

Steinschlag

Challenge cwm1



Nabil Mikhael, Alessandro Gregori, Perinpagumar Munnathan, Aswin Senthilrajan

Windisch, 14. Januar 2024

Inhaltsverzeichnis

2	Aufgabenstellung	3
3	Projektgrundlagen	3
4	Ablaufdiagramm	4
5	Explorative Datenanalyse	4
6	Bestimmung Zufallsvariablen und Verteilungen	7
7	Berechnung Todeswahrscheinlichkeit	9
8	Monte Carlo Simulation	12
9	Empfehlungen an den Kantonsingenieur	14

2 Aufgabenstellung

Die Kantonsstrasse unterhalb Schiers (GR) ist vom Steinschlag betroffen. Steine lösen sich von zwei unterschiedlichen Stellen an der Felswand ab (Ablösungszone 1 und Ablösungszone 2). Der betroffene Strassenabschnitt ist mit Steinfangnetzen gesichert, die jedoch in die Jahre gekommen sind und die angestrebte Sicherheit nicht mehr gewährleisten können. Die Planung für Ersatznetze hat bereits begonnen, kann aber frühestens in einem Jahr umgesetzt werden.

In den letzten Monaten haben sich mehrere Steinschlagereignisse ereignet. Kommt es im Lauf des nächsten Jahres zu weiteren vergleichbaren Ereignissen, könnten die alten Sicherheitsnetze versagen und die Verkehrsteilnehmer einem grossen Sicherheitsrisiko ausgesetzt sein. Die Bevölkerung ist verunsichert und der Kantonsingenieur muss schnell entscheiden, ob das Risiko für die Verkehrsteilnehmer zu gross ist und die Kantonsstrasse vorübergehend gesperrt werden muss. Der Kantonsingenieur hat sie beauftragt, anhand von vorhanden Daten die Wahrscheinlichkeit eines Todesfalls zu berechnen und eine Empfehlung bezüglich der Schliessung beziehungsweise Offenhaltung der Strasse auszusprechen.

Damit die Strasse offenbleiben kann, muss gezeigt werden, dass die jährliche Wahrscheinlichkeit von Todesfällen infolge Steinschlags kleiner als 10^{-4} ist. Für die Berechnungen soll ein gut strukturierter und dokumentierter Code in Python entwickelt werden.

3 Projektgrundlagen

Folgende Projektgrundlagen stehen zur Verfügung:

Für die Planung der neuen Sicherheitsnetze, hat ein beauftragter Geologe, über drei Monate Daten zu den Steinschlagereignisse aufgenommen. Dabei wurde Steingeschwindigkeit, Steinmasse und der Zeitpunkt des Ereignisses für zwei Ablösungszonen registriert und zur Modellbildung zur Verfügung gestellt.

NB: Die Geschwindigkeit ist durch einen Radar aufgenommen und sehr präzise. Die Masse ist eine Experten-Schätzung des Geologen.

Ein beauftragtes Ingenieurbüro hat geschätzt, dass die Sicherheitsnetze bis zu einer Aufprallenergie von 1000 kJ sicher sind. Falls bereits ein Stein mit über 2000 kg in den Sicherheitsnetzen liegt, beträgt die Aufprallenergie, die von den Sicherheitsnetzen aufgenommen werden kann, nur noch 500 kJ. Steine in den Sicherheitsnetze werden vom Unterhaltsteam entfernt (die Reaktionszeit beträgt 24 Stunden).

Das tägliche Verkehrsaufkommen beträgt 1200 Autos. Stau kommt auf der Strecke nicht vor. Das Tempolimit beträgt 60 km/h.

4 Ablaufdiagramm

Das folgende Ablaufdiagramm stellt den Prozess vom Steinschlag bis zum tödlichen Treffer dar, wobei zwischen direktem Treffer durch Steinschlag und indirekten Treffer durch Auffahrunfall unterschieden wird. Direkte Treffer führen zum Tod. Bei indirekten Treffern wird zudem die Letalitätssrate berücksichtigt. Die zur Berechnung der Todeswahrscheinlichkeit verwendeten Parameter werden detailliert in Kapitel 6 dargestellt.

