8 giugno 2016

Corso di Laurea in Informatica e Comunicazione digitale
Esame di Analisi Matematica

1. Determinare

   (a) a quale proprietà si riferisce la seguente scrittura inerente ad una successione $\{a_n\}$:

   "per ogni $\epsilon > 0$ esiste $N \in \mathbb{N}$ tale che $|a_n - 1| < \epsilon$ per ogni $n \geq N$";

   (b) se la funzione $f(x) = x^3$, $x \in [-2, 1]$ verifica le ipotesi del teorema degli zeri;

   (c) un esempio di funzione discontinua in un punto;

   (d) se è vera o falsa la seguente affermazione inerente la serie numerica $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$:

   $$\text{“se } \lim_{n\to+\infty} a_n = 0 \text{ allora } \sum_{n=0}^{+\infty} a_n \text{ è convergente”;}$$

   (e) un esempio di funzione non derivabile in un punto;

   (f) un esempio di funzione avente un punto di minimo locale.

6 punti

2. Data

$$f(x) = \frac{1 - 2\log(x^2)}{x^2}$$

   (a) se ne determini il dominio, eventuali punti di intersezione tra il grafico di f e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui f è positiva e gli intervalli in cui f è negativa;

   (b) si calcolino i limiti significativi di f e si determinino le equazioni degli asintoti di f;

   (c) si studi la monotonia di f e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;

   (d) si studi la convessità e la concavità di f e si determinino eventuali punti di flesso;

   (e) si tracci un grafico approssimativo di f.

10 punti

3. Si studi la serie numerica
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \operatorname{sen} \frac{1}{n^2}$$
e si enunci il criterio utilizzato per stabilirne il carattere.

5 punti

4. Si calcoli l'integrale
$$\int_0^{+\infty} \frac{x^2 - 2x + 2}{(x+1)(x^2+4)} dx\,.$$

4 punti

5. Si enunci il teorema di esistenza dei valori intermedi per le funzioni continue e, facoltativamente, lo si dimostri.

5 punti

6. Si enunci la definizione di primitiva di una funzione. Fornire un esempio di funzione che ammette primitive e di una che non ne ammette.

3 punti

Note

- Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i passaggi e le affermazioni.
- Tempo a disposizione per lo svolgimento della prova: due ore e mezza.
- <u>Per superare l'esame occorre rispondere in modo sufficiente al quesito n.1.</u>

21 giugno 2016

Corso di Laurea in Informatica e Comunicazione digitale
Esame di Analisi Matematica

1. Determinare

   (a) un esempio di funzione avente una discontinuità a salto in un punto.

   (b) se la funzione $f(x) = x^3$, $x \in [-2, 1]$ verifica le ipotesi del teorema di Weirstrass e, in caso affermativo, stabilire quali sono il massimo e il minimo di f nell'intervallo assegnato;

   (c) un esempio di funzione che tende a $-\infty$ al finito;

   (d) il polinomio di Maclaurin di ordine 3 relativo alla funzione $f(x) = \operatorname{sen}(3x)$;

   (e) se la funzione
   $$F(x) = \int_0^x e^{-t^2} \cos t dt$$
   è derivabile e, in tal caso, calcolarne la derivata;

   (f) un esempio di funzione integrabile in senso improprio in $[1, +\infty)$.

6 punti

2. Data
   $$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$$

   (a) se ne determini il dominio;

   (b) si calcolino i limiti significativi di f e si determinino le equazioni degli asintoti di f;

   (c) si studi la monotonia di f e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;

   (d) si tracci un grafico approssimativo di f.

9 punti

3. Si studi il carattere della serie numerica
   $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+1)!}$$

e si enunci il criterio utilizzato per stabilirlo.

5 punti

4. Si calcoli l'integrale
$$\int \frac{1}{(x-2)^2} \log\left(\frac{x}{x+1}\right) dx\,.$$

4 punti

5. Si enunci il teorema di Fermat per le funzioni derivabili e, facoltativamente, lo si dimostri.

   Si fornisca un esempio di funzione che ne verifica le ipotesi.

6 punti

6. Si enunci la definizione di successione limitata e quella di successione convergente. Se esiste (in caso contrario spiegare perché non esiste), fornire esempio di successione che sia

   (a) limitata ma non convergente;

   (b) convergente ma non limitata;

   (c) limitata, monotona e convergente;

   (d) limitata, monotona e non convergente.

5 punti

Note

- Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i passaggi e le affermazioni.
- Tempo a disposizione per lo svolgimento della prova: due ore e mezza.
- Per superare l'esame occorre rispondere in modo sufficiente al quesito n.1.

8 luglio 2016

Corso di Laurea in Informatica e Comunicazione digitale
Esame di Analisi Matematica

1. In base alla teoria studiata, determinare

   (a) un esempio di funzione derivabile in un punto;

   (b) un esempio di funzione non derivabile in un punto;

   (c) se la funzione $f(x) = x - 1$, $x \in [-1, 3]$ verifica le ipotesi del teorema degli zeri;

   (d) se la funzione $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$, $x \in \mathbb{R}$ è limitata;

   (e) il polinomio di Maclaurin di ordine 3 relativo alla funzione $f(x) = e^{2x}$;

   (f) un esempio di funzione integrabile in senso improprio in $(0, 1]$.

