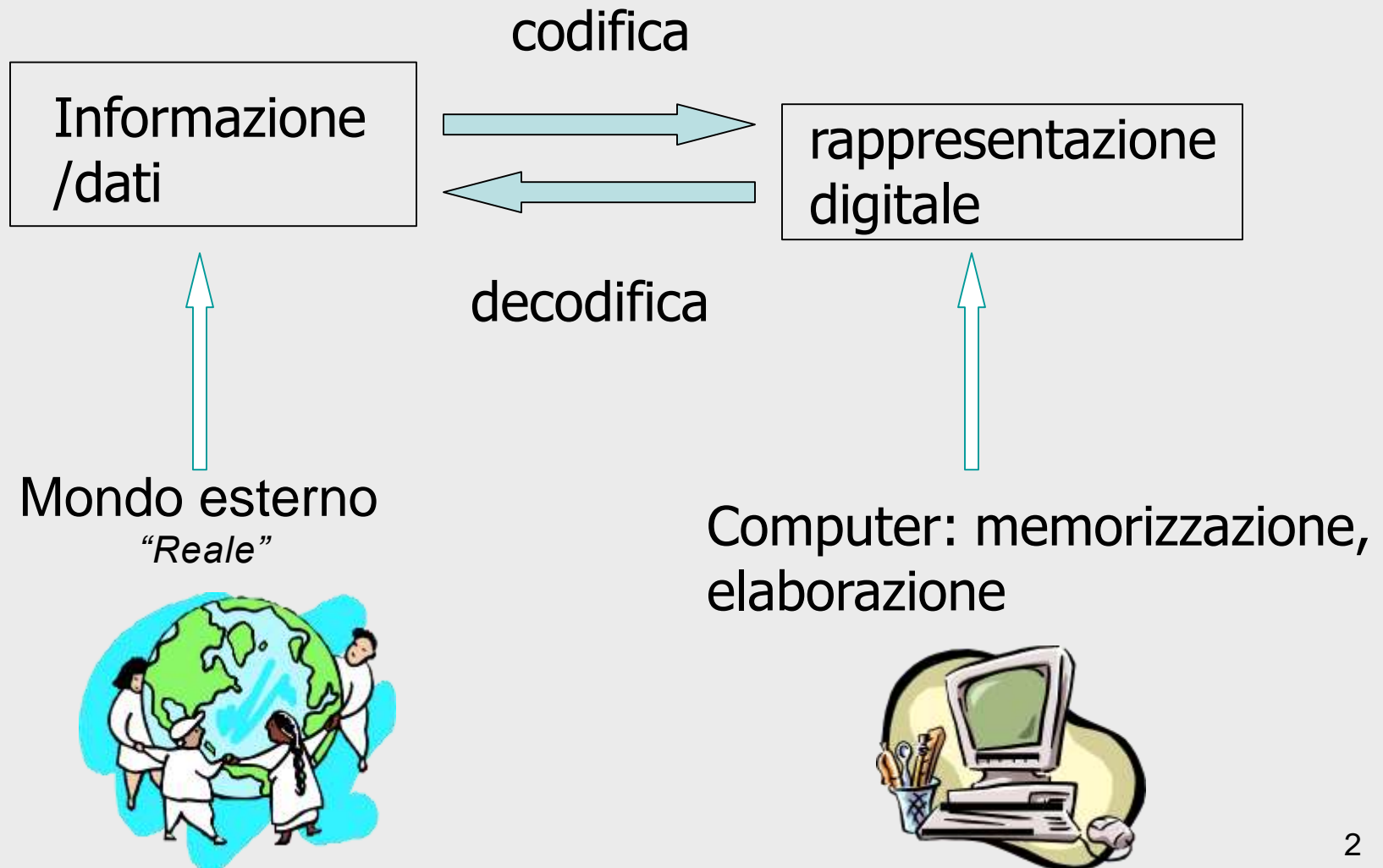


# RAPPRESENTAZIONE DELL'INFORMAZIONE

*Prof. Ing. Donato Impedovo*

---

# Rappresentazione digitale Dell'informazione



# IL BIT

Alfabeto del calcolatore costituito da due simboli: 0,1.

## BIT (binary digit):

- Unità elementare di informazione.
- La cifra binaria può assumere solo due valori alternativi: 0 oppure 1.

Presenza	Assenza
Vero	Falso
1	0
Acceso	Spento
+	-
Sì	No
Favorevole	Contrario
Yang	Yin
Lisa	Bart

- Archiviato da un dispositivo digitale o un sistema fisico che esiste in uno di due possibili stati distinti.

Es.:

- i due stati stabili di un flip-flop,
- due posizioni di un interruttore elettrico,
- due distinte tensione o gli attuali livelli consentiti da un circuito,
- due distinti livelli di intensità della luce,
- due direzioni di magnetizzazione o di polarizzazione, ecc

# Sequenze di BIT

Per poter rappresentare un numero maggiore di informazione si usano **sequenze** di bit

Il processo che fa corrispondere ad un dato reale una sequenze di bit prende il nome **codifica dell'informazione**

Es.1: un esame può avere quattro possibili esiti: *ottimo*, *discreto*, *sufficiente*, *insufficiente*. Quanti bit sono necessari per codificare tale informazione?

**due bit:**

<i>ottimo</i>	00
<i>discreto</i>	01
<i>sufficiente</i>	10
<i>insufficiente</i>	11

Es.2: otto colori: *nero*, *rosso*, *blu*, *giallo*, *verde*, *viola*, *grigio*, *arancione*

**tre bit:**

<i>nero</i>	000
<i>rosso</i>	001
<i>blu</i>	010
<i>giallo</i>	011
<i>verde</i>	100
<i>viola</i>	101
<i>grigio</i>	110
<i>arancione</i>	111

# bit, Byte e word

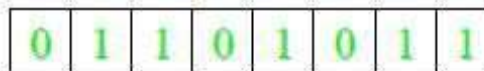
- Con  $N$  bit si possono codificare  $2^N$  stati differenti
- Per rappresentare  $N$  stati, devo usare almeno  $\log_2(N)$  bit

Vogliamo codificare 19 colori... quanti bit servono??

$\text{ceil}(\log_2(N))$  – arrotonda all'intero più grande

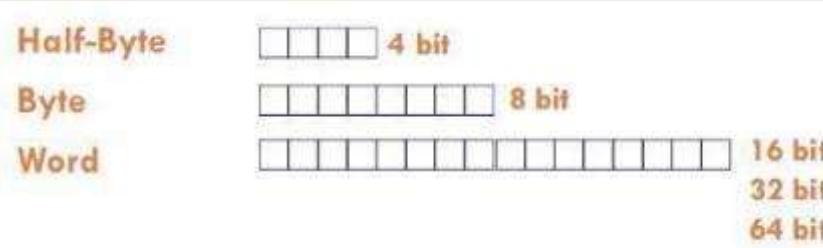
I sistemi moderni memorizzano e manipolano miliardi di bit: necessità di multipli.  
Le informazioni sono rappresentate mediante stringhe di bit

8 bit (**b**) = 1 Byte (**B**)



**OSSERVAZIONE:** con la lettera *b*, minuscolo, si indicano i bit, con la lettera *B*, maiuscolo, si indicano i byte

Strutture logiche:



# bit, Byte e multipli

I moderni sistemi memorizzano e manipolano molti bit e byte: necessità di multipli

K – chilo (mille)  
M – Mega (milioni)  
G – Giga (miliardi)  
T – Tera (migliaia di miliardi)

Nome	Sigla	In bit	In byte	In potenze di 2
Bit	Bit	1 bit	1/8	$2^1=2$ stati
Byte	Byte	8	1	$2^8=256$ stati
KiloByte	KB	8.192	1.024	$2^{10}$ byte
MegaByte	MB	8.388.608	1.048.576	$2^{20}$ byte
GigaByte	GB	8.589.934.592	1.073.741.824	$2^{30}$ byte
TeraByte	TB	8.796.093.022.208	1.099.511.627.776	$2^{40}$ byte

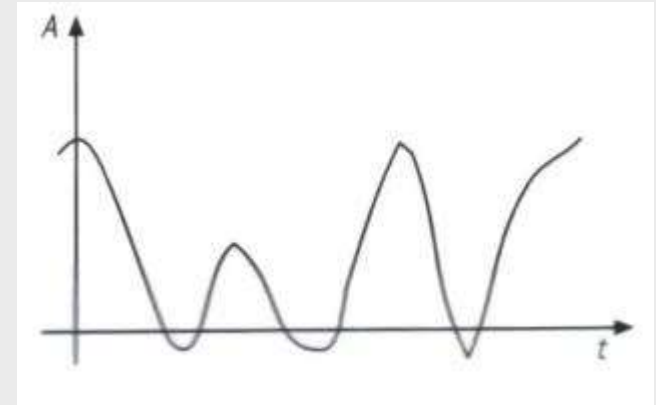
*Esempio: un hard disk (HD) da 500GB contiene esattamente:*

*$500 \times 2^{30} = 500 \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} = 500 \times 1024 \times 1024 \times 1024 = 536.870.912.000 \text{ byte}$*

*E in termini di bit?*

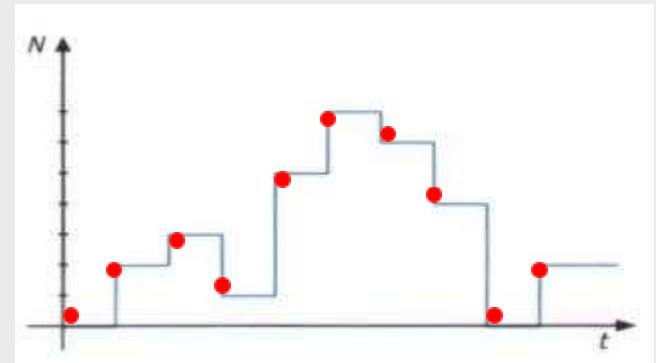
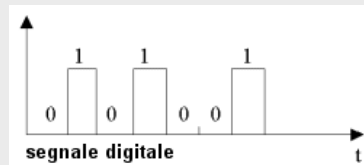
# Rappresentazione digitale dei segnali

**SEGNALE ANALOGICO:** segnale tempo-continuo che può assumere tutti gli infiniti valori della grandezza fisica osservabile che rappresenta contenuti all'interno di un determinato range. I valori utili che lo rappresentano sono continui (infiniti) in un intervallo e non numerabili.



**SEGNALE DIGITALE:** segnale tempo-discreto che all'interno di un determinato range può assumere solo un numero discreto (numerabile finito) di valori.

Es.: onda quadra che assume i valori logici ALTO (1) e BASSO (0).



Vantaggi:

- utilizzo di un unico linguaggio (binario)
- costanza di qualità nel tempo
- possibilità di compressione

# Rappresentazione digitale di segnali

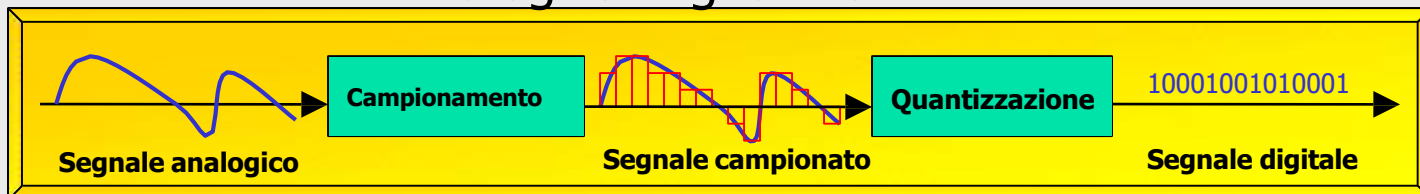
## CAMPIONAMENTO:

- ❑ processo di conversione di un segnale tempo-continuo in un segnale tempo-discreto,
- ❑ L'ampiezza del segnale continuo viene considerata a intervalli di tempo regolari (T - periodo di campionamento).

