

I numeri reali, le funzioni reali di variabile reale, le funzioni elementari

1. Tra i seguenti enunciati si indichino quelli veri.

✓ L'equazione $x^2 = 2$ ha un'unica soluzione positiva $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$

□ L'equazione $x^2 = 2$ ha un'unica soluzione positiva $x \in \mathbb{Q}$

✓ L'equazione $x^2 = 2$ ha due soluzioni in $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$

□ L'equazione $x^2 = 2$ ha come soluzione $x = 1.4142$

2. Tra i seguenti enunciati si indichino quelli veri.

□ Ogni numero razionale si rappresenta tramite un decimale di tipo limitato

✓ Esistono numeri razionali la cui rappresentazione decimale è di tipo limitato

✓ Ogni numero irrazionale si rappresenta tramite un decimale di tipo infinito e non periodico

✓ Ogni numero razionale si rappresenta tramite un decimale di tipo limitato oppure periodico

3. Considerati gli insiemi $A = (-\infty, 0)$, $B = [0, +\infty)$, $C = [1, 2)$, si indichi quali dei seguenti enunciati risultano veri.

✓ $\{A, B\}$ è una sezione di \mathbb{R}

✓ C è limitato sia inferiormente che superiormente

□ B ammette estremo superiore in \mathbb{R}

✓ A ammette estremo superiore in \mathbb{R}

4. Se $A = [0, 1) \cup [5, +\infty)$, si indichi quali dei seguenti enunciati risultano veri.

✓ Il minimo di A esiste ed è 0

✓ non esistono maggioranti di A

□ 3 è un minorante di A

□ A ammette massimo

5. Se $A = [0, +\infty) \cap (-\infty, 6)$, si indichi quali dei seguenti enunciati risultano veri.

✓ A è limitato

□ A ammette massimo

✓ A ammette minimo

✓ A è un intervallo

6. Se A è un insieme limitato superiormente, si indichi quali dei seguenti enunciati risultano veri.
- ☐ A ammette un unico maggiorante
 - ✓ A ammette infiniti maggioranti
 - ☐ A ammette sicuramente massimo
 - ☐ $\sup A = +\infty$
7. Se A è un insieme non limitato inferiormente, si indichi quali dei seguenti enunciati risultano veri.
- ✓ L'insieme dei minoranti di A è vuoto
 - ✓ $\inf A = -\infty$
 - ✓ A non ammette minimo
 - ☐ L'insieme dei minoranti A ha un numero finito di elementi
8. Se A è un sottoinsieme di \mathbb{R} non vuoto e limitato inferiormente, si indichi quali dei seguenti enunciati risultano sicuramente veri.
- ✓ A ammette minoranti
 - ☐ A ammette minimo
 - ✓ A ammette estremo inferiore
 - ☐ A ammette minimo e non ammette estremo inferiore
9. Se $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ è la funzione definita ponendo $f(x) = \sqrt{x}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è la funzione definita ponendo $g(x) = e^{x+2} + 3x$, si completino correttamente i seguenti enunciati
- (a) $(g \circ f)(x) = e^{\sqrt{x}+2} + 3\sqrt{x}$
 - (b) il dominio di $g \circ f$ è $[0, +\infty)$
 - (c) $(g \circ f)(0) = e^2$
 - (d) $(g \circ f)(1) = e^3 + 3$
10. Se f^{-1} è la funzione inversa di una funzione f strettamente crescente, si indichi quali dei seguenti enunciati risultano veri.
- ✓ f^{-1} è strettamente crescente
 - ☐ f^{-1} è strettamente decrescente
 - ✓ La funzione inversa di f^{-1} è f
 - ✓ f^{-1} è iniettiva

11. Se f è una funzione strettamente decrescente, si indichi quali dei seguenti enunciati risultano veri.

✓ Se $f(x) \geq f(y)$ allora $x \leq y$

☐ Se $f(x) \geq f(y)$ allora $x > y$

✓ Se $f(x) = f(y)$ allora $x = y$

✓ Se $x = y$ allora $f(x) = f(y)$

12. Si completino i seguenti enunciati indicando se le funzioni f sono pari, dispari o nè pari nè dispari

(a) $f(x) = \sin x \cos x$ è dispari

(b) $f(x) = \arctg x + x^2$ non è nè pari nè dispari

(c) $f(x) = x^5 \arctg x$ è pari

(d) $f(x) = x|x| + x^3 \cos x$ è dispari

13. Dal grafico di $f(x) = e^{x-2}$, $x \in \mathbb{R}$, si deduca quali tra i seguenti enunciati sono veri.

✓ f è limitata inferiormente

☐ f ammette minimo

✓ f è strettamente crescente

☐ Per ogni $\lambda \in \mathbb{R}$ l'equazione $f(x) = \lambda$ ammette una soluzione

14. Dal grafico di $f(x) = \log |x|$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, si deduca quali tra i seguenti enunciati sono veri.

✓ Per ogni $\lambda \in \mathbb{R}$ l'equazione $f(x) = \lambda$ ammette due soluzioni

☐ f è limitata superiormente

☐ f ammette minimo

✓ L'immagine di f è \mathbb{R}

15. Dal grafico di $f(x) = |\log x|$, $x > 0$, si deduca quali tra i seguenti enunciati sono veri.

☐ f è strettamente monotona

☐ f ammette minimo uguale ad 1

✓ f ha minimo uguale a 0 ed ha un unico punto di minimo uguale a 1

☐ f è limitata

16. Se $f(x) = \sqrt{|x|}$, si deduca quali tra i seguenti enunciati sono veri.
- ☐ Il dominio di f è $[0, +\infty)$
 - ☐ Il dominio di f è $\mathbb{R} \setminus \{0\}$
 - ✓ f è strettamente decrescente in $(-\infty, 0)$
 - ✓ f è pari
17. Se $f(x) = (x - 2)^2$, si deduca quali tra i seguenti enunciati sono veri.
- ☐ L'immagine di f è $[2, +\infty)$
 - ✓ L'immagine di f è $[0, +\infty)$
 - ☐ $f(-1) = 0$
 - ✓ Il dominio di f è \mathbb{R}
18. Si indichi quali tra i seguenti enunciati sono veri.
- ☐ La disequazione $|x - 4| > 1$ è verificata da ogni $x > 1$
 - ✓ La disequazione $|x - 4| > 1$ è verificata da ogni $x > 5$
 - ✓ La disequazione $|x - 4| > 1$ è verificata da ogni $x < 3$
 - ☐ La disequazione $|x - 4| > 1$ è verificata da ogni $3 < x < 5$
19. Si indichi quali dei seguenti enunciati risultano veri.
- ✓ Ogni funzione 3 periodica è anche 21-periodica.
 - ✓ La funzione tangente è π -periodica.
 - ✓ La funzione seno è limitata
 - ☐ La funzione coseno non è limitata superiormente
20. Si indichi quali dei seguenti enunciati risultano veri.
- ☐ Il valore assoluto di un numero reale non è mai uguale a 0
 - ✓ Il valore assoluto di un numero reale non è mai strettamente minore di 0
 - ☐ Il valore assoluto di un numero reale non è mai strettamente maggiore di 0
 - ☐ Il valore assoluto di un numero reale non è mai diverso da 0