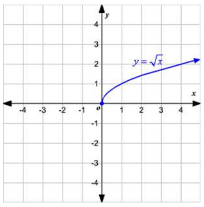
Radicali

● Definizione

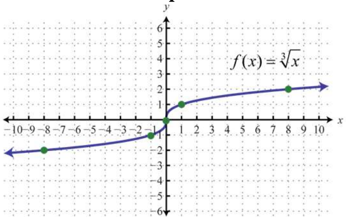
Si definisce Radice Aritmetica n-esima di a, e si indica con $\sqrt[n]{a}$, quel numero b tale che: $b^n = a$,
con $a, b \in \mathbb{R}$, $a \geq 0$, $b \geq 0$, $n \in \mathbb{N}$, $n > 0$.

Quindi: $\sqrt[n]{a} = b \quad \leftrightarrow \quad b^n = a$ Esempio: $\sqrt[3]{8} = +2 \quad \leftrightarrow \quad 2^3 = 8$

Radice con n pari



Radice con n dispari



Il grafico ha una pendenza simile al grafico del log.
Le differenze principali sono:
- la radice pari interseca l'asse nel punto (0,0), mentre il log in (1, 0)
- la radice pari non è mai < 0, mentre il log può essere < 0

● Condizioni d'Esistenza

Per radice con n pari: 1) $a \geq 0$ 2) $b \geq 0$

Per radice con n dispari: $\forall x \in \mathbb{R}$

Perché, per n pari, $b \nless 0$? Quindi $\sqrt{4} \neq \pm 2$? Ma $(-2) \cdot (-2)$ non è 4 ?
Sì, ma si accetta solo $+2$ perché una funzione, per definizione, non può restituire DUE risultati.
Perché nella definizione $n \nless 0$? Non serve porlo nelle C.E., basta riscrivere il valore. Esempio: $\sqrt[-2]{16} = \frac{1}{\sqrt{16}}$

● Proprietà derivate dalle potenze

$\sqrt[c]{a}$ e $\sqrt[n]{b} \quad \rightarrow \quad \sqrt[c \cdot n]{a^n}$ e $\sqrt[c \cdot n]{b^c}$ *(per portarli alla stessa radice)* *Esempio*: $\sqrt[4]{5} + \sqrt[3]{2} = \sqrt[4 \cdot 3]{5^3} + \sqrt[3 \cdot 4]{2^4} = [\ldots]$

$a \cdot \sqrt[n]{b} \quad \leftrightarrow \quad \sqrt[n]{a^n \cdot b}$

$\sqrt[c \cdot n]{a^n} = a^c$

$\sqrt[n]{a^{n+c}} = \sqrt[n]{a^n \cdot a^c} = a \cdot \sqrt[n]{a^c}$

$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$ $\qquad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[c]{b} = \sqrt[n \cdot c]{a^c \cdot b^n}$

$\sqrt[c]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n \cdot c]{a}$ $\qquad \left(\sqrt[n]{a}\right)^c = \sqrt[n]{a^c}$

$\alpha \cdot \sqrt[n]{a} \pm \beta \cdot \sqrt[n]{a} = (\alpha \pm \beta) \cdot \sqrt[n]{a}$

● Proprietà delle radici con l'incognita

Si definisce Radice Algebrica n-esima di e si indica con $\sqrt[n]{a}$, quel numero b tale che: $b^n = a$,
con (diversamente dalla radice aritmetica) $a, b \in \mathbb{R}$ (non per forza > 0), ed $n \in \mathbb{N}$, $n > 0$.
Si amplia la definizione di radice aritmetica per risolvere le equazioni in forma $x^n = a$.

Radici pari: $\sqrt{(x)^2} = |x|$ $\left(\text{Errore comune: Scrivere } \sqrt{(x)^2} = x\right)$ Esempio: $\sqrt{4} = |2|$, che è diverso da dire $\sqrt{4} = +2$

$x^2 = 9 \rightarrow x = \pm\sqrt{9} \rightarrow x = \pm 3$; $x^2 = -9 \rightarrow x = \pm\sqrt{-9} \rightarrow \emptyset$

Radici dispari: $\sqrt[3]{x^3} = x$; $x^3 = 8 \rightarrow x = \sqrt[3]{8} = 2$; $x^3 = -8 \rightarrow x = \sqrt[3]{-8} = -2$

● Razionalizzazione del denominatore

Cos’è?