## QUANTIZZAZIONE:

- ❑ processo di conversione di un segnale a valori continui in uno a valori discreti.
- ❑ Più è alto il numero di bit utilizzati nella quantizzazione e minore è l'errore che si commette (errore di quantizzazione), cioè si riduce la distanza media tra il valore campionato (continuo) e il corrispondente valore quantizzato

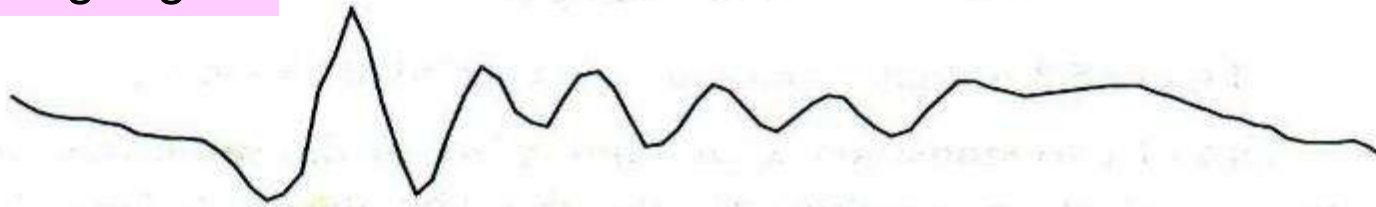
## Analog to Digital Converter



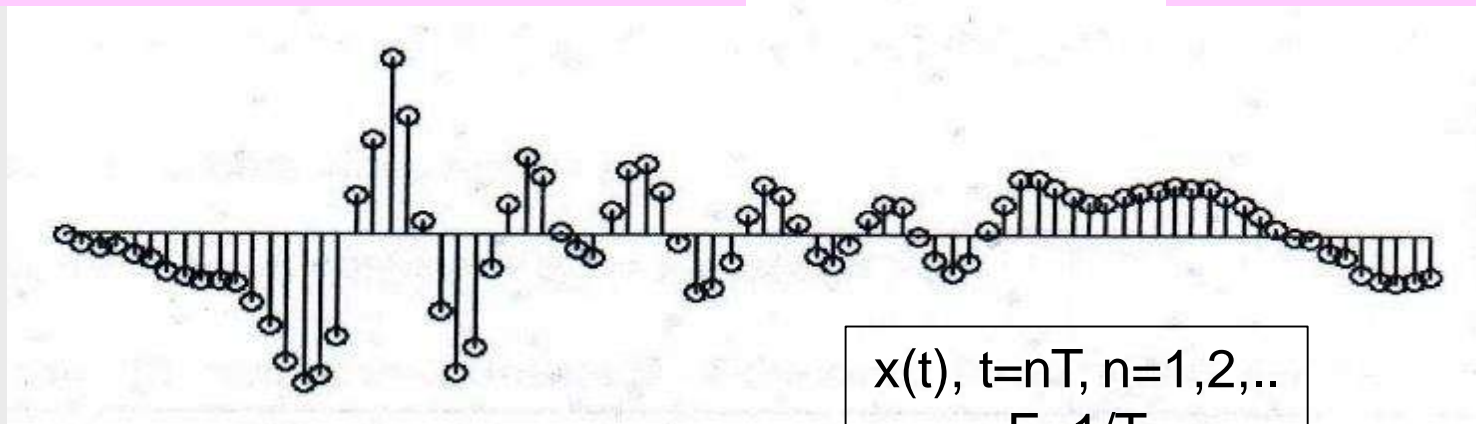


# Rappresentazione digitale di segnali

Analog Signal



Sampling: Discrete-time Signal



$$x(t), t=nT, n=1,2,\dots$$

$$F=1/T$$

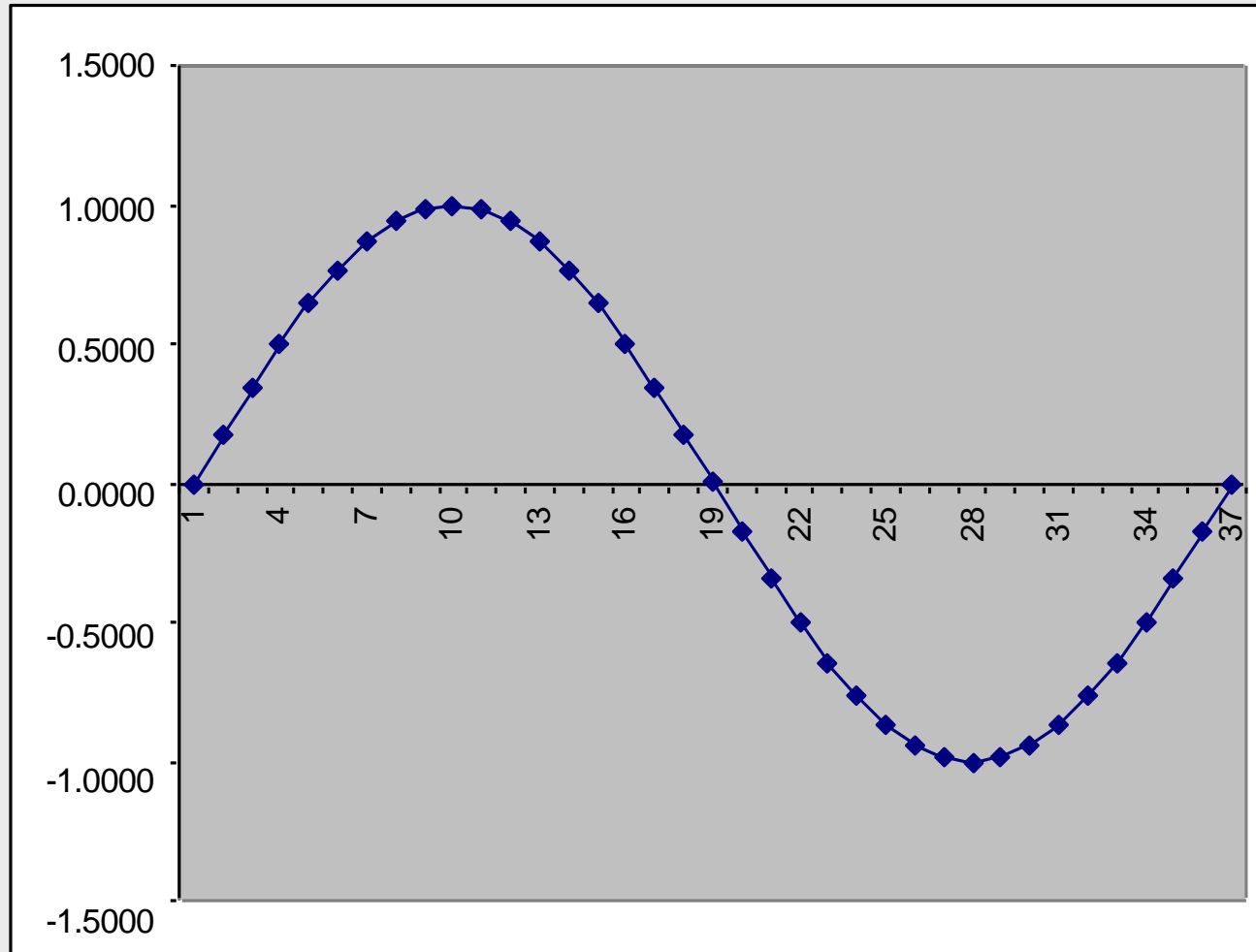
Quantization

# Problemi legati al campionamento

Segnale sinusoidale a frequenza  $f_s=27$  [Hz]

$f_c=1$  KHz

$f_c=37$   $f_s$



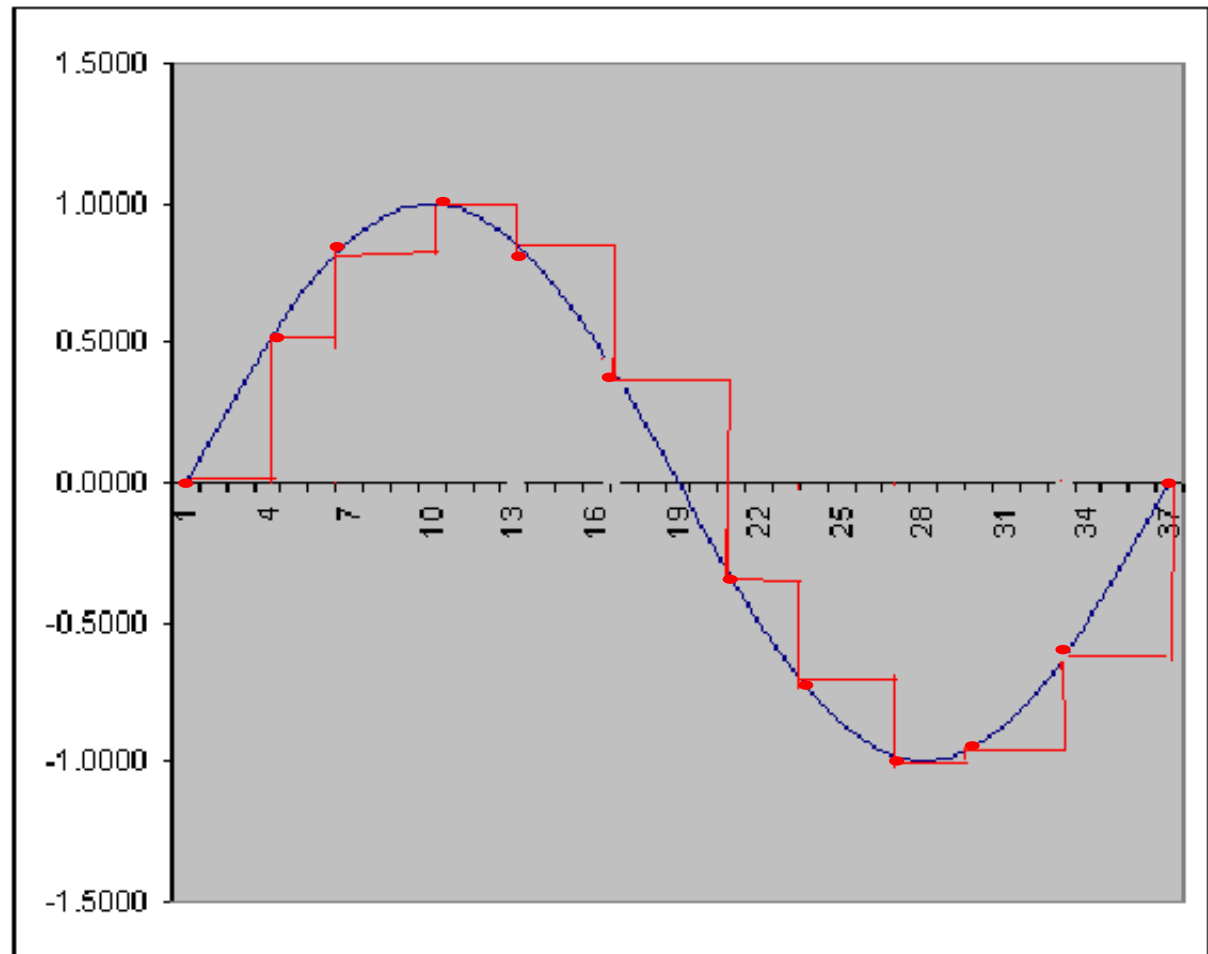
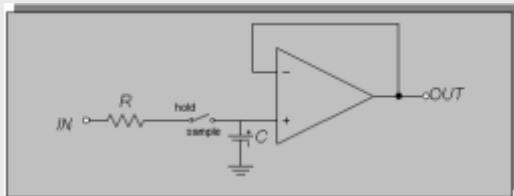
# Problemi legati al campionamento

Segnale sinusoidale a frequenza  $f_s=27$  [Hz]

