Tecniche di Sostituzione (Scomposizioni di base)

● Scomposizioni e Prodotti notevoli

● Trinomio notevole (con a = 1): scomposizione con somma e prodotto

$ax^2 + sx + p = (x+m)\cdot(x+n)$

Ovvero bisogna trovare m, n, tali che:

$s = m + n$

$p = m \cdot n$

Esempio: $x^2 - 3x + 2 = (x-2)\cdot(x-1)$

Infatti: $s: -3 = (-2) + (-1)$; $p: +2 = (-2)\cdot(-1)$

● Trinomio notevole (caso generale, anche con a ≠ 1): scomposizione con somma e prodotto

$ax^2 + sx + p = ax^2 + mx + nx + p$

Ovvero bisogna trovare m, n, tali che:

$s = m + n$

$a \cdot p = m \cdot n$

E poi si raccoglie

Esempio: $6x^2 + 5x - 4 = 6x^2 + 8x - 3x - 4 = 2x(3x+4) - 1(3x+4) = (2x-1)\cdot(3x+4)$

Infatti: $s: +5 = (+8) + (-3)$; $a \cdot p: (+6)\cdot(-4) = (+8)\cdot(-3)$

● Trinomio notevole (caso generale, anche con a ≠ 1): scomposizione usando le soluzioni del trinomio

1) Calcolo le 2 soluzioni x_1, x_2 dell'equazione

2) $ax^2 + bx + c = a\cdot(x - x_1)\cdot(x - x_2)$

Esempio: $6x^2 + 5x - 4 \quad \Rightarrow \quad x_1 = \frac{1}{2}\ ,\ x_2 = -\frac{4}{3} \quad \Rightarrow \quad 6x^2 + 5x - 4 = 6\cdot\left(x - \frac{1}{2}\right)\cdot\left(x + \frac{4}{3}\right)$

● Differenza di quadrati: somma per differenza

$a^2 - b^2 = (a+b)\cdot(a-b)$

● Somma di cubi

$a^3 + b^3 = (a+b)\cdot(a^2 - ab + b^2)$

● Differenza di cubi

$a^3 - b^3 = (a-b)\cdot(a^2 + ab + b^2)$

● Quadrato di un binomio

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

● Quadrato di un trinomio

$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc$

● Cubo di un binomio

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

● Cubo di un trinomio

$(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 3ac^2 + 3b^2c + 3bc^2 + 6abc$

● Raccoglimento totale

$ab + ac = a(b+c)$

● Raccoglimento parziale

$ab + ac + nb + nc = a(b+c) + n(b+c) = (a+n)\cdot(b+c)$

● Cambio di variabile

Consideriamo un'equazione "scomoda da calcolare",
in cui l'incognita compare solo in "multipli" o "varianti" di una funzione $f(x)$:

1) Si fa scomparire la x, sostituendo in modo appropriato (vedi l'esempio!) i vari $f(x)$ con una variabile t
2) Si risolve l'equazione risultante trovando i valori di t: $t_1, t_2, \dots, t_n$
3) Si ri-sostituisce $f(x)$ al posto di t, e si risolvono le equazioni: $f(x) = t_1 \quad ; \quad f(x) = t_2 \quad ; \quad \dots \quad ; \quad f(x) = t_n$

Esempio:
$x^8 - 2x^4 - 8 = 0$
Pongo $x^4 = t$
$t^2 - 2t - 8 = 0$
$t = -2 \quad \vee \quad t = 4$
$x^4 = -2 \rightarrow \emptyset \quad \vee \quad x^4 = 4 \rightarrow x = \pm\sqrt[4]{4} = \pm\sqrt{2}$
Errore comune: dimenticare lo step finale in cui si ri-sostituisce la variabile originale.