

Tipo di dato

- Un **dato** indica un valore che una variabile può assumere
- Un **tipo di dato** è un modello matematico che sta ad indicare una collezione di valori sui quali sono ammesse certe operazioni

Tipo di dato

- Attributo di una variabile, che ne specifica ed individua:
 - L'insieme dei valori che può assumere
 - L'insieme di operazioni effettuabili su di essa
 - Il modo con cui ci si può riferire ad essa
- Esempio:
Età: numero intero

Tipo di dato

- Si parla di tipo astrato di dato come di un oggetto matematico costituito dalla tripla:

$$T = \langle D, C, O \rangle \text{ dove}$$

- D rappresenta il dominio
- C rappresenta le costanti
- O rappresenta gli operatori
 - Funzioni
 - Predicati

Tipo di dato

Esempio

- Tipo dei complessi
 - Dominio
 - Sottoinsieme dei numeri complessi
 - Costanti
 - Parte reale
 - Parte immaginaria
 - Operazioni
 - Addizione $+$: complesso \times complesso \rightarrow complesso
 - Non ci interessiamo della rappresentazione interna dei valori e delle operazioni

Dichiarazione di Tipo

- Le istruzioni operative di un programma operano su rappresentazioni delle entità del programma.
- Occorrono delle istruzioni dichiarative che consentono di definire come rappresentare tali entità in termini di variabili mediante una totale caratterizzazione espressa in termini di
 - un nome
 - un tipo

Dichiarazione di Tipo

Utilità

- Definizione del dominio di applicazione del programma
- Comprensione del funzionamento di un algoritmo
- Verifica della correttezza del programma
 - Traduttore
 - Programmatore
- Definizione dello spazio di memoria necessario
- Rappresentazione interna
 - Esempio: 18 e 18.0 (intero o reale)

Definizione di Tipo

Meccanismi Linguistici

- Istruzioni e costrutti linguistici necessari per informare l'esecutore su
 - dominio della variabile
 - insieme di operazioni effettuabili su di essa
 - modo attraverso cui ci si può riferire ad essa
- A volte si ricorre all'indicazione esplicita dei valori permessi per ogni variabile
 - *Costanti di tipo*

Definizione di Tipo nei Linguaggi di Programmazione

- I moderni linguaggi di programmazione mettono a disposizione
 - Un insieme di tipi di uso più comune
 - Tipi predefiniti
 - Gli strumenti per poter costruire qualunque tipo di dati

Tipi Standard

- Tipi più comuni di variabili
 - Interi
 - Reali
 - Logici
 - Caratteri
- Valori rappresentabili limitati
 - Dimensioni della memoria che dovrà ospitarne le variabili
 - Tipo numerico
 - Tipo alfanumerico

Tipo degli Interi

- Valori nell'insieme dei numeri interi
 - Stringa di cifre, eventualmente preceduta dal segno
 - Positivi
 - Negativi
- Operazioni basilari
 - somma, prodotto, differenza, quoziente, resto, elevamento a potenza

Tipo degli Interi

- I valori non sono in numero infinito nell'aritmetica dei calcolatori
 - Per ogni macchina esistono
 - il più grande intero
 - il più piccolo intero
 - rappresentabile in una locazione di memoria
- Non valgono alcune proprietà dell'aritmetica (limiti fisici)
 - Risultato di un'operazione non rappresentabile nell'unità di memoria
 - *Overflow*
 - $x \oplus y = x + y$ solo se $|x + y| < \max$ \oplus indica l'addizione eseguita dal computer
 - Legge associativa $(x+y)+z=x+(y+z)$ solo se $|x + y| < \max$
 $|y + z| < \max$

Tipo degli Interi

- Sistema in base 10

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

- Sistema in base 2

0 1

- Sistema in base 16

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

$$n_b = d_p d_{p-1} \dots d_1 d_0$$

Come passare da base 10 ad un'altra base b?

