ESONERO DI MATEMATCA DISCRETA

C.L. Informatica- Sede di Brindisi
Brindisi, 16 Novembre 2011

Esercizio 1. Date le seguenti funzioni

$$f : \mathbb{N} \to \mathbb{Q} \setminus \{2\}, \qquad f(n) = \frac{3n}{2n+5}$$

e

$$g\colon \mathbb{Q} \setminus \{2\} \to \mathbb{Q} \setminus \{1\} \qquad g(x) = 2x - 3,$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, f^{-1}, g^{-1}, $f \circ g$ e $g \circ f$.

Esercizio 2. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{k=-1}^{n} 5^k = \frac{1}{4}(5^{n+1} - \frac{1}{5}).$$

Esercizio 3. a) Scrivere la definizione di relazione di equivalenza su un insieme e di classe di equivalenza di un elemento.

b) Assegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \;\mid\; 17 \mid 7a + 10b\},$$

(ovvero $a\,\mathcal{R}\,b \Longleftrightarrow 17 \mid 7a + 10b$), verificare che $\mathcal{R}$ definisce una relazione di equivalenza su $\mathbb{Z}$ e scrivere la classe di equivalenza di 0.

Esercizio 4. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 2x \equiv 3 \pmod{11} \\ 50x \equiv 5 \pmod{7} \\ 3x \equiv 12 \pmod{45}. \end{cases}$$

Esercizio 5. Date due proposizioni P e Q scrivere la tabella di verità di $P \wedge Q$.

Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall\, x \in \mathbb{R} \;\; \exists\, y \in \mathbb{R} \quad \text{tale che} \quad \forall z \in \mathbb{R} \qquad x = y^2 + z^2$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 6. Calcolare il massimo comun divisore tra i numeri 2340 e 462 ed esprimerlo come combinazione di 2340 e 462.

ESONERO DI MATEMATCA DISCRETA

C.L. Informatica- Sede di Brindisi
Brindisi, 16 Novembre 2011

Esercizio 1. Date le seguenti funzioni

$$g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}, \qquad g(n) = n^2 - 4n$$

e

$$h \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad h(x) = x^5 - 2,$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, g^{-1}, h^{-1}, $h \circ g$ e $g \circ h$.

Esercizio 2. a) Scrivere la definizione di relazione di equivalenza su un insieme e di classe di equivalenza di un elemento.

b) Assegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(a, c) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \;\mid\; 13 \mid 8c + 5a\},$$

(ovvero $a\,\mathcal{R}\,c \Longleftrightarrow 13 \mid 8c + 5a$), verificare che $\mathcal{R}$ definisce una relazione di equivalenza su $\mathbb{Z}$ e scrivere la classe di equivalenza di 0.

Esercizio 3. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{k=-2}^{n} \frac{4}{3}k = 2n(\frac{n+1}{3}) - 4.$$

Esercizio 4. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 3x \equiv 21 \pmod{33} \\ 61x \equiv 4 \pmod{15} \\ 2x \equiv 3 \pmod{7}. \end{cases}$$

Esercizio 5. Date due proposizioni P e Q scrivere la tabella di verità di $P \vee Q$.

Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall\, z \in \mathbb{R} \;\; \exists\, x \in \mathbb{R} \quad \text{tale che} \quad \forall\, y \in \mathbb{R} \qquad z = x^2 - y^3$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 6. Calcolare il massimo comun divisore tra i numeri 2850 e 495 ed esprimerlo come combinazione di 2850 e 495.

ESONERO DI MATEMATCA DISCRETA

C.L. Informatica- Sede di Brindisi
Brindisi, 16 Novembre 2011

Esercizio 1. Date le seguenti funzioni

$$g\colon \mathbb{Z}\setminus\{3\} \to \mathbb{Z}\setminus\{-2\} \qquad\qquad g(n) = 3n - 11,$$

e

$$f : \mathbb{Z}\setminus\{-1,1\} \to \mathbb{Z}\setminus\{3\}, \qquad\qquad f(z) =\mid z \mid +2$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, f^{-1}, g^{-1}, $f \circ g$ e $g \circ f$.

