2) Siano dati i seguenti linguaggi:

$$L_1 = \{c\}^* \qquad\qquad L_2 = \{a^n b^n : n > 0\}$$

Stabilire di che tipo è il linguaggio $L = L_1 \cup L_2$ e determinare una grammatica generativa corretta per L.

(PUNTI 8)

Stabilire di che tipo è il linguaggio $\overline{L_1}$, motivando opportunamente la risposta

(PUNTI 5)

COSTRUIAMO UNA GRAMMATICA GENERATIVA PER L_1

$G_1 = (X_1, V_1, S_1, P_1)$ $\quad X_1 = \{c\}$ $\quad V_1 = \{S_1\}$ $\quad S = S_1$

$P_1 = \{S_1 \to cS_1 \mid \lambda\}$

COSTRUIAMO UNA GRAMMATICA GENERATIVA PER L_2

$G_2 = (X_2, V_2, S_2, P_2)$ $\quad X_2 = \{a, b\}$ $\quad S = S_2$

$P = \{S_2 \to aS_2b \mid ab\}$

L_1 E' DI TIPO LINEARE DESTRO

PRODUZIONI DEL TIPO
$$\begin{cases} A \to bC & A, C \in V \quad b \in X \\ A \to b & A \in V \quad b \in X \cup \{\lambda\} \end{cases}$$

L_2 E' DI TIPO CONTEXT FREE

(SI PUO' DIMOSTRARE ATTRAVERSO IL PUMPING LEMMA PER LINGUAGGI REGOLARI CHE L_2 NON E' DI TIPO 3)

PER IL TEOREMA DI CHIUSURA DEI LINGUAGGI DI TIPO 2 RISPETTO ALL'UNIONE ABBIAMO CHE LA GRAMMATICA $G = G_1 \cup G_2$ E' DI TIPO 2

$L = L(G_1 \cup G_2) \in \mathcal{L}_2$

$G = (X, V, S, P)$ $\quad V_1 \cap V_2 = \emptyset$ $\quad S \in V_1 \cup V_2$

$V = V_1 \cup V_2 \cup \{S\} = \{S_1, S_2, S\}$

$P = \{S \to S_1,\ S \to S_2\} \cup P_1 \cup P_2 =$

$\{S \to S_1,\ S \to S_2\} \cup \{S_1 \to cS_1 \mid \lambda\} \cup \{S_2 \to aS_2b \mid ab\} =$

$= \{S \to S_1,\ S \to S_2,\ S_1 \to cS_1 \mid \lambda,\ S_2 \to aS_2b \mid ab\}$

$\overline{L_1} = X^* - L_1 = X^* - \{c\}^* = X^* - X^* = \phi$

PER LA CHIUSURA DEI LINGUAGGI DI TIPO 3 RISPETTO AL COMPLEMENTO $\overline{L_1}$ È DI TIPO 3