Mediante divisioni successive per la base b fino ad arrivare a quella che produce quoziente nullo

$$1972_{10} = 11110110100_2 = 7B4_{16}$$

Tipo degli Interi

Rappresentazione dei Valori Negativi

- Rappresentare il segno nel primo bit
 - 2 rappresentazioni per lo zero
 - Differente gestione per somma e sottrazione

Tipo degli Interi

| | | | |
|-------|------|-----|------|
| • DEC | BIN | DEC | BIN |
| 0 | 0000 | -8 | 1000 |
| 1 | 0001 | -7 | 1001 |
| 2 | 0010 | -6 | 1010 |
| 3 | 0011 | -5 | 1011 |
| 4 | 0100 | -4 | 1100 |
| 5 | 0101 | -3 | 1101 |
| 6 | 0110 | -2 | 1110 |
| 7 | 0111 | -1 | 1111 |

La regola meccanica per trovare il negativo di un binario è cambiare i bit 0 in 1 e i bit 1 in 0 e poi aggiungere 1

Tipo degli Interi

Rappresentazione in Complemento a 2

- Cambiare tutti gli 0 in 1 e viceversa
- Aggiungere 1
 - Esempio: $4_{10} = 0100_2$
 $0100 \rightarrow 1011 + 1 = 1100 \equiv -4$
- Valori rappresentabili con n bit: 2^n
 - Da -2^{n-1} a $+2^{n-1} - 1$
- I valori negativi iniziano sempre per 1
- Allineamento automatico per la somma

Tipo degli Interi

- Overflow nell'addizione

- Esempi corretti

$$\begin{array}{r|l} +3 & 0011 \\ -6 & 1010 \\ \hline -3 & 1101 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} -8 & 1000 \\ +7 & 0111 \\ \hline -1 & 1111 \end{array}$$

- Esempio con overflow

$$\begin{array}{r|l} +2 & 0010 \\ +7 & 0111 \\ \hline -7 & 1001 \end{array} \neq +9 !!!$$

Tipo dei Reali

- Valori nell'insieme dei numeri reali
 - Parte intera
 - Parte decimale
 - Differenza tra il numero e la sua parte intera
 - < 1
 - Sequenza potenzialmente infinita di cifre
 - In alcuni casi esiste un'ultima cifra diversa da zero, seguita da una successione infinita di zeri

Tipo dei Reali

- Non formano un continuo nell'aritmetica dei calcolatori
 - Occorre discretizzare l'asse continuo dei valori reali
 - Ciascuno rappresenta un intervallo del continuo
 - Insieme di infiniti valori reali
 - Ad ogni numero reale è associata una rappresentazione
 - Intervallo in cui ricade
- Dominio = sottoinsieme finito e limitato dei numeri reali definito dall'implementazione

Tipo dei Reali

- Rappresentazione ottenuta per troncamento o arrotondamento
 - Possibili errori di precisione anche consistenti
- Esiste un valore massimo
 - Overflow
 - Rappresentazione indefinita per tutti i valori maggiori

Tipo dei Reali

Rappresentazione in Virgola Fissa

- $r = n, m$
 - N bit per la parte intera n
 - M bit per la parte decimale m
- Naturalmente allineati per addizione e sottrazione
- Cattiva gestione della memoria
 - Possibile spreco di memoria
 - Aumento delle probabilità di overflow
 - Parte intera
 - Parte decimale

Tipo dei Reali

Rappresentazione in Virgola Fissa

ESEMPIO

4 cifre per la parte intera
4 cifre per la parte decimale

$r_1 = 12,34$ | + | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 0 | 0 |

$r_2 = 12456,34$ | + | 2 | 4 | 5 | 6 | 3 | 4 | 0 | 0 |

$r_3 = -0,000034$ | - | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Posizione della virgola ↑

Tipo dei Reali

Rappresentazione in Virgola Mobile

- $r = \pm m \cdot b^e \rightarrow \boxed{\pm} \boxed{m} \boxed{e}$ (b fissata)