Esercizio 2. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{k=-1}^{n} 6k^2 = n(n+1)(2n+1) + 6.$$

Esercizio 3. Date due proposizioni P e Q scrivere la tabella di verità di $P \Longrightarrow Q$. Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall\, y \in \mathbb{R} \;\; \exists\, z \in \mathbb{R} \quad \text{tale che} \quad \forall\, x \in \mathbb{R} \qquad y = zx + z^2$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 4. a) Scrivere la definizione di relazione di equivalenza su un insieme e di classe di equivalenza di un elemento.

b) Assegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(c,b) \in \mathbb{Z}\times\mathbb{Z} \;\mid\; 11 \mid 4c + 7b\},$$

(ovvero $c\,\mathcal{R}\,b \Longleftrightarrow 11 \mid 4c + 7b$), verificare che $\mathcal{R}$ definisce una relazione di equivalenza su $\mathbb{Z}$ e scrivere la classe di equivalenza di 0.

Esercizio 5. Calcolare il massimo comun divisore tra i numeri 5390 e 364 ed esprimerlo come combinazione di 5390 e 364.

Esercizio 6. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 3x \equiv 15 \pmod{21} \\ 89x \equiv 7 \pmod{11} \\ 7x \equiv 13 \pmod{15}. \end{cases}$$

Esonero di Matematica Discreta

C.L. Informatica - Sede di Brindisi
Brindisi, 19 Novembre 2012
Traccia: 1

Esercizio 1. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n+1} \frac{3}{2} i^2 = \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)+6}{4}.$$

Esercizio 2. Date le seguenti funzioni

$$h\colon \mathbb{Z} \to \mathbb{R} \setminus \{1\} \qquad h(x) = 2 \mid x \mid -\frac{1}{2},$$

e

$$g : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R} \setminus \{0\}, \qquad g(n) = n^3 - 1$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse h^{-1}, g^{-1}, e le composizioni $h \circ g$ e $g \circ h$.

Esercizio 3. a) Scrivere la definizione di relazione di ordine parziale su un insieme.
b) Sia assegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \ \mid \ xy \text{ dispari } \},$$

(ovvero $x \,\mathcal{R}\, y \iff$ il prodotto xy e' dispari). Stabilire se $\mathcal{R}$ e' riflessiva, simmetrica, transitiva, antisimmetrica, d'ordine, d'equivalenza.

Esercizio 4. Date tre proposizioni P, Q ed R, scrivere la tabella di verità di $(P \vee Q) \wedge R$.
Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall p \in \mathbb{N} \ \ \exists q \in \mathbb{Z} \quad \text{tale che} \quad \forall r \in \mathbb{Z} \qquad q - 3pr = 0$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 5. Risolvere se possibile la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$504x + 154y = 14.$$

Esercizio 6. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 7x \equiv 7 \pmod{11} \\ 101x \equiv 22 \pmod{10} \\ 3x \equiv 9 \pmod{21}. \end{cases}$$

Esonero di Matematica Discreta
C.L. Informatica - Sede di Brindisi
Brindisi, 19 Novembre 2012
Traccia: 2

Esercizio 1. Date le seguenti funzioni

$$f\colon \mathbb{Q} \to \mathbb{Q} \qquad f(a) = \frac{3}{4}a - 2,$$

e

$$g : \mathbb{N} \to \mathbb{Q}, \qquad g(n) = \frac{2n-3}{3n+1}$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse f^{-1}, g^{-1}, e le composizioni $f \circ g$ e $g \circ f$.

Esercizio 2. Date tre proposizioni P, Q ed R, scrivere la tabella di verità di $(P \wedge R) \vee Q$.
Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall\, a \in \mathbb{N} \;\; \exists\, y \in \mathbb{Z} \quad \text{tale che} \quad \forall n \in \mathbb{Z} \qquad 2ay = n$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 3. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 3x \equiv 6 \pmod{30} \\ 122x \equiv 12 \pmod{11} \\ 5x \equiv 1 \pmod{7}. \end{cases}$$

Esercizio 4. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n+1} (3\,i + 1) = \frac{3}{2}(n+1)(n+2) + n.$$

Esercizio 5. Risolvere se possibile la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$594x + 126y = 18.$$

Esercizio 6. a) Scrivere la definizione di relazione di ordine parziale su un insieme.
b) Sia assegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(c, d) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \;\mid\; cd \geq 0\},$$

(ovvero $c\,\mathcal{R}\,d \iff$ il prodotto cd e' maggiore o uguale a zero). Stabilire se $\mathcal{R}$ e' riflessiva, simmetrica, transitiva, antisimmetrica, d'ordine, d'equivalenza.

