Trabajo Práctico Unidad 4
Probabilidad y Estadística

Alumnas:

Cipullo, Inés

Sullivan, Katherine

Universidad Nacional de Rosario

2021

Ejercicio 1

A.

Tenemos una variable aleatoria X, tal que X:"número de interrupciones diarias" en una compañía. Debemos calcular los valores $P(X = 4)$ y $P(X = 5)$. Sabemos que:

- $F(4) = 0{,}97$
- $P(X = 0) = 0{,}32$
- $P(X = 1) = 0{,}35$
- $P(X = 2) = 0{,}18$
- $P(X = 3) = 0{,}08$
- $P(X = 6) = 0{,}01$

Primero, tenemos que:

$$\begin{aligned} F(4) &= P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = \\ &= 0{,}32 + 0{,}35 + 0{,}18 + 0{,}08 + P(X = 4) = 0{,}93 + P(X = 4) = \\ &= 0{,}97 \implies P(X = 4) = 0{,}04 \end{aligned}$$

Luego, como la variable aleatoria X puede tomar unicamente valores enteros entre el 0 y el 6 inclusive, es decir, $P(X = x) = 0 \ \forall \ x > 6$, y sabemos que la suma total de su distribución de probabilidades suma 1, tenemos que:

$$\begin{aligned} &P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) = \\ &= 0{,}32 + 0{,}35 + 0{,}18 + 0{,}08 + 0{,}04 + P(X = 5) + 0{,}01 = 0{,}98 + P(X = 5) = 1 \implies \\ &\implies P(X = 5) = 0{,}02 \end{aligned}$$

B.

La probabilidad de que en un día dado haya a lo sumo 4 interrupciones refiere a la probabilidad de que la variable aleatoria X tome un valor igual a 4 o menor, por lo tanto esto es $F(4) = 0{,}97$.

La probabilidad de que en un día dado haya por lo menos 5 interrupciones refiere a la probabiilidad de que la variable aleatoria X tome un valor igual a 5 o mayor, por lo tanto esto es $P(X = 5) + P(X = 6) = 0{,}02 + 0{,}01 = 0{,}03$.

C.

Esperanza matemática de X:

$$\begin{aligned}
E(X) = \sum_{i=1}^{7} x_i \cdot p(x_i) &= \sum_{i=1}^{7} (i-1) \cdot p(i-1) = \\
&= 0{,}35 + 2 \cdot 0{,}18 + 3 \cdot 0{,}08 + 4 \cdot 0{,}04 + 5 \cdot 0{,}02 + 6 \cdot 0{,}01 = \\
&= 0{,}35 + 0{,}36 + 0{,}24 + 0{,}16 + 0{,}1 + 0{,}06 = 1{,}27
\end{aligned}$$

Desviación estándar de X:

$$\sigma_x = \sqrt{V(X)} = \sqrt{E(X^2) - E(X)^2},$$

donde

$$\begin{aligned}
E(X)^2 &= 1{,}27^2 = 1{,}6129 \\
E(X^2) &= \sum_{i=1}^{7} x_i^2 \cdot p(x_i) = \sum_{i=1}^{7} (i-1)^2 \cdot p(i-1) = \\
&= 0{,}35 + 4 \cdot 0{,}18 + 9 \cdot 0{,}08 + 16 \cdot 0{,}04 + 25 \cdot 0{,}02 + 36 \cdot 0{,}01 = \\
&= 0{,}35 + 0{,}72 + 0{,}72 + 0{,}64 + 0{,}5 + 0{,}36 = 3{,}29
\end{aligned}$$

Volviendo a la fórmula, tenemos que:

$$\sigma_x = \sqrt{3{,}29 - 1{,}6129} = \sqrt{1{,}6771} = 1{,}295$$

D.

La esperanza matemática representa el valor medio que toma la variable aleatoria, en este caso 1.27. La desviación estándar, por otro lado, indica que tan dispersos están los datos con respecto a la media, al ser en este caso relativamente baja indica que no hay una disperción de los datos tan significativa.

Ejercicio 2

Ejercicio 3

Sabemos que el 30 % de los aspirantes a un trabajo tienen entrenamiento avanzado en programación. Los aspirantes son entrevistados al azar y en forma sucesiva.

Consideramos que la cantidad total de aspirantes es muy grande, potencialmente infinita. Por lo tanto, al entrevistar una persona, independientemenete de si su entrenamiento es avanzado o no, sabremos que la proporción de aspirantes con entrenamineto avanzado en el grupo restante de aspirantes se mantiene (siempre será 30 %). Es decir, nos enfrentamos a una situación de extracción con reposición.

A.

Para calcular la probabilidad de haber encontrado el primer aspirante con entrenamiento avanzado en programación para la quinta entrevista utilizamos la distribución geométrica:

$P(X = k) = (1 - p)^{k-1} \cdot p$, donde $k = 5$ y $p = 0{,}3$

$P(X = 5) = 0{,}7^4 \cdot 0{,}3 = 0{,}2401 \cdot 0{,}3 = 0{,}07203$

B.

Para calcular la probabilidad de haber encontrado el quinto aspirante con entrenamiento avanzado en programación para la décima entrevista utilizamos la distribución de Pascal:

$P(Y = k) = \binom{k-1}{r-1} \cdot p^r \cdot (1 - p)^{k-r}$, donde $k = 10$, $r = 5$ y $p = 0{,}3$

$P(Y = 10) = \binom{9}{5} \cdot 0{,}3^5 \cdot 0{,}7^5 = \frac{9!}{4! \cdot 5!} \cdot 0{,}3^5 \cdot 0{,}7^5 = 126 \cdot 0{,}00243 \cdot 0{,}16807 = 0{,}0515$