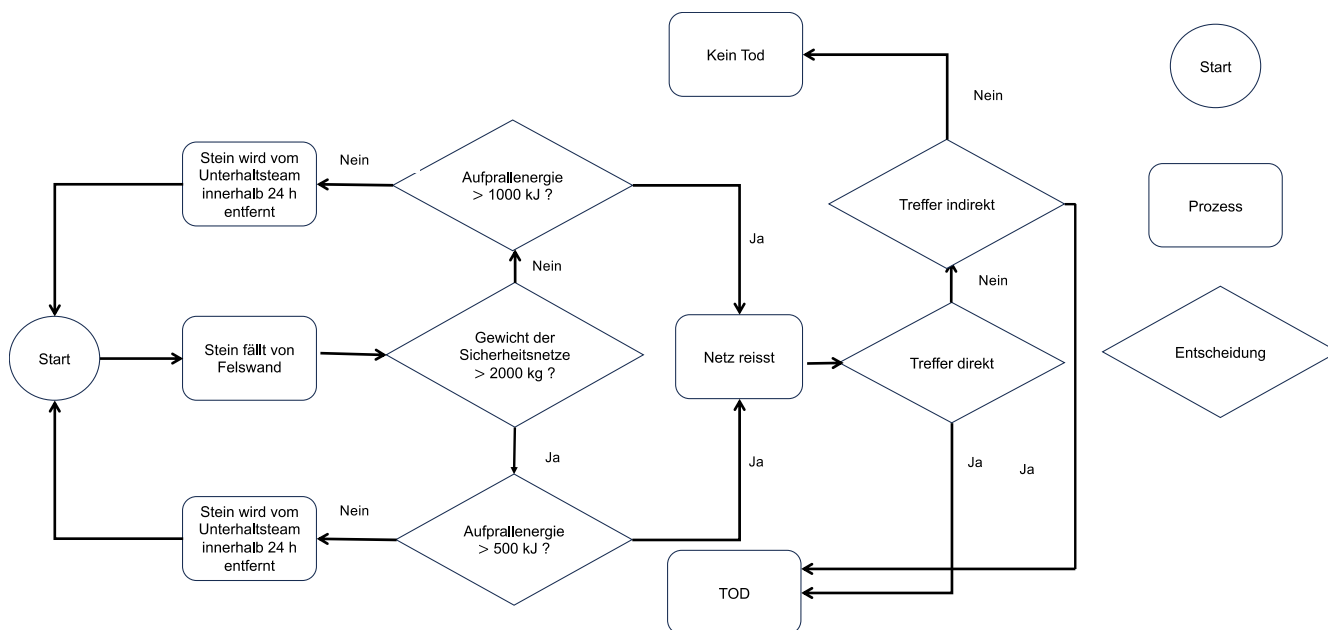


Abbildung 1: Ablaufdiagramm

5 Explorative Datenanalyse

Für die explorative Datenanalyse werden die Steinschlagereignisse aus den Ablösungszonen 1 und 2 ausgewertet. Jeder Datensatz enthält Angaben zu Datum, Uhrzeit, Masse (in kg) und Geschwindigkeit (in m/s) jedes Steinschlagereignisses. Zur Vertiefung unserer Analyse haben wir die Datensätze um drei wesentliche Spalten erweitert: kinetische Energie (in kJ), «DateTime» und «TimeDiffHours». Die kinetische Energie wurde gemäss der Formel

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$$

berechnet. Die Spalte «DateTime» dient der Umwandlung von Datum und Uhrzeit in ein einheitliches Datetime-Format, während «TimeDiffHours» die zeitliche Differenz in Stunden zwischen aufeinanderfolgenden Steinschlagereignissen kalkuliert.

In der Ablösungszone 1 ist ein Steinschlagereignis mit einer Masse von 0 kg enthalten, was nicht plausibel erscheint. Um den Informationsgehalt unseres begrenzten Datensatzes zu bewahren, ersetzen wir diesen Wert durch den Median der Masse in dieser Zone.

Um eine detaillierte Einschätzung der stetigen Variablen von Masse und Geschwindigkeit zu erhalten, haben wir verschiedene Diagramme zur Visualisierung der Daten in den Ablösungszonen 1 und 2 eingesetzt. Diese Darstellung erleichtert die Erkennung potenzieller Korrelationen zwischen den

verschiedenen Variablen. Darüber hinaus erfolgte ein Vergleich der Ablösungszonen, um zu beurteilen, ob eine Zusammenführung der Datensätze aus beiden Zonen sinnvoll ist.

Die in Abbildung 2 und 3 dargestellten Streudiagramme (Scatter-Diagrams) visualisieren die Beziehung zwischen der Masse und der Geschwindigkeit bei Steinschlagereignissen. Jeder Punkt im Diagramm repräsentiert ein individuelles Ereignis, wobei die horizontale Achse die Masse der Steine (in kg) und die vertikale Achse ihre Geschwindigkeit (in m/s) anzeigt. Zusätzlich wird die kinetische Energie (in kJ) als Farb- und Grössenskalierung dargestellt.

In Ablösungszone 1 variieren die Massen der Steinschlagereignisse stark, mit einigen Ereignissen, die Massen von bis zu 3000 kg erreichen. Die Geschwindigkeiten dieser Steine liegen meist zwischen 4 und 14 m/s.

Im Gegensatz dazu zeigt Ablösungszone 2 eine Tendenz zu geringeren Massen, typischerweise unter 500 kg, aber mit deutlich höheren Geschwindigkeiten, die zwischen 25 und 45 m/s liegen. Interessanterweise ist die Energie der Steine dadurch auch wesentlich höher als in Ablösungszone 1, da die kinetische Energie im Gegensatz zur Masse nicht linear, sondern quadratisch zur Geschwindigkeit proportional ist. ($E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$).

Der in Abbildung 4 dargestellte Boxplot der kinetischen Energie zeigt in Ablösungszone 2 eine breitere Verteilung der kinetischen Energie mit höheren Werten als Zone 1, was sich in einem breiteren Interquartilsabstand (IQR) und längeren Whiskers manifestiert. Beide Ablösungszonen sind rechtsschief verteilt, mit einem Median näher am unteren Ende der Box.

