

ZADATAK

① > hash functions

① ubacivanje ključeva 77, 69, 39, 70, 6, 8, 40, 89, 49, 15
u hash-tablicu veličine $m=19$ ② ulazivanje, f.a. raspšerjenja $h(k) = k \bmod m$

$$h(77) = 1$$

$$h(69) = 12$$

$$h(39) = 1$$

$$h(70) = 13$$

$$h(6) = 6$$

$$h(8) = 8$$

$$h(40) = 2$$

$$h(89) = 13$$

$$h(49) = 11$$

$$h(15) = 15$$

0	
1	→ 77 → 39
2	→ 40
3	
4	
5	
6	→ 6
7	
8	→ 8
9	
10	
11	→ 49
12	→ 69
13	→ 70 → 89
14	
15	→ 15
16	
17	
18	

b) kolizije se rješavaju probiranjem $i = 0, 1, 2, \dots, m-1$

$$h(k, i) = (h_1(k) + i * h_2(k)) \bmod m$$

$$h_1(k) = k \bmod m, \quad h_2(k) = 1 + (k \bmod (m-1))$$

$$h(k, i) = (k \bmod m + i * (1 + (k \bmod (m-1)))) \bmod m$$

pr $h_1(77) = 1$ $h_2(77) = 6$ $h(k, i) = k(77, 0) = \textcircled{1}$
 $h_1(39) = 1$ $h_2(39) = 4$ $k(39, 0) = \textcircled{1} \Rightarrow k(39, 1) = \underline{\underline{5}}$

2) $x_1 x_2 \dots x_n$ ($x_i \in \{0, 1, \dots, 9\}$)

$$f(x) = \sum_{i=1}^n a_i x_i \pmod{8}$$

$$a_i, i = 1, 2, \dots, n$$

$f(x)$ nije univernalna fja

Željemo u vidimo da se neki elementi

bilo koji

preslikavaju u iste kućice u tablici.
(elemente / mjesto)

također ako npr $a_i = 0, \forall i = 0, \dots, n$

$f(x) = 0$, svi se preslikavaju u isto

0		
1	77	
2	40	
3		
4		
5	39	$i=1$
6	6	
7		
8	8	
9	15	$i=2$
10		
11	89	$i=2$
12	69	
13	70	
14		
15	49	$i=3$
⋮		
⋮		

ZADATAK (2)

n ključeva, m vel. tablice

uniformno rasprievanje $\Rightarrow P(h(k)=h(l)) = \frac{1}{m}$

$X = \{\text{vjerovatnost kolizije}\}$

$$X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 \\ 0 & \frac{1}{m} & \frac{2}{m} & \frac{3}{m} & \dots & \frac{n-1}{m} \end{pmatrix}$$

$$EX = \sum_{i=1}^n \frac{n-i}{m} = \frac{n-1}{m} + \frac{n-2}{m} + \dots + \frac{n-(n-1)}{m} + \frac{n-n}{m} =$$

$$\text{očekivani br. kolizija} = \frac{1}{m} ((n-1) + (n-2) + \dots + 1 + 0) =$$

$$= \frac{1}{m} \cdot \frac{n(n-1)}{2} = \frac{n^2 - n}{2m}$$

Očekivani

br. kolizija je $\frac{n^2 - n}{2m}$

ZADATAK (3)

hash tablica, vel. tabl = m , n ključeva ($n \leq \frac{m}{2}$)

1) unif. rasprievanje

vjerovatnost ubacivanja ključa na i -to mjesto u tablici = $\frac{1}{m}$

vjeroj. da se ključ ne ubaci na i -to mjesto = $1 - \frac{1}{m}$

(komplement)

Znamo da za i -to mjesto vrijedi

$$P(X > i) = \left(1 - \frac{1}{m}\right)^i$$

i -to ubacivanje zahtijeva više od k probirajuća

$$P(X > k) = \left(1 - \frac{1}{m}\right)^{k-1} ?$$

~~E(X)~~ $E[X]$ najdužeg niza probirajuća $O(\lg n)$

$$P(X > 2 \lg n)$$