

ESERCIZI DI MATEMATICA DISCRETA

Informatica - Corso B - A. A. 2018-2019

19 Ottobre 2018 ¹

Esercizio 1. Si definisca la seguente relazione sull'insieme $A = \mathbb{R}$:

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \quad a \mathcal{R} b \iff a = b^5$$

\mathcal{R} è una relazione Simmetrica?

Esercizio 2. Sia A un insieme finito. Si definisca sull'insieme delle parti di A $\mathcal{P}(A)$ la seguente relazione

$$\forall X, Y \in \mathcal{P}(A) \quad X \mathcal{R} Y \iff X \subseteq Y.$$

\mathcal{R} è una relazione Simmetrica? È una relazione d'equivalenza?

Esercizio 3. Sia A un insieme finito. Si definisca sull'insieme $\mathcal{P}(A)$ delle parti di A la seguente relazione

$$\forall X, Y \in \mathcal{P}(A) \quad X \mathcal{R} Y \iff |X| = |Y|.$$

È una relazione d'equivalenza? Inoltre, se tale relazione è di equivalenza, descrivere la classe di equivalenza di un insieme X .

Esercizio 4. Sia A l'insieme delle rette del piano. Si definisca sull'insieme A la seguente relazione

$$\forall r, s \in A \quad r \mathcal{R} s \iff r \text{ è parallela ad } s.$$

\mathcal{R} è una relazione d'equivalenza?

Esercizio 5. Sia assegnata su \mathbb{Z} la relazione

$$\mathcal{R} = \{(c, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid \exists k \in \mathbb{Z} \text{ tale che } 11k = 4c + 7b\},$$

(ovvero $c \mathcal{R} b \iff \exists k \in \mathbb{Z} \text{ tale che } 11k = 4c + 7b$). Verificare che \mathcal{R} definisce una relazione di equivalenza su \mathbb{Z} e determinare la classe di equivalenza di 0.

Esercizio 6. Si consideri su \mathbb{Z} la seguente relazione

$$\mathcal{R} = \{(c, d) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid \exists h \in \mathbb{Z} \text{ tale che } 9c + 5d = 14h\},$$

(ovvero $\forall c, d \in \mathbb{Z}, c \mathcal{R} d \iff \exists h \in \mathbb{Z} \text{ tale che } 9c + 5d = 14h$).

Determinare se \mathcal{R} definisce una relazione d'ordine o di equivalenza su \mathbb{Z} . Inoltre, se tale relazione è di equivalenza, descrivere la classe di equivalenza di 0.

Esercizio 7. Sia assegnata sull'insieme dei numeri interi \mathbb{Z} la relazione

$$\mathcal{R} = \{(s, t) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid \exists k \in \mathbb{Z} \text{ tale che } 7t + 9s = 16k\},$$

(ovvero $\forall s, t \in \mathbb{Z}, s \mathcal{R} t \iff \exists k \in \mathbb{Z} \text{ tale che } 7t + 9s = 16k$).

Stabilire se \mathcal{R} definisce una relazione di equivalenza o d'ordine sull'insieme dei numeri interi \mathbb{Z} . Se \mathcal{R} è di equivalenza, determinare la classe di equivalenza di 0.

¹Nonostante l'impegno, errori, sviste imprecisioni sono sempre possibili, la loro segnalazione è molto apprezzata. Tra questi esercizi, alcuni sono stati presi da alcuni testi, o da esami passati. L'aggiunta di eventuali errori è opera mia.