$f_c=333$  Hz

$f_c=12,33$  fs

— *Sample and hold*

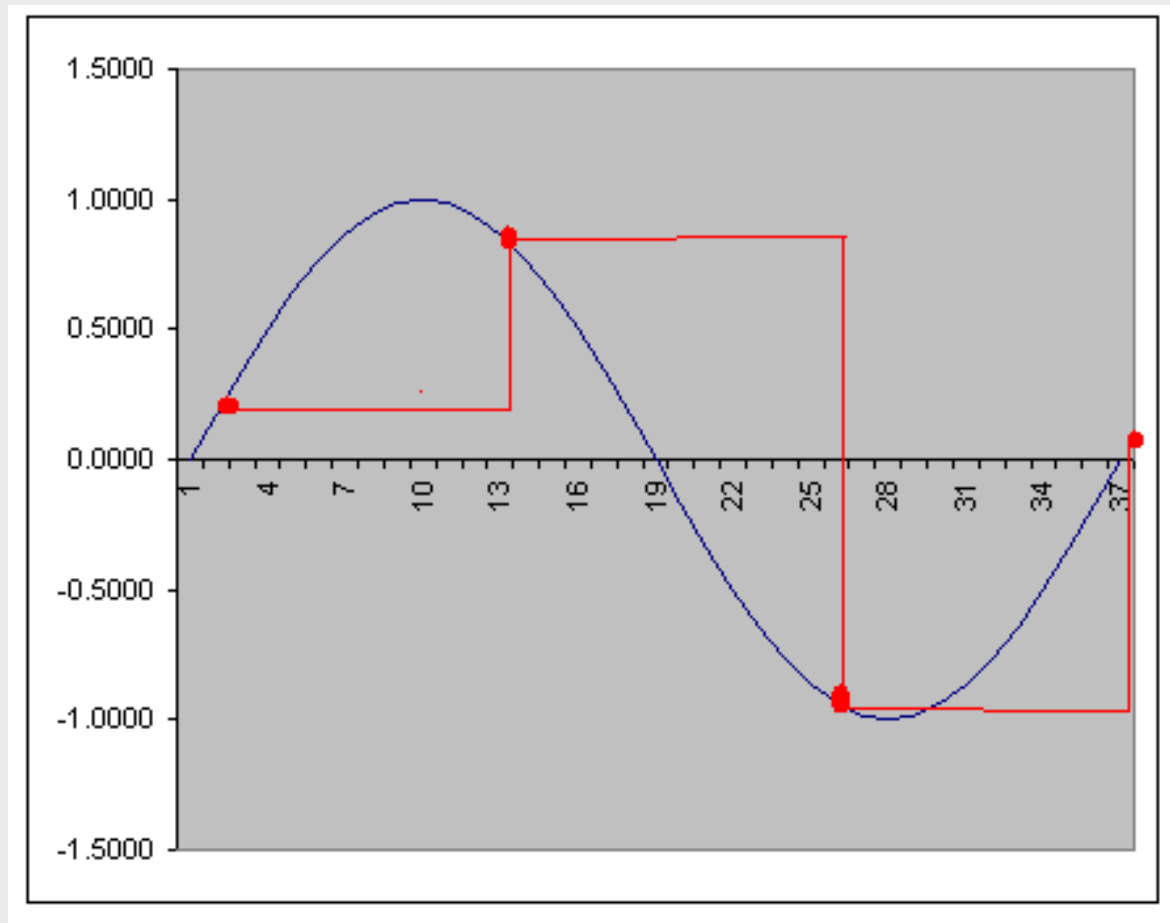


# Problemi legati al campionamento

Segnale sinusoidale a frequenza  $f_s=27$  [Hz]

$f_c=110$  Hz

$f_c=4 f_s$

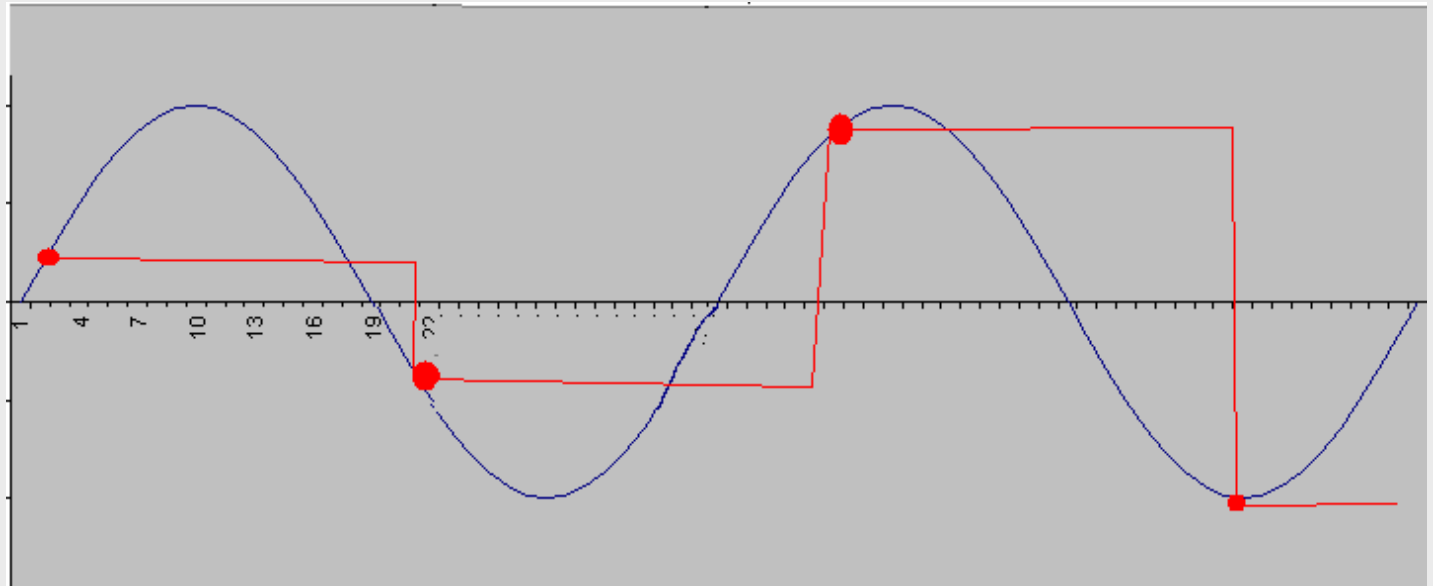


# Problemi legati al campionamento

Segnale sinusoidale a frequenza  $f_s=27$  [Hz]

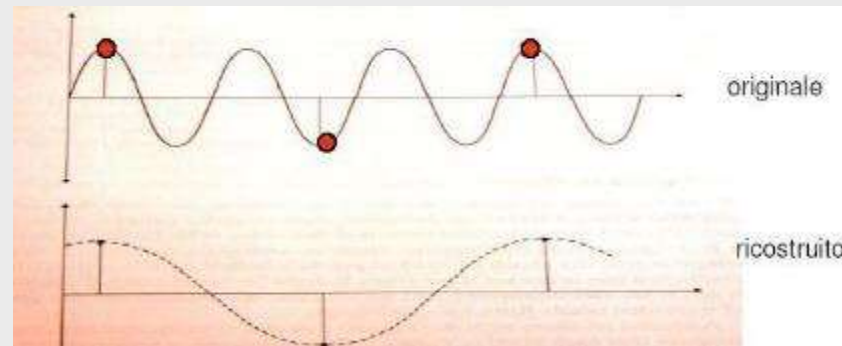
$f_c=50$  Hz

$f_c=1,8$  fs

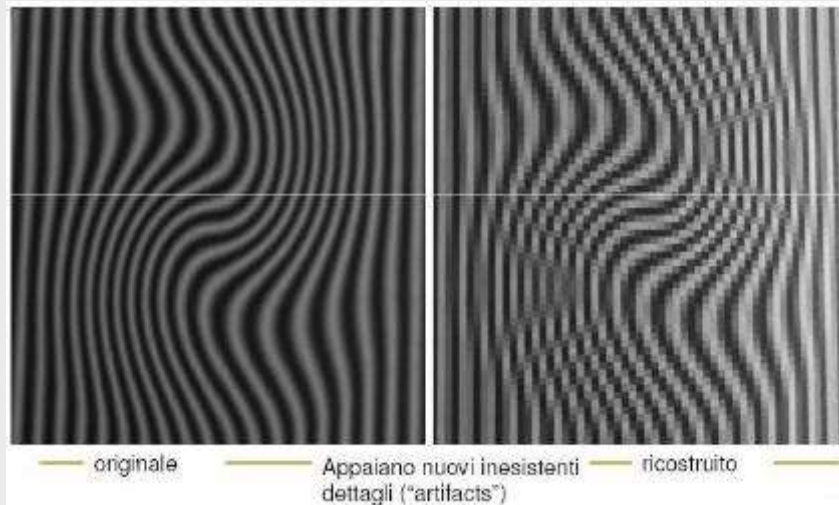


# Problemi del campionamento

## 1. Perdita di informazioni



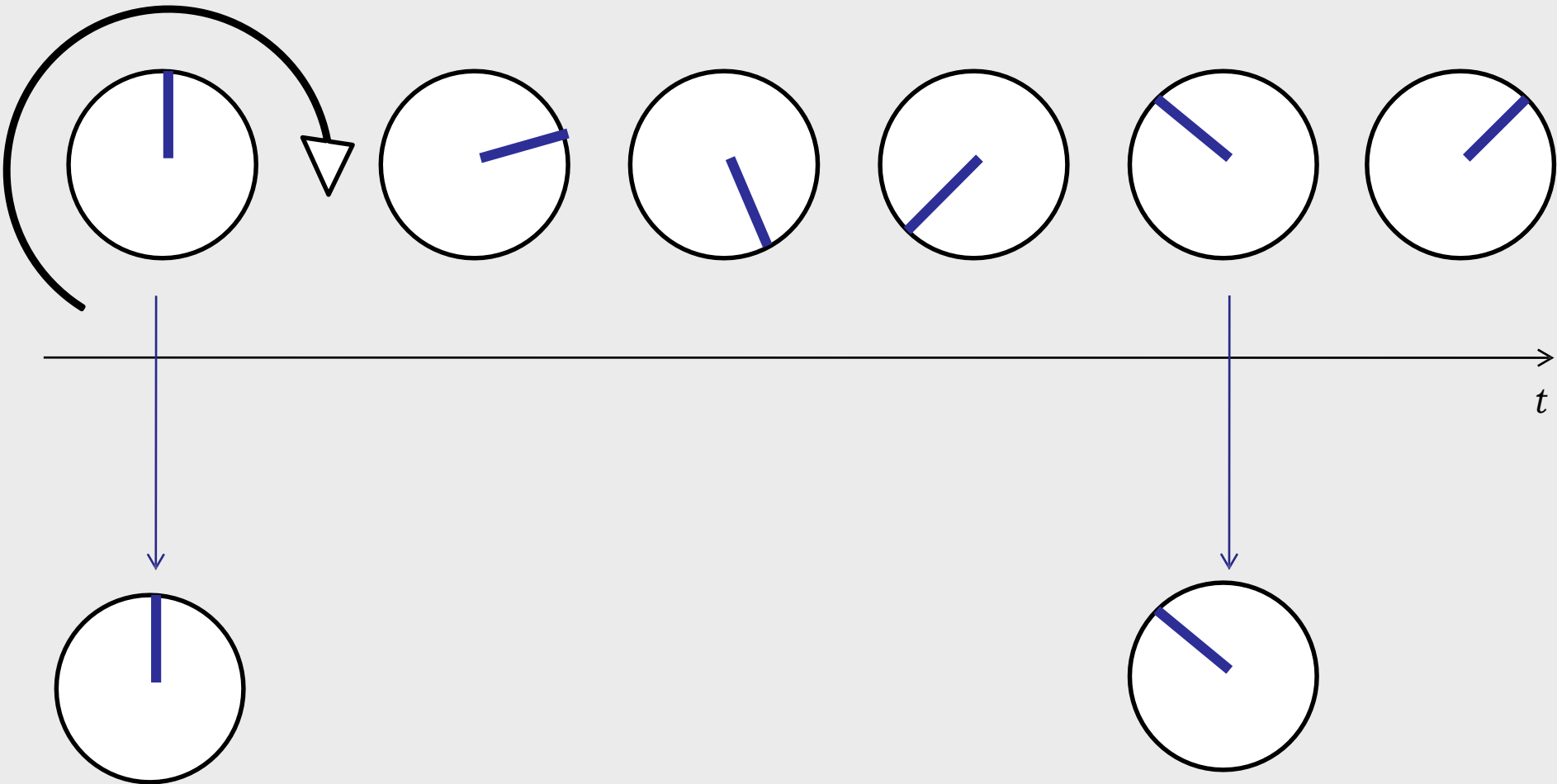
## 2. Comparsa di elementi NON PRESENTI nell'originale. **ALIASING**



ES.: ruota dell'auto

Periodo di campionamento  
dell'occhio =  $100 \text{ ms}$  (10Hz)

# Problemi legati al campionamento



# Teorema del campionamento di Nyquist-Shannon

Dato un segnale, con larghezza di banda  $B$  finita e nota, la frequenza minima di campionamento, per poter ricostruire correttamente tale segnale, deve essere pari ad almeno  $2B$ .