6 punti

2. Data
$$f(x) = \log(x + 1) + (x - 1)^2$$

   (a) se ne determini il dominio;

   (b) si calcolino i limiti significativi di f e si determinino le equazioni degli asintoti di f;

   (c) si studi la monotonia di f e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;

   (d) si studi la convessità e la concavità di f e si determinino eventuali punti di flesso di f;

   (e) si tracci un grafico approssimativo di f.

9 punti

3. Si studi il carattere della serie numerica
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos n}{n^3}.$$

4 punti

4. Si calcoli l'integrale
$$\int_0^2 \frac{x+7}{x^2-8x+15}dx.$$
4 punti

5. Si enunci il teorema fondamentale del calcolo integrale e, facoltativamente, lo si dimostri.

   Si fornisca un esempio di funzione che ne verifica le ipotesi.

   7 punti

6. Si enunci la definizione di

   (a) serie numerica;

   (b) serie numerica convergente;

   (c) serie numerica assolutamente convergente.

   Si fornisca inoltre un esempio di serie numerica che sia convergente ma non assolutamente convergente.

   6 punti

Note

- Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i passaggi e le affermazioni.
- Tempo a disposizione per lo svolgimento della prova: due ore e mezza.
- Per superare l'esame occorre rispondere in modo sufficiente al quesito n.1.

7 settembre 2016

Corso di Laurea in Informatica e Comunicazione digitale
Esame di Analisi Matematica

1. In base alla teoria studiata, determinare

   (a) un esempio di funzione discontinua in un punto;

   (b) un esempio di successione monotona crescente;

   (c) un esempio di funzione che non verifica le ipotesi del teorema degli zeri;

   (d) se la funzione $f(x) = \frac{x^3}{1+x^2}$, $x \in \mathbb{R}$ è limitata;

   (e) se la funzione $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$ è una primitiva di $f(x) = e^{2x}$;

   (f) la media integrale della funzione $f(x) = x^2$, $x \in [0, 1]$.

6 punti

2. Data
$$f(x) = \frac{1+2x}{x}e^x$$

   (a) se ne determini il dominio, gli eventuali punti di intersezione tra il grafico di f e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui f è positiva e gli intervalli in cui f è negativa;

   (b) si calcolino i limiti significativi di f e le equazioni degli asintoti di f;

   (c) si studi la monotonia di f e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;

   (d) si tracci un grafico approssimativo di f.

9 punti

3. Si studi il carattere della serie numerica
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{2^n}.$$

4 punti

4. Si calcoli l'integrale
$$\int_0^{\pi/2} (x+1)^2 \cos x dx.$$
4 punti

5. Si enunci il teorema di Lagrange e, facoltativamente, lo si dimostri.

   Si fornisca un esempio di funzione che ne verifica le ipotesi.

6 punti

6. Si enuncino le definizioni di
   (a) successione limitata;
   (b) funzione monotona crescente;
   (c) funzione convessa.

   Si fornisca inoltre un esempio per ciascun caso.

4 punti

Note

- Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i passaggi e le affermazioni.
- Tempo a disposizione per lo svolgimento della prova: due ore e mezza.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, nè consultare libri o appunti.
- <u>Se non si risponde in modo sufficiente al quesito n.1. non si supera l'esame.</u>

21 settembre 2016

Corso di Laurea in Informatica e Comunicazione digitale
Esame di Analisi Matematica

1. In base alla teoria studiata, determinare

   (a) se la serie $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^{2/3}}$ è convergente;

   (b) un esempio di funzione illimitata inferiormente;

   (c) se la funzione $f(x) = -x - 1$, $x \in [-1, 3]$ verifica le ipotesi del teorema degli zeri;

   (d) se la successione $a_n = (-1)^n$, $n \in \mathbb{N}$ è convergente;

   (e) il polinomio di Maclaurin di ordine 3 relativo alla funzione $f(x) = \operatorname{sen}(2x)$;

   (f) un esempio di funzione integrabile in senso improprio in $[1, +\infty)$.

6 punti

2. Data
$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x^2 - 3}{x - 2}$$

   (a) se ne determini il dominio, gli eventuali punti di intersezione tra il grafico di f e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui f è positiva e gli intervalli in cui f è negativa;

   (b) si calcolino i limiti significativi di f e le equazioni degli asintoti di f;

   (c) si studi la monotonia di f e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;

   (d) si tracci un grafico approssimativo di f.

9 punti

3. Si studi la convergenza e la convergenza assoluta della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \log\left(1 + \frac{1}{n^2}\right).$$

4 punti

4. Si calcoli l'integrale
$$\int_0^1 \frac{x+1}{x^2+2x+4}dx.$$
4 punti

5. Si enunci il teorema di confronto per le successioni e, facoltativamente, lo si dimostri.

   Si illustri la sua applicazione tramite un esempio.

