Esercizio 6.1

Sia dato il seguente linguaggio:

$$L = \left\{ w \,\middle|\, w \in \{a,b\}^*,\ w \text{ ha un numero pari di } a \text{ ed un numero dispari di } b \right\}$$

Costruire l'automa accettore a stati finiti che riconosce L.

Dobbiamo sintetizzare l'automa accettore M (Figura 6.11) tale che:

$$L = T(M)$$

$$M = (Q,\ \delta,\ q_0,\ F) \text{ con alfabeto } X = \{a,b\}$$

e con:

i) $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ dove:

- q_0 = numero pari di a e di b;
- q_1 = numero pari di a e numero dispari di b;
- q_2 = numero dispari di a e numero pari di b;
- q_3 = numero dispari di a e di b;

ii) la funzione di transizione δ è definita come segue:

- $\delta(q_0, a) = \delta(q_3, b) = q_2$;
- $\delta(q_0, b) = \delta(q_3, a) = q_1$;
- $\delta(q_1, a) = \delta(q_2, b) = q_3$;
- $\delta(q_1, b) = \delta(q_2, a) = q_0$;

iii) q_0 è lo stato iniziale;

iv) l'insieme degli stati finali o di accettazione è $F = \{q_1\}$.

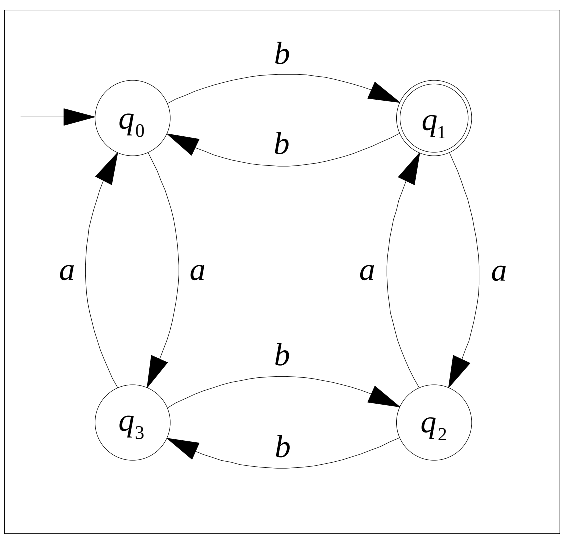

Figura 6.11

Esercizio 6.2

Sia dato il seguente linguaggio:

$$L = \left\{ w \;\middle|\; \begin{array}{l} w \in \{a,b\}^*,\ \ w \neq \alpha\, a\, a\, \beta,\ \ \alpha, \beta \in \{a,b\}^* \\ (w \text{ non contiene due } a \text{ consecutive}) \end{array} \right\}$$

Costruire l'automa accettore a stati finiti deterministico che riconosce L.

Dobbiamo sintetizzare l'automa accettore M tale che:

$$L = T(M)$$

$$M = (Q,\ \delta,\ q_0,\ F) \text{ con alfabeto } X = \{a,b\}$$

con:

i) $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$ dove:

- q_0 = parole su $X = \{a,b\}$ che non contengono due o più a consecutive e terminano per b;
- q_1 = parole su $X = \{a,b\}$ che non contengono due o più a consecutive e terminano per a;
- q_2 = parole su $X = \{a,b\}$ che contengono due o più a consecutive (*stato pozza*);

ii) la funzione di transizione δ è definita come segue:

$$\delta : Q \times X \to Q$$

- $\delta(q_0, a) = q_1$;
- $\delta(q_0, b) = \delta(q_1, b) = q_0$;
- $\delta(q_1, a) = \delta(q_2, a) = \delta(q_2, b) = q_2$;

iii) q_0 è lo stato iniziale;

iv) l'insieme degli stati finali o di accettazione è $F = \{q_0, q_1\}$.

La tavola di transizione è dunque:

δ	q_0	q_1	q_2
a	q_1	q_2	q_2
b	q_0	q_0	q_2

Il grafo degli stati è indicato in Figura 6.12:

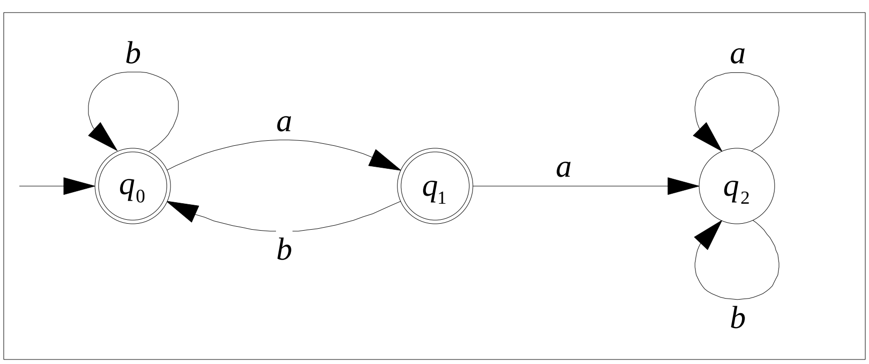

Figura 6.12

ed M è deterministico.