Insgesamt kann geschlussfolgert werden, dass die Ablösungszonen unterschiedliche physikalische Bedingungen aufweisen müssen, wie etwa Unterschiede in der Geländebeschaffenheit, und daher eine Zusammenführung der Datensätze nicht sinnvoll erscheint (unterschiedliche Grundgesamtheiten für Fragestellung).

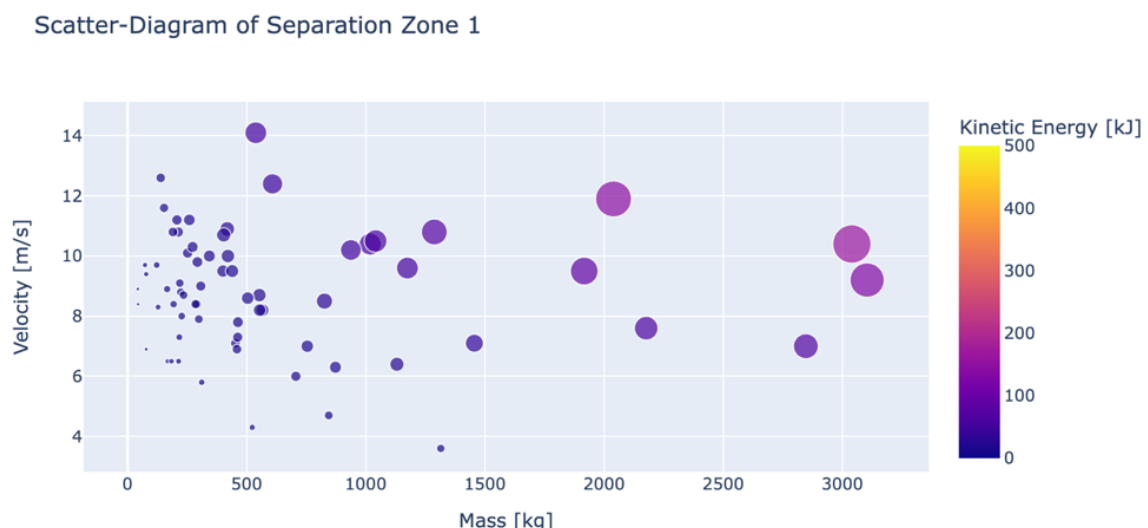


Abbildung 2: Streudiagramm Ablösungszone 1

Scatter-Diagram of Separation Zone 2

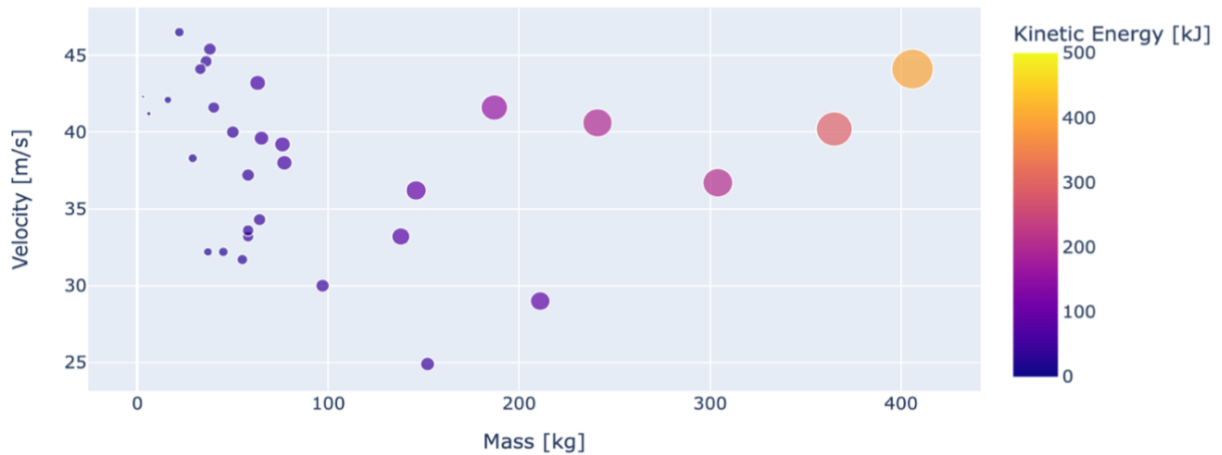


Abbildung 3: Streudiagramm Ablösungszone 2

Rockfall Boxplot By Kinetic Energy

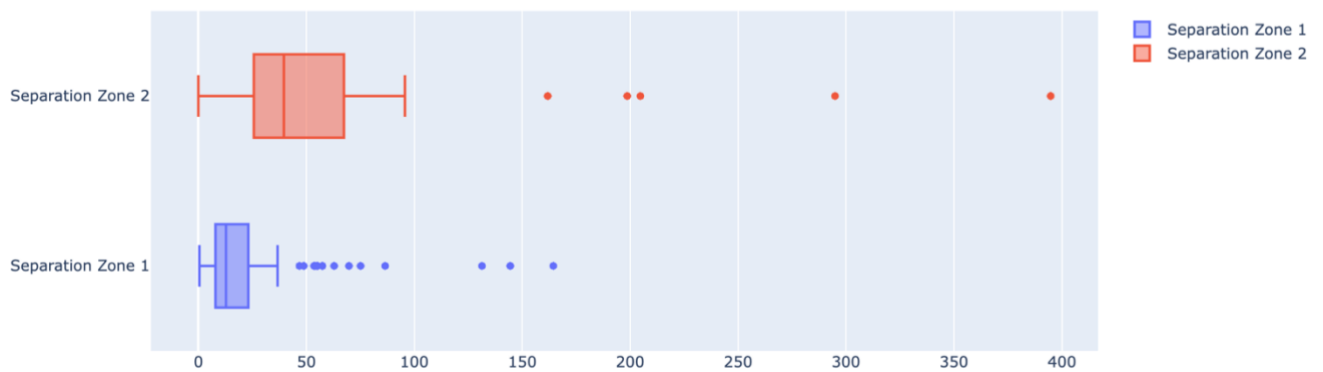


Abbildung 4: Boxplot kinetische Energie

Zeitdifferenz «TimeDiffHours»

Die Steinschlagereignisse treten in dem betrachteten Zeitraum von 3 Monaten zeitlich zufällig auf. Ablösungszone 2 zeigt im Allgemeinen längere Zeiträume zwischen den Ereignissen als Ablösungszone 1 auf, was durch die höheren Peaks (Spitzen) gekennzeichnet ist. Aus der Verteilung der Zeitdifferenzen lässt sich dennoch kein erkennbarer Trend identifizieren (siehe Abbildung 5). Das untermauert die Erkenntnis, dass die beiden Zonen unabhängig voneinander simuliert werden müssen.

Time Between Events over Time

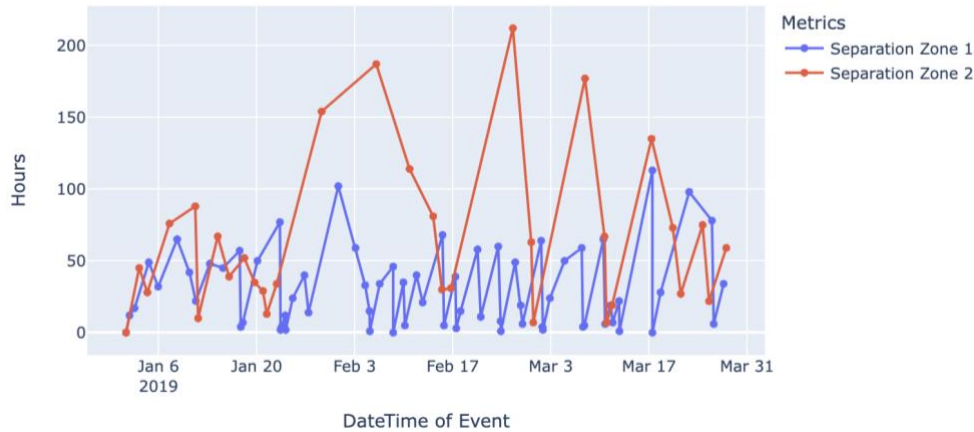


Abbildung 5: Zeitdifferenz zwischen Steinschlagereignissen in Stunden

6 Bestimmung Zufallsvariablen und Verteilungen