Esonero di Matematica Discreta

C.L. Informatica - Sede di Brindisi
Brindisi, 19 Novembre 2012
Traccia: 3

Esercizio 1. a) Scrivere la definizione di relazione di ordine parziale su un insieme.
b) Sia assegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \ \mid \ xy \text{ dispari } \},$$

(ovvero $x\,\mathcal{R}\,y \iff$ il prodotto xy e' dispari). Stabilire se $\mathcal{R}$ e' riflessiva, simmetrica, transitiva, antisimmetrica, d'ordine, d'equivalenza.

Esercizio 2. Risolvere se possibile la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$504x + 154y = 14.$$

Esercizio 3. Date tre proposizioni P, Q ed R, scrivere la tabella di verità di $(P \vee Q) \wedge R$.
Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall\, p \in \mathbb{N} \ \ \exists\, q \in \mathbb{Z} \quad \text{tale che} \quad \forall r \in \mathbb{Z} \qquad q - 3pr = 0$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 4. Date le seguenti funzioni

$$h \colon \mathbb{Z} \to \mathbb{R} \setminus \{1\} \qquad\qquad h(x) = 2 \mid x \mid - \frac{1}{2},$$

e

$$g : \mathbb{R} \setminus \{1\} \to \mathbb{R} \setminus \{0\}, \qquad\qquad g(n) = n^3 - 1$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse h^{-1}, g^{-1}, e le composizioni $h \circ g$ e $g \circ h$.

Esercizio 5. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 7x \equiv 7 \pmod{11} \\ 101x \equiv 22 \pmod{10} \\ 3x \equiv 9 \pmod{21}. \end{cases}$$

Esercizio 6. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n+1} \frac{3}{2}\, i^2 = \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)+6}{4}.$$

Esonero di Matematica Discreta
C.L. Informatica - Sede di Brindisi
Brindisi, 19 Novembre 2012
Traccia: 4

Esercizio 1. Date tre proposizioni P, Q ed R, scrivere la tabella di verità di $(P \wedge R) \vee Q$.
Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall\, a \in \mathbb{N} \;\; \exists\, y \in \mathbb{Z} \quad \text{tale che} \quad \forall n \in \mathbb{Z} \qquad 2ay = n$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 2. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n+1} (3\,i + 1) = \frac{3}{2}(n+1)(n+2) + n.$$

Esercizio 3. Risolvere se possibile la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$594x + 126y = 18.$$

Esercizio 4. a) Scrivere la definizione di relazione di ordine parziale su un insieme.
b) Sia assegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(c, d) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \;\mid\; cd \geq 0\},$$

(ovvero $c\,\mathcal{R}\,d \iff$ il prodotto cd e' maggiore o uguale a zero). Stabilire se $\mathcal{R}$ e' riflessiva, simmetrica, transitiva, antisimmetrica, d'ordine, d'equivalenza.

Esercizio 5. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 3x \equiv 6 \pmod{30} \\ 122x \equiv 12 \pmod{11} \\ 5x \equiv 1 \pmod{7}. \end{cases}$$

Esercizio 6. Date le seguenti funzioni

$$f\colon \mathbb{Q} \to \mathbb{Q} \qquad f(a) = \frac{3}{4}a - 2,$$

e

$$g : \mathbb{N} \to \mathbb{Q}, \qquad g(n) = \frac{2n-3}{3n+1}$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse f^{-1}, g^{-1}, e le composizioni $f \circ g$ e $g \circ f$.

Esonero di Matematica Discreta

C.L. Informatica - Sede di Brindisi
Brindisi, 19 Novembre 2012
Traccia: a

Esercizio 1. a) Scrivere la definizione di relazione di ordine parziale su un insieme.
b) Sia assegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(z, w) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \ \mid \ zw \leq 0\},$$

(ovvero $z\,\mathcal{R}\,w \Longleftrightarrow$ il prodotto zw e' minore o uguale a zero). Stabilire se $\mathcal{R}$ e' riflessiva, simmetrica, transitiva, antisimmetrica, d'ordine, d'equivalenza.

Esercizio 2. Risolvere se possibile la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$396x + 156y = 12.$$

Esercizio 3. Date tre proposizioni P, Q ed R, scrivere la tabella di verità di $P \vee (Q \wedge R)$
Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\exists\, a \in \mathbb{N} \quad \text{tale che} \quad \forall b \in \mathbb{Z} \ \exists\, c \in \mathbb{Z} \quad \text{con} \qquad a - 4b + c = 0.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 4. Date le seguenti funzioni

$$h \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad\qquad h(z) = \frac{1}{3}z^5 - 1,$$

e

$$f : \mathbb{Q} \to \mathbb{R}, \qquad\qquad f(y) = \sqrt{y^2 + 2}$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse h^{-1}, f^{-1}, e le composizioni $f \circ h$ e $h \circ f$.

