

PROVA DI AUTOVALUTAZIONE DI MATEMATICA DISCRETA

C.L. Informatica, M-Z
Bari, 14 Novembre 2017

Esercizio 1. Applicando il principio di induzione stabilire se è vero che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\frac{1}{2} \sum_{i=0}^{n+1} \left(\frac{2}{3}\right)^i = \frac{3}{2} - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}.$$

Esercizio 2. Stabilire se le seguenti leggi

$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{tale che} \quad \forall c \in \mathbb{R} \quad h(c) = \frac{2}{5} - \frac{1}{3}c^3$$

e

$$g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{tale che} \quad \forall y \in \mathbb{Z} \quad g(y) = -3 |y|$$

sono funzioni, ed in tal caso se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le composizioni $g \circ h$ e $h \circ g$ e le funzioni inverse h^{-1} e g^{-1} .

Esercizio 3. Sia assegnato il seguente sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 71x \equiv 16 & (\text{mod } 7) \\ 6x \equiv 24 & (\text{mod } 30) \\ 5x \equiv 3 & (\text{mod } 6). \end{cases}$$

Risolvere se possibile il sistema, determinandone tutte le soluzioni.

Esercizio 4. Date tre proposizioni P , S e R , scrivere la tabella di verità di $(S \implies P) \vee (R \wedge S)$. Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\exists y \in \mathbb{R} \quad \text{tale che} \quad \forall s \in \mathbb{N} \quad \text{e} \quad \forall a \in \mathbb{Z} \quad \text{si ha} \quad y - s + a \neq 0.$$

è vera o falsa, motivandone la risposta, e scriverne la sua negazione.

Esercizio 5. Se possibile, risolvere la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$174x + 76y = 8.$$

Esercizio 6. Si considerino 5 Messicani, 7 Venezuelani e 9 Peruviani. I Messicani sono tutti Uomini, tra i Venezuelani ci sono 3 Uomini e tra i Peruviani ci sono 4 Donne.

- Stabilire in quanti modi diversi si può formare un comitato di 8 persone.
- Stabilire in quanti modi diversi possiamo formare un comitato di 3 persone con un rappresentante per ogni nazionalità.
- Stabilire in quanti modi diversi possiamo formare un comitato di 3 persone con un rappresentante per ogni nazionalità ed esattamente una donna.
- Stabilire in quanti modi diversi possiamo formare un comitato di 3 persone con un rappresentante per ogni nazionalità ed almeno una donna.