

ESONERO DI MATEMATICA DISCRETA

C.L. Informatica- Sede di Brindisi
Brindisi, 21 Dicembre 2011

Esercizio 1. Determinare gli elementi invertibili e i divisori dello zero nell'anello $(\mathbb{Z}_{24}, +, \cdot)$.

Esercizio 2. Si consideri in S_8 la seguente permutazione

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 5 & 4 & 6 & 8 & 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}.$$

- (1) Scrivere f come prodotto di cicli disgiunti.
- (2) Stabilire se f è pari o dispari.
- (3) Calcolare l'ordine di f in S_8 .
- (4) Calcolare l'ordine del sottogruppo H generato da f .
- (5) Scrivere gli elementi del sottogruppo H .

Esercizio 3. Dati i seguenti numeri complessi:

$$z_1 = 7i - 2, \quad z_2 = 4 - 2i.$$

- (1) Determinare il modulo di z_1 e z_2 .
- (2) Scrivere in forma algebrica i numeri complessi $\overline{z_1}$ e $\overline{z_2}$.
- (3) Scrivere in forma algebrica i numeri complessi $z_1 z_2$, $\frac{1}{z_2}$ e $\frac{z_2}{z_1}$.

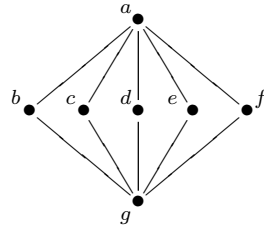
Esercizio 4. Siano $A \in Mat_{4 \times 3}(\mathbb{C})$ e $B \in Mat_{3 \times 3}(\mathbb{C})$

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & i \\ 1+i & 0 & -3 \\ 2 & 2 & 3 \\ -i & i & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

- (1) Calcolare, se possibile, AB e BA .
- (2) Calcolare, se possibile, il determinante di A e di B .
- (3) Calcolare, se possibile, le matrici inverse di A e di B .

Esercizio 5. (1) Stabilire se esiste un albero con 7 vertici, 4 dei quali di ordine 3 e gli altri 3 di ordine 1. Se esiste disegnare un grafico.
(2) Stabilire se esiste un grafo con 7 vertici, 4 dei quali di ordine 3 e gli altri 3 di ordine 1. Se esiste disegnare un grafico.

Esercizio 6. Sia assegnato il reticolo (R, \leq) , dove $R = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ e la relazione \leq e' descritta dal seguente diagramma di Hasse:



- (1) Determinare gli eventuali complementi di tutti gli elementi di R .
- (2) Stabilire se il reticolo R e' distributivo.
- (3) Stabilire se il reticolo R e' di Boole.

Esonero di Matematica Discreta

C.L. Informatica- Sede di Brindisi
Brindisi, 19 Dicembre 2012

Esercizio 1. Determinare gli elementi invertibili e i divisori dello zero nell'anello $(\mathbb{Z}_{22}, +, \cdot)$. Calcolare esplicitamente l'inverso degli elementi invertibili.

Esercizio 2. Si consideri in S_8 la seguente permutazione

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 6 & 7 & 8 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

- (1) Scrivere f come prodotto di cicli disgiunti.
- (2) Stabilire se f e' pari o dispari.
- (3) Calcolare l'ordine di f in S_8 .
- (4) Calcolare l'ordine del sottogruppo H generato da f .
- (5) Scrivere esplicitamente gli elementi del sottogruppo H .

Esercizio 3. Dati i seguenti numeri complessi:

$$z_1 = -1 - 3i, \quad z_2 = 3 + 4i.$$

- (1) Determinare il modulo di z_1 e z_2 .
- (2) Scrivere in forma algebrica i numeri complessi $\overline{z_1}$ e $\overline{z_2}$.
- (3) Scrivere in forma algebrica i numeri complessi $z_1 z_2$, $\frac{1}{z_1}$ e $\frac{z_1}{z_2}$.

