## Serie numeriche

1. Se $\{a_n\}$ è una successione e $\{S_n\}$ è la successione delle somme parziali costruite a partire da $\{a_n\}$, tra i seguenti enunciati si indichino quelli sicuramente veri.
   - ☐ La serie numerica di termini $a_n$ converge se e solo se la successione $\{a_n\}$ converge
   - ☐ La serie numerica di termini $a_n$ converge se e solo se la successione $\{a_n\}$ é infinitesima
   - √ La serie numerica di termini $a_n$ converge se e solo se la successione $\{S_n\}$ converge
   - √ La serie numerica di termini $a_n$ diverge se e solo se la successione $\{S_n\}$ diverge

2. Data una serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, tra i seguenti enunciati si indichino quelli veri.
   - √ Se la serie converge allora la successione $\{a_n\}$ converge a 0
   - √ Se la successione $\{a_n\}$ non converge a 0 allora la serie non converge
   - ☐ Se la serie è divergente a $+\infty$ allora la successione $\{a_n\}$ diverge a $+\infty$
   - ☐ Se la successione $\{a_n\}$ diverge allora la serie converge

3. Se $\{a_n\}$ è una successione di numeri reali positivi, tra i seguenti enunciati si indichino quelli sicuramente veri.
   - √ La successione $\{S_n\}$ delle somme parziali costruite a partire da $\{a_n\}$ è una successione di numeri positivi
   - √ La successione $\{S_n\}$ delle somme parziali costruite a partire da $\{a_n\}$ può essere illimitata superiormente
   - √ La successione $\{S_n\}$ delle somme parziali costruite a partire da $\{a_n\}$ è una successione monotona crescente
   - ☐ La successione $\{S_n\}$ delle somme parziali costruite a partire da $\{a_n\}$ è una successione limitata superiormente

4. La serie geometrica $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ è
   - ☐ convergente se $q = 3$
   - √ irregolare se $q = -1$
   - √ divergente se $q = 2$
   - √ convergente se $q = -\frac{1}{2}$

5. La serie armonica generalizzata $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^a}$ è

   - ☐ convergente se $a = 1$
   - $\surd$ convergente se $a = 2$
   - ☐ e' divergente se $a = 3$
   - ☐ convergente se $a = \frac{1}{2}$

6. Se $\{a_n\}$ è una successione tale che

$$0 \leq a_n \leq \frac{2}{n^3} \quad \forall n \geq 1,$$

   tra i seguenti enunciati si indichino quelli sicuramente veri.

   - ☐ La serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è divergente a $+\infty$
   - $\surd$ La serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente
   - ☐ La serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è irregolare
   - $\surd$ La serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ non è divergente

7. Se $\{a_n\}$ è una successione tale che

$$\frac{1}{n} \leq a_n \quad \forall n \geq 1,$$

   tra i seguenti enunciati si indichino quelli sicuramente veri.

   - ☐ La serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente
   - ☐ La serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è irregolare
   - ☐ La serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ puo avere qualunque tipo di comportamento
   - $\surd$ La serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è divergente a $+\infty$

8. Se $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ sono due successioni di numeri positivi tali che esista

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{a_n}{b_n} = l,$$

tra i seguenti enunciati si indichino quelli sicuramente veri.

- $\surd$ Se $l = 2$ allora la serie di termini $a_n$ e quella di termini $b_n$ hanno lo stesso comportamento
- ☐ Se $l = 0$ e la serie di termini $b_n$ diverge a $+\infty$, anche quella di termini $a_n$ diverge a $+\infty$
- $\surd$ Se $l = +\infty$ e la serie di termini $b_n$ diverge a $+\infty$, anche quella di termini $a_n$ diverge a $+\infty$
- ☐ Se $l = +\infty$ allora la serie di termini $a_n$ e quella di termini $b_n$ divergono entrambe a $+\infty$

9. Tra i seguenti enunciati si indichino quelli veri.

- $\surd$ Ogni serie assolutamente convergente è convergente
- ☐ Una serie è assolutamente convergente se e solo se è convergente
- ☐ Ogni serie convergente è assolutamente convergente
- $\surd$ Ogni serie convergente, se è a termini positivi, è assolutamente convergente

10. Tra le seguenti serie numeriche si indichino quelle che verificano le ipotesi del criterio di Leibnitz.

- ☐ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \operatorname{sen} n$
- ☐ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n+1}{n}$
- ☐ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n e^n$
- $\surd$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n e^{-n}$
- $\surd$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{1}{n+logn}$