Prova di Linguaggi di Programmazione – Informatica e T.P.S 17/01/2005

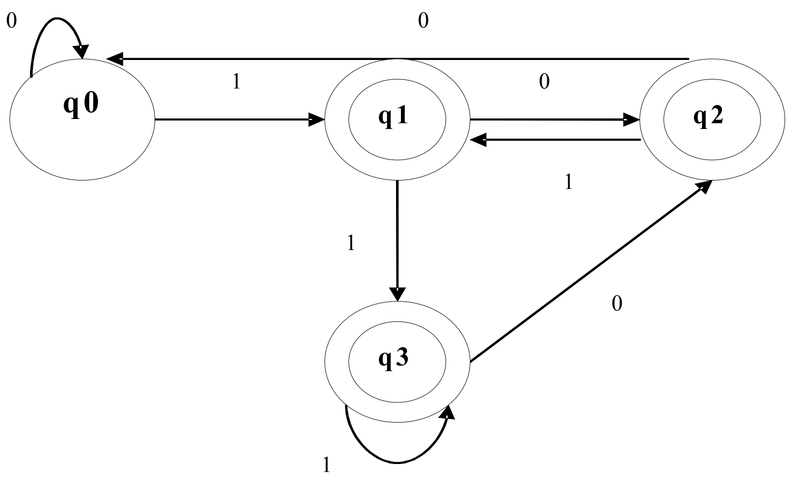
Traccia : Definire l'automa che riconosca il linguaggio dei numeri binari NON divisibili per 4

Progetto : Cosa significa che un numero NON è divisibile per 4?Significa che non deve mai verificarsi che un dato n appartenente all'insieme dei numeri binari (n app. {0,1}*) l'operazione di n modulo 4 dia resto 0 (n mod 4 ≠ 0).
Effettuando la divisione di un numero per 4 si possono avere 4 risultati:

n mod 4 = 0
n mod 4 = 1
n mod 4 = 2
n mod 4 = 3

Questi quattro risultati sono le quattro classi di equivalenza che dobbiamo prevedere nel nostro automa. Perciò ci saranno 4 stati (q0 per la classe 0, q1 per la classe 1 , q2 per la classe 2 , q3 per la classe 3). Nel momento in cui sarà nello stato q0 la parola non verrà accettata perchè l'automa deve leggere i numeri NON divisibili per 4, cioè gli n mod 4 ≠ 0. Tutti gli altri stati saranno stati finali sempre per lo stesso motivo.
Il resto è semplicemente meccanico. Inizialmente l'automa si trova nello stato q0, se legge 0 vi rimane poichè zero è divisibile per tutti i numeri . Se legge 1 si sposta nello stato q1, poichè 1 in binario significa 1 e 1 mod 4 = 1.
Terminato di analizzare q0 ci troviamo in q1 e sin qui abbiamo letto 1, se leggiamo 0 si porta in q2 poichè 10 equivale in binario a 2 e 2 mod 4=2, se invece legge 1 si porta in q3 poichè 11 in binario è 3 e 3 mod 4 = 3.
Finito anche q1 passiamo a q2. Abbiamo letto 10 . Se leggiamo 0 torniamo in q0 poichè 100 in binario è 4 e 4 mod 4 =0. Invece se leggiamo 1 abbiamo 101 che in binario è 5 e 5 mod 4 = 1 e quindi torniamo in q1.
Passiamo ad analizzare q3. Fino a qui abbiamo letto 11, se leggiamo 1 abbiamo 111 che in binario è 7 e 7 mod 4 = 3 per questo rimaniamo in q3, se invece leggiamo 0 abbiamo 110 che in binario è 6 e 6 mod 4 = 2 per questo torniamo in q2.

Abbiamo finito l'automa che graficamente si mostra così:



δ	**q0**	**q1**	**q2**	**q3**
0	q0	q2	q0	q2
1	q1	q3	q1	q3

Questa è la tavola di transizione.

Naturalmente essendo un automa FSA significa che il linguaggio dei numeri binari NON divisbili per 4 è un linguaggio regolare (per il teorema di Kleene) perciò è identificabile mediante espressione regolare R tale che S(R) = L.

L'espressione regolare R si ottiene mediante algoritmo di Hopcroft ed è
R = 0*(1(0(10U111*0)*(0U11*0))

La grammatica che genera numeri binari NON divisibili per 4 è lineare destra sempre per teorema ed è G = (X,V,S,P) con X = {0,1}
V = {S, A, B, C}
P = { S → 0S | 1A
A → 0B | 1C
B → 0S | 1A
C → 0B | 1C }