Trabajo Práctico Unidad 3
Probabilidad y Estadística

Alumnas:

Cipullo, Inés

Sullivan, Katherine

Universidad Nacional de Rosario

2021

Ejercicio 2

a) Se solicita crear una tabla en donde cada celda represente la intersección de los sucesos de la primera prueba con los de la segunda prueba.

Esta se presenta a continuación.

		Tipo de Error en la Segunda Prueba		
		Importante	Menor	Ninguno
Tipo de error en la Primera Prueba	Importante	0.18	0.3	0.12
	Menor	0.03	0.09	0.18
	Ninguno	0	0.02	0.08

b) Se indica calcular la probabilidad de un error importante en la segunda prueba.

Primero, otorgémosle nombre a los siguientes sucesos:

- Ocurre un error importante en la segunda prueba: I_2
- Ocurre un error importante en la primera prueba: I_1
- Ocurre un error menor en la primera prueba: M_1
- No ocurre ningún error en la primera prueba: N_1

Definimos S como el espacio muestral asociado a la primera prueba. Es decir,

$$S = \{I_1, M_1, N_1\}$$

Veamos que los sucesos I_1, M_1 y N_1 representan una particin del espacio muestral S, puesto que:

- $I_1 \cap M_1 = \emptyset$, $M_1 \cap N_1 = \emptyset$ y $N_1 \cap I_1 = \emptyset$, ya que solo puede ocurrir uno de los sucesos cuando se corre la primera prueba
- $I_1 \cup M_1 \cup N_1 = S$, y
- $P(I_1) = 0{,}6 > 0$, $P(M_1) = 0{,}3 > 0$ y $P(N_1) = 0{,}1 > 0$.

Luego como los sucesos representan una partición del espacio S podemos descomponer a I_2 como la unión de las intersecciones de I_2 con estos sucesos (resultando una unión de sucesos mutuamente excluyentes)

$$I_2 = (I_2 \cap I_1) \cup (I_2 \cap M_1) \cup (I_2 \cap N_1)$$

Y, entonces, la probabilidad de I_2 queda expresada como:

$$P(I_2) = P(I_2 \cap I_1) + P(I_2 \cap M_1) + P(I_2 \cap N_1) = 0{,}18 + 0{,}03 + 0 = 0{,}21$$

c) Se requiere encontrar la probabilidad de error menor en la primera prueba sabiendo que el error en la segunda prueba es importante.

Manteniendo los nombres otorgados en el inciso anterior lo que se debe encontrar es $P(M_1/I_2)$

Aplicando la definición de probabilidad condicional se tiene que:

$$P(M_1/I_2) = \frac{P(M_1 \cap I_2)}{P(I_2)} = \frac{0{,}03}{0{,}21} = 0{,}1428$$

d) Se precisa analizar la independencia entre los resultados de la primera prueba y los resultados de la segunda prueba.

Mantenemos los nombres otorgados en el inciso b) y llamamos M_2 a la ocurrencia de un error menor en la segunda prueba y N_2 a la no ocurrencia de un error en la segunda prueba.

Lo que debemos analizar para ver si dos sucesos son independientes es si la probabilidad de su interseccin es igual a la multiplicacin de sus probabilidades individuales y eso es lo que haremos.

- $\underline{I_2 \text{ con } I_1}$: Como $P(I_2 \cap I_1) = 0{,}18$ y $P(I_2) \cdot P(I_1) = 0{,}21 \cdot 0{,}6 = 0{,}126$ los sucesos no son independientes.
- $\underline{I_2 \text{ con } M_1}$: Como $P(I_2 \cap M_1) = 0{,}03$ y $P(I_2) \cdot P(M_1) = 0{,}21 \cdot 0{,}3 = 0{,}063$ los sucesos no son independientes.
- $\underline{I_2 \text{ con } N_1}$: Como $P(I_2 \cap N_1) = 0$ y $P(I_2) \cdot P(N_1) = 0{,}21 \cdot 0{,}1 = 0{,}021$ los sucesos no son independientes.

Antes de analizar la independencia de los resultados de la primer prueba con M_2 voy a querer analizar cuál es la probabilidad de M_2. Para eso, vamos a valernos de lo que expusimos en el inciso b).

Como I_1, M_1 y N_1 representan una partición del espacio muestral S (definido en el inciso b), podemos descomponer a M_2 como la unión de las intersecciones de M_2 con estos sucesos (resultando una unión de sucesos mutuamente excluyentes)

$$M_2 = (M_2 \cap I_1) \cup (M_2 \cap M_1) \cup (M_2 \cap N_1)$$

Y, entonces, la probabilidad de M_2 queda expresada como:

$$P(M_2) = P(M_2 \cap I_1) + P(M_2 \cap M_1) + P(M_2 \cap N_1) = 0{,}3 + 0{,}09 + 0{,}02 = 0{,}41$$

Entonces, continuamos con el análisis de independencia,

- $\underline{M_2 \text{ con } I_1}$: Como $P(M_2 \cap I_1) = 0{,}3$ y $P(M_2) \cdot P(I_1) = 0{,}41 \cdot 0{,}6 = 0{,}246$ los sucesos no son independientes.
- $\underline{M_2 \text{ con } M_1}$: Como $P(M_2 \cap M_1) = 0{,}09$ y $P(M_2) \cdot P(M_1) = 0{,}41 \cdot 0{,}3 = 0{,}123$ los sucesos no son independientes.
- $\underline{M_2 \text{ con } N_1}$: Como $P(M_2 \cap N_1) = 0{,}02$ y $P(M_2) \cdot P(N_1) = 0{,}41 \cdot 0{,}1 = 0{,}041$ los sucesos no son independientes.

Y, como hicimos con M_2 antes de analizar la independencia de los resultados de la primer prueba con N_2 voy a querer analizar cuál es la probabilidad de N_2, valiendonos de lo que expusimos en el inciso b).

Como I_1, M_1 y N_1 representan una partición del espacio muestral S (definido en el inciso b), podemos descomponer a N_2 como la unión de las intersecciones de N_2 con estos sucesos (resultando una unión de sucesos mutuamente excluyentes)

$$N_2 = (N_2 \cap I_1) \cup (N_2 \cap M_1) \cup (N_2 \cap N_1)$$

Y, entonces, la probabilidad de N_2 queda expresada como:

$$P(N_2) = P(N_2 \cap I_1) + P(N_2 \cap M_1) + P(N_2 \cap N_1) = 0{,}12 + 0{,}18 + 0{,}08 = 0{,}38$$

Entonces, terminamos con el análisis de independencia,

- $\underline{N_2 \text{ con } I_1}$: Como $P(N_2 \cap I_1) = 0{,}12$ y $P(N_2) \cdot P(I_1) = 0{,}38 \cdot 0{,}6 = 0{,}228$ los sucesos no son independientes.
- $\underline{N_2 \text{ con } M_1}$: Como $P(N_2 \cap M_1) = 0{,}18$ y $P(N_2) \cdot P(M_1) = 0{,}38 \cdot 0{,}3 = 0{,}114$ los sucesos no son independientes.

- $\underline{N_2 \text{ con } N_1}$: Como $P(N_2 \cap N_1) = 0{,}08$ y $P(N_2) \cdot P(N_1) = 0{,}38 \cdot 0{,}1 = 0{,}038$ los sucesos no son independientes.

Ejercicio 3