

Valore assoluto

● Definizione

$$|x| \rightarrow \begin{cases} x & , \quad \text{per } x \geq 0 \\ -x & , \quad \text{per } x < 0 \end{cases} \quad \text{Ovvero: } |x| \rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x < 0 \end{cases} \cup \begin{cases} x < 0 \\ -x \end{cases}$$

Esempio pratico:

$$|3x - 1| \rightarrow \begin{cases} 3x - 1 \geq 0 \\ 3x - 1 \end{cases} \cup \begin{cases} 3x - 1 < 0 \\ -(3x - 1) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{3} \\ 3x - 1 \end{cases} \cup \begin{cases} x < \frac{1}{3} \\ -3x + 1 \end{cases}$$

Ovvero divido l'equazione in cui si trovava $|3x-1|$ in due parti:

- la parte in cui $x \geq \frac{1}{3}$, in cui scrivo $(3x-1)$
- la parte in cui $x < \frac{1}{3}$, in cui scrivo $(-3x+1)$

● Equazioni con il valore assoluto

1) Equazioni con un solo valore assoluto ed un polinomio (caso generale)

$$|A| = B \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A = B \end{cases} \cup \begin{cases} A < 0 \\ A = -B \end{cases}$$

2) Equazioni con un solo valore assoluto ed un polinomio (caso particolare con un numero al secondo membro)

Con n positivo al secondo membro	Con n negativo al secondo membro	Con n = 0 al secondo membro
$ A = n \rightarrow A = n \cup A = -n$	$ A = -n \rightarrow \emptyset$	$ A = 0 \rightarrow A = 0$

3) Equazioni con 2 o più valori assoluti

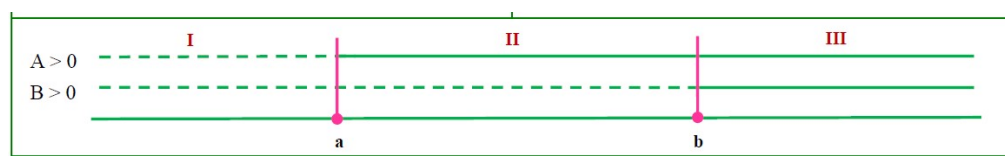
$$|A| + |B| = C \rightarrow \text{si studia il segno di A e B}$$

↓

3.1) Si risolvono le disequazioni $A > 0$, $B > 0$, e si rappresentano sul grafico le soluzioni

(per comodità, per questo esempio, chiamiamo $x > \alpha$ le soluzioni di $A > 0$, $x > \beta$ le soluzioni di $B > 0$)

3.2) Osservando il grafico si trovano N sistemi da calcolare (tanti quante le sezioni che si creano)



In questo esempio ci sono 2 valori (α, β), che, guardando il grafico dei segni, formano 3 “zone”, quindi 3 sistemi.

Ogni sistema è definito da:

- La zona (es. $\alpha \leq x \leq \beta$)
- L'equazione di partenza, in cui A e B presentano il segno + o - a seconda che siano positive o negative in quella zona.

$$\begin{cases} x < \alpha \\ (-A) + (-B) = C \end{cases} \cup \begin{cases} \alpha \leq x \leq \beta \\ (+A) + (-B) = C \end{cases} \cup \begin{cases} x > \beta \\ (+A) + (+B) = C \end{cases}$$

● Disequazioni con valore assoluto

1) Disequazioni con un solo valore assoluto ed un polinomio (caso generale)

Con ">"	Con "<"
$ A > B \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A > B \end{cases} \cup \begin{cases} A < 0 \\ -A > B \end{cases}$	$ A < B \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A < B \end{cases} \cup \begin{cases} A < 0 \\ -A < B \end{cases}$
$ A \geq B \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A \geq B \end{cases} \cup \begin{cases} A < 0 \\ -A \geq B \end{cases}$	$ A \leq B \rightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A \leq B \end{cases} \cup \begin{cases} A < 0 \\ -A \leq B \end{cases}$

2) Disequazioni con un solo valore assoluto ed un polinomio (caso particolare con un numero al secondo membro)

Con n positivo al secondo membro	Con n negativo al secondo membro	Con n = 0 al secondo membro
$ A > n \rightarrow A < -n \cup A > n$	$ A > -n \rightarrow \forall x \in \mathbb{R}$	$ A > 0 \rightarrow A \neq 0$
$ A \geq n \rightarrow A \leq -n \cup A \geq n$	$ A \geq -n \rightarrow \forall x \in \mathbb{R}$	$ A \geq 0 \rightarrow \forall x \in \mathbb{R}$
$ A < n \rightarrow \begin{cases} A < n \\ A > -n \end{cases}$	$ A < -n \rightarrow \emptyset$	$ A < 0 \rightarrow \emptyset$
$ A \leq n \rightarrow \begin{cases} A \leq n \\ A \geq -n \end{cases}$	$ A \leq -n \rightarrow \emptyset$	$ A \leq 0 \rightarrow A = 0$

3) Disequazioni con 2 o più valori assoluti

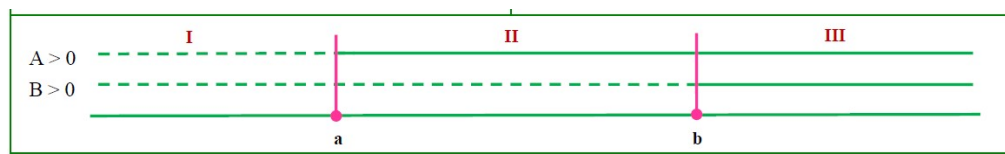
Procedimento identico a quello per le Equazioni con 2 o più valori assoluti.
Cambia solo la presenza del " \leq " al posto dell' "=" all'interno delle equazioni dei sistemi.

$$|A| + |B| \leq C$$

↓

3.1) Si risolvono le disequazioni $A > 0$, $B > 0$, e si rappresentano sul grafico le soluzioni
(per comodità, per questo esempio, chiamiamo $x > \alpha$ le soluzioni di $A > 0$, $x > \beta$ le soluzioni di $B > 0$)

3.2) Osservando il grafico si trovano N sistemi da calcolare (tanti quante le sezioni che si creano)



In questo esempio ci sono 2 valori (α, β), che, guardando il grafico dei segni, formano 3 "zone", quindi 3 sistemi.
Ogni sistema è definito da:

- La zona (es. $\alpha \leq x \leq \beta$)
- L'equazione di partenza, in cui A e B presentano il segno + o - a seconda che siano positive o negative in quella zona.

$$\begin{cases} x < \alpha \\ (-A) + (-B) \leq C \end{cases} \cup \begin{cases} \alpha \leq x \leq \beta \\ (+A) + (-B) \leq C \end{cases} \cup \begin{cases} x > \beta \\ (+A) + (+B) \leq C \end{cases}$$