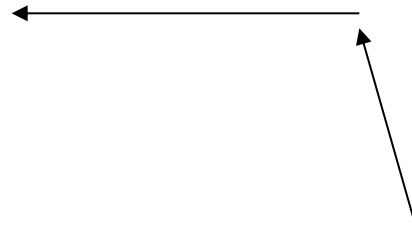
m mantissa

$$- 13,18 * 10^0$$

$$- 1,318 * 10^1$$

$$- 0,1318 * 10^2$$

$$- 0,01318 * 10^3$$



mantissa normalizzata: $1/b \leq |m| < 1$

Tipo dei Reali

Rappresentazione in Virgola Mobile

- $z = \pm m \cdot b^e \rightarrow \boxed{\pm} \boxed{m} \boxed{e} \quad (b \text{ fissata})$
 - 1 bit per il segno
 - N bit per il valore assoluto della mantissa m
 - Cifre più significative non nulle
 - Numero reale ($1/b \leq m < 1$)
 - M bit per l'esponente e
 - Ordine di grandezza della prima cifra significativa
 - Riferito alla base $b (= 2)$
 - Numero intero
 - Rappresentazione corrispondente

Tipo dei Reali

Rappresentazione in Virgola Mobile

- Ottimizzazione della gestione della memoria
 - Cifre significative
- Allineamento manuale per addizione e sottrazione
 - Riportare i valori allo stesso esponente
- Comoda per la moltiplicazione
 - Prodotto delle mantisse
 - Somma degli esponenti

Reali in Virgola Mobile

Esempio

$$\begin{aligned}\pi &= 3,14159265\dots \\ &= +0,314159265\dots \cdot 10^1\end{aligned}$$

- Rappresentazione con 5 cifre significative

- Troncamento

$$3,1415 \quad \rightarrow \quad | + | 31415 | +1 |$$

- Arrotondamento

$$3,1416 \quad \rightarrow \quad | + | 31416 | +1 |$$

Reali in Virgola Mobile

Esempio

- Rappresentazione con 4 cifre significative

$$211.5 = +0.2115 \cdot 10^3 \rightarrow | + | 2115 | +3 |$$

$$37.592 = +0.37592 \cdot 10^2 \rightarrow | + | 3759 | +2 |$$

- Allineamento per la somma

$$\begin{array}{r}
 | + | 2115 | +3 | \\
 | + | 3759 | +2 | \rightarrow | + | 03759 | +3 | \\
 \hline
 | + | 2490 | +3 | = +249.0
 \end{array}$$

Reali in Virgola Mobile

Esempio

- Rappresentazione con 2 cifre significative
 - Con arrotondamento

$$1,36 = +0.136 \cdot 10^1 \rightarrow | + | 14 | +1 |$$

$$-1,34 = -0.134 \cdot 10^1 \rightarrow | - | 13 | +1 |$$

- Errore di approssimazione nella sottrazione

$$1,36 - 1,34 = 0,02$$

$$\begin{array}{r} | + | 14 | +1 | \\ | - | 13 | +1 | \\ \hline | + | 01 | +1 | \end{array} = 0,1 \quad !!!$$

Tipo dei Reali

Proprietà

- Commutatività di somma e prodotto

$$x + y = y + x \quad x \cdot y = y \cdot x$$

$$x \geq y \geq 0 \Rightarrow (x - y) + y = x$$

- Simmetria rispetto allo zero

$$x - y = x + (-y) = -(y - x)$$

$$(-x) \cdot y = x \cdot (-y) = -(x \cdot y)$$

$$(-x) \div y = x \div (-y) = -(x \div y)$$

- Monotonia

$$0 \leq x \leq a \quad 0 \leq y \leq b$$

$$x + y \leq a + b \quad x - b \leq a - y$$

$$x \cdot y \leq a \cdot b \quad x \div b \leq a \div y$$

Tipo dei Reali

Proprietà Mancanti

- Associativa
 - Può accadere che $(x + y) + z \neq x + (y + z)$
- Distributiva
 - Può accadere che $x \cdot (y + z) \neq (x \cdot y) + (x \cdot z)$

Tipo dei Valori Logici

- Rappresentano valori di verità
 - Falso, Vero
 - $\text{Falso} < \text{Vero}$
- Usati tipicamente nelle condizioni
 - Ottenibili come risultato di confronti

Tipo dei Valori Logici

Operatori

- Per priorità decrescente:

- Not
- And
- Or

| x | y | $\text{not } x$ | $x \text{ and } y$ | $x \text{ or } y$ |
|-----|-----|-----------------|--------------------|-------------------|
| F | F | V | F | F |
| F | V | V | F | V |
| V | F | F | F | V |
| V | V | F | V | V |

- Sottoinsieme completo
 - Può simulare tutti gli altri operatori logici

Tipo dei Caratteri

- Insieme finito ed ordinato di simboli
 - Lettere dell'alfabeto
 - Cifre decimali
 - Punteggiatura
 - Simboli speciali
 - Spaziatura (*blank*), Ritorno carrello, A capo, Separatore di linea (EOL), ...
- Costanti di tipo Carattere racchiuse tra apici
 - Esempi: 'a' '8' '?' '@'
 - Per assegnare il valore ? alla variabile x si usa l'istruzione x='?'

