

Cuadrice Dublu Riglate în Arhitectură

Andreiana Bogdan Mihail, Ghiță Vlăduț Adrian, Scânteie Alexandru Ioan

28 mai 2025

Cuprins

1	Introducere	3
2	Fundamentele Matematice	3
2.1	Definiția Cuadricelor Dublu Riglate	3
2.2	Hiperboloidul cu o Pânză	3
2.2.1	Definiția și Ecuația Canonică	3
2.2.2	Proprietăți Geometrice	3
2.2.3	Generatoarele Rectilinii	4
2.3	Paraboloidul Hiperbolic	4
2.3.1	Definiția și Ecuația Canonică	4
2.3.2	Proprietăți Geometrice	4
2.3.3	Avantaje Constructive	4
3	Aplicații în Arhitectura Modernă	5
3.1	Avantajele Arhitecturale ale Cuadricelor Dublu Riglate	5
3.2	Studii de Caz Semnificative	5
3.2.1	Gara din Predeal, România (1966-1968)	5
3.2.2	Sagrada Família, Barcelona, Spania (1882-prezent)	5
3.2.3	Turnul Portului Kobe, Japonia (1963)	6
3.2.4	Scotiabank Saddledome, Calgary, Canada (1983)	6
3.3	Arhitecți și Ingineri Vizionari	6
3.3.1	Antoni Gaudí (1852-1926)	6
3.3.2	Félix Candela (1910-1997)	7
3.3.3	Experimente Arhitecturale în România și Contextul Internațional	7
4	Impactul asupra Arhitecturii Contemporane	7
4.1	Tehnologii Moderne de Proiectare și Construcție	7
4.2	Sustenabilitatea și Eficiența Energetică	7
5	Concluzii	8

1 Introducere

Cuadricele dublu riglate reprezintă o fascinantă întâlnire între matematică și arhitectură, demonstrând cum principiile geometrice avansate pot fi traduse în structuri reale de o frumusețe și funcționalitate remarcabile. Aceste suprafețe matematice, caracterizate prin proprietatea unică că prin fiecare punct al lor trec două drepte distincte conținute integral pe suprafață, au devenit fundamentul unor capodopere arhitecturale din întreaga lume.

De la Sagrada Família a lui Antoni Gaudí la modernista Gară din Predeal, de la Turnul Portului Kobe la arena Saddledome din Calgary, aceste forme geometrice demonstrează că matematica nu este doar un exercițiu teoretic, ci este capabilă să genereze spații care inspiră și funcționează în perfectă armonie cu necesitățile umane.

2 Fundamentele Matematice

2.1 Definiția Cuadricelor Dublu Riglate

O suprafață este considerată **dublu riglată** dacă prin fiecare punct al său trec două drepte distincte care sunt în întregime conținute în acea suprafață. Aceste drepte formează două familii distincte de generatoare rectilinii, cu proprietatea fundamentală că:

- Oricare două generatoare din aceeași familie nu se intersectează și sunt necoplanare
- Oricare două generatoare din familii diferite sunt coplanare și se intersectează într-un singur punct

În geometria diferențială, există doar trei tipuri de suprafețe dublu riglate: planul, paraboloidul hiperbolic și hiperboloidul cu o pânză. Aceste două din urmă sunt principalele quadrice dublu riglate utilizate în arhitectură.

2.2 Hiperboloidul cu o Pânză

2.2.1 Definiția și Ecuația Canonică

Hiperboloidul cu o pânză este locul geometric al punctelor din spațiu ale căror coordonate (x, y, z) satisfac ecuația canonică:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (1)$$

unde a, b, c sunt numere reale strict pozitive, reprezentând parametrii care determină forma hiperboloidului.