Un numero reale ($\mathbb{R}$) è definito come un numero frazionario ($\mathbb{Q}$) diviso un numero razionale ($\mathbb{Z}$).
Una frazione con un radicale al denominatore è irrazionale.

La razionalizzazione è l’operazione atta ad eliminare i radicali al denominatore, per rendere “razionale” il denominatore.

Caso 1) Denominatore con una sola radice quadra

Moltiplico e divido per la radice al denominatore

$$\frac{x}{\sqrt{a}} \quad \rightarrow \quad \frac{x}{\sqrt{a}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{x \cdot \sqrt{a}}{a}$$

Caso 2) Denominatore con una sola radice NON quadra

Moltiplico e divido per una radice di indice pari alla radice al denominatore, con un argomento di indice complementare

$$\frac{x}{\sqrt[n]{a^c}} \quad \rightarrow \quad \frac{x}{\sqrt[n]{a^c}} \cdot \frac{\sqrt[n]{a^{n-c}}}{\sqrt[n]{a^{n-c}}} = \frac{x \cdot \sqrt[n]{a^c}}{\sqrt[n]{a^c \cdot a^{n-c}}} = \frac{x \cdot \sqrt[n]{a^c}}{\sqrt[n]{a^{c+n-c}}} = \frac{x \cdot \sqrt[n]{a^c}}{\sqrt[n]{a^n}} = \frac{x \cdot \sqrt[n]{a^c}}{a}$$

Caso 3) Denominatore con un polinomio con una o più radici quadre

Moltiplico somma per differenza, usando la scomposizione della differenza di quadrati.
(metto quindi l’operazione OPPOSTA a quella nel denominatore).

Caso 3.1) binomio di una radice e un numero

$$\frac{x}{a \pm \sqrt{b}} \quad \rightarrow \quad \frac{x}{a \pm \sqrt{b}} \cdot \frac{a \mp \sqrt{b}}{a \mp \sqrt{b}} = \frac{x}{a^2 - \left(\sqrt{b}\right)^2} \cdot \left(a \mp \sqrt{b}\right) = \frac{x \cdot \left(a \mp \sqrt{b}\right)}{a^2 - b}$$

Caso 3.2) binomio di due radici

$$\frac{x}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} \quad \rightarrow \quad \frac{x}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}} = \frac{x}{\left(\sqrt{a}\right)^2 - \left(\sqrt{b}\right)^2} \cdot \left(\sqrt{a} \mp \sqrt{b}\right) = \frac{x \cdot \left(\sqrt{a} \mp \sqrt{b}\right)}{a - b}$$

Caso 4) Denominatore con un polinomio con una o più radici cubiche

Uso la scomposizione di una somma o differenza di cubi.

$$\frac{x}{\sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b}} \quad \rightarrow \quad \frac{x}{\sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b}} \cdot \frac{\sqrt[3]{a^2} \mp \sqrt[3]{a \cdot b} + \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a^2} \mp \sqrt[3]{a \cdot b} + \sqrt[3]{b^2}} = \frac{x \cdot \left(\sqrt[3]{a^2} \mp \sqrt[3]{a \cdot b} + \sqrt[3]{b^2}\right)}{\left(\sqrt[3]{a}\right)^3 \pm \left(\sqrt[3]{b}\right)^3} = \frac{x \cdot \left(\sqrt[3]{a^2} \mp \sqrt[3]{a \cdot b} + \sqrt[3]{b^2}\right)}{a \pm b}$$

● Radicale doppio

Si può applicare la formula per il radicale doppio se e solo se:
1) sia il radicale esterno che quello interno sono quadrati (n = 2)
2) $(a^2 - b)$ è un quadrato perfetto (ovvero se $\sqrt{(a^2 - b)} \in \mathbb{N}$; altrimenti non si può estrarre dalla radice interna)

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} \quad \rightarrow \quad \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$$