Die Auswahl der, für die Fragestellung relevanten, Wahrscheinlichkeitsverteilung ist entscheidend, da die gewählte Verteilung in der Monte Carlo-Simulation eingesetzt wird und somit einen erheblichen Einfluss auf das Endergebnis hat. Die korrekte Auswahl ermöglicht es uns, die Daten präzise zu modellieren und zuverlässige Vorhersagen zu treffen.

Folgende Zufallsvariablen und Verteilungen wurden definiert:

Zufallsvariable	Verteilung	Begründung für Auswahl
Ablösungszone 1		
Zeitabstände [h]	Gamma	Verteilung deckt sich gut mit vorhandenem Datensatz
Geschwindigkeit [m/s]	Normal	Symmetrische Verteilung der Daten
Masse [kg]	Gamma	Passt gut für die höheren, wirkungsvolleren Werte
Ablösungszone 2		
Zeitabstände [h]	Gamma	Verteilung deckt sich gut mit vorhandenem Datensatz
Geschwindigkeit [m/s]	Normal	Symmetrische Verteilung der Daten
Masse [kg]	Gamma	Passt gut für die höheren, wirkungsvolleren Werte

Für die stetigen Zufallsvariablen wurden kumulative Verteilungsfunktionen erstellt, um zu entscheiden, ob die gewählte Wahrscheinlichkeitsverteilung am ehesten dazu passt.

Die Analyse der kumulativen Verteilungsfunktion ist eine effektive Methode, um zu überprüfen, ob die gewählte theoretische Verteilung gut zu den vorhandenen Daten passt. Sie zeigt den Anteil der Werte, die unter einem bestimmten Wert liegen, und bietet einen visuellen Vergleich zwischen der Verteilung der vorhandenen Daten und der theoretischen Verteilung.

