

ESERCIZI DI MATEMATICA DISCRETA

Informatica - Corso B - A. A. 2018-2019

23 Ottobre 2018 ¹

Esercizio 1. Calcolare il massimo comun divisore tra le seguenti coppie di numeri ed esprimerlo come loro combinazione lineare (Identità di Bézout).

200	16
420	11
585	-165
2340	462
702	462
750	300
3240	3645
1575	-3645

Esercizio 2. Si consideri su \mathbb{Z} la seguente relazione

$$\mathcal{R} = \{(c, d) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 11 \mid 3c + 8d\},$$

(ovvero $\forall c, d \in \mathbb{Z}, c \mathcal{R} d \iff 11 \mid 3c + 8d$).

Determinare se \mathcal{R} definisce una relazione d'ordine o di equivalenza su \mathbb{Z} . Inoltre, se tale relazione è di equivalenza, descrivere la classe di equivalenza di 0.

Esercizio 3. Si consideri su \mathbb{Z} la seguente relazione

$$\mathcal{R} = \{(c, d) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 14 \mid 9c + 5d\},$$

(ovvero $\forall c, d \in \mathbb{Z}, c \mathcal{R} d \iff 14 \mid 9c + 5d \iff \exists k \in \mathbb{Z}$ tale che $9c + 5d = 14k$).

Determinare se \mathcal{R} definisce una relazione d'ordine o di equivalenza su \mathbb{Z} . Inoltre, se tale relazione è di equivalenza, descrivere la classe di equivalenza di 0.

Esercizio 4. Sia assegnata sull'insieme dei numeri interi \mathbb{Z} la relazione

$$\mathcal{R} = \{(s, t) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 16 \mid 5t + 11s\},$$

(ovvero $\forall s, t \in \mathbb{Z}, s \mathcal{R} t \iff 16 \mid 5t + 11s$).

Stabilire se \mathcal{R} definisce una relazione di equivalenza o d'ordine sull'insieme dei numeri interi \mathbb{Z} . Se \mathcal{R} è di equivalenza, determinare la classe di equivalenza di 0.

Esercizio 5. Sia assegnata sull'insieme dei numeri interi \mathbb{Z} la relazione

$$\mathcal{R} = \{(s, t) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 12 \mid 5t + 7s\},$$

(ovvero $\forall s, t \in \mathbb{Z}, s \mathcal{R} t \iff 12 \mid 5t + 7s$).

Stabilire se \mathcal{R} definisce una relazione di equivalenza o d'ordine sull'insieme dei numeri interi \mathbb{Z} . Se \mathcal{R} è di equivalenza, determinare la classe di equivalenza di 0.

¹Nonostante l'impegno, errori, sviste imprecisioni sono sempre possibili, la loro segnalazione è molto apprezzata. Tra questi esercizi, alcuni sono stati presi da alcuni testi, o da esami passati. L'aggiunta di eventuali errori è opera mia.

Esercizio 6. Sia assegnata sull'insieme dei numeri interi \mathbb{Z} la relazione

$$\mathcal{R} = \{(a, t) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 13 \mid 4a + 9t\},$$

(ovvero $\forall a, t \in \mathbb{Z}, s \mathcal{R} t \iff 13 \mid 4a + 9t$).

Stabilire se \mathcal{R} definisce una relazione di equivalenza o d'ordine sull'insieme dei numeri interi \mathbb{Z} . Se \mathcal{R} è di equivalenza, determinare la classe di equivalenza di 0.