



Exam 10 January 2017, questions

Algoritmos (Universidade da Coruña)

1. (2 puntos) A partir de la siguiente estructura de datos para la implementación de *Árboles binarios de búsqueda* :

```

tipo
  PArbol = ^Nodo
  Nodo =
    registro
      Elem : TipoElemento
      Eliminado : Booleano
      Izq, Der : PArbol
    fin registro
  ABB = PArbol

```

- a) Diseñe, escribiendo su pseudocódigo, las siguientes operaciones sobre *Árboles binarios de búsqueda* empleando *eliminación perezosa* (a través del campo Eliminado):
- Buscar(x, A)** que devuelve un apuntador al nodo que contiene el elemento x, o nil.
- Insertar(x, A)** que inserta x en el árbol A.
- Eliminar(x, A)** que elimina x en el árbol A.
- b) Determine, **razonando la respuesta sobre el pseudocódigo**, la O de cada operación.
- c) ¿En qué medida aumenta la penalización de tiempo si el número de nodos reales en el árbol es igual al número de nodos "eliminados"? Justifique su respuesta.
2. (2 puntos) A partir de la demostración de la cota inferior para los algoritmos de ordenación que intercambian elementos adyacentes (que incluirá en su respuesta), plantee los fundamentos de la ordenación de Shell. ¿Cómo puede bajar este algoritmo de $\Theta(n^2)$ en el peor caso?
3. (1 punto) Enuncie el *teorema de resolución de recurrencias Divide y Vencerás*, e ilustre su uso con el análisis de la complejidad de *quicksort*, especificando el caso en el que puede aplicarlo.
4. (2 puntos) Dado el grafo dirigido $G = (N, A)$, con $N = \{a, b, c, \dots, h\}$ y A determinado por la lista de aristas siguiente (se indica cada arista y su peso, o distancia):

a,b	a,c	b,d	b,g	c,b	c,d	c,e	c,g	d,e	d,g	d,h	e,f	e,h	g,f	h,f
5	2	3	2	3	3	2	1	3	1	1	3	1	4	1

Dibuje el grafo minimizando el cruce de sus aristas, y a continuación dibuje:

- Un árbol asociado a un recorrido en profundidad a partir del nodo a .
- Un árbol asociado a un recorrido en anchura a partir del nodo a .
- Un árbol expandido mínimo del grafo no dirigido subyacente, indicando también su peso total.
- Un árbol con caminos mínimos entre el nodo a y los demás, asociando a cada nodo la distancia mínima calculada desde el origen.
- Una modificación gráfica del grafo en la que sus nodos se encuentren alineados y ordenados topológicamente.

5. (1 punto) Compare los algoritmos de *Kruskal* y *Prim*.

6. (2 puntos) Programación Dinámica:

- a) Construya la tabla con la que podría determinarse en programación dinámica la manera óptima de pagar una cantidad de 17 unidades de valor con un mínimo de monedas, sabiendo que el sistema monetario considerado está constituido por monedas de 1, 4, 8 y 15 unidades de valor.
- b) Indique las soluciones al problema dibujando una traza en la tabla anterior para justificar cómo las obtiene.
- c) ¿Qué solución daría el algoritmo voraz? ¿Qué diría sobre el uso de la técnica voraz para resolver este problema?
- d) Proponga el pseudocódigo de una función Composición que, a partir de la tabla ya construida, devuelva una (única) configuración óptima para el pago de una cantidad n , especificando el conjunto de monedas que la componen.
- e) ¿Cuál es la complejidad de la función Composición?