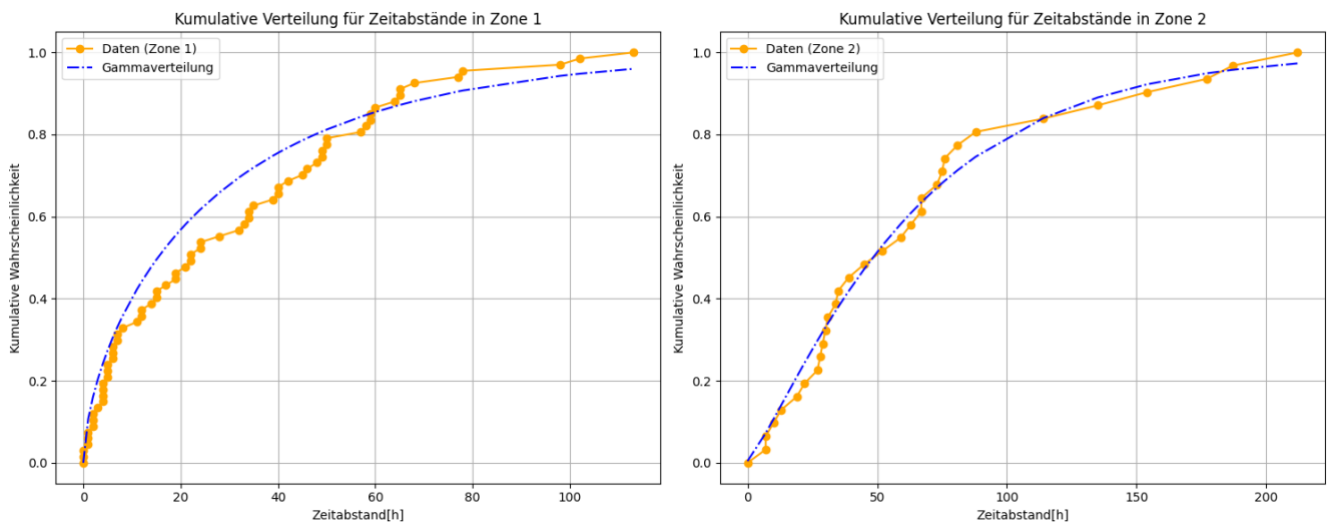


Abbildung 6: Kumulative Verteilung für Zeitabstände in Zone

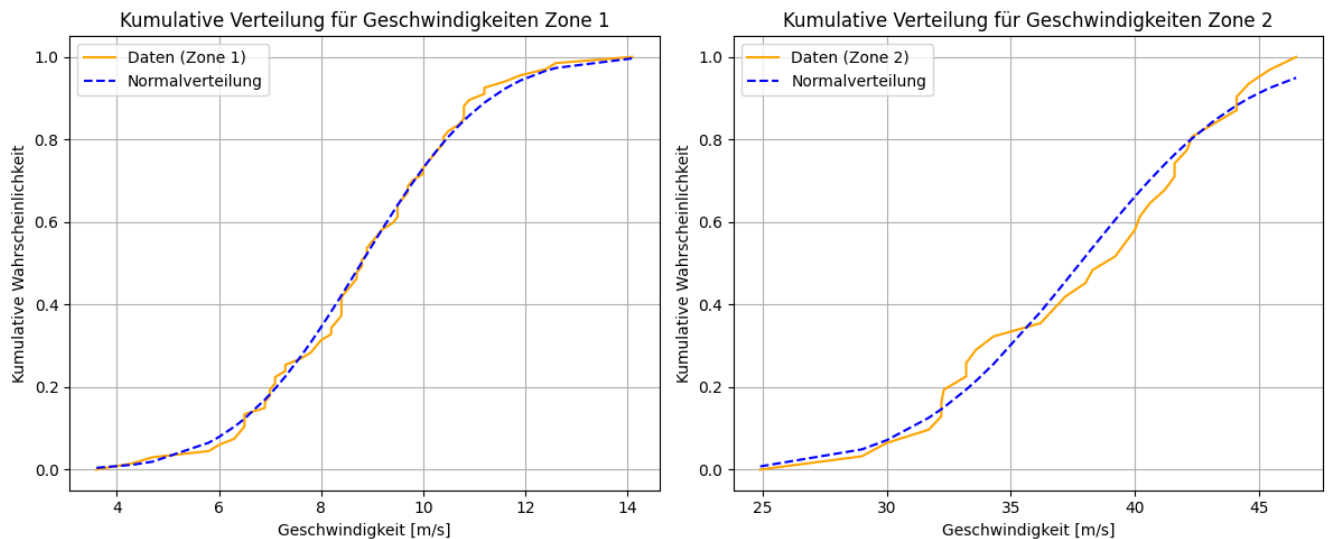


Abbildung 7: Kumulative Verteilung für Geschwindigkeiten

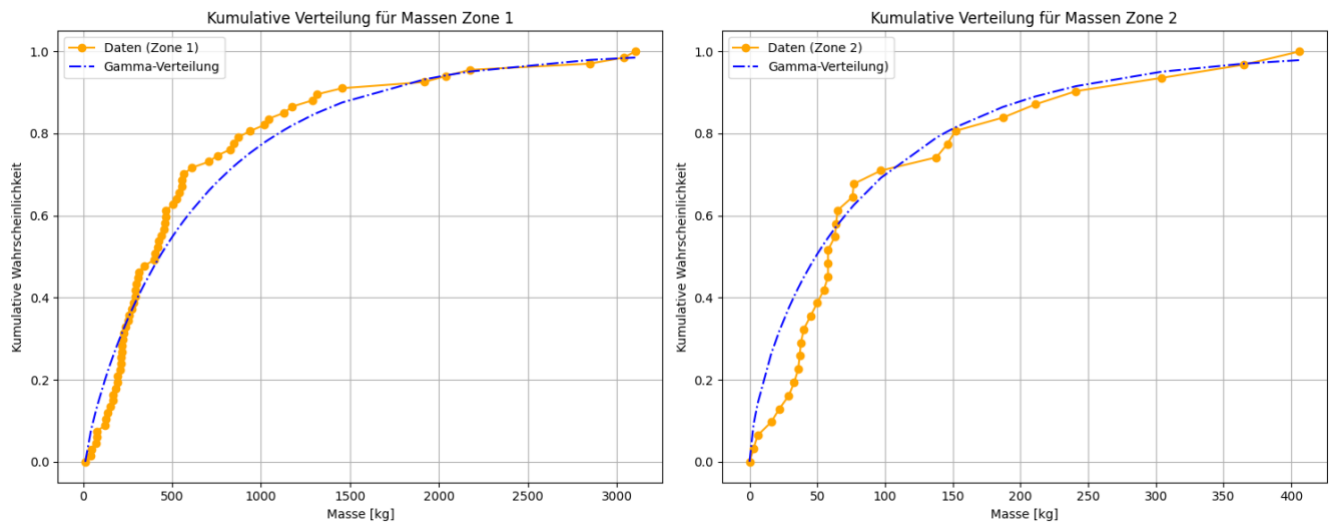


Abbildung 8: Kumulative Verteilung für Massen

7 Berechnung Todeswahrscheinlichkeit

Es ist wichtig, zwischen direkten und indirekten Treffern durch Steinschläge zu unterscheiden. Ein direkter Treffer bezeichnet eine Situation, in der Personen im Fahrzeug unmittelbar von einem Steinschlag getroffen werden. In solchen Fällen gehen wir aufgrund der hohen punktuellen kinetischen Energien und der möglichen Netzdurchbrüche davon aus, dass jeder direkte Treffer tödlich ist.

Im Gegensatz dazu beschreibt ein indirekter Treffer eine Situation, in der das Fahrzeug aufgrund eines verkürzten Bremsweges mit einem auf der Fahrbahn liegenden Stein kollidiert. Für diese Art von Unfall nehmen wir an, dass die Wahrscheinlichkeit, bei einer Kollision mit 60 km/h tödlich zu verunglücken, bei 10% liegt (siehe Beilage «Zusatzabgabe_Besprechung_Christoph_Nänni»).