Un segnale campionato con frequenza pari a  $f_c$  avrà massima frequenza risolvibile pari a  $f_c/2$

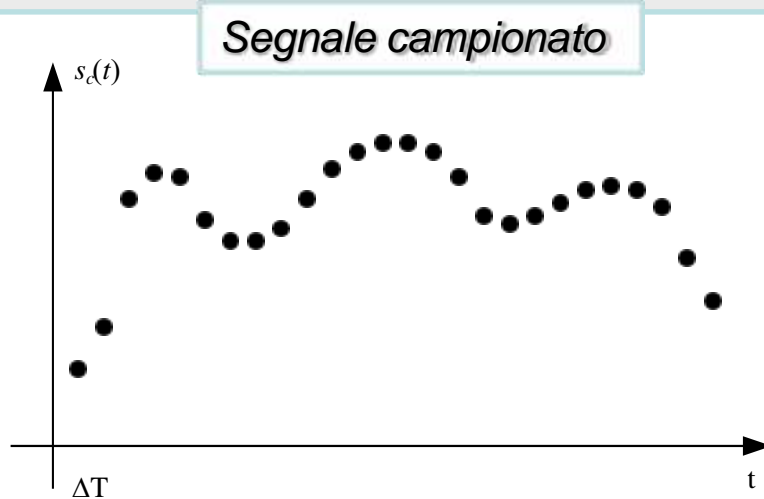
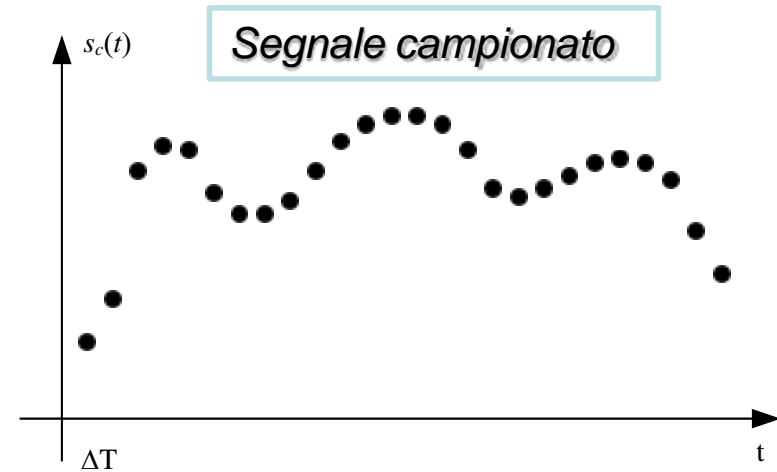
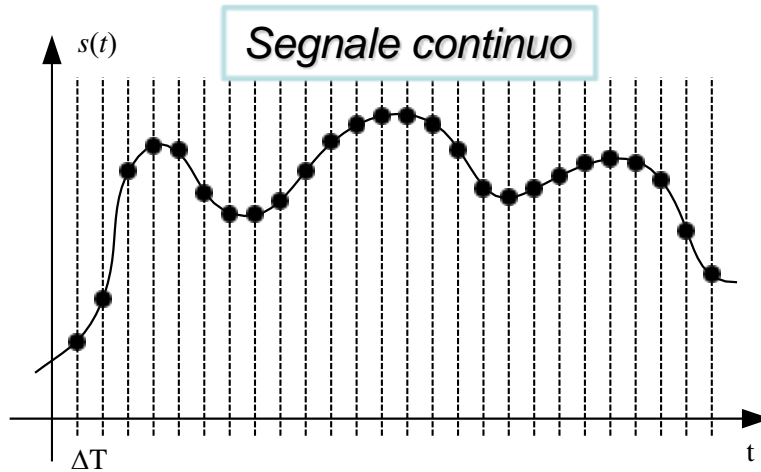
Es.: i CD audio impiegano una frequenza di campionamento di 44.100 Hz (formato wave), la massima frequenza risolvibile è 22.050 Hz, appena sopra il limite percepibile dall'udito umano di 20.000 Hz.

***Speech Production:*** up to 6-8 KHz

***Speech Perception:*** up to 20KHz

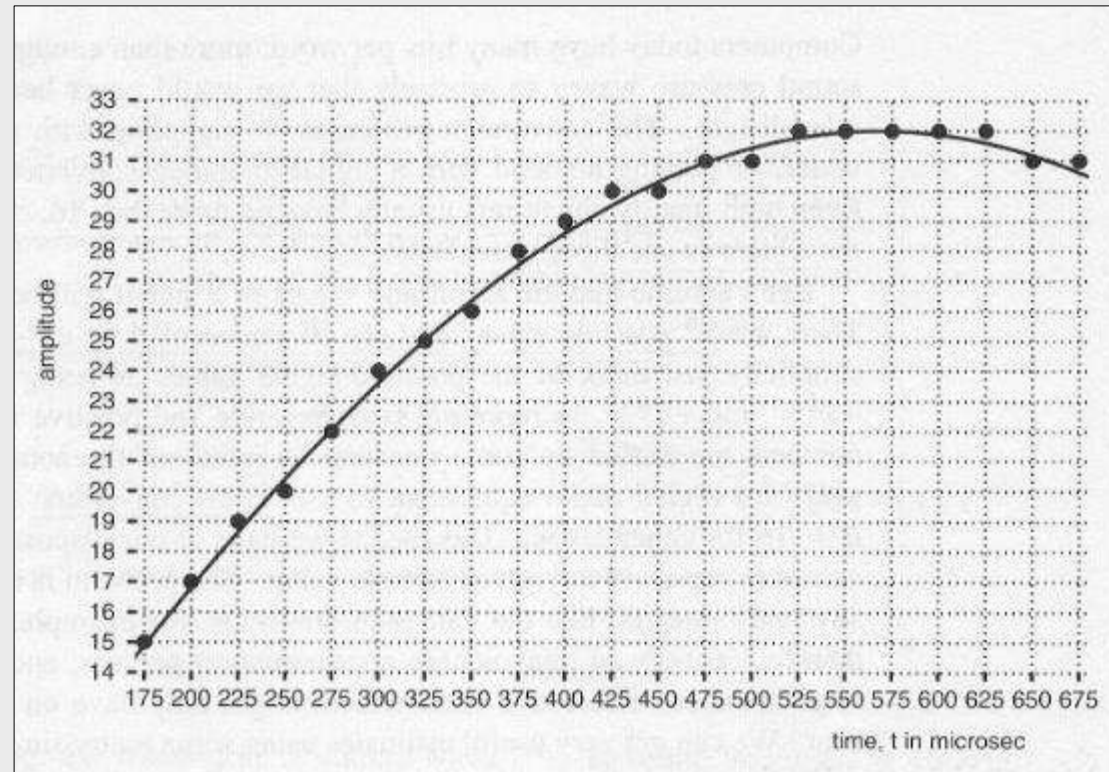
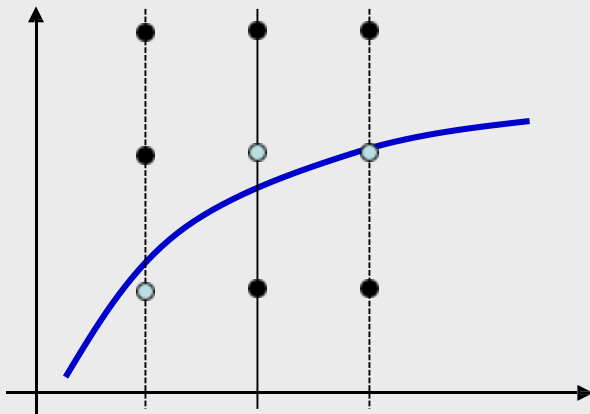


# Rappresentazione digitale di segnali



# Quantizzazione

- ▶ La curva continua rappresenta la forma d'onda originaria, i punti rappresentano i campioni quantizzati al numero intero più vicino
- ▶ Il processo introduce delle imprecisioni dovute all'approssimazione del segnale reale (variabile in maniera continua) tramite un insieme finito di numeri.



# Codifica dei dati: SISTEMA NUMERICO

Un sistema numerico viene determinato per mezzo di:

- Un insieme limitato di simboli (le cifre), che rappresentano quantità prestabilite  
Es.: sistema decimale: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9  
sistema binario: 0, 1  
sistema romano: I, V, X, L, C, D, M, ...
- Regole per costruire i numeri:
  1. Sistemi non posizionali, es. Romano, sistema additivo: le cifre sono sommate o sottratte sulla base dell'ordine in cui compaiono  
Es: XII = 10+1+1 = 12, IX=10-1=9
  2. Sistemi posizionali (es. decimale, binario, ecc.): il valore delle cifre dipende dalla loro posizione all'interno del numero

$$\text{BASE 10: } 2562 = 2 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0$$

$$\text{BASE 2: } 101 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

$$\text{BASE 8: } 72 = 7 \cdot 8^1 + 2 \cdot 8^0$$

- Regole che consentano di eseguire operazioni tra i numeri

# Sistemi in base B

- La base definisce il numero di cifre diverse del sistema di numerazione
- La cifra di minor valore (in termini di valore assoluto) è sempre lo 0, le altre sono, nell'ordine, 1, 2, ..., B-1
- Se  $B > 10$  occorre introdurre B-10 simboli in aggiunta alle cifre decimali  
Es: sistema esadecimale : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Un numero **intero** N si rappresenta con la scrittura  $(c_n c_{n-1} \dots c_2 c_1 c_0)_B$

$$N = c_n B^n + c_{n-1} B^{n-1} + \dots + c_2 B^2 + c_1 B^1 + c_0 B^0$$

$c_n$  è la **cifra più significativa**,  $c_0$  quella **meno significativa**

Un numero **frazionario** N' si rappresenta con la scrittura  $(0, c_1 c_2 \dots c_n)_B$

$$N' = c_1 B^{-1} + c_2 B^{-2} + \dots + c_n B^{-n}$$

# Numeri interi senza segno

Con  $n$  cifre, in base  $B$ , si rappresentano tutti i numeri interi positivi da 0 a  $B^n - 1$   
( $B^n$  numeri distinti)

*Esempio: base 10*

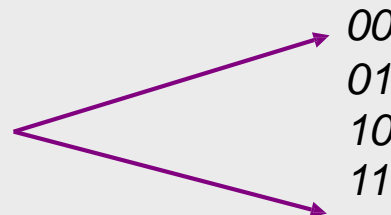
2 cifre: da 0 a  $10^2 - 1 = 99$



$10^2 = 100$  valori (configurazioni)

*Esempio: base 2*

2 cifre: da 0 a  $2^2 - 1 = 3$



$2^2 = 4$  valori

# Sistema in base 2 (sistema binario)

La base 2 è la più piccola per un sistema di numerazione

Cifre: 0 1 – *bit* (binary digit)

