obhod. Če jo najde, potem ponastavi vrednost k nazaj na 2 in začne novo iteracijo. Če algoritem preizkusi vse možne zamenjave in ne najde izboljšave, potem je dobljena rešitev lokalni minimum.

Na vsakem koraku gradimo množici A in B, ki predstavljata množico povezav, ki jih bomo odstranili iz obhoda $A = \{a_1, \dots a_n\}$ in množico povezav, ki jih bomo dodali $B = \{b_1, \dots, b_n\}$. Množicama na vsakem koraku dodamo para povezav(a_i, b_i). Da poenostavimo delovanje algoritma, morata množici zadoščati nekaterim kriterijem.

- Množici A in B morata biti disjunktni.
- Povezavi a_i iz A in b_i iz B imata skupno vozlišče ter b_i in a_{i+1} tudi. Če je veriga povezav $(a_1, b_1, \dots a_n, b_n)$ sklenjena rečemo, da je menjava zaporedna. Tako dovolimo le zaporedne menjave

- Naj bo povezava $a_i = (t_{2i-1}, t_{2i})$ iz A in $i \geq 3$. Če povežemo vozlišči t_{2i} in t_1, potem dodane in odstranjene povezave tvorijo cikel.
- Naj bo $c(a_i)$ dolžina povezave a_i in naj bo $p_i = c(a_i) - c(b_i)$ dobiček zamenjave a_i z b_i. Potem je vsak delni dobiček $P_i = p_1 + p_2 + \cdots + p_i$ pozitiven.

Ko uvedemo te kriterije omejimo iskalno območje le na povezave, ki bolj verjetno izboljšajo obhod in tako dobimo lokalni minimum.