Soluzione prova scritta di LINGUAGGI di PROGRAMMAZIONE (Corso C)

C.d.L. in Informatica (3 anni) Docente: P. Lops 13 Luglio 2005

1) Dimostrare formalmente che il seguente linguaggio:

$$L = \{ a^m b^n : m = n^2, n, m > 0 \}$$

non è libero da contesto.

(PUNTI 15)

SOLUZIONE

Per assurdo, supponiamo *L* libero da contesto. Vale, dunque, per *L* il Pumping Lemma sui linguaggi liberi. Dunque, si ha:

 $\exists p \in \mathbb{N}$, p dipendente solo da L, tale che se $z \in L$, |z| > p, allora:

$$z = uvwxy$$

- (1) $|vwx| \le p$;
- (2) $vx \neq \lambda$;
- (3) $uv^iwx^iy \in L, \forall i \geq 0.$

Consideriamo la parola:

$$z = a^{p^2} b^p$$

 $z \in L$ ed inoltre $|z| = p^2 + p > p$.

Per il Pumping Lemma, possiamo scrivere:

$$z = uvwxy$$

ove $|vwx| \le p$. Consideriamo la stringa:

$$uv^2wx^2y$$

Per la (3) del Pumping Lemma, si deve avere:

$$uv^2wx^2y \in L$$

Ma:

$$|z| = p^2 + p < |uv^2wx^2y| = |uvwxy| + |vx| \le |uvwxy| + |vwx| \le p^2 + p + p < p^2 + 2p + 1 = (p+1)^2 < (p+1)^2 + (p+1)^2 < (p+1)^2 + (p+1)^2 < (p+1)^2 <$$

Dunque la stringa pompata uv^2wx^2y non è del tipo $a^{n^2}b^n$, ossia:

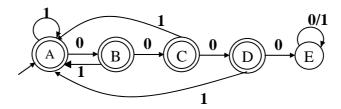
$$uv^2wx^2v \notin L$$

Assurdo. Ne segue che L non è un linguaggio libero da contesto.

2) Progettare, commentando opportunamente, l'automa a stati finiti riconoscitore per il seguente linguaggio:

$$L_I = \{w \in \{0,1\}^* / w \text{ non ha quattro zeri consecutivi }\}$$
 (PUNTI 8)

SOLUZIONE L'automa che riconosce L_I è il seguente:



L'alfabeto di ingresso è formato solo dai simboli 0,1.

Gli stati B, C, D hanno memoria dell'inserimento di uno, due e tre zeri. All'inserimento del quarto zero transito nello stato pozza.

Descrivere il linguaggio $L = L_1 \cup L_2$ ove

$$L_2 = \{w \in \{0,1\}^* / w \text{ non ha tre zeri consecutivi }\}$$
 (PUNTI 7)

Si osserva che $L_2 \subset L_1$, pertanto è immediato osservare che $L_1 \cup L_2$ è il linguaggio L_1 .