Esempi:

$$(101101)_2 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 =$$

$$32 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 = (45)_{10}$$

*Forma  
polinomiale*

$$(0,0101)_2 = 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4} =$$

$$0 + 0,25 + 0 + 0,0625 = (0,3125)_{10}$$

$$(11,101)_2 = 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} =$$

$$2 + 1 + 0,5 + 0 + 0,125 = (3,625)_{10}$$

# Conversioni di base: dec2bin

Si divide ripetutamente il numero **intero** decimale per 2 fino ad ottenere un quoziente nullo. Le cifre del numero binario sono i resti delle divisioni; la cifra più significativa è l'ultimo resto ottenuto

*Esempi:*

- Di quanti bit ho bisogno??...

$$\begin{array}{l}
 43 : 2 = 21 + 1 \\
 21 : 2 = 10 + 1 \\
 10 : 2 = 5 + 0 \\
 5 : 2 = 2 + 1 \\
 2 : 2 = 1 + 0 \\
 1 : 2 = 0 + 1
 \end{array}$$

← *resti*

← *bit più significativo*

← *Quoziente nullo*

$(43)_{10} = (101011)_2$

$$\begin{array}{r|l}
 34 & 0 \\
 17 & 1 \\
 8 & 0 \\
 4 & 0 \\
 2 & 0 \\
 1 & 1
 \end{array}$$

← *100010*

← *1100*

*Ottenuto il quoziente 1 sulla colonna di sx, lo si replica sulla colonna di dx*

## Esercizio

Si verifichi se le seguenti corrispondenze sono corrette:

$(110010)_2 = (50)_{10}$

$(1110101)_2 = (102)_{10}$

$(1111)_2 = (17)_{10}$

$(10000000)_2 = (128)_{10}$

$(11011)_2 = (27)_{10}$

$(100001)_2 = (39)_{10}$

$(11111111)_2 = (255)_{10}$

# Conversioni di base: dec2bin

Si moltiplica ripetutamente il numero frazionario decimale per 2, fino ad ottenere una parte decimale nulla o, dato che la condizione potrebbe non verificarsi mai, per un numero prefissato di volte. Le cifre del numero binario sono le parti intere dei prodotti successivi; la cifra più significativa è il risultato della prima moltiplicazione

*Esempio: convertire in binario  $(0.25)_{10}$ ,  $(0.21875)_{10}$  e  $(0.45)_{10}$*

$$\begin{array}{l} .25 \times 2 = 0.50 \\ .5 \times 2 = 1.0 \end{array}$$



$$(0.25)_{10} = (0.01)_2$$

$$\begin{array}{l} .21875 \times 2 = 0.4375 \\ .4375 \times 2 = 0.875 \\ .875 \times 2 = 1.75 \\ .75 \times 2 = 1.5 \\ .5 \times 2 = 1.0 \end{array}$$



$$(0.21875)_{10} = (0.00111)_2$$

$$\begin{array}{l} .45 \times 2 = 0.9 \\ .90 \times 2 = 1.8 \\ .80 \times 2 = 1.6 \\ .60 \times 2 = 1.2 \\ .20 \times 2 = 0.4 \\ .40 \times 2 = 0.8 \\ .80 \times 2 = 1.6 \text{ etc.} \end{array}$$



$$(0.45)_{10} \approx (0.0111001)_2$$



# Conversioni di base: bin2dec

- Oltre all'espansione esplicita in potenze del 2 – *forma polinomiale*...

$$(101011)_2 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = (43)_{10}$$

- si può operare nel modo seguente:
  - si raddoppia il bit più significativo e si aggiunge al secondo bit;
  - si raddoppia la somma e si aggiunge al terzo bit...
  - si continua fino al bit meno significativo

*Esempio: convertire in decimale  $(101011)_2$*

*bit più significativo*

$1 \times 2 = 2$	$+ 0$
$2 \times 2 = 4$	$+ 1$
$5 \times 2 = 10$	$+ 0$
$10 \times 2 = 20$	$+ 1$
$21 \times 2 = 42$	$+ 1 = 43$

$$(101011)_2 = (43)_{10}$$

# Sistema esadecimale

Cifre: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

La corrispondenza in decimale delle cifre oltre il 9 è

$$\begin{array}{ll} A = (10)_{10} & D = (13)_{10} \\ B = (11)_{10} & E = (14)_{10} \\ C = (12)_{10} & F = (15)_{10} \end{array}$$

Esempio:

$$\begin{aligned} (3A2F)_{16} &= 3 \cdot 16^3 + 10 \cdot 16^2 + 2 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 = \\ &= 3 \cdot 4096 + 10 \cdot 256 + 2 \cdot 16 + 15 = (14895)_{10} \end{aligned}$$

- Una cifra esadecimale corrisponde a 4 bit

<i>0 corrisponde a 4 bit a</i>	0000 0	1000 8
	0001 1	1001 9
	0010 2	1010 A
	0011 3	1011 B
	0100 4	1100 C
	0101 5	1101 D
	0110 6	1110 E
	0111 7	1111 F

*F corrisponde a 4 bit a 1*

- Si possono rappresentare numeri binari lunghi con poche cifre (1/4).
- BIN2HEX: raggruppando le cifre binarie in gruppi di 4 e sostituendole con le cifre esadecimali secondo la tabella seguente

# Codifica dei dati: SISTEMA NUMERICO

Decimale	Binario	Ottale	Esadecimale
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

# Sistema esadecimale

## HEX2BIN

- Un numero binario di  $4n$  bit corrisponde a un numero esadecimale di  $n$  cifre

*Esempio: 32 bit corrispondono a 8 cifre esadecimali*

1101	1001	0001	1011	0100	0011	0111	1111
D	9	1	B	4	3	7	F

$(D91B437F)_{16}$

*Esempio: 16 bit corrispondono a 4 cifre esadecimali*

0000	0000	1111	1111
0	0	F	F

$(00FF)_{16}$

# Codifica dei dati:

## Numeri interi relativi

Per rappresentare numeri con segno in binario, occorre utilizzare 1 bit per definire il segno del numero

Si possono usare 3 tecniche di codifica:

- *Modulo e segno*
- *Complemento a 1 (poco usato)*
- *Complemento a 2*

- Rappresentazione **modulo e segno**

n bit a disposizione per rappresentare un numero intero relativo X  
il primo bit (bit più significativo) viene usato per indicare il segno:

*Primo bit = 0 numero positivo*

*Primo bit = 1 numero negativo*

Con n cifre si possono rappresentare i numeri:  $-(2^{n-1} - 1) \leq X \leq +(2^{n-1} - 1)$   
"0" positivo e "0" negativo...

# Codifica dei dati:

## Numeri interi relativi

- Il bit più significativo rappresenta il segno: 0 per i numeri positivi, 1 per quelli negativi
- Esiste uno zero positivo (00...0) e uno zero negativo (10...0)
- Se si utilizzano  $n$  bit si rappresentano tutti i numeri compresi fra  $-(2^{n-1}-1)$  e  $+2^{n-1}-1$

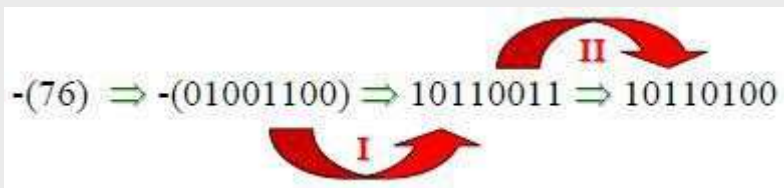
*Esempio: con 4 bit si rappresentano i numeri fra  $-7$  ( $-(2^3-1)$ ) e  $+7$  ( $2^3-1$ )*

0000	+0	1000	-0
0001	+1	1001	-1
0010	+2	1010	-2
0011	+3	1011	-3
0100	+4	1100	-4
0101	+5	1101	-5
0110	+6	1110	-6
0111	+7	1111	-7
positivi		negativi	

# Codifica dei dati:

## Numeri interi relativi

- Rappresentazione in **complemento a 2**
  - Il complemento a 2 di un numero binario  $(N)_2$  a  $n$  cifre è il numero  $2^n - (N)_2$
  - il bit più a sinistra indica il segno,
  - un numero positivo è individuato dal primo bit uguale a 0 (rappr. modulo e segno)
  - per ottenere un numero negativo partendo dalla sua versione positiva, si procede in due passi:
    - Si sostituiscono tutti gli uno con degli zero e viceversa (complemento a 1)
    - Si aggiunge 1 al risultato (somma binaria simile a quella decimale, si riporta 1 se la somma è maggiore di 1) (...vedi slide successiva)



$$\begin{array}{r}
 \text{ES: } 4 = 0100 \\
 1) \quad 1011 \\
 2) \quad \quad 1 \\
 \hline
 1100 = -4
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{ES: } 6 = 0110 \\
 1) \quad 1001 \\
 2) \quad \quad 1 \\
 \hline
 1010 = -6
 \end{array}$$

- Il campo dei numeri rappresentabili è da  $-2^{n-1}$  a  $+2^{n-1}-1$

Nota: 0111 +7  
1000 -8

# Addizione Binaria

- Consideriamo le 4 possibilità di addizione tra due bit:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 0 \text{ con riporto (carry) di } 1$$

- Osservazione....  $(1)_2 + (1)_2 = (10)_2 \dots (1+1=2)_{10} !!$

*Esempio*

$$\begin{array}{r}
 \boxed{1\ 11\ 1} \text{ riporti} \\
 01011011+ \\
 01011010 \\
 \hline
 10110101
 \end{array}$$



$$\begin{array}{r}
 91+ \\
 90 \\
 \hline
 181
 \end{array}$$



# Codifica dei dati:

## Numeri interi relativi

- I **numeri positivi** sono rappresentati in modulo e segno
- I **numeri negativi** hanno un 1 nella posizione più significativa e sono rappresentati in complemento a 2
- Lo zero è rappresentato come numero positivo (con una sequenza di n zeri)
- Il campo dei numeri rappresentabili è da  $-2^{n-1}$  a  $+2^{n-1}-1$

*Ad esempio: numeri a 4 cifre*

0000	+0	1000	-8
0001	+1	1001	-7
0010	+2	1010	-6
0011	+3	1011	-5
0100	+4	1100	-4
0101	+5	1101	-3
0110	+6	1110	-2
0111	+7	1111	-1

*Nota: 0111 +7  
1000 -8*

# Sottrazione Binaria

- Consideriamo le 4 possibilità di sottrazione tra due bit:

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

$$0 - 1 = 1 \text{ con prestito (borrow) di 1 dalla cifra precedente a sinistra}$$

*Esempio*

$$\begin{array}{r} 11001 - \\ 101 \\ \hline 10100 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 25 - \\ 5 \\ \hline 20 \end{array}$$

- Il calcolo della sottrazione può divenire complicato: quando si ha una richiesta sulla cifra precedente a sinistra, che è uno 0, l'operazione si propaga a sinistra fino alla prima cifra ad 1 del sottraendo

*Utilizzando la rappresentazione in complemento a 2, addizione e sottrazione sono trattate come una unica operazione*

# Sottrazione Binaria

- Utilizzando la rappresentazione in complemento a 2, addizione e sottrazione sono trattate come una unica operazione

$$N_1 - N_2 = N_1 + \underbrace{(2^n - N_2)}_{\text{complemento a 2 di } N_2 \text{ } (-N_2)} - 2^n \leftarrow \text{si trascura il bit } n+1$$

- Si calcola il complemento a 2 di  $N_2$
- ❖ Si somma  $N_1$  con il complemento a 2 di  $N_2$
- Si trascura il bit più significativo del risultato

Esempio:  $(010001)_2 - (000101)_2 = (17)_{10} - (5)_{10}$

$$\begin{array}{r} 010001 + \\ \underline{111011} \\ 1001100 \end{array} \rightarrow (12)_{10}$$

# OVERFLOW

Si considerino due numeri binari ad n bit

Si ha overflow quando il risultato di un'operazione tra i due numeri non è rappresentabile correttamente con n bit (eccede il limite superiore o inferiore di rappresentabilità con gli n bit)

*Esempio: 5 bit — [-16,+15], rappresentazione compl a 2*

$$\begin{array}{r}
 14 + \quad 01110 + \\
 \underline{10} \quad \underline{01010} \\
 24 \quad \boxed{11000} \rightarrow -8
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 -8 + \quad 11000 + \\
 \underline{-10} \quad \underline{10110} \\
 -18 \quad \boxed{101110} \rightarrow +14
 \end{array}$$

