

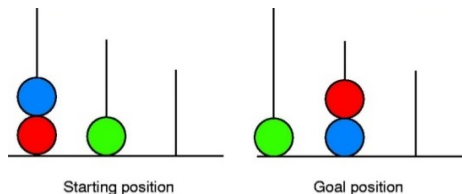
# Problem londonskega stolpa

Ines Meršak

mentor: prof. dr. Sandi Klavžar

16. 11. 2015

# Klasični problem londonskega stolpa (Shallice)



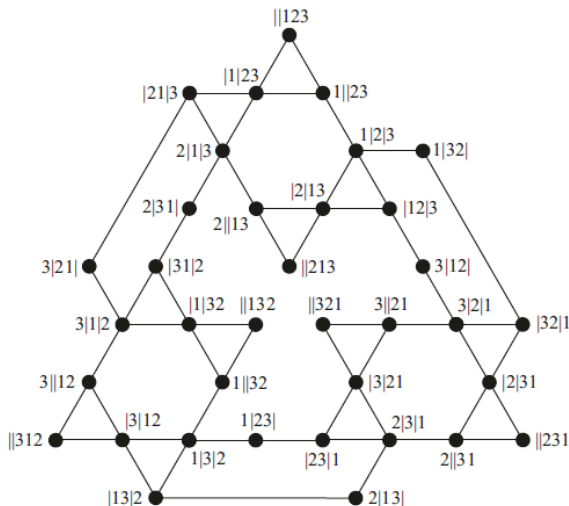
- izumljen leta 1982
- 3 enako velike krogle različnih barv
- 3 palice različnih velikosti
- cilj igre je priti iz trenutnega stanja v neko dano stanje z minimalnim številom potez
- najboljši način za vizualizacijo tega problema je s pomočjo grafov

# Osnovne definicije teorije grafov

- graf  $G = (V, E)$
- **soseščina** vozlišča  $u$ :  $N(u) = \{x \in V; ux \in E\}$
- **stopnja** vozlišča  $u$ :  $\deg u = |N(u)|$
- **sprehod** v grafu je zaporedje vozlišč  $v_1, \dots, v_k$ , da za vsak  $i$  velja  $v_i v_{i+1} \in E$
- graf je **povezan**, če za poljuben par vozlišč obstaja sprehod med njima
- **premer** grafa je največja minimalna razdalja med pari vozlišč

- **ravninski** graf je graf, ki ga lahko narišemo v ravnini brez križanja povezav
- pot v grafu, ki vsebuje vsa vozlišča, je **Hamiltonova pot**

# Graf klasičnega problema londonskega stolpa



# Lastnosti grafa

- 36 vozlišč (36 možnih stanj)
- 12 vozlišč stopnje 2, 3, 4
- premer grafa je 8
- ravninski
- vsebuje Hamiltonovo pot

# Oznake

- J. R. Tunstall prva predlagala razširitev na 4 krogle s podaljšanimi palicami
- $n$  krogel različne barve,  $n \geq 2$
- $p$  palic,  $p \geq 3$
- vsako palico označimo s številom  $k \in [p]$ , njeno višino pa s  $h_k$
- veljati mora  $n \leq \sum_{k=1}^p h_k$
- veljavnost poteze
- vsako stanje lahko enolično predstavimo s permutacijo  $s \in S_{n+p}$

# Definicija

## Definicija

**Londonski graf**  $L_h^n$ , kjer je  $p \geq 3$ ,  $n \geq 2$ ,  $h \in [n]^p$ ,  $\sum_{k=1}^p h_k \geq n$ :

- vozlišča: vse permutacije  $s \in S_{n+p}$ , za katere velja:

$$\forall k \in [p] : 1 \leq s_{n+k} - s_{n+k-1} \leq h_k + 1, \quad s_{n+p} = n + p,$$

- povezave: vsaki dve stanji (oz. pripadajoči permutaciji), med katerima lahko prehajamo z veljavno potezo, sta povezani



# Lastnosti grafa

Potreben pogoj za povezanost Londonskega grafa je

$$n \leq \sum_{k=1}^{p-1} h_k.$$

## Izrek

Londonski graf  $L_h^n$  je povezan natanko tedaj, ko velja pogoj

$$n \leq \sum_{k=1}^{p-1} h_k.$$

# Primeri uporabe

- Problem londonskega stolpa je bil razvit z namenom merjenja sposobnosti načrtovanja in reševanja problemov pri bolnikih s poškodbami čelnega režnja možganov.
- Slabo reševanje londonskega stolpa se interpretira kot nezmožnost učinkovitega načrtovanja.
- Uporabljen je bil za ocenjevanje napredka bolezni pri bolnikih z Alzheimerjevo in Parkinsonovo boleznijo.
- Uporabljen je bil tudi za opazovanje vedenja majhnih otrok pri reševanju problemov.