   6 punti

6. Si enuncino le definizioni di

   (a) funzione derivabile in un punto;

   (b) di punto angoloso;

   Si fornisca un esempio per ciascun caso.

   Si discuta la relazione tra funzione continua e funzione derivabile in un punto.

   4 punti

Note

- Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i passaggi e le affermazioni.
- Tempo a disposizione per lo svolgimento della prova: due ore e mezza.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, nè consultare libri o appunti.
- <u>Se non si risponde in modo sufficiente al quesito n.1. non si supera l'esame.</u>

14 novembre 2016

Corso di Laurea in Informatica e Comunicazione digitale
Esame di Analisi Matematica

1. In base alla teoria studiata, determinare
   (a) un esempio di funzione discontinua in un punto del suo dominio;
   (b) un esempio di successione monotona strettamente crescente e convergente;
   (c) una funzione non derivabile in un punto del suo dominio;
   (d) se esiste una serie a termini positivi che sia irregolare;
   (e) il polinomio di Maclaurin di ordine 3 relativo alla funzione $f(x) = e^{2x}$;
   (f) se l'integrale
   $$\int_0^1 \frac{1}{x^{2/3}} dx$$
   è convergente.

6 punti

2. Data
   $$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - x + 3}}{x - 1}$$
   (a) se ne determini il dominio;
   (b) si determinino gli eventuali punti di intersezione tra il grafico di f e gli assi cartesiani, gli intervalli in cui f è positiva e gli intervalli in cui f è negativa;
   (c) si calcolino i limiti significativi di f e le equazioni degli asintoti di f;
   (d) si studi la monotonia di f e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
   (e) si tracci un grafico approssimativo di f.

9 punti

3. Si studi il carattere della seguente serie numerica
   $$\sum_{n=1}^{\infty} n \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \operatorname{tg} \frac{1}{n}.$$
   e si enunci il criterio utilizzato.

4 punti

4. Si calcoli l'integrale
$$\int_0^1 \frac{e^x(e^x+1)}{e^{2x}+6e^x+10}dx.$$
4 punti

5. Si enunci il teorema di Fermat e, facoltativamente, lo si dimostri.

   Si faccia un esempio di funzione che ne verifica le ipotesi.

6 punti

6. Si enunci la definizione di funzione integrabile (secondo Riemann).

   Si forniscano esempi di funzioni integrabili e di funzioni non integrabili.

4 punti

Note

- Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i passaggi e le affermazioni.
- Tempo a disposizione per lo svolgimento della prova: due ore e mezza.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, nè consultare libri o appunti.
- <u>Se non si risponde in modo sufficiente al quesito n.1. non si supera l'esame.</u>

6 febbraio 2017

Corso di Laurea in Informatica e Comunicazione digitale
Esame di Analisi Matematica

1. In base alla teoria studiata, determinare
   (a) un esempio di serie numerica a segni alterni convergente;
   (b) un esempio di funzione monotona strettamente decrescente;
   (c) se la funzione $f(x) = \operatorname{sen} x \ x \in [0, \pi]$ verifica le ipotesi del teorema di Fermat;
   (d) se la funzione $F : [1, +\infty) \to \mathbb{R}$ definita da
   $$F(x) = \int_1^x \frac{\operatorname{sen} t}{t^4} dt$$
   è derivabile e, in tal caso, calcolarne la derivata;
   (e) la derivata di $f(x) = x^2$ nel punto $x_0 = 1$, usando la definizione di derivata;
   (f) il polinomio di MacLaurin di ordine 3 relativo alla funzione $f(x) = e^{2x}$.

6 punti

2. Data
   $$f(x) = x^2 - 5x + 6 + \log(x - 1)$$
   (a) se ne determini il dominio;
   (b) si calcolino i limiti significativi di f e le equazioni degli asintoti di f;
   (c) si studi la monotonia di f e si determinino eventuali punti di massimo e minimo relativo;
   (d) si studi la convessità e la concavità di f e si determinino eventuali punti di flesso di f;
   (e) si tracci un grafico approssimativo di f.

9 punti

3. Si studi il carattere della seguente serie numerica
   $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 4^n}{5^n}$$
   e si enuncino i risultati teorici utilizzati per farlo.

4 punti

4. Si calcoli l'integrale
$$\int_3^4 \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 3x + 2} dx.$$
4 punti

5. Si enunci il teorema della permanenza del segno e, facoltativamente, lo si dimostri. Si fornisca un esempio di funzione che ne verifica le ipotesi.

6 punti

6. Dopo aver enunciato la definizione di massimo e minimo di una funzione e averla illustrata tramite tramite esempi, si enunci il teorema di Weierstrass. Si fornisca inoltre un esempio di funzione che ne verifica le ipotesi e di una che non le verifica.

5 punti

Note

- Per ottenere punteggio pieno è necessario giustificare i passaggi e le affermazioni.
- Tempo a disposizione per lo svolgimento della prova: due ore e mezza.
- Durante la prova non è consentito uscire dall'aula, nè consultare libri o appunti.
- <u>Se non si risponde in modo sufficiente al quesito n.1. non si supera l'esame.</u>