- Per evitare l'overflow occorre aumentare il numero di bit utilizzati per rappresentare gli operandi (operazione non possibile se il calcolatore è già stato progettato)
- In caso di overflow la circuiteria hardware lo rileva e segnala un errore (bit di overflow nella PSW del processore)

# Numeri razionali

## Notazione in virgola mobile

- Ogni numero può essere rappresentato come prodotto delle sue cifre significative per una potenza della base il cui valore dipende dalla posizione della virgola nel numero di partenza  
 Es.             $0.0012 = 12 \times 10^{-4}$   
                   $35.5 = 355 \times 10^{-1}$
- La IEEE ha previsto uno standard (IEEE 754) per la rappresentazione in virgola mobile
  - *singola precisione* (32 bit = 4 byte)
  - *doppia precisione* (64 bit = 8 byte)

Un qualsiasi numero può essere espresso come:  $N = \pm M \times r^E$

Dove            M = Mantissa – CIFRE RAPPRESENTATIVE DEL NUMERO  
                   r = Base del sistema di numerazione  
                   E = Esponente della base

Oss.: rappresentazione non univoca:  $0.0012 = 0.12 \times 10^{-2} = 12 \times 10^{-4}$

NB: la mantissa contiene sempre solo le cifre significative del numero

# Numeri razionali

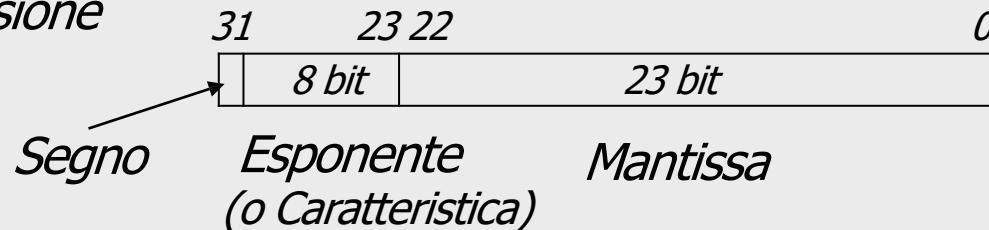
## Notazione in virgola mobile

Un qualsiasi numero può essere espresso come:

$$N = \pm M \times r^E$$

La base può essere omessa dato che nel calcolatore è sempre 2

*Singola precisione*



Considerazioni sulla mantissa:

- M intero
- $1/r \leq M \leq 1$  MANTISSA NORMALIZZATA

Considerazioni sull'esponente:

- Numero intero relativo in complemento a 2

# Numeri razionali

## Notazione in virgola mobile

Un qualsiasi numero può essere espresso come:

$$N = \pm M \times r^E$$

*Esempio*



10111010

- Segno=1 -> numero negativo
- Esponente=011 in complemento a 2 = +3
- Mantissa normalizzata=0.1010 =  $2^{-1} + 2^{-3} = 1/2 + 1/8 = 5/8$

$$N = -5/8 \times 2^3 = -5$$

Esercizio:

- Determinare il più grande numero rappresentabile
- Determinare il più piccolo numero (vicino allo zero) rappresentabile

# Numeri razionali

## Notazione in virgola mobile

(+7) in base 10

- numero positivo -> Segno=0
- 7 mantissa su 4 bit =  $0111 \times 2^0 = 0.111 \times 2^3$ , mantissa=1110
- Esponente=011 in complemento a 2 = +3

N=0 011 1110

Numero più piccolo (più vicino allo 0)

- numero positivo -> Segno=0
- Esponente = -4 -> 100
- Mantissa = 0.0001

N=0 100 0001

01000001

- Segno=0 -> numero positivo
- Esponente = -4
- Mantissa normalizzata= $0.0001 = 2^{-4} = 1/16$

**$N = +1/16 \times 2^{-4} = + 1/256$**

Secondo numero più piccolo

- numero positivo -> Segno=0
- Esponente = -4 -> 100
- Mantissa = 0.0010

N=0 100 0010

01000010

- Segno=0 -> numero positivo
- Esponente = -4
- Mantissa normalizzata= $0.0010 = 2^{-3} = 1/8$

**$N = +1/8 \times 2^{-4} = + 1/128$**

*Distanza=1/128=0.0078125*



# Numeri razionali

## Notazione in virgola mobile

Numero più grande positivo

- numero positivo -> Segno=0
- Esponente = +3 -> 011
- Mantissa = 1111

N=0 011 1111

00111111

- Segno=0 -> numero positivo
- Esponente=011 in complemento a 2 = +3
- Mantissa normalizzata=1111 =  $2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-4}$   
=15/16

N=+15/16x  $2^3$  = 7,5 (si provi a rappresentare 8!!)

Secondo numero più grande positivo

- numero positivo -> Segno=0
- Esponente = +3 -> 011
- **Mantissa = 1110**

N=0 011 1110

00111110

- Segno=0 -> numero positivo
- Esponente=011 in complemento a 2 = +3
- Mantissa normalizzata=1110 =  $2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3}$   
=7/8

N=+7/8x  $2^3$  = 7 (si provi a rappresentare 7.25!!)

*Distanza=0.5*

# Numeri razionali

## Notazione in virgola mobile

(-5.5) in base 10

- numero negativo -> Segno=1
  - 5.5 mantissa su 4 bit =  $101.1 \times 2^0 = 0.1011 \times 2^3$ , mantissa=1011  
 $.5 \times 2 = 1.0$
  - Esponente=011 in complemento a 2 = +3
- N=1 011 1011

(-5.75) in base 10

- numero negativo -> Segno=1
  - $5.5 = 101.11 \times 2^0 = 0.10111 \times 2^3$ , mantissa=1011 (mantissa su 4 bit!)
  - Esponente=011 in complemento a 2 = +3
- N=1 011 1011 = -5.5!!! **ERRORE DI APPROSSIMAZIONE**

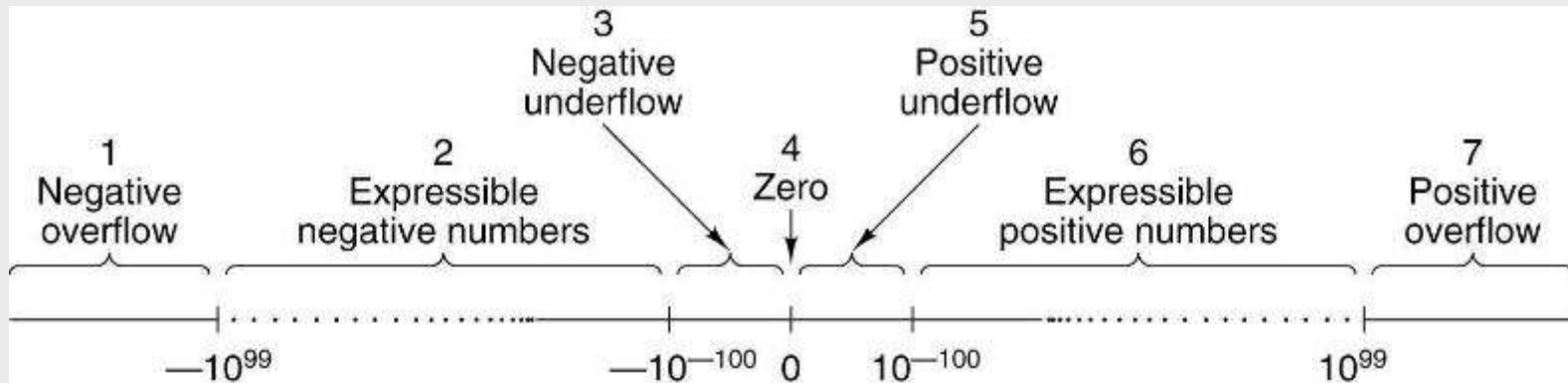
$$.75 \times 2 = 1.50$$

$$.5 \times 2 = 1.0$$

# Numeri razionali

## Notazione in virgola mobile

Characteristics of IEEE floating-point numbers.



Il valore è

$$(-1)^S 1.M 2^{E-127} \quad \text{se } E \neq 0$$

$$(-1)^S 0.M 2^{-127} \quad \text{se } E = 0$$

Normalized	$\pm$	$0 < \text{Exp} < \text{Max}$	Any bit pattern
Denormalized	$\pm$	0	Any nonzero bit pattern
Zero	$\pm$	0	0
Infinity	$\pm$	1 1 1...1	0
Not a number	$\pm$	1 1 1...1	Any nonzero bit pattern

← Sign bit

# Numeri razionali

## Notazione in virgola mobile

Characteristics of IEEE floating-point numbers.

Item	Single precision	Double precision
Bits in sign	1	1
Bits in exponent	8	11
Bits in fraction	23	52
Bits, total	32	64
Exponent system	Excess 127	Excess 1023
Exponent range	-126 to +127	-1022 to +1023
Smallest normalized number	$2^{-126}$	$2^{-1022}$
Largest normalized number	approx. $2^{128}$	approx. $2^{1024}$
Decimal range	approx. $10^{-38}$ to $10^{38}$	approx. $10^{-308}$ to $10^{308}$
Smallest denormalized number	approx. $10^{-45}$	approx. $10^{-324}$

# Aritmetica degli elaboratori

- Rango finito dei numeri rappresentabili
  - Qualunque sia la codifica, esistono sempre il più grande ed il più piccolo numero
  - I limiti inferiore e superiore dipendono sia dal tipo di codifica, sia dal numero di bit utilizzati
  - Se il risultato di un'operazione non appartiene al rango dei numeri rappresentabili, si dice che si è verificato un overflow (un **underflow**, più precisamente, se il risultato è più piccolo del più piccolo numero rappresentabile)
- Precisione finita dei numeri
  - La **precisione** della rappresentazione di un numero frazionario è una misura di quanto essa corrisponda al numero che deve essere rappresentato
  - Negli elaboratori, i numeri frazionari sono rappresentati in virgola mobile (**floating point**), utilizzando un numero finito di bit
  - È plausibile che un numero reale non ammetta una rappresentazione finita,
  - Negli elaboratori si rappresentano soltanto numeri razionali (fino ad una data precisione)

# Codifica dei dati: Rappresentazione dei caratteri

Ciascun carattere alfanumerico, di punteggiatura o di controllo che compone il testo deve essere rappresentato nei termini di codice binario

**CODICE ASCII** (*American Standard Code for Information Interchange*) o **ISO-646**  
utilizza 8bit di cui uno di controllo (di parità): 7bit=128 configurazioni

i caratteri sono distinti in:

- **caratteri di comando (codici di trasmissione o di controllo della stampa)**  
Line Feed (LF) 00001010 Escape (Esc) 00011011
- **caratteri alfanumerici: lettere dell'alfabeto maiuscole e minuscole e cifre numeriche**  
A 01000001 B 01000010 C 01000011  
a 01100001 b 01100010 c 01100011
- **Segni: simboli di punteggiatura e operatori aritmetico-logici**  
; 00111011 " 00100010 [ 01011011  
\* 00101010 / 00101111 > 00111110

# Codifica dei dati: Rappresentazione dei caratteri

## CODICE ASCII

NUL	00000000	blank	00100000	@	01000000	'	01100000
SOH	00000001	i	00100001	A	01000001	a	01100001
STX	00000010	"	00100010	B	01000010	b	01100010
ETX	00000011	#	00100011	C	01000011	c	01100011
EOT	00000100	\$	00100100	D	01000100	d	01100100
ENQ	00000101	%	00100101	E	01000101	e	01100101
ACK	00000110	&	00100110	F	01000110	f	01100110
BEL	00000111	'	00100111	G	01000111	g	01100111
BS	00001000	(	00101000	H	01001000	h	01101000
HT	00001001	)	00101001	I	01001001	i	01101001
LF	00001010	*	00101010	J	01001010	l	01101010
VT	00001011	+	00101011	K	01001011	j	01101011
FF	00001100	,	00101100	L	01001100	k	01101100
CR	00001101	-	00101101	M	01001101	m	01101101
SO	00001110	.	00101110	N	01001110	n	01101110
SI	00001111	/	00101111	O	01001111	o	01101111
DLE	00010000	0	00110000	P	01010000	p	01110000
DC1	00010001	1	00110001	Q	01010001	q	01110001
DC2	00010010	2	00110010	R	01010010	r	01110010
DC3	00010011	3	00110011	S	01010011	s	01110011
DC4	00010100	4	00110100	T	01010100	t	01110100
NAK	00010101	5	00110101	U	01010101	u	01110101
SYN	00010110	6	00110110	V	01010110	v	01110110
ETB	00010111	7	00110111	W	01010111	w	01110111
CAN	00011000	8	00111000	X	01011000	x	01111000
EM	00011001	9	00111001	Y	01011001	y	01111001
SUB	00011010	:	00111010	Z	01011010	z	01111010
ESC	00011011	;	00111011	[	01011011	{	01111011
FS	00011100	<	00111100	\	01011100		01111100
GS	00011101	=	00111101	]	01011101	}	01111101
RS	00011110	>	00111110	^	01011110	~	01111110
US	00011111	?	00111111	↑	01011111	DEL	01111111

01000011 01101001 01100001 01101111  
C i a o

# Codifica dei dati: Rappresentazione dei caratteri

ASCII sviluppato per lingue anglosassoni, quindi non contiene codici per molti caratteri di altre lingue

**UNICODE:** sistema di codifica che assegna un numero univoco ad ogni carattere usato per la scrittura di testi, in maniera indipendente dalla lingua, dalla piattaforma informatica e dal programma utilizzato.

