DIMOSTRARE FORMALMENTE CHE IL LINGUAGGIO

$$L = \{ a^m b^k c^m \mid m > 0 \quad k > 2m \}$$

NON E' CONTEXT FREE.

SUPPONIAMO PER ASSURDO CHE L SIA C.F. ALLORA PER IL PUMPING LEMMA PER I LINGUAGGI C.F. ABBIAMO CHE

$\exists p \in \mathbb{N} \mid \forall z \in L \quad |z| > p : \quad z = uvwxy \quad \begin{cases} |vwx| \le p \\ vx \ne \lambda \\ uv^iwx^iy \in L \quad \forall i \ge 0 \end{cases}$

PRENDIAMO $z = a^p b^{2p+1} c^p$

$|z| = 4p+1 > p$

$z = uvwxy$

CONSIDERIAMO LE DIVERSE POSSIBILITÀ PER vwx SAPENDO CHE $|vwx| \le p$

(1) $vwx = a^k \qquad 1 \le k \le p$

(2) $vwx = b^k \qquad 1 \le k \le p$

(3) $vwx = c^k \qquad 1 \le k \le p$

$$\underbrace{a \ldots a}\ \underbrace{b \ldots b}\ \underbrace{c \ldots c}$$

(4) $vwx = a^t b^s \qquad 1 \le t+s \le p$

(5) $vwx = b^t c^s \qquad 1 \le t+s \le p$

$$a \ldots \underbrace{a\, b \ldots} b\, \underbrace{c \ldots} c$$

CONSIDERIAMO LA STRINGA POMPATA PER CIASCUN CASO

(1) $uv^2wx^2y \in L$

$uv^2wx^2y = a^{p+k'} b^{2p+1} c^p \qquad 1 \le k' \le k$

$$\left.\begin{array}{l} p+1 \le |a| \le 2p \\ |b| = 2p+1 \\ |c| = p \end{array}\right\} \#(a) \ne \#(c)$$

è superfluo usare k'
posso usare k e lasciare
1 <= k <= p
Infatti come risultato
aggiungo cmq min 1 a,
max p a

(2) $uv^0wx^0y \in L$

$uv^0wx^0y = a^p b^{2p+1-k'} c^p \qquad 1 \le k' \le k$

$2p+1-k' \le |b| \le 2p+1-1 \Rightarrow \quad p+1 \le |b| \le 2p \Rightarrow \quad \#(b) \not> 2\#(a)$

③ $u v^2 w x^2 y = a^p b^{2p+1} c^{p+k'}$ $\qquad 1 \leq k' \leq k$

$p+1 \leq |c| \leq 2p \Rightarrow \#(c) \neq \#(a)$

④ $v w x = a^t b^s$ $\qquad 1 \leq t+s \leq p$ $\qquad 1 \leq t \leq p$, $1 \leq s \leq p$

CONSIDERIAMO TRE DIVERSI SOTTO CASI

Ⓐ $v \neq \lambda \quad x = \lambda$

v CONTIENE SOLO a

w CONTIENE LE a NON CONTENUTE IN v PIU' LE b

$u v^2 w x^2 y = a^{p+t'} b^{2p+1} c^p$ $\qquad 1 \leq t' \leq t$

$p+1 \leq |a| \leq \underbrace{2p-1}$ CI DEVE ESSERE ALMENO UNA b

$\Rightarrow \#(a) \neq \#(c)$

Ⓑ $v = \lambda \quad x \neq \lambda$

x CONTIENE SOLO b

w CONTIENE a E LE b NON CONTENUTE IN x

$u v^0 w x^0 y = a^p b^{2p+1-s'} c^p$ $\qquad 1 \leq s' \leq s$

$p+2 \leq |b| \leq 2p \Rightarrow \#(b) \not> 2\#(a)$

Ⓒ $v \neq \lambda \quad x \neq \lambda$

$u v^0 w x^0 y = a^{p-t'} b^{2p+1-s'} c^p$ $\qquad 1 \leq t' \leq t$, $1 \leq s' \leq s$

$$\left.\begin{array}{l} 0 \leq |a| \leq p-1 \\ p+1 \leq |b| \leq 2p \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \#(a) \neq \#(c) \\ \#(b) \not> 2\#(c) \end{array}$$

8