Esempi:

$$\sqrt{6 - \sqrt{20}} \ \rightarrow \ (6^2 - 20) = 16 \ \rightarrow \ quadrato\ perfetto \ \rightarrow \ \sqrt{\frac{6 + \sqrt{16}}{2}} - \sqrt{\frac{6 - \sqrt{16}}{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}} - \sqrt{\frac{2}{2}} = \sqrt{5} - \sqrt{1} = \sqrt{5} - 1$$

$$\sqrt{3 + 2 \cdot \sqrt{2}} \rightarrow \sqrt{3 + \sqrt{2^2 \cdot 2}} \rightarrow \sqrt{3 + \sqrt{8}} \rightarrow (3^2 - 8) = 1 \rightarrow quadrato\ perfetto \rightarrow \sqrt{\frac{3 + \sqrt{1}}{2}} + \sqrt{\frac{3 - \sqrt{1}}{2}} = \sqrt{2} + 1$$

● Equazioni con radicali – Risoluzione con i sistemi

1) Radici quadrate

Un polinomio al secondo membro	Un numero positivo al secondo membro	Un numero negativo al secondo membro	Lo zero al secondo membro
$\sqrt{A} = B \quad \rightarrow \quad \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$	$\sqrt{A} = n \quad \rightarrow \quad A = n^2$	$\sqrt{A} = -n \rightarrow \quad impossibile$	$\sqrt{A} = 0 \quad \rightarrow \quad A = 0$

Per le C.E., prendo ad esempio il 1° caso:
Le C.E. in questo caso sarebbero: $A \geq 0 \;\; ; \;\; B \geq 0$
E poi bisogna risolvere elevando ambo i membri al quadrato.
Questo sistema contiene le C.E. al suo interno, in quanto prima controlla che $B \geq 0$, e poi $A = B^2$.
Ma se $B \geq 0 \quad \rightarrow \quad B^2 \geq 0 \quad \rightarrow \quad Se\ A = B^2 \quad \rightarrow \quad A \geq 0$
Lo stesso tipo di ragionamento vale negli altri casi.

2) Caso particolare: due radici quadrate

2.1) Una radice quadrata ad ambo i membri

$$\sqrt{A} = \sqrt{B} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ A = B \end{cases}$$

Qui le C.E sarebbero:
Per $\sqrt{A}$: $A \geq 0 \;\; ; \;\; \sqrt{B} \geq 0 \qquad ; \qquad$ Per $\sqrt{B}$: $B \geq 0 \;\; ; \;\; \sqrt{A} \geq 0$
E poi bisognerebbe risolvere: A = B.
Ma le C.E. vengono incluse nel sistema.

2.2) Un binomio con due radici quadrate

$$\sqrt{A} \pm \sqrt{B} = C \quad \rightarrow \quad \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ \left(\sqrt{A} \pm \sqrt{B}\right)^2 = C^2 \end{cases} \quad \rightarrow \quad risolvo$$

$$\rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ \left(\sqrt{A}\right)^2 \pm 2\sqrt{A \cdot B} + \left(\sqrt{B}\right)^2 = C^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ A \pm 2\sqrt{AB} + B = C^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ \pm 2\sqrt{AB} = C^2 - A - B \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ \sqrt{AB} = \pm\left(\dfrac{C^2 - A - B}{2}\right) \end{cases} \rightarrow \; risolvo\ il\ radicale, e\ inserisco\ il\ risultato\ in\ questo\ sistema$$

Qui le C.E. sarebbero:
Per $\sqrt{A}$: $A \geq 0 \;\; ; \;\; \mp\sqrt{B} + C \geq 0 \qquad ; \qquad$ Per $\sqrt{B}$: $B \geq 0 \;\; ; \;\; -\sqrt{A} - C \geq 0$
Le C.E. vengono incluse nel sistema.

3) Radici cubiche

Un polinomio al secondo membro	Una radice cubica ad ambo i membri
$\sqrt[3]{A} = B \quad \rightarrow \quad A = B^3$	$\sqrt[3]{A} = \sqrt[3]{B} \quad \rightarrow \quad A = B$

Per le radici cubiche non ci sono C.E.