Esercizio 5. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 112x \equiv 2 \pmod{11} \\ 4x \equiv 12 \pmod{28} \\ 7x \equiv 4 \pmod{10}. \end{cases}$$

Esercizio 6. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n+1} 3\, i^3 = \frac{3}{4}\left((n+1)^2(n+2)^2 - 4\right).$$

Esonero di Matematica Discreta

C.L. Informatica - Sede di Brindisi
Brindisi, 19 Novembre 2012
Traccia: b

Esercizio 1. Date tre proposizioni P, Q ed R, scrivere la tabella di verità di $P \wedge (R \vee Q)$.
Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\exists\, x \in \mathbb{N} \quad \text{tale che} \quad \forall y \in \mathbb{Z} \;\; \exists\, z \in \mathbb{Z} \quad \text{con} \qquad x = 2y - z.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 2. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n+1} \left(\frac{1}{3}\right)^i = \frac{9}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3^{n+1}}\right).$$

Esercizio 3. Risolvere se possibile la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$585x + 165y = 15.$$

Esercizio 4. a) Scrivere la definizione di relazione di ordine parziale su un insieme.
b) Sia assegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \;\mid\; ab \;\text{ pari }\},$$

(ovvero $a\,\mathcal{R}\,b \iff$ il prodotto ab e' pari). Stabilire se $\mathcal{R}$ e' riflessiva, simmetrica, transitiva, antisimmetrica, d'ordine, d'equivalenza.

Esercizio 5. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 50x \equiv 73 \pmod{7} \\ 3x \equiv 3 \pmod{33} \\ 6x \equiv 2 \pmod{10}. \end{cases}$$

Esercizio 6. Date le seguenti funzioni

$$g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{Q} \qquad\qquad g(n) = \frac{1-n}{2n+2},$$

e

$$f: \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}, \qquad\qquad f(z) = \frac{7}{5}z + 11$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse f^{-1} e g^{-1}, e le composizioni $f \circ g$ e $g \circ f$.

Esonero di Matematica Discreta

C.L. Informatica - Sede di Brindisi
Brindisi, 19 Novembre 2012
Traccia: c

Esercizio 1. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n+1} 3\, i^3 = \frac{3}{4}\left((n+1)^2(n+2)^2 - 4\right).$$

Esercizio 2. Date le seguenti funzioni

$$h\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad\qquad h(z) = \frac{1}{3}z^5 - 1,$$

e

$$f : \mathbb{Q} \to \mathbb{R}, \qquad\qquad f(y) = \sqrt{y^2 + 2}$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse h^{-1}, f^{-1}, e le composizioni $f \circ h$ e $h \circ f$.

Esercizio 3. a) Scrivere la definizione di relazione di ordine parziale su un insieme.
b) Sia assegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(z, w) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \ \mid \ zw \leq 0\},$$

(ovvero $z\,\mathcal{R}\,w \iff$ il prodotto zw e' minore o uguale a zero). Stabilire se $\mathcal{R}$ e' riflessiva, simmetrica, transitiva, antisimmetrica, d'ordine, d'equivalenza.

Esercizio 4. Date tre proposizioni P, Q ed R, scrivere la tabella di verità di $P \vee (Q \wedge R)$
Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\exists\, a \in \mathbb{N} \quad \text{tale che} \quad \forall b \in \mathbb{Z} \ \ \exists\, c \in \mathbb{Z} \quad \text{con} \qquad a - 4b + c = 0.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 5. Risolvere se possibile la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$396x + 156y = 12.$$

Esercizio 6. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 112x \equiv 2 \pmod{11} \\ 4x \equiv 12 \pmod{28} \\ 7x \equiv 4 \pmod{10}. \end{cases}$$

Esonero di Matematica Discreta

C.L. Informatica - Sede di Brindisi
Brindisi, 19 Novembre 2012
Traccia: d

Esercizio 1. Date le seguenti funzioni

$$g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{Q} \qquad\qquad g(n) = \frac{1-n}{2n+2},$$

e

$$f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}, \qquad\qquad f(z) = \frac{7}{5}z + 11$$

stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse f^{-1} e g^{-1}, e le composizioni $f \circ g$ e $g \circ f$.