- Codice a 16 bit che può essere usato per codificare  $2^{16}$  simboli diversi (codificando i caratteri usati in quasi tutte le lingue vive e in alcune lingue morte, nonché simboli matematici e chimici, cartografici, l'alfabeto Braille, ecc.)
- PRO:
  - Universalità
- Problemi:
  - Non tutti gli editori lo trattano
  - Dimensioni dei file raddoppiano rispetto all'ASCII

*L'ultima versione dello standard definisce 3 tipi diversi di codifica che permettono agli stessi dati di essere trasmessi in byte (8 bit – **UTF-8**), word (16 bit – **UTF-16**) o double word (32 bit – **UTF-32**).*



# Rappresentazione digitale dei suoni

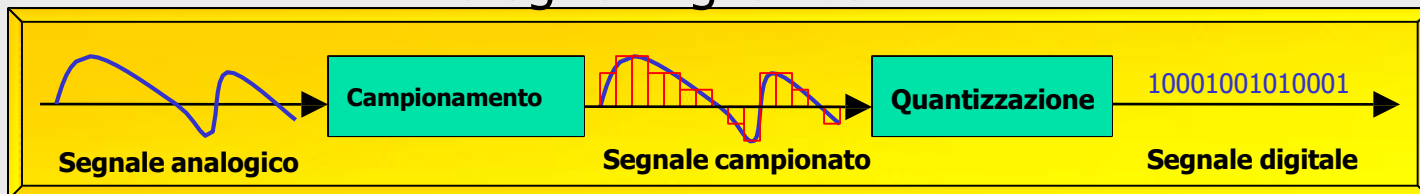
## CAMPIONAMENTO:

- ❑ processo di conversione di un segnale tempo-continuo in un segnale tempo-discreto,
- ❑ L'ampiezza del segnale continuo viene considerata a intervalli di tempo regolari (T - periodo di campionamento).

## QUANTIZZAZIONE:

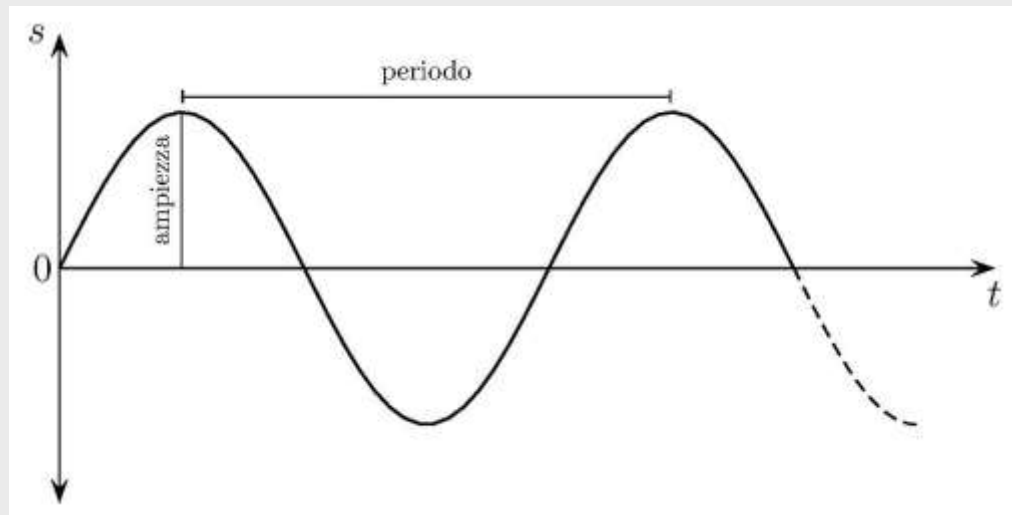
- ❑ processo di conversione di un segnale a valori continui in uno a valori discreti.
- ❑ Più è alto il numero di bit utilizzati nella quantizzazione e minore è l'errore che si commette (errore di quantizzazione), cioè si riduce la distanza media tra il valore campionato (continuo) e il corrispondente valore quantizzato

## Analog to Digital Converter



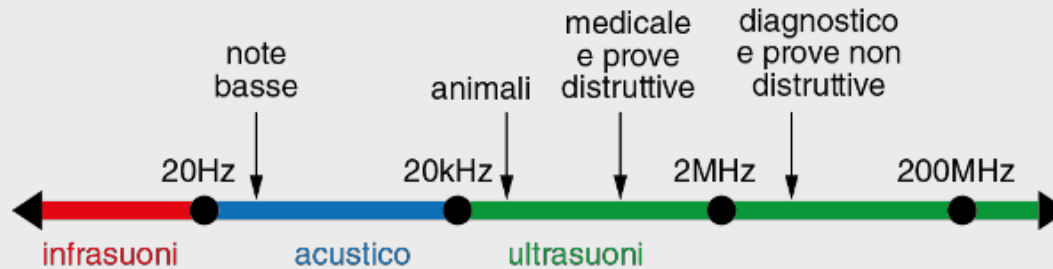
# Codifica audio (1/2)

- Il **suono** è definito come una rapida variazione di pressione, prodotta da una sorgente, in un mezzo elastico → tale variazione produce oscillazioni nelle particelle del mezzo
- Le oscillazioni sono spostamenti delle particelle intorno alla posizione di riposo e nella direzione di propagazione del suono
- Tali oscillazioni sono rappresentate da **onde sonore**



# Codifica audio (2/2)

- La soglia dell'udibile è fra i 20 e i 20 kHz



- Formato WAVE (WAVEform audio file format):
  - Per il Teorema di Nyquist-Shannon, la frequenza di campionamento è 44100 Hz ( $\approx 20000 \times 2$ )
  - Campioni per 2 canali (sinistro/destro)
  - 16 bit per campione per canale
  - $44100 \times 16 \times 2 = 1\,411\,200$  bit per secondo ( $\approx 0,17$  MB)
  - Quanto spazio occupa una canzone di 3 minuti?

# Algoritmi di compressione per file audio

## Codifica della musica:

MP3 (compressione lossy): Sfrutta conoscenza dei limiti dell'udito umano per ridurre la quantità di informazione da memorizzare:

- Esclusi suoni che l'orecchio percepisce poco (un suono ad una frequenza viene percepito meglio di suoni a frequenze adiacenti a più basso volume)
- Quando c'è un suono particolarmente rumoroso, non registrare gli altri suoni
- Fattore di riduzione: anche 10 volte (= 3-4M per canzone)

## Codifica della voce:

Pulse Code Modulation (PCM)

- Trasmissioni telefoniche
- Frequenza campionamento: 8KHz
- Quantizzazione su 8 bit
- Velocità sul canale trasmissivo  $\geq 64\text{Kbps}$

# Codifica delle immagini

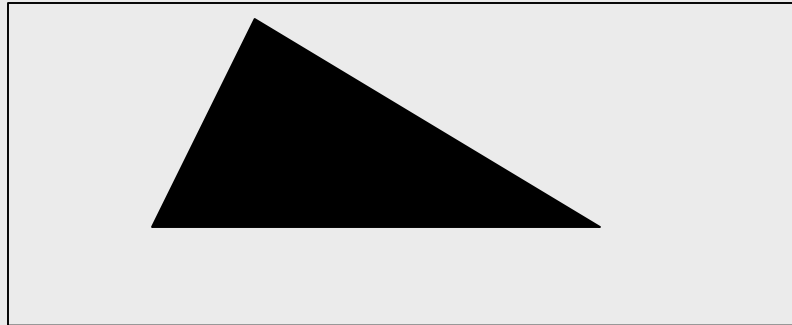
- Le operazioni di campionamento e quantizzazione si applicano nello spazio (2D) invece che nel tempo.
- Il campionamento consiste nel dividere l'immagine in sottoinsiemi regolari (pixel = picture element), per ognuno dei quali si dovrà prelevare un campione che si considera rappresentativo di tutto il sottoinsieme.
- La quantizzazione è la codifica del colore associato a ogni pixel: i più recenti formati utilizzano 32 bit (4 byte) per pixel di cui:
  - 8 bit per ognuna delle tre componenti fondamentali (RGB: red, green, blue)
  - altri 8 per gestire le trasparenze.
  - L'immagine è una mappa di bit (bitmap .bmp)

*Esempio di dimensioni:*

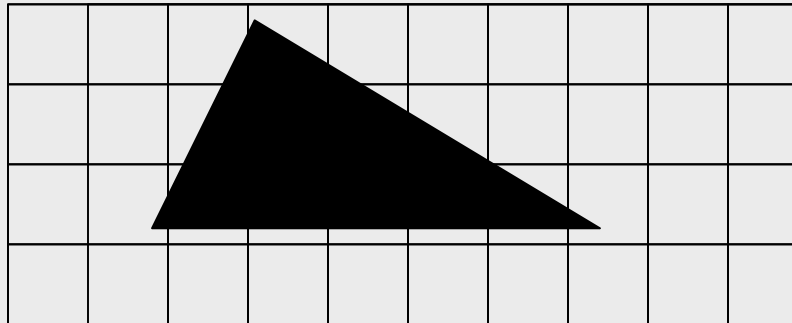
*Macchina fotografica a 10Mpixel: 3872 x 2592 pixel*

*3872 x 2592 x4B=38,29MB*

# Codifica delle immagini

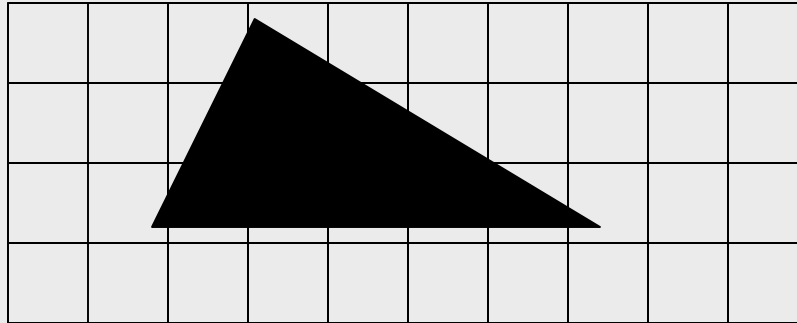


Consideriamo una griglia formata da righe orizzontali e verticali a distanza costante



- Ogni quadratino prende il nome di **pixel** (picture element) e può essere codificato in binario secondo la seguente convenzione:
  - “0” viene utilizzato per la codifica di un pixel corrispondente ad un quadratino in cui il bianco è predominante
  - “1” viene utilizzato per la codifica di un pixel corrispondente ad un quadratino in cui il nero è predominante