2.2.2 Proprietăți Geometrice

Hiperboloidul cu o pânză prezintă caracteristici geometrice remarcabile:

- Este o suprafață conexă și necompactă
- Prezintă o îngustare caracteristică la mijloc, cunoscută sub numele de "gât"
- Se extinde la infinit în ambele direcții ale axei z
- Două generatoare rectilinii concurente din familii diferite determină planul tangent la hiperboloid în punctul lor de intersecție

2.2.3 Generatoarele Rectilinii

Ecuțiile celor două familii de generatoare rectilinii ale hiperboloidului pot fi exprimate parametric, demonstrând că întreaga suprafață poate fi generată prin mișcarea unei drepte în spațiu conform unor reguli geometrice precise. De exemplu, o familie de generatoare poate fi dată de sistemul:

$$\begin{cases} \lambda \left(\frac{x}{a} - \frac{z}{c} \right) = 1 - \frac{y}{b} \\ \frac{x}{a} + \frac{z}{c} = \lambda \left(1 + \frac{y}{b} \right) \end{cases}$$

unde λ este un parametru real.

2.3 Paraboloidul Hiperbolic

2.3.1 Definiția și Ecuația Canonică

Paraboloidul hiperbolic, cunoscut popular ca "șa de cal" datorită formei sale caracteristice, este definit prin ecuația:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = z \quad (2)$$

Această suprafață se caracterizează prin curburi de semne opuse în direcții perpendiculare, creând forma distinctivă de șa.

2.3.2 Proprietăți Geometrice

Paraboloidul hiperbolic prezintă următoarele caracteristici importante:

- Punctul de origine $(0, 0, 0)$ este un punct de șa (punct critic de tip hiperbolic).
- Intersecțiile cu plane paralele cu planul xOz sunt parabole (dacă $b \neq 0$).
- Intersecțiile cu plane paralele cu planul yOz sunt parabole (dacă $a \neq 0$).
- Intersecțiile cu plane paralele cu planul xy ($z = k$, $k \neq 0$) sunt hiperbole. Dacă $k = 0$, intersecția este formată din două drepte.
- Toate generatoarele dintr-o aceeași familie sunt paralele cu un același plan director.

2.3.3 Avantaje Constructive

Proprietatea fundamentală a paraboloidului hiperbolic de a fi compus din segmente de dreaptă îl face extrem de atractiv pentru aplicații arhitecturale:

- Construcție facilitată prin utilizarea exclusivă a grinzilor drepte
- Economie de material și simplificarea proceselor de fabricație
- Posibilitatea prefabricării elementelor structurale
- Distribuție optimă a încărcărilor pe suprafața curbată

3 Aplicații în Arhitectura Modernă

3.1 Avantajele Arhitecturale ale Cuadricelor Dublu Riglate

Utilizarea cuadricelor dublu riglate în arhitectură oferă beneficii multiple:

- **Eficiență structurală:** Distribuția optimă a forțelor și rezistența superioară
- **Economia constructivă:** Folosirea elementelor prefabricate standard
- **Expresie estetică:** Forme organice și dinamice care se integrează armonios în peisaj
- **Funcționalitate:** Crearea de spații vaste fără suport intermediar

3.2 Studii de Caz Semnificative

3.2.1 Gara din Predeal, România (1966-1968)

Gara din Predeal reprezintă un exemplu remarcabil de experimentare cu suprafețele dublu riglate în arhitectura românească din anii 1960. Proiectul a fost realizat de **arhitecții Irina Rosetti și Ilie Dumitrescu**, cu inginerii **Mircea Mihăilescu și Ildikó Bucur Horváth**. Studiile pentru forma acoperișului au început în toamna anului 1966, iar clădirea a fost inaugurată în 1968.

Caracteristici tehnice:

- **Locație:** Predeal, la altitudinea de 1.032 m (cel mai înalt punct din rețeaua CFR)
- **Structură:** Acoperișul în formă de paraboloid hiperbolic asimetric, realizat ca învelitoare subțire de beton
- **Plan:** Romboidal, acoperind clădirea gării cu o formă organică
- **Context internațional:** Face parte dintr-o tendință globală de experimentare cu pânze subțiri de beton, promovată prin IASS (International Association for Shell and Spatial Structures)

Această realizare se înscrie într-un context internațional de experimentare arhitecturală, alături de proiecte similare precum gara Ochota din Varșovia sau pavilionul izvorului 24 din stațiunea Olănești.

