

# Trabajo Práctico Unidad 5

## Probabilidad y Estadística

**Alumnas:**

**Cipullo, Inés**

**Sullivan, Katherine**

Universidad Nacional de Rosario

2021

### Ejercicio 1

Contamos con cierto tipo de marcapasos cuya vida útil sigue una distribución exponencial con media 16 años. Por contar con una distribución exponencial, la media, notada con  $E(X)$ , se expresa como sigue:

$$E(X) = \int_0^{+\infty} x \alpha e^{-\alpha x} dx = \frac{1}{\alpha} = 16 \implies \alpha = \frac{1}{16}$$

Debemos calcular la probabilidad de que un marcapasos dure menos de 20 años. Esto equivale a calcular la función de distribución acumulada en  $x = 20$ . Dicha función para una distribución queda definida como sigue:

$$F(x) = \int_0^x \alpha e^{-\alpha t} dt = 1 - e^{-\alpha x}$$

Por lo tanto, la probabilidad buscada es:

$$F(20) = 1 - e^{-\frac{1}{16}20} = 1 - e^{-\frac{20}{16}} = 0,7135$$

Por otro lado, se solicita obtener la probabilidad de que un marcapasos dure menos de 25 años dado que lleva funcionando 5 años.

Por la propiedad de falta de memoria, característica de la distribución exponencial, sabemos que:

$$P(X > 20 + 5 | X > 5) = P(X > 20),$$

es decir, la probabilidad de que este marcapasos dure más de 25 años dado que ya duró 5, es igual a la probabilidad de que otro marcapasos cualquiera dure más de 20 años.

Ahora bien, nosotras debemos la probabilidad de que este marcapasos dure menos de 25 años. Esto se reduce a  $1 - P(X > 20) = F(20) = 0,7135$ .

## Ejercicio 2

Se cuenta un láser semiconductor a potencia constante cuya duración tiene una distribución normal con media 7000 horas y desviación típica de 600 horas.

**a)**

Se solicita calcular la probabilidad de que el laser dure menos de 5000 horas, lo cual es equivalente a evaluar la función de distribución acumulada en  $x = 5000$ . Para obtener este valor, primero estandarizamos la variable  $x$ , siendo ahora nuestra variable de interés  $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ , y luego buscamos el valor correspondiente a  $F(\frac{5000-7000}{600}) = F(\widehat{3.33})$  en la tabla de probabilidades de distribución normal. Llegando al resultado:

$$P(X < 5000) = 0,0004$$

**b)**

Debemos encontrar la duración excedida por el 95 % de los lasers, es decir, debemos encontrar un valor  $t$  (en horas) tal que  $P(X > t) = 0,95$ . Sabemos que  $P(X > t) = 1 - F(t)$ , entonces si  $P(X > t) = 0,95$  eso implica que  $F(t) = 0,05$ . Para obtener el valor de  $t / F(t) = 0,05$ , primero buscamos el valor  $z$  dentro de la tabla de probabilidades de la distribución normal tal que  $F(z) = 0,05$ , el cual es  $z = -1,64$ . Luego desestandarizamos la variable  $z$ , obteniendo que:

$$z = \frac{t - 7000}{600} = -1,64 \implies t = 600z + 7000 = 600 \cdot (-1,64) + 7000 = 6016$$

**c)**