● Errori comuni

1) Dimenticarsi di porre il valore assoluto quando si esce un'incognita o un valore dal radicale

Esempio: $\sqrt{5 \cdot x^6} = \sqrt{5} \cdot |x^3| \neq \sqrt{5} \cdot x^3$; infatti $\sqrt{5 \cdot x^6} = \sqrt{5} \cdot x^3$ è vero solo per $x \geq 0$.

2) Dimenticarsi di usare i sistemi "semplificati" quando possibile:

Esempio 1:
$\sqrt{-3x+1} = 8$

È inutile usare questo: $\sqrt{A} = B \quad \rightarrow \quad \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$; Si può risolvere così: $\sqrt{A} = n \quad \rightarrow \quad A = n^2$

Esempio 2:
$\sqrt{x^2+3x} + \sqrt{x+3} = 0$

È inutile usare questo: $\sqrt{A} \pm \sqrt{B} = C \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ \sqrt{AB} = \pm\left(\frac{C^2-A-B}{2}\right) \end{cases}$; Si può risolvere così: $\sqrt{A} = \sqrt{B} \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ A = B \end{cases}$

Per l'esempio 2:

Soluzione col sistema standard:

$\sqrt{x^2+3x} + \sqrt{x+3} = 0 \rightarrow$

$$\rightarrow \begin{cases} x^2+3x \geq 0 \\ x+3 \geq 0 \\ \left(\sqrt{x^2+3x} + \sqrt{x+3}\right)^2 = 0^2 \end{cases} \rightarrow [\ldots] \rightarrow \begin{cases} x \leq -3 \lor x \geq 0 \\ x \geq -3 \\ \sqrt{(x^2+3x)\cdot(x+3)} = \dfrac{0-(x^2+3x)-(x+3)}{2} \end{cases} \rightarrow [\ldots] \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} x \leq -3 \lor x \geq 0 \\ x \geq -3 \\ \begin{cases} (x^2+3x)\cdot(x+3) \geq 0 \\ \left(\sqrt{(x^2+3x)\cdot(x+3)}\right)^2 = \left(\dfrac{0-(x^2+3x)-(x+3)}{2}\right)^2 \end{cases} \end{cases} \rightarrow [\ldots] \rightarrow \begin{cases} x \leq -3 \lor x \geq 0 \\ x \geq -3 \\ \begin{cases} -3 \leq x \leq -1 \\ x^4+6x^3+10x^2+6x+9 = 0 \end{cases} \end{cases} \rightarrow [\ldots] \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} x \leq -3 \lor x \geq 0 \\ x \geq -3 \\ \begin{cases} -3 \leq x \leq -1 \\ x = -3 \end{cases} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \leq -3 \lor x \geq 0 \\ x \geq -3 \\ x = -3 \end{cases} \rightarrow x = -3$$

Soluzione col sistema semplificato:

$$\sqrt{x^2+3x} + \sqrt{x+3} = 0 \rightarrow \sqrt{x^2+3x} = -\sqrt{x+3} \rightarrow \begin{cases} x^2+3x \geq 0 \\ x+3 \geq 0 \\ \left(\sqrt{x^2+3x}\right)^2 = \left(-\sqrt{x+3}\right)^2 \end{cases} \rightarrow [\ldots] \rightarrow \begin{cases} x \leq -3 \lor x \geq 0 \\ x \geq -3 \\ x^2+2x-3 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \leq -3 \lor x \geq 0 \\ x \geq -3 \\ x = -3 \lor x = 1 \end{cases} \rightarrow x = -3$$

● Equazioni con radicali – Risoluzione con le C.E.

Utili se: - il professore richiede esplicitamente che vengano mostrate le C.E.
- si è in dubbio se vengano coperte o meno tutte le C.E. usando il metodo del sistema

Step:
1) Calcolo le C.E. per tutti i radicali presenti nell'equazione
2) Porto eventualmente tutte le radici allo stesso grado (se es. c'è una radice quadrata e una cubica)
3) Risolvo normalmente elevando per il grado n delle radici (es. "alla seconda") ambo i membri
4) Controllo quali dei risultati ottenuti rispettano le C.E.

● Equazioni con radicali – Risoluzione con sostituzione dei risultati

È il metodo più semplice e veloce, ma non è "formale", e potrebbe non essere accettato ad un esame.