Esercizio 2. Date tre proposizioni P, Q ed R, scrivere la tabella di verità di $P \wedge (R \vee Q)$.
Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\exists\, x \in \mathbb{N} \quad \text{tale che} \quad \forall y \in \mathbb{Z} \;\; \exists\, z \in \mathbb{Z} \quad \text{con} \qquad x = 2y - z.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 3. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 50x \equiv 73 \pmod{7} \\ 3x \equiv 3 \pmod{33} \\ 6x \equiv 2 \pmod{10}. \end{cases}$$

Esercizio 4. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n+1} \left(\frac{1}{3}\right)^i = \frac{9}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3^{n+1}}\right).$$

Esercizio 5. Risolvere se possibile la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$585x + 165y = 15.$$

Esercizio 6. a) Scrivere la definizione di relazione di ordine parziale su un insieme.
b) Sia assegnata su $\mathbb{Z}$ la relazione

$$\mathcal{R} = \{(a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \;\mid\; ab \;\text{ pari }\},$$

(ovvero $a\,\mathcal{R}\,b \iff$ il prodotto ab e' pari). Stabilire se $\mathcal{R}$ e' riflessiva, simmetrica, transitiva, antisimmetrica, d'ordine, d'equivalenza.

Esonero di Matematica Discreta

C.L. Informatica - Sede di Brindisi
Brindisi, 14 Aprile 2014
Traccia: 1

Esercizio 1. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 94x \equiv 5 \pmod{3} \\ 2x \equiv 10 \pmod{11} \\ 6x \equiv 18 \pmod{48}. \end{cases}$$

Esercizio 2. Date tre proposizioni Q, R ed P, scrivere la tabella di verità di $P \vee (R \Longrightarrow Q)$.

Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall\, x \in \mathbb{R} \quad \exists\, y \in \mathbb{N} \text{ tale che } \quad \forall c \in \mathbb{R} \qquad x - yc^2 = 0.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 3. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n} \left(\frac{2}{3}\right)^i = \frac{9}{2} - 3\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}.$$

Esercizio 4. Risolvere se possibile la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$115x + 280y = 30.$$

Esercizio 5. Si consideri un gruppo di 4 Inglesi, 5 Francesi e 6 Spagnoli. Gli inglesi sono tutti uomini, i Francesi sono 2 uomini e 3 Donne, gli Spagnoli sono 3 Donne e 3 Uomini.

1) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 4 persone?
2) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 3 persone, con un rappresentante per ogni nazionalità, con esattamente una donna?
3) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 3 persone, con un rappresentante per ogni nazionalità, con esattamente due donne?
4) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 3 persone, con un rappresentante per ogni nazionalità con almeno una donna?

Esercizio 6. Date le seguenti leggi

$$f : \mathbb{Z} \to \mathbb{R} \qquad f(x) = \sqrt[3]{x^2},$$

e

$$h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad h(b) = 3 - \frac{11}{15}b$$

stabilire se sono funzioni. In tal caso, stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse h^{-1}, f^{-1}, e le composizioni $f \circ h$ e $h \circ f$.

Esonero di Matematica Discreta

C.L. Informatica - Sede di Brindisi
Brindisi, Brindisi, 14 Aprile 2014
Traccia: 2

Esercizio 1. Si consideri un gruppo di 6 Svedesi, 3 Italiani e 6 Olandesi. Gli Italiani sono tutte donne, gli Svedesi sono 4 Donne e 2 Uomini, gli Olandesi sono 3 Donne e 3 Uomini.

a) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 4 persone?
b) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 3 persone, con un rappresentante per ogni nazionalità, con esattamente un uomo?
c) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 3 persone, con un rappresentante per ogni nazionalità, con esattamente due uomini?
d) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 3 persone, con un rappresentante per ogni nazionalità con almeno un uomo?

Esercizio 2. Date le seguenti leggi

$$g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{R} \qquad g(n) = \frac{2n-1}{n+4},$$

e

$$h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad h(a) = \frac{2}{5}a^5 - 3$$

stabilire se sono funzioni. In tal caso, stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse h^{-1} e g^{-1}, e le composizioni $h \circ g$ e $g \circ h$.

Esercizio 3. Risolvere se possibile la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$110x + 135y = 20.$$

Esercizio 4. Date tre proposizioni P, Q ed R, scrivere la tabella di verità di $(P \implies R) \wedge Q$.

Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\exists\, a \in \mathbb{N} \quad \text{tale che} \quad \forall t \in \mathbb{Z} \;\; \exists\, b \in \mathbb{Z} \quad \text{con} \qquad a + 5t = b.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 5. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 2x \equiv 10 \pmod{22} \\ 81x \equiv 11 \pmod{8} \\ 4x \equiv 2 \pmod{3}. \end{cases}$$

Esercizio 6. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n} \left(\frac{1}{4}\right)^i = \frac{16}{3} - \frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n.$$

Esonero di Matematica Discreta

C.L. Informatica - Sede di Brindisi
Brindisi, 14 Aprile 2014
Traccia: 3

Esercizio 1. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 94x \equiv 5 \pmod{3} \\ 2x \equiv 10 \pmod{11} \\ 6x \equiv 18 \pmod{48}. \end{cases}$$

Esercizio 2. Date tre proposizioni Q, R ed P, scrivere la tabella di verità di $P \vee (R \Longrightarrow Q)$.

Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\forall\, x \in \mathbb{R} \quad \exists\, y \in \mathbb{N} \text{ tale che } \quad \forall c \in \mathbb{R} \qquad x - yc^2 = 0.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 3. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n} \left(\frac{2}{3}\right)^i = \frac{9}{2} - 3\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}.$$

Esercizio 4. Risolvere se possibile la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$115x + 280y = 30.$$

Esercizio 5. Si consideri un gruppo di 4 Inglesi, 5 Francesi e 6 Spagnoli. Gli inglesi sono tutti uomini, i Francesi sono 2 uomini e 3 Donne, gli Spagnoli sono 3 Donne e 3 Uomini.

1) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 4 persone?
2) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 3 persone, con un rappresentante per ogni nazionalità, con esattamente una donna?
3) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 3 persone, con un rappresentante per ogni nazionalità, con esattamente due donne?
4) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 3 persone, con un rappresentante per ogni nazionalità con almeno una donna?

Esercizio 6. Date le seguenti leggi

$$f\colon \mathbb{Z} \to \mathbb{R} \qquad f(x) = \sqrt[3]{x^2},$$

e

$$h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad h(b) = 3 - \frac{11}{15}b$$

stabilire se sono funzioni. In tal caso, stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse h^{-1}, f^{-1}, e le composizioni $f \circ h$ e $h \circ f$.

Esonero di Matematica Discreta

C.L. Informatica - Sede di Brindisi
Brindisi, Brindisi, 14 Aprile 2014
Traccia: 4

Esercizio 1. Si consideri un gruppo di 6 Svedesi, 3 Italiani e 6 Olandesi. Gli Italiani sono tutte donne, gli Svedesi sono 4 Donne e 2 Uomini, gli Olandesi sono 3 Donne e 3 Uomini.

a) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 4 persone?
b) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 3 persone, con un rappresentante per ogni nazionalità, con esattamente un uomo?
c) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 3 persone, con un rappresentante per ogni nazionalità, con esattamente due uomini?
d) In quanti modi diversi si può formare un comitato di 3 persone, con un rappresentante per ogni nazionalità con almeno un uomo?

Esercizio 2. Date le seguenti leggi

$$g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{R} \qquad g(n) = \frac{2n-1}{n+4},$$

e

$$h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \qquad h(a) = \frac{2}{5}a^5 - 3$$

stabilire se sono funzioni. In tal caso, stabilire se sono iniettive, suriettive o biettive. Inoltre calcolare, ove possibile, le funzioni inverse h^{-1} e g^{-1}, e le composizioni $h \circ g$ e $g \circ h$.

Esercizio 3. Risolvere se possibile la seguente equazione diofantea indicandone tutte le soluzioni

$$110x + 135y = 20.$$

Esercizio 4. Date tre proposizioni P, Q ed R, scrivere la tabella di verità di $(P \implies R) \wedge Q$.

Inoltre, stabilire se la proposizione

$$\exists\, a \in \mathbb{N} \quad \text{tale che} \quad \forall t \in \mathbb{Z} \;\; \exists\, b \in \mathbb{Z} \quad \text{con} \qquad a + 5t = b.$$

è vera o falsa e scrivere la sua negazione.

Esercizio 5. Risolvere, se possibile, il sistema di congruenze lineari

$$\begin{cases} 2x \equiv 10 \pmod{22} \\ 81x \equiv 11 \pmod{8} \\ 4x \equiv 2 \pmod{3}. \end{cases}$$

Esercizio 6. Dimostrare con il principio di induzione che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, si ha

$$\sum_{i=-1}^{n} \left(\frac{1}{4}\right)^i = \frac{16}{3} - \frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n.$$