ESERCIZI DI MATEMATCA DISCRETA

Informatica - Corso B - A. A. 2018-2019 9 Ottobre 2018 ¹

Esercizio 1. Dimostrare che $\forall n \geq 0$, si ha

$$\sum_{i=0}^{n} \frac{1}{2^i} = 2 - \frac{1}{2^n}.$$

Esercizio 2. Dimostrare che $\forall n \geq 0$, e $q \in \mathbb{R} \setminus \{0,1\}$ si ha

$$\sum_{i=0}^{n} q^{i} = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}.$$

Esercizio 3. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\frac{1}{2}\sum_{i=0}^{n} 3^{i} = \frac{3^{n+1} - 1}{4}.$$

Esercizio 4. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=0}^{n+1} \frac{3}{(2+i)} \frac{1}{(3+i)} = \frac{n+1}{n+4} + \frac{1}{2}.$$

Esercizio 5. Dimostrare per induzione che per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha

$$\sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{(2+i)(3+i)} = \frac{n+1}{3(n+4)}.$$

Esercizio 6. Dimostrare per induzione che per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha

$$\sum_{i=-1}^{n+1} 3i^3 = \frac{3}{4} \left((n+1)^2 (n+2)^2 - 4 \right).$$

Esercizio 7. Dimostrare per induzione che per ogni $n\in\mathbb{N}$ si ha

$$\sum_{i=-1}^{n+1} (3i+1) = \frac{3}{2} ((n+1)(n+2)) + n.$$

Esercizio 8. Dimostrare per induzione che per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha

$$\sum_{i=-1}^{n+1} \left(\frac{1}{3}\right)^i = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3^{n+1}}\right).$$

Esercizio 9. Dimostrare per induzione che per ogni $n \in \mathbb{N}$ si ha

$$\sum_{i=-2}^{n} 2i = n^2 + n - 6.$$

1

¹Nonostante l'impegno, errori, sviste imprecisioni sono sempre possibili, la loro segnalazione è molto apprezzata. Tra questi esercizi, alcuni sono stati presi da alcuni testi, o da esami passati. L'aggiunta di evenutali errori è opera mia.

Esercizio 10. Ci sono 90 studenti, 35 sono donne, 20 hanno l'iphone, 15 donne hanno l'iphone. Si determini

- a) Quanti sono i maschi senza iphone.
- b) Quanti sono i maschi con l'iphone.
- c) Quanti sono gli studenti o maschi o con l'iphone.

Esercizio 11. Al primo anno di Informatica, sono iscritti 120 studenti. 40 studenti sono donne, 60 studenti sono biondi. 30 sono maschi biondi. Supponendo solo donne o uomini e solo mori o biondi, stabilire il numero di studentesse bionde, studentesse more e maschi mori. Studenti che sono donne o biondi.