

Serie numeriche

1. Se $\{a_n\}$ è una successione e $\{S_n\}$ è la successione delle somme parziali costruite a partire da $\{a_n\}$, tra i seguenti enunciati si indichino quelli sicuramente veri.
 - ☐ La serie numerica di termini a_n converge se e solo se la successione $\{a_n\}$ converge
 - ☐ La serie numerica di termini a_n converge se e solo se la successione $\{a_n\}$ è infinitesima
 - ☐ La serie numerica di termini a_n converge se e solo se la successione $\{S_n\}$ converge
 - ☐ La serie numerica di termini a_n diverge se e solo se la successione $\{S_n\}$ diverge
2. Data una serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, tra i seguenti enunciati si indichino quelli veri.
 - ☐ Se la serie converge allora la successione $\{a_n\}$ converge a 0
 - ☐ Se la successione $\{a_n\}$ non converge a 0 allora la serie non converge
 - ☐ Se la serie è divergente a $+\infty$ allora la successione $\{a_n\}$ diverge a $+\infty$
 - ☐ Se la successione $\{a_n\}$ diverge allora la serie converge
3. Se $\{a_n\}$ è una successione di numeri reali positivi, tra i seguenti enunciati si indichino quelli sicuramente veri.
 - ☐ La successione $\{S_n\}$ delle somme parziali costruite a partire da $\{a_n\}$ è una successione di numeri positivi
 - ☐ La successione $\{S_n\}$ delle somme parziali costruite a partire da $\{a_n\}$ può essere illimitata superiormente
 - ☐ La successione $\{S_n\}$ delle somme parziali costruite a partire da $\{a_n\}$ è una successione monotona crescente
 - ☐ La successione $\{S_n\}$ delle somme parziali costruite a partire da $\{a_n\}$ è una successione limitata superiormente
4. La serie geometrica $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ è
 - ☐ convergente se $q = 3$
 - ☐ irregolare se $q = -1$
 - ☐ divergente se $q = 2$
 - ☐ convergente se $q = -\frac{1}{2}$

5. La serie armonica generalizzata $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^a}$ è

- ☐ convergente se $a = 1$
- ☐ convergente se $a = 2$
- ☐ e' divergente se $a = 3$
- ☐ convergente se $a = \frac{1}{2}$

6. Se $\{a_n\}$ è una successione tale che

$$0 \leq a_n \leq \frac{2}{n^3} \quad \forall n \geq 1,$$

tra i seguenti enunciati si indichino quelli sicuramente veri.

- ☐ La serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è divergente a $+\infty$
- ☐ La serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente
- ☐ La serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è irregolare
- ☐ La serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ non è divergente

7. Se $\{a_n\}$ è una successione tale che

$$\frac{1}{n} \leq a_n \quad \forall n \geq 1,$$

tra i seguenti enunciati si indichino quelli sicuramente veri.

- ☐ La serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è convergente
- ☐ La serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è irregolare
- ☐ La serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ può avere qualunque tipo di comportamento
- ☐ La serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ è divergente a $+\infty$

8. Se $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ sono due successioni di numeri positivi tali che esista

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = l,$$

tra i seguenti enunciati si indichino quelli sicuramente veri.

- ☐ Se $l = 2$ allora la serie di termini a_n e quella di termini b_n hanno lo stesso comportamento
- ☐ Se $l = 0$ e la serie di termini b_n diverge a $+\infty$, anche quella di termini a_n diverge a $+\infty$
- ☐ Se $l = +\infty$ e la serie di termini b_n diverge a $+\infty$, anche quella di termini a_n diverge a $+\infty$
- ☐ Se $l = +\infty$ allora la serie di termini a_n e quella di termini b_n divergono entrambe a $+\infty$

9. Tra i seguenti enunciati si indichino quelli veri.

- ☐ Ogni serie assolutamente convergente è convergente
- ☐ Una serie è assolutamente convergente se e solo se è convergente
- ☐ Ogni serie convergente è assolutamente convergente
- ☐ Ogni serie convergente, se è a termini positivi, è assolutamente convergente

10. Tra le seguenti serie numeriche si indichino quelle che verificano le ipotesi del criterio di Leibnitz.

- ☐ $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin n$
- ☐ $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n}$
- ☐ $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^n$
- ☐ $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-n}$
- ☐ $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n + \log n}$