Tipo dei Caratteri

Rappresentazione

- Corrispondenza biunivoca tra l'insieme dei caratteri e un sottoinsieme degli interi
 - Standard ASCII
(American Standard Code for Information Interchange)
 - 7 bit \rightarrow 128 simboli (2^7)
- Funzioni di trasferimento
 - ord(*c*)
 - numero d'ordine del simbolo *c* nella tavola di codifica
 - chr(*i*)
 - Simbolo il cui numero d'ordine è *i*

Tipo dei Caratteri

Proprietà

- $\text{ord}(\text{chr}(i)) = i$ $\text{chr}(\text{ord}(c)) = c$
 - $c_1 < c_2 \leftrightarrow \text{ord}(c_1) < \text{ord}(c_2)$
- Relazione d'ordine totale
 - Coerente con i sottoinsiemi delle lettere e delle cifre
 - $\text{ord}('A') < \text{ord}('B') < \dots < \text{ord}('Z')$
 - $\text{ord}('a') < \text{ord}('b') < \dots < \text{ord}('z')$
 - $\text{ord}('0') < \text{ord}('1') < \dots < \text{ord}('9')$

Tipo dei Caratteri

Note

- Alcuni caratteri non sono stampabili
 - Esempio: CR (carriage return)
- I caratteri delle cifre sono diversi dalle cifre
 - Hanno come rappresentazione interna un valore diverso dalla cifra che rappresentano
- Relazione d'ordine totale
 - Proprietà riflessiva, antisimmetrica, transitiva

$$\forall x: x \leq x$$

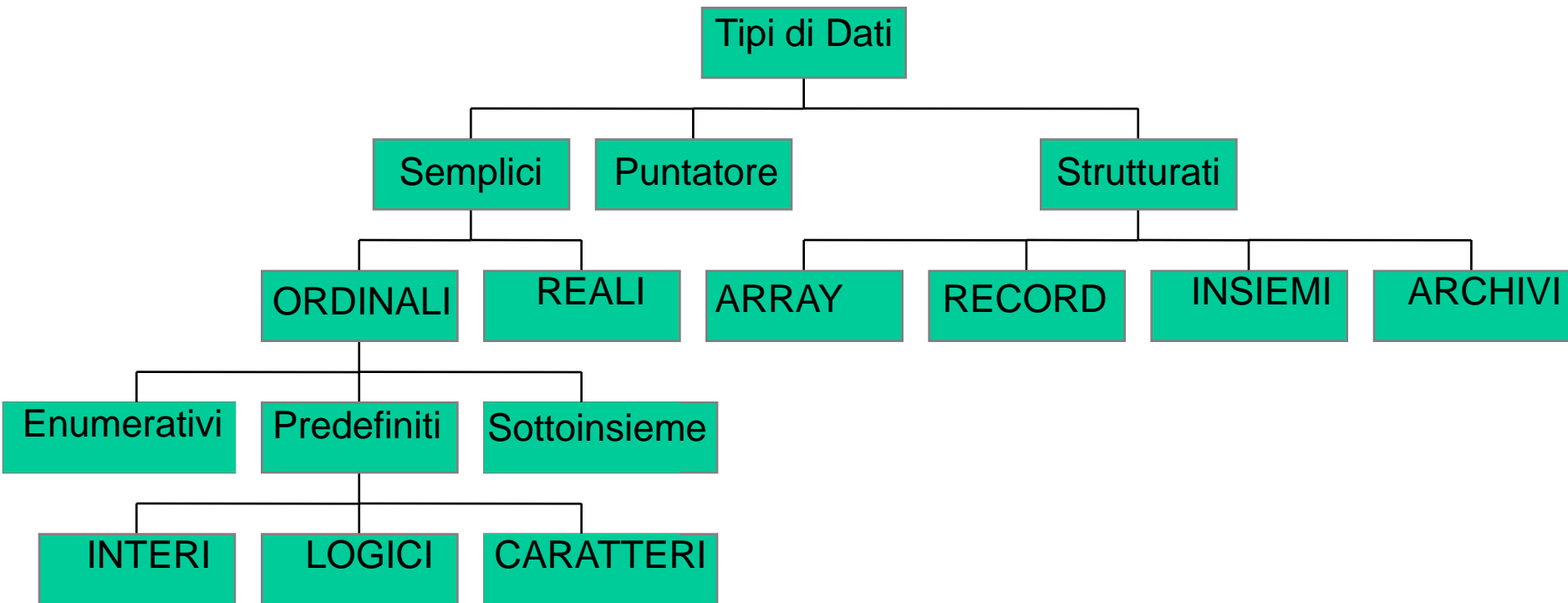
$$\forall x, y: x \leq y \wedge y \leq x \longrightarrow x = y$$