Die Risikozeitanteile direkter und indirekter Treffer können als eine Art Präsenzwahrscheinlichkeit angesehen werden und beschreiben den Anteil eines Tages, den ein Fahrzeug durchschnittlich in einer Gefahrenzone verbringt. Sie werden als Faktor in die Berechnung der jährlichen Gesamttodeswahrscheinlichkeit einbezogen. Die Berechnung und Arbeitsschritte dazu werden im Folgenden detailliert erklärt.

Für die Berechnung der Gesamttodeswahrscheinlichkeit werden folgende Parameter verwendet:

Parameter	Wert	Quelle
Geschwindigkeit	60 km/h	Projektgrundlagen
Verkehrsaufkommen	1200 Fahrzeuge pro Tag	Projektgrundlagen
Fahrzeuglänge	4.4 m	Bundesamt für Statistik (BFS)
Fahrzeugbesetzungsgrad	1.6 Personen / Fahrzeug	Kanton Graubünden
Letalität bei 60 km/h	10 %	Kanton Graubünden
P (Steinnetzbruch pro Jahr)	0.0023%	Simulation
Reaktionszeit	1 Sekunde	BFU, Beratungsstelle für Unfallverhütung
Risikozeitanteil direkter Treffer	0.37 %	eigene Berechnung
Risikozeitanteil indirekter Treffer	0.44 %	eigene Berechnung

Gesamttodeswahrscheinlichkeit pro Jahr (formal):

= (Risikozeitanteil direkter Treffer + Risikozeitanteil indirekter Treffer) * Fahrzeugbesetzungsgrad * P (Steinbruch pro Jahr)

Gesamttodeswahrscheinlichkeit pro Jahr(rechnerisch):

= (0.37 + 0.44) * 1.6 * 0.0023 *

Risikozeitanteil direkter Treffer

Der Risikozeitanteil direkter Treffer wird wie folgt berechnet:

Bestimmung der Durchfahrtszeit eines Fahrzeugs durch die Gefahrenzone:

Geht man davon aus, dass die Länge des Schutznetzes mit der räumlichen Ausdehnung der Gefahrenzone übereinstimmt, ergibt sich daraus, dass die Netzlänge in Bezug auf die Verteilung der Aufprallenergie bei einem Unfall an Bedeutung verliert. Dies bedeutet, dass eine Verlängerung der Gefahrenzone und somit auch der Netzlänge zwar die Zeit erhöht, die ein Fahrzeug im Gefahrenbereich verbringt, jedoch gleichzeitig die Intensität eines möglichen Aufpralls verringert. Im Gegensatz dazu führt eine kürzere Gefahrenzone, die ungefähr die Länge eines Fahrzeugs aufweist, zu einer stärkeren kinetischen Energie beim Aufprall. Vor diesem Hintergrund ist die Durchfahrtszeit eines Fahrzeugs durch die Gefahrenzone wie folgt zu betrachten:

$$t_{\text{pass}} = \frac{\text{Länge der Gefahrenzone}}{v} = \frac{4.4}{\frac{60}{3.6}} \approx 0.264 \text{ s}$$

Berechnung der gesamten Durchfahrtszeit aller Fahrzeuge pro Tag

$$\begin{aligned} &= \text{Anzahl der Fahrzeuge pro Tag} * \text{Durchfahrtszeit eines Fahrzeugs} \\ &= 1200 \text{ Fahrzeuge} * 0.264 \text{ Sekunden} \\ &= 316.8 \text{ Sekunden} \end{aligned}$$

Risikozeitanteil / Zeitliche Präsenzwahrscheinlichkeit

Schritt 3 beinhaltet die Berechnung der Wahrscheinlichkeit, dass zu einem zufälligen Zeitpunkt ein Fahrzeug den Gefahrenbereich durchquert. Hierfür wird die gesamte Durchfahrtszeit aller Fahrzeuge pro Tag (316,8 Sekunden) ins Verhältnis zur Gesamtzeit eines Tages (86.400 Sekunden) gesetzt. Dies liefert den Anteil der Zeit, in dem Fahrzeuge täglich dem Risiko im Gefahrenbereich ausgesetzt sind.

$$= \frac{\text{Gesamte Durchfahrtszeit aller Fahrzeuge pro Tag}}{\text{Gesamtzeit pro Tag}} = \frac{316.8 \text{ Sekunden}}{86.400 \text{ Sekunden}} = 0.003667 \text{ oder } 0.367 \%$$

Risikozeitanteil indirekter Treffer

Der Risikozeitanteil für einen indirekten Treffer respektive Auffahrunfall wird wie folgt berechnet:

$$\text{Reaktionsweg} = \text{Geschwindigkeit in m/s} * \text{Reaktionszeit in Sekunden} = 16.67 \text{ m/s} * 1 \text{ s} = 16.67 \text{ m}$$

$$\text{Bremsweg} = \left(\frac{\text{Geschwindigkeit in km/h}}{10} \right)^2 = \left(\frac{60 \text{ km/h}}{10} \right)^2 = 36 \text{ m}$$

$$\text{Gesamter Anhalteweg} = \text{Reaktionsweg} + \text{Bremsweg} = 16.67 \text{ m} + 36 \text{ m} = 52.67 \text{ m}$$

$$\text{Zeit pro Fahrzeug für Anhalteweg} = \frac{\text{Gesamter Anhalteweg}}{\text{Geschwindigkeit in m/s}} = \frac{52.67 \text{ m}}{16.67 \text{ m/s}} = 3.16 \text{ s}$$

$$\text{Gesamte Risikozeit aller Fahrzeuge pro Tag} = 1200 \text{ Fahrzeug} * 3.16 \text{ s} * 0.1 (\text{Letalität}) = 379.2 \text{ s}$$

$$\text{Risikozeitanteil} = \frac{\text{Gesamte Risikozeit aller Fahrzeuge pro Tag}}{\text{Gesamtzeit pro Tag}} = \frac{379.2 \text{ s}}{86400 \text{ s}} = 0.004389 \text{ oder } 0.44 \%$$

8 Monte Carlo Simulation

Die Simulationsdaten werden anhand unserer Ereignisdaten von Ablösezone 1 und 2 generiert. Dabei wurde der Ausreisser mit dem Median ersetzt, damit die Simulation nicht zu stark abweicht. Die Simulationsdaten wurden für Zone 1 und 2 separat erzeugt.

Für die Monte Carlo Simulation werden Simulationsdaten für unsere Zufallsvariablen erstellt:

Zufallsvariable	Verteilung
Zeitabstand (h)	Gamma
Geschwindigkeit (m/s)	Norm
Masse (kg)	Gamma

Simulieren der Zufallsvariablen

Zuerst wurden die Zeitabstände simuliert, bis die Gesamtanzahl Stunden dem Simulationszeitraum (1'000'000 Jahre, siehe unten) entspricht. Anhand dieser Anzahl Ereignisse wurden dazu die Geschwindigkeit und Masse simuliert.