3.2.2 Sagrada Família, Barcelona, Spania (1882-prezent)

Antoni Gaudí a utilizat extensiv structuri hiperboloidale în această capodoperă arhitecturală, mai evident după 1914. Hiperboloidele se regăsesc în:

- Coloanele principale care se ramifică ca copacii către tavan
- Bolțile navei centrale, transeptului și absidei
- Designul ferestrelor care creează efecte dramatice de lumină și umbră
- Turnurile care se înalță spre cer în forme spiralate

Inovații tehnice ale lui Gaudí:

- Dezvoltarea unui sistem de calculare a forțelor folosind modele de sfoară și greutate
- Eliminarea necesității contraforturilor clasice
- Crearea de spații luminoase cu acustică optimă
- Integrarea simbolismului religios în geometrie

3.2.3 Turnul Portului Kobe, Japonia (1963)

Cu o înălțime de 108 metri, acest turn de observație demonstrează aplicarea hiperboloidului în structuri înalte. Proiectat de compania Nikken Sekkei, designul este inspirat de tamburul tradițional japonez *tsuzumi*. Turnul este pictat într-o culoare portocaliu ars și este înconjurat de 32 de stâlpi de oțel roșii.

Avantaje structurale:

- Primul turn construit folosind o structură de zăbrele țevi
- Rezistență superioară la vânt comparativ cu structurile cilindrice
- Stabilitate seismică optimă pentru condițiile din Japonia
- Economia de material prin utilizarea structurii riglate
- Vizibilitate excelentă din toate direcțiile

3.2.4 Scotiabank Saddledome, Calgary, Canada (1983)

Arena sportivă cu acoperișul iconic în formă de paraboloid hiperbolic, cunoscută pentru designul său distinctiv inspirat de șeaua calului. Proiectată de Graham McCourt Architects, arena a câștigat multiple premii arhitecturale.

Realizări tehnice:

- Acoperire a unei suprafețe de peste 20.000 m² fără coloane interioare
- Structură hiperbolică paraboloidă inversată, construită din panouri prefabricate de beton ușor
- Adaptare optimă la condițiile climatice extreme ale Calgary
- Eficiență termică superioară pentru o arenă de hockey
- Capacitate de 19.289 spectatori cu vizibilitate perfectă

3.3 Arhitecți și Ingineri Vizionari**3.3.1 Antoni Gaudí (1852-1926)**

Arhitectul catalan este recunoscut pentru explorarea profundă a geometriei și a formelor naturale în arhitectură. Gaudí a înțeles intuitiv și a aplicat principiile suprafețelor riglate pentru a crea structuri stabile, eficiente și de o frumusețe organică. Lucrările sale, în special cele din ultima perioadă, demonstrează o măiestrie în utilizarea hiperboloizilor și parabolizilor hiperbolici.

3.3.2 Félix Candela (1910-1997)

Arhitect și inginer spaniol-mexican, Candela a fost un pionier în proiectarea și construcția structurilor subțiri de beton armat ("cascarones"), multe dintre ele bazate pe forma paraboloidului hiperbolic. Lucrările sale, precum Restaurantul Los Manantiales din Xochimilco, sunt exemple emblematice ale eleganței și eficienței structurale a acestor forme.

3.3.3 Experimente Arhitecturale în România și Contextul Internațional

În anii '60 și '70, arhitecții și inginerii români au participat la tendințele internaționale de explorare a noilor forme structurale, în special a pânzelor subțiri de beton. Proiecte precum Gara din Predeal se înscriu în acest context, demonstrând o aliniere la curentele moderniste care căutau expresivitate și eficiență prin geometrii complexe. Aceste eforturi au fost adesea susținute de instituții de învățământ și cercetare tehnică din țară, contribuind la dezvoltarea unui limbaj arhitectural modern specific.