Esercizio 4. Siano $A \in Mat_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ e $B \in Mat_{3 \times 4}(\mathbb{R})$

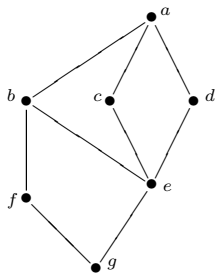
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ -1 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 6 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -\frac{2}{3} & 3 \end{pmatrix}.$$

- (1) Calcolare, se possibile, AB e BA .
- (2) Calcolare, se possibile, il determinante di A e di B .
- (3) Calcolare, se possibile, le matrici inverse di A e di B .

Esercizio 5. (1) Stabilire se esiste un albero con 8 vertici, 4 dei quali di ordine 3, 2 di grado 2 e gli altri di ordine 1. Se esiste, disegnare un grafico di un tale albero.

- (2) Stabilire se esiste un grafo con 8 vertici, 4 dei quali di ordine 3, 2 di grado 2 e gli altri di ordine 1. Se esiste, disegnare un grafico di un tale grafo.

Esercizio 6. Sia assegnato il reticolo (R, \wedge, \vee) associato all'insieme parzialmente ordinato (R, \leq) , dove $R = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ e la relazione \leq e' descritta dal seguente diagramma di Hasse:

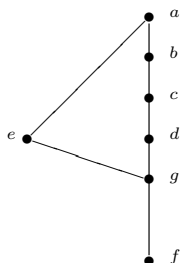


- (1) Determinare gli eventuali complementi di tutti gli elementi di R .
- (2) Stabilire se il reticolo R e' distributivo.
- (3) Stabilire se il reticolo R e' di Boole.

Esonero di Matematica Discreta

C.L. Informatica - Sede di Brindisi
Brindisi, 28 Maggio 2014 - Traccia 2

Esercizio 1. Sia assegnato il reticolo (R, \wedge, \vee) associato ad un insieme parzialmente ordinato (R, \leq) , dove $R = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ e la relazione \leq è descritta dal seguente diagramma di Hasse:



- (1) Determinare gli eventuali complementi di tutti gli elementi di R .
- (2) Stabilire se il reticolo R è distributivo.
- (3) Stabilire se il reticolo R è di Boole.

Esercizio 2. Siano $A \in Mat_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ e $B \in Mat_{2 \times 3}(\mathbb{R})$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \frac{1}{3} & -3 \end{pmatrix}.$$

- (1) Calcolare, se possibile, AB e BA .
- (2) Calcolare, se possibile, il determinante di A e di B .
- (3) Calcolare, se possibile, le matrici inverse di A e di B .

Esercizio 3. Si consideri in S_8 la seguente permutazione

$$h = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 8 & 6 & 5 & 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}.$$

- (1) Scrivere h come prodotto di cicli disgiunti.
- (2) Stabilire se h è pari o dispari.
- (3) Calcolare l'ordine di h in S_8 .
- (4) Scrivere esplicitamente gli elementi del sottogruppo generato da h .

Esercizio 4. Sia dato il gruppo $(\mathbb{Z}_{17}^*, \cdot)$.

- (1) Stabilire se il gruppo è ciclico.
- (2) Se il gruppo è ciclico determinare tutti i generatori e gli ordini di tutti gli elementi.

Esercizio 5. Dati i seguenti numeri complessi:

$$z_1 = 2 + \sqrt{3}i, \quad z_2 = -2 - i.$$

- (1) Determinare il modulo di z_1 e z_2 .
- (2) Scrivere in forma algebrica i numeri complessi $\overline{z_1}$ e $\overline{z_2}$.
- (3) Scrivere in forma algebrica i numeri complessi $z_1 z_2$, $\frac{1}{z_1}$ e $\frac{z_1}{z_2}$.

Esercizio 6. (1) Stabilire se esiste un albero con 12 vertici, dei quali: 4 di valenza 4, 3 di valenza 3, 2 di valenza 2 e nessuno di valenza maggiore. Se esiste, disegnare un grafico di un tale albero.
(2) Stabilire se esiste un grafo con 12 vertici, dei quali: 4 di valenza 4, 3 di valenza 3, 2 di valenza 2 e nessuno di valenza maggiore. Se esiste, disegnare un grafico di un tale grafo.