TLA-TD GRAMMAIRES + Automate à Pile

mardi 21 novembre 2023 08:38

Exercice 2 :

Proposer une grammaire pour chacun des langages suivants :

1. $L_1 = \{ a^n b^n \ / \ n > 0 \}$
2. $L_2 = \{ a^n b^{2n} \ / \ n \geq 0 \}$
3. L_3 = le langage des mots palindromes sur {a,b} c'est-à-dire le langage des mots :
   $W = u_0 u_1 \ldots\ldots u_n$ tel que $0 \leq i \leq n$ et $u_i = u_{n-i}$
4. $L_4 = \{ a^n b^m c^n \ / \ m \geq 0 , n \geq 1 \}$
5. $L_5 = \{ a^m b^n c^p \ / \ m + n = p \}$

tz

1) $a^n b^n \ / \ n > 0$

$a \quad S \quad b$

$G = \langle \{a,b\} ; \{S\} ; S ; R \rangle$

$R : \{ S \to aSb \mid ab \}$

Rq : $a^n b^n ; n \geq 0$

$S \to aSb \mid \varepsilon$

2) $a^n b^{2n} \ / \ n \geq 0$

$a \quad bb$

$S \to aSbb \mid \varepsilon$

Rq : $a^n b^{2n} \ / \ n > 0$

$S \to aSbb \mid abb$

3) $a^n b^m c^n \ / \ m \geq 0 ; n > 0$

$a^n \quad b^m \quad c^n$

S

$S \to aSc \mid aBc$

$B \to bB \mid \varepsilon$

Rq : si $(m,n) \geq 0$

$S \to aSc \mid bB \mid \varepsilon$

$B \to bB \mid \varepsilon$

4) $a^n b^m c^p \ / \ p = m + n$

$a^n \, b^m \, c^m \, c^n$

S

$S \to aSc \mid bBc \mid \varepsilon$

$B \to bBc \mid \varepsilon$

Exercice 3 :

Soit la grammaire G suivante :

G = { S , {0,1} , S , R }

R = S → 11S

S → 0

1. Donnez une description du langage générer par G.
2. Déduire un automate fini déterministe acceptant le langage générer par G.
3. En déduire une expression régulière dénotant le langage générer par G.

1) $L(G) = \{0, 110, 1111\ldots 110\} = \{w \in \{0,1\}^* \setminus w = (11)^n 0 \,;\, n \geq 0\}$

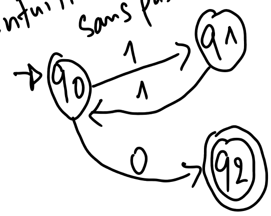
$S \to 0$

$S \to 11S \to 1111S \to 1111\ldots 110$

2) Rq : G est régulière car toutes les règles sont de la forme [$A \to aB$, $A \in V_N$, $a \in V_T^*$, $B \in V_N^*$]

donc L(G) est régulier → définir L par une E.R → validé par un AF

Intuitivement sans passer p. G.



Mais * $G \to AF$

$S \to 11\boxed{S}^{A}$

$S \to 0$

Rappel:

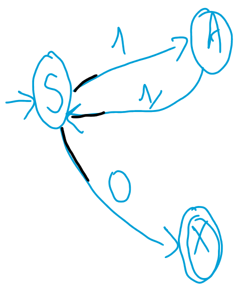
- $B \to a$ $\{B \to aX,\ X \to \varepsilon\}$
- $B \to aA$ $\{\delta(B,a) = \{A\}\}$

$B \to \varepsilon$ $\{B \in F\}$

$S \to 1A$

$A \to 1S$

$S \to 0$ $\{S \to 0X,\ X \to \varepsilon\}$



3) $(11)^n 0$

e.r : $(11)^* 0$

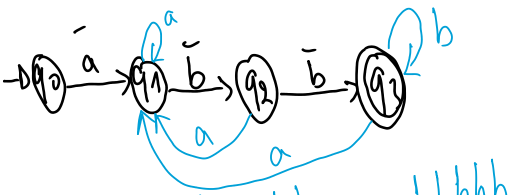
Exercice 4 :

Soit L = { w ∈ {a,b}* / w commence par a et se termine par bb }

1. Proposer une expression régulière dénotant L.
2. Déterminer un automate fini déterministe qui reconnaît L.
3. Donner une grammaire régulière G qui génère le langage L.

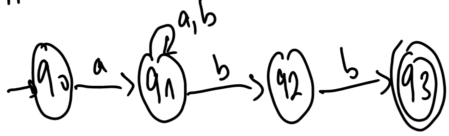
1) $a(a|b)^*bb$

2) AFD

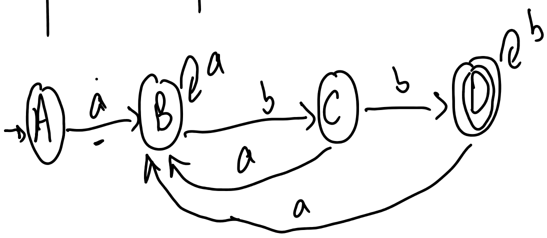


a baabbaaaabbbbb

AFN → AFD



	a	b
$\{q_0\}=A$	$\{q_1\}=B$	–
$\{q_1\}=B$	$\{q_1\}=B$	$\{q_1,q_2\}=C$
$\{q_1,q_2\}=C$	$\{q_1\}=B$	$\{q_1,q_2,q_3\}=D$
$\{q_1,q_2,q_3\}=D$	$\{q_1\}=B$	$\{q_1,q_2,q_3\}=D$



3) $A \to aB$

$B \to aB \mid bC$

$C \to aB \mid bD$

$D \to aB \mid bD \mid \varepsilon$

Exercice 5 :

Soient les deux grammaires suivantes :

G1 : S→AA|ab|aab

A→ba|ab|ε

G2 : S→UG

U→uU|ε

Exercice 5 :

Soient les deux grammaires suivantes :

G1 : S→AA|ab|aab

A→ba|ab|ε

G2 : S→UG

U→uU|ε

G→xG|x

1. Donner le type de chaque grammaire.
2. Décrire les langages générés par G1 et G2.
3. Donner une grammaire G3 qui génère L(G1) et L(G2).