4 Impactul asupra Arhitecturii Contemporane

4.1 Tehnologii Moderne de Proiectare și Construcție

Dezvoltarea tehnologiilor moderne a facilitat și a extins aplicarea cuadricelor dublu riglate și a altor forme geometrice complexe:

- **Proiectarea Parametrică și Modelarea 3D (BIM):** Permite arhitecților și inginerilor să exploreze, să analizeze și să optimizeze geometrii complexe cu o precizie și o flexibilitate fără precedent.
- **Fabricația Digitală (CNC, Tăiere cu Laser, Imprimare 3D):** Facilitează producția exactă a componentelor structurale și a cofrajelor complexe.
- **Materiale Avansate:** Betonul de înaltă performanță, materialele compozite și aliajele ușoare permit realizarea unor forme și mai îndrăznețe și eficiente.
- **Analiza Structurală Avansată (FEA):** Permite simularea detaliată a comportamentului structural, asigurând siguranța și optimizarea designului.

4.2 Sustenabilitatea și Eficiența Energetică

Cuadricele dublu riglate contribuie la arhitectura sustenabilă prin:

- Reducerea consumului de material prin optimizarea structurală
- Îmbunătățirea eficienței termice prin forme aerodinamice
- Maximizarea luminii naturale prin eliminarea suporturilor intermediare
- Durabilitatea superioară a structurilor optimizate geometric

5 Concluzii

Cuadricele dublu riglate demonstrează puterea matematicii de a genera soluții elegante pentru provocările arhitecturale complexe. De la ecuațiile abstracte ale hiperboloidului și paraboloidului hiperbolic la realizări concrete ca Sagrada Família sau Gara din Predeal, aceste forme geometrice continuă să inspire arhitectura contemporană.

Succesul acestor aplicații rezidă în înțelegerea profundă a principiilor matematice fundamentale și în capacitatea de a le traduce în soluții constructive practice. Arhitecții vizionari ca Antoni Gaudí și echipele de proiectare din întreaga lume au demonstrat că matematica nu constrânge creativitatea, ci o eliberează, oferind instrumente puternice pentru crearea de spații care îmbină funcționalitatea cu frumusețea.

În era digitală actuală, cu posibilitățile oferite de modelarea computerizată și fabricația de precizie, cuadricele dublu riglate devin din ce în ce mai accesibile arhitecților contemporani, promițând noi capodopere care vor continua să demonstreze frumusețea eternă a matematicii aplicate în arhitectură.

Bibliografie

1. Bucur-Horváth, Ildikó (2012). *Gara din Predeal. Observații și date suplimentare*. Prezentare IASS Symposium 2012, Seoul, Korea.
2. Dumitrescu, Ilie și Rosetti, Irina (1968). *Proiectul Gării Predeal*. Institutul de Proiectări Cluj, București.
3. Fuchs, Dmitry B. și Tabachnikov, Serge (2007). *Mathematical Omnibus: Thirty Lectures on Classic Mathematics*. American Mathematical Society.
4. Graham McCourt Architects (1983). *Scotiabank Saddledome: Documentație de proiect*. Calgary, Canada.
5. Hilbert, David și Cohn-Vossen, Stephan (1999). *Geometry and the Imagination*. Chelsea Publishing, New York.
6. International Association for Shell and Spatial Structures (1959-prezent). *Proceedings of IASS Symposiums*. Diverse volume și locații.
7. Mihăilescu, Mircea (1966-1968). *Studii structurale pentru Gara Predeal*. Catedra Construcții de beton armat, Institutul Politehnic Cluj.
8. Nikken Sekkei Company (1963). *Kobe Port Tower: Technical Documentation*. Kobe, Japan.
9. Weisstein, Eric W. (1999). *Doubly Ruled Surface*. MathWorld - A Wolfram Web Resource.
10. Zeppelin, e- (2019). *Istoria acum: Gara de călători Predeal (1967-1968)*. Disponibil la: <https://e-zeppelin.ro/istoria-acum-gara-de-calatori-predeal-1967-1968/>