Esercizio 6.3

Trasformare il seguente automa non deterministico *M* (Figura 6.13):

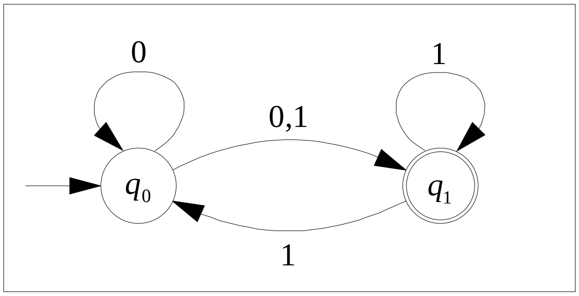

Figura 6.13

in un automa deterministico M' ad esso equivalente.

L'automa accettore a stati finiti deterministico M' tale che $T(M') = T(M)$ si costruisce come segue.

Dato l'automa di Figura 6.13:

$$M = (Q, \delta, q_0, F) \text{ con } X = \{0,1\} \text{ come alfabeto di ingresso}$$

ove:

1) $Q = \{q_0, q_1\}$;

2) $F = \{q_1\}$;

3) la funzione di transizione $\delta : Q \times X \to 2^Q$ è definita dalla seguente tavola di transizione:

δ	q_0	q_1
0	$\{q_0, q_1\}$	$-$
1	$\{q_1\}$	$\{q_0, q_1\}$

Definiamo M' come segue:

$$M' = (Q', \delta', q_0', F') \text{ con } X = \{0,1\} \text{ come alfabeto di ingresso}$$

ove:

i) $Q' = 2^Q = 2^{\{q_0, q_1\}}$;

ii) $q_0' = \{q_0\}$;

iii) $F' = \{\{q_1\}, \{q_0, q_1\}\}$;

iv) la funzione di transizione δ' è definita come segue:

$$\delta' : Q' \times X \to Q'$$

- $\delta'(\{q_0\},0) = \delta(q_0,0) = \{q_0, q_1\}$;
- $\delta'(\{q_0\},1) = \delta(q_0,1) = \{q_1\}$;
- $\delta'(\{q_1\},0) = \delta(q_1,0) =$ non è definita;
- $\delta'(\{q_1\},1) = \delta(q_1,1) = \{q_0, q_1\}$;

- $\delta'(\{q_0, q_1\}, 0) = \delta(q_0, 0) \cup \delta(q_1, 0) = \{q_0, q_1\}$;
- $\delta'(\{q_0, q_1\}, 1) = \delta(q_0, 1) \cup \delta(q_1, 1) = \{q_0, q_1\}$;

La tavola di transizione che riassume la definizione della funzione δ' è:

δ'	$\{q_0\}$	$\{q_1\}$	$\{q_0, q_1\}$
0	$\{q_0, q_1\}$	–	$\{q_0, q_1\}$
1	$\{q_1\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1\}$

Il grafo degli stati di M' è indicato in Figura 6.14:

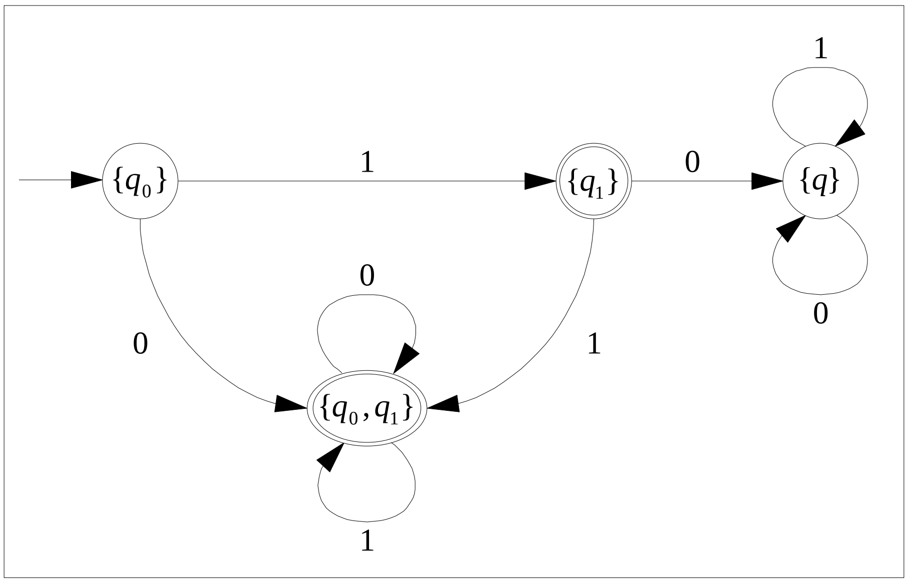

Figura 6.14