Trabajo Práctico Unidad 4
Probabilidad y Estadística

Alumnas:

Cipullo, Inés

Sullivan, Katherine

Universidad Nacional de Rosario

2021

Ejercicio 1

a)

Tenemos una variable aleatoria X, tal que X: "número de interrupciones diarias" en una compañía. Debemos calcular los valores $P(X = 4)$ y $P(X = 5)$. Sabemos que:

- $F(4) = 0{,}97$
- $P(X = 0) = 0{,}32$
- $P(X = 1) = 0{,}35$
- $P(X = 2) = 0{,}18$
- $P(X = 3) = 0{,}08$
- $P(X = 6) = 0{,}01$

Primero, podemos obtener $P(X = 4)$ simplemente haciendo uso de la definición de $F(4)$:

$$\begin{aligned} F(4) &= P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) = \\ &= 0{,}32 + 0{,}35 + 0{,}18 + 0{,}08 + P(X = 4) = 0{,}93 + P(X = 4) = \\ &= 0{,}97 \implies P(X = 4) = 0{,}04 \end{aligned}$$

Luego, como la variable aleatoria X puede tomar únicamente valores enteros entre el 0 y el 6 inclusive, es decir, $P(X = x) = 0 \; \forall \; x > 6$, y sabemos que la suma total de su distribución de probabilidades da 1, tenemos que:

$$\begin{aligned} &P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) = \\ &= 0{,}32 + 0{,}35 + 0{,}18 + 0{,}08 + 0{,}04 + P(X = 5) + 0{,}01 = 0{,}98 + P(X = 5) = 1 \implies \\ &\implies P(X = 5) = 0{,}02 \end{aligned}$$

b)

La probabilidad de que en un día dado haya a lo sumo 4 interrupciones refiere a la probabilidad de que la variable aleatoria X tome un valor igual a 4 o menor, por lo tanto esto es $F(4) = 0{,}97$.

La probabilidad de que en un día dado haya por lo menos 5 interrupciones refiere a la probabilidad de que la variable aleatoria X tome un valor igual a 5 o mayor, por lo tanto esto es $P(X = 5) + P(X = 6) = 0{,}02 + 0{,}01 = 0{,}03$.

c)

Primero procederemos a calcular.

Esperanza matemática de X:

$$
\begin{aligned}
E(X) = \sum_{i=1}^{7} x_i \cdot p(x_i) &= \sum_{i=1}^{7} (i-1) \cdot p(i-1) = \\
&= 0{,}35 + 2 \cdot 0{,}18 + 3 \cdot 0{,}08 + 4 \cdot 0{,}04 + 5 \cdot 0{,}02 + 6 \cdot 0{,}01 = \\
&= 0{,}35 + 0{,}36 + 0{,}24 + 0{,}16 + 0{,}1 + 0{,}06 = 1{,}27
\end{aligned}
$$

Desviación estándar de X:

$$
\sigma_x = \sqrt{V(X)} = \sqrt{E(X^2) - E(X)^2},
$$

donde

$$
\begin{aligned}
E(X)^2 &= 1{,}27^2 = 1{,}6129 \\
E(X^2) &= \sum_{i=1}^{7} x_i^2 \cdot p(x_i) = \sum_{i=1}^{7} (i-1)^2 \cdot p(i-1) = \\
&= 0{,}35 + 4 \cdot 0{,}18 + 9 \cdot 0{,}08 + 16 \cdot 0{,}04 + 25 \cdot 0{,}02 + 36 \cdot 0{,}01 = \\
&= 0{,}35 + 0{,}72 + 0{,}72 + 0{,}64 + 0{,}5 + 0{,}36 = 3{,}29
\end{aligned}
$$

Por lo tanto, tenemos que:

$$\sigma_x = \sqrt{3{,}29 - 1{,}6129} = \sqrt{1{,}6771} = 1{,}295$$

Luego, la interpretación que le podemos dar a los datos obtenidos es que en promedio se reciben 1.27 errores por día y que los valores, al contar con una desviación estándar de 1.295, no se encuentran muy alejados de la media.

d)

Al ser obtenidos de la población y no de una muestra particular los valores obtenidos en el inciso anterior son parámetros. (Pues aquí trabajamos con la media *poblacional* y su varianza).

Ejercicio 2

Se solicita determinar la probabilidad de que un decodificador tome una decisión errónea cuando el sistema no implementa una técnica de corrección de errores, y luego de implementar el uso de códigos “corrector-error”donde cada bit se transmite 3 veces y se interpreta según el bit que se presente una mayor cantidad de veces.

Sin ninguna técnica de corrección lo que sucede simplemente es que se envía un bit y la decisión es que ese es el bit obtenido. Entonces, la probabilidad de que el decodificador tome una decisión errónea es la probabilidad de que ocurra un error de transmición, es decir, es igual a ε.

Luego de implementar el uso de códigos “corrector-error” indicado, se tomará una decisión errónea si y solo si 2 o 3 de los bits recibidos resultan haber sido transmitidos erróneamente. Por lo tanto, si nombramos al suceso “dos de los tres bits se transmitieron de manera errónea” como A y al suceso “los tres bits se transmitieron de manera errónea” como B, la probabilidad de que se tome una decisión errónea es:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Sabemos que si la probabilidad de transmición errónea es ε entonces la probabilidad de que haya dos bits transmitidos erróneamente es ε^2 y que tres bits hayan sido transmitidos erróneamente es de ε^3.

Es decir, sabiendo que ε es menor a $0,1$ resulta claro que la probabilidad de tomar un error se vuelve notablemente menor (pues sería a lo sumo $0,011 - P(A \cap B)$ en donde $P(A \cap B)$ es un valor positivo), aunque claramente el tiempo de transimición se triplicaría puesto que por cada bit se deben transmitir tres.

Ejercicio 3

Sabemos que el 30 % de los aspirantes a un trabajo tienen entrenamiento avanzado en programación. Los aspirantes son entrevistados al azar y en forma sucesiva.

Consideramos que la cantidad total de aspirantes es muy grande, potencialmente infinita. Por lo tanto, al entrevistar una persona, independientemenete de si su entrenamiento es avanzado o no, sabremos que la proporción de aspirantes con entrenamineto avanzado en el grupo restante de aspirantes se mantiene (siempre será 30 %). Es decir, nos enfrentamos a lo que podría entenderse como una situacin de extraccin con reposición.

a)

Para calcular la probabilidad de haber encontrado el primer aspirante con entrenamiento avanzado en programación para la quinta entrevista utilizamos la distribución geométrica:

$P(X = k) = (1 - p)^{k-1} \cdot p$, donde $k = 5$ y $p = 0{,}3$

$P(X = 5) = 0{,}7^4 \cdot 0{,}3 = 0{,}2401 \cdot 0{,}3 = 0{,}07203$

b)

Para calcular la probabilidad de haber encontrado el quinto aspirante con entrenamiento avanzado en programación para la décima entrevista utilizamos la distribución de Pascal:

$P(Y = k) = \binom{k-1}{r-1} \cdot p^r \cdot (1-p)^{k-r}$, donde $k = 10$, $r = 5$ y $p = 0{,}3$

$P(Y = 10) = \binom{9}{5} \cdot 0{,}3^5 \cdot 0{,}7^5 = \frac{9!}{4! \cdot 5!} \cdot 0{,}3^5 \cdot 0{,}7^5 = 126 \cdot 0{,}00243 \cdot 0{,}16807 = 0{,}0515$