1) G_1 et G_2 sont régulières car toutes les règles sont de la forme :

$$A \to aB \;[\, A \in V_N \;;\; a \in V_t^* \;;\; B \in V_N^* \,]$$

2) $L(G_1) = \{baba, baab, ba, abba, abab, ab, aab, \varepsilon\}$.

$S \to AA \to baba, baab, ba$

$abba, abab, ab$

ε

$L(G_2) = \{ w \in \{u,x\}^* \setminus w = u^n x^m \;;\; n \geq 0 \text{ et } m > 0 \}$,

$S \to UG$

$\downarrow \; \downarrow$

$u^n \; x^m \;;\; n \geq 0 \;;\; m > 0$

3) $G_3 = \langle V_t = \{a, b, u, x\} \;;\; V_N = \{S, A, U, G\} \;;\; R \rangle$

$R = \{ S \to AA \mid ab \mid aab \mid UG$

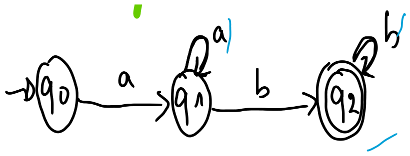
$A \to ab \mid ba \mid \varepsilon$

$U \to uU \mid \varepsilon$

$G \to xG \mid x \}$

Contrôler

Ex : $a^+ b^+ \equiv \{ab, aab, aaa\ldots ab\ldots b\}$



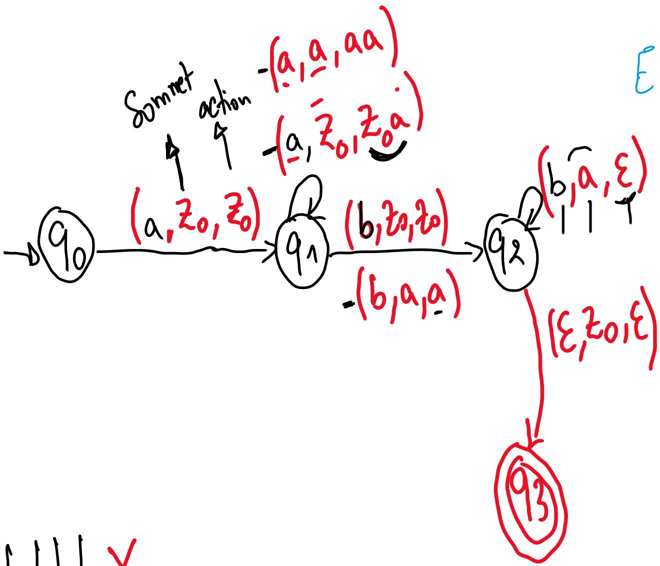
Df $a^n b^n$; $n > 0$ = {ab , aabb, ..}

↳ hors-Contexte

✓ S → aSb | ab

⇒ validé par un Automate à pile = AF + Pile (structure de donnée)

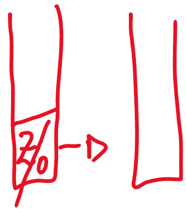
Empiler Dépiler

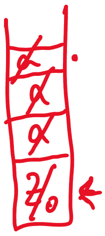


W = abεεε

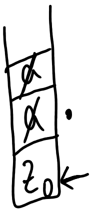
S → ab

(S_1, S_2, S_3)





W = aaa bbbb X

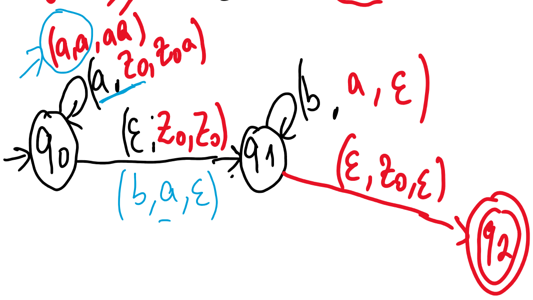


W = aaaabbbbε

S → aSb → aaSbb → aaaSbbb

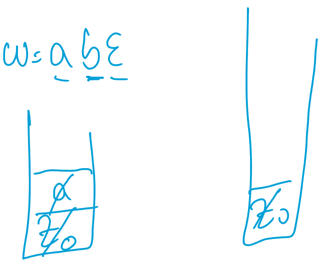
aaaabbbb

exp2: $a^n b^n$; $n \geq 0$ [S → aSb | ε]

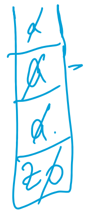


W = εεε

W = abε



$w = aaabbb\varepsilon$



Travail à faire : Ex 2, 7 et 8 (G + Automate à pile)

Copie + Nom.