# Codifica delle immagini



0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

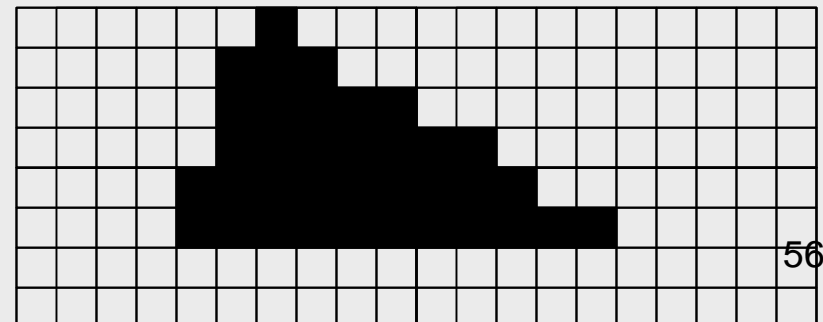
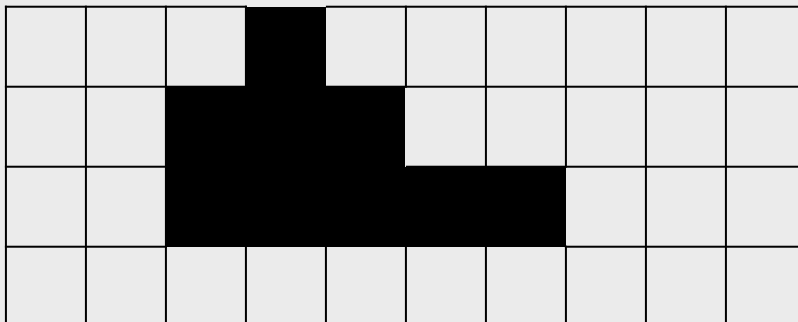
# Codifica delle immagini

0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Poiché una sequenza di bit è lineare, è necessario definire convenzioni per ordinare la griglia dei pixel in una sequenza.

Non sempre il contorno della figura coincide con le linee della griglia. Quella che si ottiene nella codifica è un'approssimazione della figura originaria

La rappresentazione sarà più fedele all'aumentare del numero di pixel, ossia al diminuire delle dimensioni dei quadratini della griglia in cui è suddivisa l'immagine





# La risoluzione

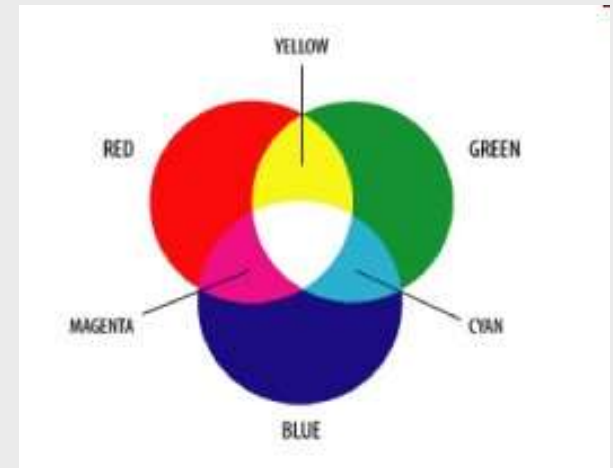
- dpi= dot per inch
  - Numero di pixel presenti su una linea lunga 2,54 cm



# Spazio dei colori

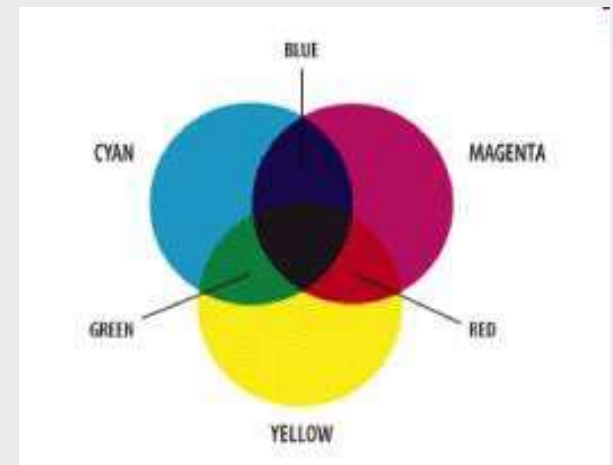
## RGB

Sistema additivo: i colori ROSSO, VERDE e BLU (RGB) si mescolano tra loro creando colori di luminosità maggiore. Viene utilizzato quando si vogliono mischiare fasci di luce colorata, ad esempio sugli schermi e sui monitor.



## CMY

Sistema sottrattivo: CIANO, MAGENTA e GIALLO (CMY). I colori che vengono generati hanno meno luminosità. Questo sistema si usa nel caso in cui si mischiano sostanze colorate (che riflettono la luce): inchiostri, tempere etc.



# Rappresentazione dei colori

- Se si fa corrispondere a ogni pixel un byte, potremo differenziare 256 colori
- Necessità di una tabella di codifica dei colori...

Ad es: 00101101 →



- L'immagine viene fatta corrispondere a una matrice
- Ogni pixel dell'immagine viene codificato dalla sequenza di '0' e '1' associato al suo colore dalla tabella di codifica dei colori utilizzata

La **dimensione** dell'immagine è data dal numero di pixel che costituiscono la base per il numero di pixel che costituiscono l'altezza.

La **profondità** dell'immagine è il numero di bit che utilizziamo per rappresentare il colore di un singolo pixel dell'immagine (numero di colori disponibili)

**Numero di bit per immagine = dimensione x profondità**

# Algoritmi di compressione delle immagini

## Formato BITMAP (.bmp)

*Esempio di dimensioni:*

*Macchina fotografica a 10Mpixel: 3872 x 2592 pixel*

*$3872 \times 2592 \times 4B = 38,29MB$*

Per l'occhio umano lievi cambiamenti di colore in punti contigui sono poco visibili e quindi possono essere eliminati (su questo principio si basano, per esempio, i formati GIF e JPEG);

**Formato GIF:** riduce l'occupazione di un'immagine **limitando il numero di colori** che compaiono in essa -> vengono scelti quelli più frequenti, alcune sfumature vengono perse e sostituite dalle sfumature più vicine fra quelle mantenute

Più si limita il numero di colori più l'immagine occuperà meno spazio; il numero può andare da un minimo di 2 ad un massimo di 256.

Adatto ad immagini geometriche.

**Formato JPEG** riduce l'occupazione di un'immagine diminuendo la qualità di visualizzazione -> consente di usare tutta la gamma RGB.

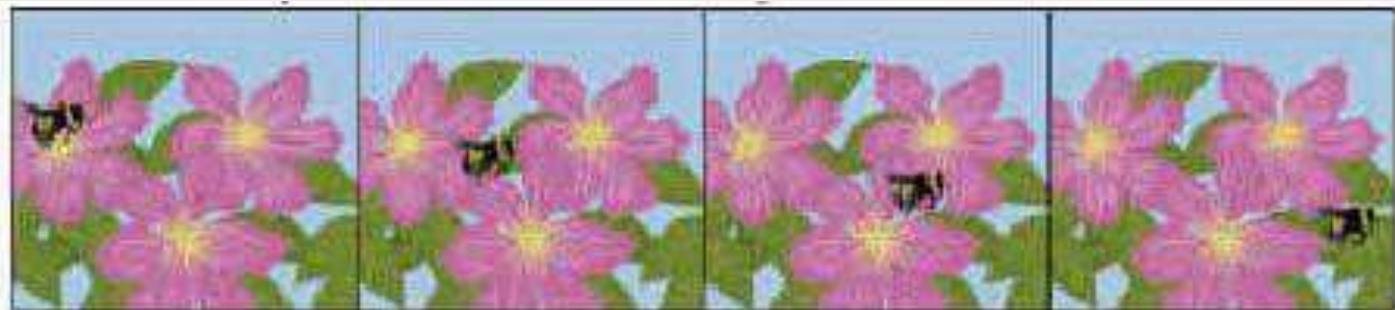
1. Si sfrutta la diversa sensibilità dell'occhio a diversi livelli di luminosità
  2. In aree 8x8 pixel si individuano solo punti significativi per la percezione umana
- Adatto ad immagini di tipo fotografico o in generale ad immagini dove un limite sul numero di colori produrrebbe differenze troppo significative

# Informazione Multimediale

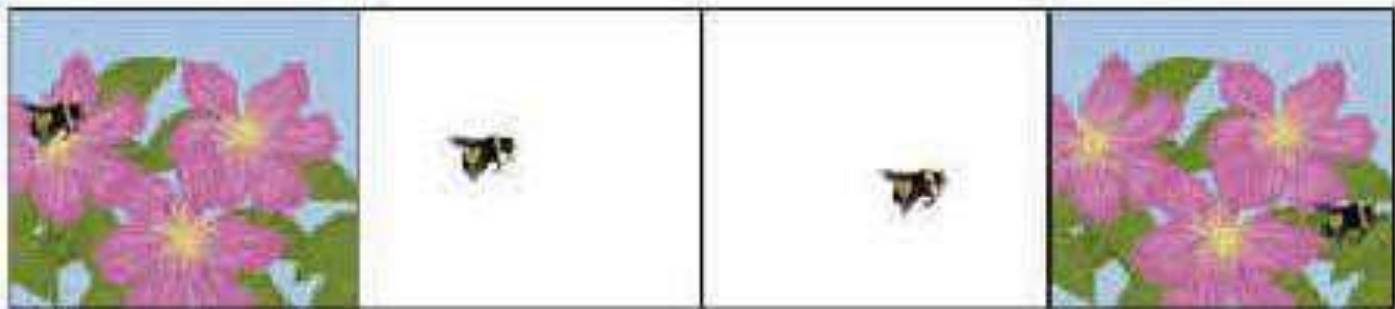
- **Filmato:** successione di fotogrammi (frame) accompagnata da una flusso audio  
Il movimento è rappresentato in modo discreto: con un numero sufficientemente alto di fotogrammi fissi (24-30 al secondo) l'occhio umano percepisce il movimento come un continuo (l'occhio umano "scatta" 10 foto al secondo)  
*frame per second fps*
- Come codificare un video?  
  
IDEA..
  - Ogni fotogramma è un'immagine: codifica delle immagini
  - Audio: codifica dell'audio.  
PROBLEMA: per codificare un breve filmato servono moltissimi bit!
  - Es: codificando separatamente ogni fotogramma come immagine fissa, lo spazio di memoria richiesto sarebbe enorme (650 MB per un minuto di flusso video)
- SOLUZIONE: codificare solo delle 'differenze' fra un fotogramma e l'altro (MPEG)

# Algoritmi di compressione video

**MPEG:** immagini successive hanno parti uguali e quindi di ogni immagine possono essere memorizzate solo le differenze con l'immagine precedente (come fanno, per esempio, vari standard MPEG)



Video non compresso



Video compresso

# Informazione Multimediale

La dimensione del filmato dipende da almeno cinque fattori:

- **Lunghezza del filmato** (in termini di [s])
- **Risoluzione grafica** (quanto più fitta è la griglia che usiamo per digitalizzare i singoli fotogrammi)
  - Una bassa risoluzione rende il filmato “quadrettato e indistinto”
- **L'ampiezza della 'palette'** di colori utilizzata (ossia il numero dei colori)
  - Una palette troppo ristretta rende i colori poco realistici
- **Il numero di fotogrammi** (o frame) per secondo
  - Un numero limitato di fotogrammi fa apparire la sequenza di immagini poco fluida
- **La qualità dell'audio**



# Algoritmi di compressione video

**Quicktime (Apple)**

**Avi (Microsoft)**

**Real Video:** usato in applicazioni di streaming video per la fruizione in tempo reale di un video

- i pacchetti audio-video che rappresentano il filmato vengono trasmessi continuamente l'uno dopo l'altro e vengono visualizzati man mano che arrivano nell'ordine;
- poi vengono buttati via

streaming video vs. classico download