

PROVA DI AUTOVALUTAZIONE DI MATEMATICA DISCRETA

C.L. Informatica, M-Z
Bari, 16 Novembre 2018

Esercizio 1. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\frac{1}{3} \sum_{i=0}^{n+1} 3^i = \frac{3^{n+2} - 1}{6}.$$

Esercizio 2. Date tre proposizioni R , S ed T , scrivere la tabella di verità di $(R \implies S) \wedge (R \implies T)$.

Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall a \in \mathbb{R} \quad \exists t \in \mathbb{R} \text{ tale che } \quad \forall c \in \mathbb{N} \quad a - c = t^2.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 3. Stabilire se le seguenti leggi

$$h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{tale che} \quad \forall e \in \mathbb{N} \quad h(e) = \frac{2e - 1}{e + 3}$$

e

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{tale che} \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad g(x) = \frac{2}{9} - \frac{3}{4}x^5$$

sono funzioni, ed in tal caso se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le composizioni $g \circ h$ e $h \circ g$ e le funzioni inverse h^{-1} e g^{-1} .

Esercizio 4. Assegnata su \mathbb{Z} la relazione

$$\mathcal{R} = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 15 \mid 4b + 11a\},$$

(ovvero $a \mathcal{R} b \iff 15 \mid 4b + 11a$), verificare che \mathcal{R} definisce una relazione di equivalenza su \mathbb{Z} e scrivere la classe di equivalenza di 0.

Esercizio 5. Se possibile, risolvere la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$180x + 138y = 12.$$

Esercizio 6. Risolvere, se possibile, il seguente sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 10x \equiv 6 \pmod{7} \\ 81x \equiv 7 \pmod{4} \\ 4x \equiv 12 \pmod{20}. \end{cases}$$