Verarbeitung der Simulationsdaten

1. Kinetische Energie berechnen

Mit den simulierten Zufallsvariablen Geschwindigkeit und Masse kann die kinetische Energie (kJ) berechnet werden.

2. Datum und Uhrzeit ermitteln

Anhand der Zeitabstände können Datum und Uhrzeit berechnet werden. Da der Datentyp 'Datetime' in Python für Simulationen über mehrere tausend Jahre nicht ausreichend ist, wurde mithilfe von 'Numpy' eine speziell angepasste Version von 'Datetime' erstellt.

3. Kumulatives Gewicht im Netz ermitteln

Nachdem das Datum und die Uhrzeit ermittelt wurden, haben wir die Simulationsdaten der Zonen 1 und 2 zusammengefasst, da beide Zonen auf das gleiche Netz einwirken.

Nun wurde das Gewicht im Netz kumulativ berechnet.

Mit der Bedingung, dass jeden Tag um 23:30 das Netz geleert wird (das Netzgewicht wird auf 0 kg gesetzt).

Berechnung der Wahrscheinlichkeit

1. Netzbruchwahrscheinlichkeit berechnen

Die Formel zur Netzbruchwahrscheinlichkeit wird mit folgender Grafik hergeleitet:

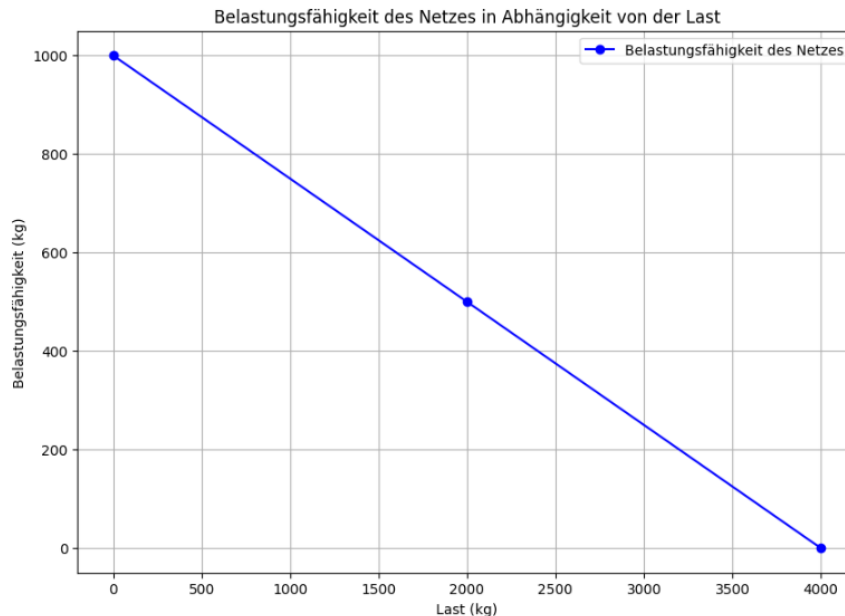


Abbildung 9: Belastungsfähigkeit des Netzes in Abhängigkeit von der Last

$$\text{Belastungsfähigkeit (kg)} = -0.25 \cdot \text{Last (kg)} + 1000 \text{ (kg)}$$

Die Gesamtanzahl Netzbrüche wurde zum Schluss durch die Gesamtanzahl Ereignisse verrechnet:

$$\text{Netzbruchwahrscheinlichkeit} = \frac{\text{Gesamtanzahl Netzbrüche}}{\text{Gesamtanzahl Ereignisse}}$$

2. Gesamttodeswahrscheinlichkeit berechnen

Mittels der Berechnung der Todeswahrscheinlichkeit von «Direkter/Indirekter Treffer» kann die Gesamttodeswahrscheinlichkeit berechnet werden.

$$\text{Gesamttodeswahrscheinlichkeit pro Jahr(rechnerisch)} = (0.37 + 0.44) \cdot 1.6 \cdot P(\text{Steinbruch pro Jahr})$$

Konvergieren der Simulation

Um die Konvergenzzeit der Simulation zu bestimmen, wurden Simulationsläufe über Zeiträume von 100'000, 200'000 und 300'000 Jahren analysiert. Dabei zeigte sich, dass die Differenz der Maximal- und Minimalwerte der Netzbruchwahrscheinlichkeit in jedem 100'000-Jahres-Intervall um etwa die Hälfte abnahmen. Eine genauere Untersuchung ergab, dass die Simulation erst nach einer Million Jahren eine signifikante Konvergenz zur Netzbruchwahrscheinlichkeit (ca. 0.0023%) zeigt.

9 Empfehlungen an den Kantonsingenieur

Damit die Strasse offenbleiben kann, muss gezeigt werden, dass die jährliche Wahrscheinlichkeit von Todesfällen infolge Steinschlags kleiner als 10^{-4} ist. Anhand unserer Simulation und Berechnungen sind wir auf eine jährliche Todeswahrscheinlichkeit von **$3.0407 \times 10^{-5} \%$** gekommen. Daher ist der betreffende Strassenabschnitt sicher genug für die Bevölkerung und kann weiterhin geöffnet bleiben.