Relatório 1º projecto ASA 2021/2022

Grupo: al021

Aluno(s): Inês Pissarra (99236) e Ana Jin (99176)

Descrição do Problema e da Solução

Problema 1: o problema tem como objetivo calcular o tamanho da maior subsequência estritamente crescente de um dado vetor (LSIS) e o número de subsequências com esse tamanho (N).

Solução 1: C(i) é o tamanho da LSIS que acaba com o valor da posição i. P(i) é o número de subsequências com o tamanho da LSIS.

$$\begin{cases} C(i) = 0 & se\ i = 0 \\ max\{C(\mathrm{j}) + 1 \mid \mathrm{j} < \mathrm{i\ e\ v[\ j\ ]} < \mathrm{v[\ i\ ]}\} & \mathrm{cc}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} P(i) = 0 & se\ i = 0 \\ sum\{C(\mathrm{j}) \mid \mathrm{j} < \mathrm{i\ e\ v[\ j\ ]} < \mathrm{v[\ i\ ]\ e\ C(j)} + 1 = \mathrm{C(i)}\} & \mathrm{cc}. \end{cases}$$

É assim possível preencher duas tabelas (uma para cada valor pedido) de tamanho 1 x n (uma coluna para cada valor do vetor). A solução será: para o tamanho da LSIS, o maior valor existente na tabela 1; para N, a soma dos N's (na tabela 2) dos valores cujo tamanho da LSIS é o maior.

Problema 2: o problema tem como objetivo calcular o tamanho da maior subsequência comum estritamente crescente de dois dados vetores (LSICS).

Solução 2: Para facilitar este processo, na leitura de dados de entrada foram adicionados ao segundo vetor apenas os valores que existiam no vetor 1. C(i, j) é o tamanho da LSICS do vetor 1 até à posição i e do vetor 2 até à posição j e que acaba com o valor dessa mesma posição.

$$\begin{cases} C(i,j) = 0 & se\ i = 0\ ou\ j = 0 \\ max\{C(\mathrm{i,k}) + 1 \mid \mathrm{k} < \mathrm{j\ e\ v[\ k\ ]} < \mathrm{v[\ j\ ]}\} & \mathrm{se\ v[i] = v[j]} \\ C(i-1,j) & cc. \end{cases}$$

É assim possível preencher, horizontalmente, uma tabela de tamanho n^2 (em que as linhas correspondem aos valores do vetor 1 e as colunas correspondem aos valores do vetor 2). Apenas a linha anterior à linha em preenchimento é útil. Solução: maior valor da última linha.

Análise Teórica do Problema 1

- Leitura dos dados de entrada: simples leitura do input, com um ciclo a depender linearmente do comprimento da instância de entrada (n). Logo, Θ(n)
- O processamento da instância para chamada da função que aplica o algoritmo: O(1)
- Aplicação do algoritmo: contém um ciclo com um ciclo interior, ambos a depender linearmente do tamanho da instância de entrada (n). Logo, $O(n^2)$.
- Todas as operações que se destinam a guardar informação de forma a obter o resultado pretendido têm complexidade O(1)
- Apresentação dos dados: O(1)

Complexidade global da solução: $O(n^2)$

Relatório 1º projecto ASA 2021/2022

Grupo: al021

Aluno(s): Inês Pissarra (99236) e Ana Jin (99176)

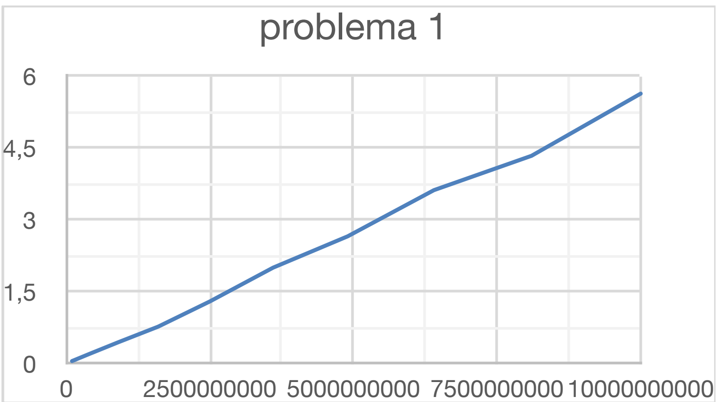
Análise Teórica do Problema 2

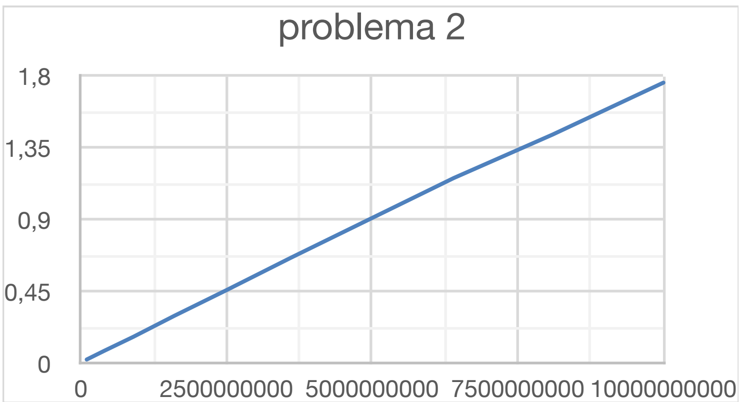
- Leitura dos dados de entrada: simples leitura do input, com dois ciclos, um a depender linearmente da primeira instância e outro da segunda instância. A complexidade depende então do tamanho da maior instância (N). Logo, $\Theta(N)$
- O processamento da instância para chamada da função que aplica o algoritmo: procura a depender do tamanho da primeira instância de entrada (n), com complexidade log(n). A procura é repetida para cada valor da segunda instância, dependendo assim do tamanho desta segunda instância (m). Logo, $O(m \times \log(n))$
- Aplicação do algoritmo do problema 2: contém um ciclo com um ciclo interior, sendo que o primeiro ciclo depende linearmente do tamanho da primeira instância (n) e o segundo ciclo depende linearmente do tamanho da segunda instância retirando os números que não tem em comum com a primeira instância (m). Logo, $O(n \times m)$.
- Todas as operações que se destinam a guardar informação de forma a obter o resultado pretendido têm complexidade $O(1)$
- Apresentação dos dados: $O(1)$

Complexidade global da solução: $O(n \times m)$

Avaliação Experimental dos Resultados

Os ficheiros testes foram gerados a partir do ficheiro random_k.cpp. No caso do problema 1, os argumentos foram os seguintes: 1 1 0.999 (tamanho do vetor), tendo sido o tamanho do vetor substituído pelos valores 10000, 20000, 30000, 40000, 50000, 60000, 70000, 80000, 90000 e 100000. No caso do problema 2 (foi testado com vetores do mesmo tamanho), recebeu os argumentos: 2 1 0.999 (tamanho) (tamanho), tendo sido o tamanho substituído pelos valores 10000, 20000, 30000, 40000, 50000, 60000, 70000, 80000, 90000 e 100000. Nos seguintes gráficos o eixo YY representa o valor do tempo que o programa demorou executar os testes e o eixo XX representa o quadrado do tamanho da(s) instância(s) de entrada.





A partir destes dois gráficos, podemos concluir que a análise teórica prevista está de acordo com a avaliação experimental dos resultados.