

- **Numeri.**

Richiami di teoria degli insiemi: nozione di insieme, appartenenza, uguaglianza, inclusione, insieme vuoto.

Gli insiemi numerici.

Operazioni tra insiemi: unione, intersezione, complementare, prodotto cartesiano.

Logica elementare: predicati e proposizioni, dimostrazioni e controesempi, negazioni e dimostrazioni indirette.

Campi ordinati: struttura di campo ordinato dell'insieme dei numeri razionali e sua rappresentazione geometrica.

Inadeguatezza dell'insieme dei numeri razionali nella misura delle lunghezze.

Estremi di un insieme numerico: massimo, minimo, maggiorante, minorante.

Insiemi limitati.

La proprietà di completezza dell'insieme dei numeri reali.

Valore assoluto.

Intervalli.

Radici, potenze, logaritmi.

Grandezze trigonometriche.

- **Funzioni di una variabile.**

Il concetto di funzione: dominio, immagine, grafico.

Funzioni reali di variabile reale.

Funzioni limitate.

Funzioni simmetriche.

Funzioni monotone.

Funzioni periodiche.

Funzioni composte.

Funzioni invertibili, funzioni inverse.

Invertibilità delle funzioni strettamente monotone (**con dimostrazione**).

Funzioni elementari: funzioni lineari, funzione valore assoluto, funzioni potenze e radici, potenze ad esponente reale, funzioni esponenziali e funzioni logaritmo, funzioni trigonometriche e loro inverse.

Operazioni sui grafici, polinomi quadratici.

Disequazioni relative alle funzioni elementari.

- **Limiti e continuità.**

Definizione di successione.

Successioni convergenti, successioni divergenti, successioni irregolari.

Infinitesimi e infiniti.

Successioni monotone, teorema di monotonia.

Calcolo dei limiti: algebra dei limiti, teoremi della permanenza del segno (**con dimostrazione**), teorema di confronto e corollario (**con dimostrazione**). Forme di indecisione.

Il numero di Nepero.

Confronti e stime asintotiche.  
Gerarchia degli infiniti.  
Limiti di funzioni: definizione successionale di limite.  
Unicità del limite.  
Limite destro e limite sinistro.  
Asintoti.  
Continuità di una funzione reale.  
Punti di discontinuità a salto.  
Intorni e definizione topologica di limite.  
Calcolo dei limiti: teorema del confronto, teoremi della permanenza del segno.  
Algebra dei limiti e delle funzioni continue.  
Forme di indecisione.  
Continuità delle funzioni elementari.  
Limiti delle funzioni elementari.  
Teorema del cambio di variabile nel limite e di continuità della funzione composta.  
Limiti notevoli, confronti e stime asintotiche.  
Proprietà globali delle funzioni continue o monotone.  
Teorema degli zeri.  
Teorema di Weierstrass.  
Teorema di esistenza dei valori intermedi (**con dimostrazione**).  
Limiti di funzioni monotone.  
Monotonia e invertibilità.

- **Calcolo differenziale per funzioni di una variabile.**

Derivata di una funzione.  
Derivata e retta tangente.  
Derivate di funzioni elementari.  
Derivate successive.  
Derivata destra e derivata sinistra, flessi a tangente verticale, punti angolosi, cuspidi.  
Continuità delle funzioni derivabili (**con dimostrazione**).  
Regole di calcolo delle derivate: algebra delle derivate, derivata di una funzione composta, derivata di funzione inversa.  
Punti stazionari, massimi e minimi locali.  
Teorema di Fermat (**con dimostrazione**).  
Teorema di Lagrange (**con dimostrazione**).  
Test di monotonia (**con dimostrazione**).  
Caratterizzazione delle funzioni a derivata nulla (**con dimostrazione**).  
Studio dei massimi e minimi di una funzione.  
Teorema di de l'Hospital.  
Limite della derivata e derivabilità.  
Derivata seconda.  
Significato geometrico della derivata seconda.  
Derivata seconda, concavità e convessità.

Punti di flesso.

Studio qualitativo del grafico di una funzione.

Differenziabilità e approssimazione lineare.

Il simbolo di "o piccolo" e di "o grande".

Approssimazione locale di una funzione tramite polinomi di Taylor.

Formula di Taylor con il resto di Peano (**con dimostrazione**) e di Lagrange.

- **Serie numeriche.**

Definizione e primi esempi.

Serie geometrica e sua convergenza (**con dimostrazione**), serie telescopiche, serie armonica.

Divergenza della serie armonica (**con dimostrazione**).

Condizione necessaria per la convergenza di una serie (**con dimostrazione**).

Resto n-esimo di una serie e sua convergenza.

Serie a termini non negativi e loro criteri di convergenza: criterio del confronto (**con dimostrazione**), criterio del confronto asintotico (**con dimostrazione**), criterio della radice, criterio del rapporto.

Serie a termini di segno variabile.

Convergenza assoluta.

Teorema sulla convergenza assoluta (**con dimostrazione**).

Serie con termini a segno alternato, criterio di Leibniz.

Serie di potenze.

Raggio di convergenza.

Teorema sul raggio di convergenza.

Caratterizzazione del raggio di convergenza.

Serie di Taylor.

- **Calcolo integrale per funzioni di una variabile.**

L'integrale come limite di somme.

Classi di funzioni integrabili.

Proprietà dell'integrale: additività, linearità, positività e monotonia.

Teorema della media (**con dimostrazione**).

Nozione di primitiva.

Proprietà delle primitive (**con dimostrazione**).

Teorema fondamentale del calcolo integrale (**con dimostrazione**).

Integrale indefinito.

Funzioni integrali e secondo teorema fondamentale del calcolo integrale (**con dimostrazione**).

Calcolo di integrali indefiniti e definiti: integrali immediati, integrazione per scomposizione, integrazione per sostituzione (**con dimostrazione**), integrazione per parti (**con dimostrazione**).

Integrazione delle funzioni razionali.

Integrali generalizzati: integrazione di funzioni non limitate e integrazione su intervalli illimitati.

Convergenza della serie armonica e integrali generalizzati.  
Criteri di integrabilità al finito e all'infinito.