Step:
1) Risolvo normalmente (elevando ambo i membri)
2) Provo a sostituire ogni valore della x ottenuto al punto 1 nell'equazione, e vedo se si verifica o meno l'identità

Esempio:

$\sqrt{x^2+3x} + \sqrt{x+3} = 0 \rightarrow \sqrt{x^2+3x} = -\sqrt{x+3} \rightarrow \left(\sqrt{x^2+3x}\right)^2 = \left(-\sqrt{x+3}\right)^2 \rightarrow x^2+3x = x+3 \rightarrow$

$\rightarrow x^2+2-3 = 0 \rightarrow x = -3 \lor x = 1 \rightarrow$

$\rightarrow \mathit{Provo}\ x = 1: \sqrt{(1)^2+3(1)} + \sqrt{(1)+3} = 0 \rightarrow \sqrt{4} + \sqrt{4} = 0 \rightarrow 4 \neq 0 \rightarrow x = 1\ \mathit{NON\ è\ una\ soluzione} \rightarrow$

$\rightarrow \mathit{Provo}\ x = -3: \sqrt{(-3)^2+3(-3)} + \sqrt{(-3)+3} = \sqrt{0} + \sqrt{0} = 0 \rightarrow 0 = 0 \rightarrow x = -3\ \mathit{è\ una\ soluzione}$

● Disequazioni con radici

1) Una radice quadrata e un polinomio

Con ">"	
$\sqrt{A} > B \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B < 0 \end{cases} \cup \begin{cases} B \geq 0 \\ A > B^2 \end{cases}$	$\sqrt{A} > B \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B < 0 \end{cases} \cup \begin{cases} B \geq 0 \\ A > B^2 \end{cases}$

Con "<"	
$\sqrt{A} < B \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ A < B^2 \end{cases}$	$\sqrt{A} < B \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ A \leq B^2 \end{cases}$

Spiegazione dietro il sistema (per non doverlo ricordare a memoria):

Colonna 1) $\sqrt{A} > B \quad o \quad \sqrt{A} \geq B$:

C'è da controllare: 1) A > 0 ; $\sqrt{A} > B$

In una disequazione in forma $\sqrt{A} > B$, B può essere sia negativo che positivo (esempio: $\sqrt{4} > -5$). Ci sono quindi 2 casi:

Caso 1) Se $B < 0$, c'è da controllare: A > 0 ; $\sqrt{A} > B$

Ma è superfluo controllare $\sqrt{A} > B$ (perché la radice è sicuramente positiva, e B è negativo, quindi $\sqrt{A}$ è sicuramente maggiore di B).

Caso 2) Se $B \geq 0$, c'è da controllare: A > 0 ; $\sqrt{A} > B \rightarrow A > B^2$

Ma è superfluo controllare A > 0 (perché se B è positivo, anche B^2 è positivo, e se $A > B^2$, allora $A > 0$).

Colonna 2) $\sqrt{A} < B \quad o \quad \sqrt{A} \leq B$:

In questo caso B dev'essere per forza positivo, perché è maggiore di una quantità positiva (la radice). Quindi:

- Si controlla l'esistenza della radice (A > 0)
- Si controlla che B sia per forza positivo (perché è maggiore della radice, che è per forza positiva)
- Si risolve $\sqrt{A} < B \rightarrow A < B^2$

---

2) Una radice quadrata e un numero (Caso particolare dell'1)

n positivo	n negativo	n = 0
$\sqrt{A} > n \rightarrow A > n^2$	$\sqrt{A} > -n \quad \rightarrow \quad A \geq 0$	$\sqrt{A} > 0 \rightarrow A > 0$
$\sqrt{A} \geq n \rightarrow A > n^2$	$\sqrt{A} \geq -n \quad \rightarrow \quad A \geq 0$	$\sqrt{A} \geq 0 \rightarrow A \geq 0$
$\sqrt{A} < n \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A < n^2 \end{cases}$	$\sqrt{A} < -n \quad \rightarrow \quad \emptyset$	$\sqrt{A} < 0 \quad \rightarrow \quad \emptyset$
$\sqrt{A} \leq n \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A \leq n^2 \end{cases}$	$\sqrt{A} \leq -n \quad \rightarrow \quad \emptyset$	$\sqrt{A} \leq 0 \quad \rightarrow \quad A = 0$

