

ESERCIZI DI MATEMATICA DISCRETA

Informatica - Corso B - A. A. 2018-2019

22 Novembre 2018 ¹

Esercizio 1. Scrivere le seguenti permutazioni come prodotto di cicli disgiunti e stabilire se sono pari o dispari.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 6 & 7 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 5 & 9 & 7 & 8 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 2 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 8 & 7 & 6 & 5 \end{pmatrix},$$

(Ovviamente, la prima permutazione è un elemento di S_7 , la seconda di S_9 ...).

Esercizio 2. Si considerino in S_7 i seguenti elementi

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 6 & 7 & 4 \end{pmatrix}, g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 5 & 7 \end{pmatrix}, h = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 5 & 7 & 6 \end{pmatrix}.$$

Si determini $f^{-1}, g^{-1}, h^{-1}, f \circ g, f \circ h, g \circ f, g \circ h, h \circ g$.

Esercizio 3. Nel gruppo di permutazioni S_7 si considerino i cicli:

$$f = (357), h = (524), g = (37)(2456)$$

- (1) Calcolare l'ordine degli elementi f, g e h .
- (2) Scrivere le permutazioni associate a f, g e h .

Esercizio 4. Si consideri in S_9 la seguente permutazione

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 2 & 8 & 1 & 9 & 5 & 6 & 7 & 4 \end{pmatrix}.$$

- (1) Scrivere f come prodotto di cicli disgiunti.
- (2) Stabilire se f è pari o dispari.
- (3) Calcolare $f \circ f$ e f^{-1} .
- (4) Calcolare l'ordine di f .
- (5) Calcolare l'ordine del sottogruppo H generato da f .
- (6) Calcolare l'ordine degli elementi del sottogruppo H .

Esercizio 5. Si consideri in S_9 la seguente permutazione

$$h = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 5 & 9 & 7 & 4 & 6 & 2 & 8 & 3 \end{pmatrix} \quad g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 3 & 4 & 2 & 7 & 9 & 1 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

- (1) Scrivere h come prodotto di cicli disgiunti.
- (2) Stabilire se h è pari o dispari.
- (3) Scrivere l'immagine di 3 e 8 tramite g .
- (4) Calcolare h^{-1} .
- (5) Calcolare $h \circ g$ e $g \circ h$.
- (6) Calcolare l'ordine di h e di g .

¹Nonostante l'impegno, errori, sviste imprecisioni sono sempre possibili, la loro segnalazione è molto apprezzata. Tra questi esercizi, alcuni sono stati presi da alcuni testi, o da esami passati. L'aggiunta di eventuali errori è opera mia.

- (7) Calcolare l'ordine del sottogruppo generato da h e del sottogruppo generato da g .

Esercizio 6. In S_{10} , sia assegnata la seguente permutazione

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 5 & 10 & 2 & 7 & 1 & 3 & 4 & 8 & 9 & 6 \end{pmatrix}.$$

- (1) Descrivere l'elemento g come prodotto di cicli disgiunti.
- (2) Individuare l'ordine di g nel gruppo S_{10} .
- (3) Determinare esplicitamente gli elementi del sottogruppo generato da g .
- (4) Indicare se l'elemento g è pari o dispari.

Esercizio 7. Si consideri in S_7 la seguente permutazione

$$h = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 5 & 2 & 4 & 7 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (1) Scrivere h come prodotto di cicli disgiunti.
- (2) Stabilire se l'elemento h è dispari o pari.
- (3) Calcolare l'ordine dell'elemento h nel gruppo S_7 .
- (4) Scrivere esplicitamente gli elementi del sottogruppo generato da h .

Esercizio 8. Consideriamo in S_9 la seguente permutazione

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 3 & 7 & 2 & 5 & 6 & 9 & 8 & 4 \end{pmatrix}.$$

- (1) Esprimere f come prodotto di cicli disgiunti.
- (2) Determinare l'ordine di f in S_9 .
- (3) Stabilire se f è pari o dispari.
- (4) Scrivere esplicitamente gli elementi del sottogruppo generato da f .