$$\forall x, y, z: x \leq y \wedge y \leq z \longrightarrow x \leq z$$

$$\forall x, y: x \leq y \vee y \leq x \text{ (relazione d'ordine totale)}$$

Tipi di Dati

Tassonomia



Definizione di Tipo

- Fornisce, tramite le istruzioni dichiarative:
 - L'indicazione di tutti i valori caratterizzanti il tipo
 - L'eventuale strutturazione di insiemi di valori
- Esempio: tipo $t : T$
 - t è il nome che indica il tipo
 - T ne è la descrizione

Tipi Semplici

- I cui elementi sono singoli valori

Tipi Ordinali

- Corrispondenza uno-a-uno fra i valori e un intervallo di interi
 - *Ordinali* dei relativi valori
- Operazioni consentite:
 - Confronto
 - Assegnamento
 - Funzioni predecessore-successore
 - $\text{pred}(X)$
 - $\text{succ}(Y)$

Tipi Ordinali

- Sono tipi ordinali quelli usati più di frequente
 - Solitamente *predefiniti* in ogni linguaggio
 - Interi, Logici, Caratteri
- Altri sono definibili dal programmatore
 - Enumerativi (il più spontaneo)
 - Elenco dei valori
 - Sottoinsieme (subrange) di un tipo scalare
 - Valori estremi

Tipi Ordinali

Enumerativi

- Definiti elencando l'insieme dei valori che ad essi competono
 - tipo $T : (v_1, v_2, \dots, v_n)$
- Gli insiemi di valori sono definiti ed ordinati.
- Per ogni tipo T deve valere:
 - I valori sono distinti ($\forall i \neq j: v_i \neq v_j$)
 - L'ordine dipende dall'elencazione ($i < j: v_i < v_j$)
 - Gli unici valori del tipo sono quelli elencati (solo v_i , $i=1 \dots n$ appartiene al tipo T)

Tipi Ordinali

Subrange

Quando un dato assume un intervallo di valori che è un *subrange* dei valori descritti da un certo tipo *ordinale* esistente il suo tipo può essere definito come un subrange di quel tipo ospite

- Basati su un tipo ordinale preesistente
 - Tipo *Ospite*
- Definiti specificando *il più piccolo valore* e *il più grande valore* dell'intervallo dei valori rappresentati dal subrange
 - tipo $T : [v_{\min} \dots v_{\max}]$
 - $v_{\min} \leq v_{\max}$ e devono essere dello stesso tipo

Tipi Ordinali

Esempio

- Enumerativo

- tipo giorno : (lun, mar, mer, gio, ven, sab, dom)
 - x : giorno (dichiarativa della variabile con identificatore x e di tipo giorno)
 - $x \leftarrow \text{gio}$ (assegnazione del valore gio alla variabile x)
 - se $x < \text{sab}$ allora ...
 - $\text{pred}(\text{gio}) = \text{mer}$
 - $\text{succ}(\text{gio}) = \text{ven}$

- Subrange

- tipo feriale : [lun ... sab]

N.B. Non è permesso definire un subrange del tipo reale poichè esso non è un tipo ordinale