$\sqrt{A} > n \rightarrow A > n^2$. È superfluo controllare la C.E. (A ≥ 0), in quanto già controllo che $A > n^2$ (e se $A > n^2$, dato che $n^2 \geq 0$, allora $A \geq 0$).
$\sqrt{A} > -n \rightarrow A \geq 0$. La radice, se definita (ovvero se $A \geq 0$), è sempre maggiore di un numero negativo (perciò il risultato sono le C.E. della radice).
$\sqrt{A} \leq 0 \rightarrow A = 0$. $\sqrt{A}$ non può essere < 0. Quest'equazione è vera solo quando $\sqrt{A} = 0$, ovvero quando $A = 0$.

---

3) Due radici quadrate

Con ">"	
$\sqrt{A} > \sqrt{B} \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ A > B \end{cases}$	$\sqrt{A} \geq \sqrt{B} \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ A \geq B \end{cases}$

Con "<"	
$\sqrt{A} < \sqrt{B} \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ A < B \end{cases}$	$\sqrt{A} \leq \sqrt{B} \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ A \leq B \end{cases}$

---

4) Radici cubiche

Una radice cubica
$\sqrt[3]{A} \gtrless B \rightarrow A \gtrless B^3$

Due radici cubiche
$\sqrt[3]{A} \gtrless \sqrt[3]{B} \rightarrow A \gtrless B$

---

5) Radici di indice diverso

Per radici con indici diversi, portano le radici ad uno stesso indice, si sviluppano i calcoli, e si applica il sistema appropriato fra quelli nei punti qui sopra.

Esempio: $\sqrt{A} > \sqrt[3]{B} \rightarrow \sqrt[6]{A^3} > \sqrt[6]{B^2} \rightarrow$ [...]

● Disequazioni con radici

ES 01)

$\sqrt{3x+10} = -3x+2$

$A = 3x+10$

$B = -3x+2$

MODO 1 (Sistema):

$$\begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -3x+2 \geq 0 \\ 3x+10 = (-3x+2)^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \leq \dfrac{2}{3} \\ x = -\dfrac{1}{3} \vee x = 2 \end{cases} \rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

MODO 2 (C.E.):

$C.E.:$

$$\begin{cases} radicando \geq 0 \\ risultato \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x+10 \geq 0 \\ -3x+2 \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq -\dfrac{10}{3} \\ x \leq \dfrac{2}{3} \end{cases} \rightarrow -\frac{10}{3} \leq x \leq \frac{2}{3}$$

$\left(\sqrt{3x+10}\right)^2 = (-3x+2)^2$

$3x+10 = 9x^2 - 12x + 4$

$9x^2 - 15x - 6 = 0 \rightarrow (\dots) \rightarrow x = 2 \vee x = -\frac{1}{3} \rightarrow$ Controllo le C. E. $\rightarrow x = -\frac{1}{3}$

ES 02)

$\sqrt{3x+x^2} + \sqrt{x+3} = 0$

MODO 1 (C. E):

C.E.

$$\begin{cases} radicando\ 1 \geq 0 \\ radicando\ 2 \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x+x^2 \geq 0 \\ x+3 \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -6 \leq x \leq 0 \\ x \leq -3 \end{cases} \rightarrow -3 \leq x \leq 0$$

$\left(\sqrt{3x+x^2}\right)^2 = \left(-\sqrt{x+3}\right)^2$

$3x+x^2 = x+3 \rightarrow x^2+2x-3 = 0 \rightarrow x = 1 \vee x = -3 \rightarrow$ Controllo le C. E. $\rightarrow x = -3$

MODO 2 (Sistema del binomio di radicali):

NB: E' una risoluzione chilometrica, sconsigliata

$$\sqrt{A} \pm \sqrt{B} = C \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ \left(\sqrt{A} \pm \sqrt{B}\right)^2 = C^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ \sqrt{AB} = \pm\left(\dfrac{C^2-A-B}{2}\right) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \\ \begin{cases} AB \geq 0 \\ \left(\sqrt{AB}\right)^2 = \left[\pm\left(\dfrac{C^2-A-B}{2}\right)\right]^2 \end{cases} \end{cases}$$