

## ESERCIZI DI MATEMATICA DISCRETA

Informatica - Corso B - A. A. 2018-2019

27 Settembre 2018 <sup>1</sup>

**Esercizio 1.** Sia data la seguente proposizione

$$\exists s \in \mathbb{N} \quad \text{tale che} \quad \forall b \in \mathbb{Z} \quad \exists q \in \mathbb{R} \quad \text{con } b + s - q = 0.$$

Stabilire se tale proposizione è vera o falsa e scriverne la negazione.

**Esercizio 2.** Sia data la seguente proposizione

$$\exists s \in \mathbb{N} \quad \text{tale che} \quad \forall b \in \mathbb{R} \quad \exists q \in \mathbb{Z} \quad \text{con } b + s - q = 0.$$

Stabilire se tale proposizione è vera o falsa e scriverne la negazione.

**Esercizio 3.** Sia data la seguente proposizione

$$\exists x \in \mathbb{Q} \quad \text{tale che} \quad \forall y \in \mathbb{Z} \quad x^2 \neq y^2 + 4.$$

Stabilire se tale proposizione è vera o falsa e scriverne la negazione.

**Esercizio 4.** Sia data la seguente proposizione

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad \exists y \in \mathbb{R} \quad \text{tale che} \quad \forall z \in \mathbb{R} \quad x = y^2 + z^2.$$

Stabilire se tale proposizione è vera o falsa e scriverne la negazione.

**Esercizio 5.** Date tre proposizioni  $P$ ,  $S$  ed  $Q$ , scrivere la tabella di verità di  $(P \wedge Q) \longrightarrow S$ . Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall x \in \mathbb{Z} \quad \exists t \in \mathbb{R} \quad \text{e} \quad \exists y \in \mathbb{N} \quad x = \sqrt{t^2} + y.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

**Esercizio 6.** Date due proposizioni  $P$  e  $Q$  scrivere la tabella di verità di  $P \vee \overline{Q}$ , dove  $\overline{Q}$  indica la negazione di  $Q$ . Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad \exists n \in \mathbb{Z} \quad \text{tale che } x^2 = n^2 + 1$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

**Esercizio 7.** Date tre proposizioni  $R$ ,  $S$  ed  $T$ , scrivere la tabella di verità di  $(R \longrightarrow S) \wedge (R \longrightarrow T)$ .

Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall a \in \mathbb{R} \quad \exists t \in \mathbb{R} \quad \text{tale che} \quad \forall c \in \mathbb{N} \quad a - c = t^2.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

**Esercizio 8.** Sia data la seguente proposizione

$$\forall x \in \mathbb{R}, x \geq 0, \quad \exists y \in \mathbb{R} \quad \text{tale che } \sqrt{y^2 + 1} = 2x.$$

Stabilire se tale proposizione è vera o falsa e scriverne la negazione.

---

<sup>1</sup>Nonostante l'impegno, errori, sviste imprecisioni sono sempre possibili, la loro segnalazione è molto apprezzata. Tra questi esercizi, alcuni sono stati presi da alcuni testi, o da esami passati. L'aggiunta di eventuali errori è opera mia.

**Esercizio 9.** Sia  $f : A \rightarrow B$  una funzione, e siano  $X, X' \subseteq A$  e  $Y, Y' \subseteq B$ . Allora, dimostrare che:

$$(1) \quad f(X \cap X') \subseteq f(X) \cap f(X')$$

$$(2) \quad f(X \cup X') = f(X) \cup f(X')$$

$$(3) \quad f^{-1}(Y \cap Y') = f^{-1}(Y) \cap f^{-1}(Y')$$

$$(4) \quad f^{-1}(Y \cup Y') = f^{-1}(Y) \cup f^{-1}(Y')$$

**Esercizio 10.** Date le seguenti leggi, stabilire se sono funzioni

$$f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, \quad \forall x \in \mathbb{Z} \quad f(x) = x^2$$

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad \forall x \in \mathbb{N} \quad f(x) = -x^2$$

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad \forall a \in \mathbb{N} \quad f(a) = 2a - 1$$

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad \forall t \in \mathbb{N} \quad f(t) = 2t$$

$$f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, \quad \forall x \in \mathbb{Z} \quad f(x) = \frac{x}{2}$$

$$h : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}, \quad \forall y \in \mathbb{Q} \quad h(y) = \frac{1}{y}$$

$$f : \mathbb{N} \rightarrow P, \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad f(n) = 2n \quad (\text{con } P = \text{insieme numeri pari})$$

**Esercizio 11.** Data la seguente legge:

$$f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, \quad \forall x \in \mathbb{Z} \quad f(x) = 2x + 3,$$

stabilire se è una funzione e determinare  $f^{-1}(1)$ ,  $f^{-1}(\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\})$ .

**Esercizio 12.** Data la seguente legge  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ :

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad f(n) = \begin{cases} 2 & \text{se } n \text{ è pari} \\ 5 & \text{se } n \text{ è dispari.} \end{cases}$$

Stabilire se è una funzione e calcolare  $f^{-1}(1)$  e  $f^{-1}(\{1, 2, 3, 4, 5\})$ .