SEIR 模型

xx

2022 年 4 月 27 日

为了预测传染病对社会带来的影响,我们尝试建立对传染病在社会中的传播的数学模型。
将人群分成四类:

- S (Susceptible),易感者,指缺乏免疫能力健康人,与感染者接触后容易受到感染;
- E (Exposed),暴露者,指已经被感染,处于潜伏期的人。同样具有传播病毒的能力,但不会接受治疗。
- I (Infectious),患病者,指有传染性的病人,可以传播给 S,将其变为 E 或 I ;
- R (Recovered),康复者,指病愈后具有免疫力的人,不可被重新变为 S 、E 或 I。

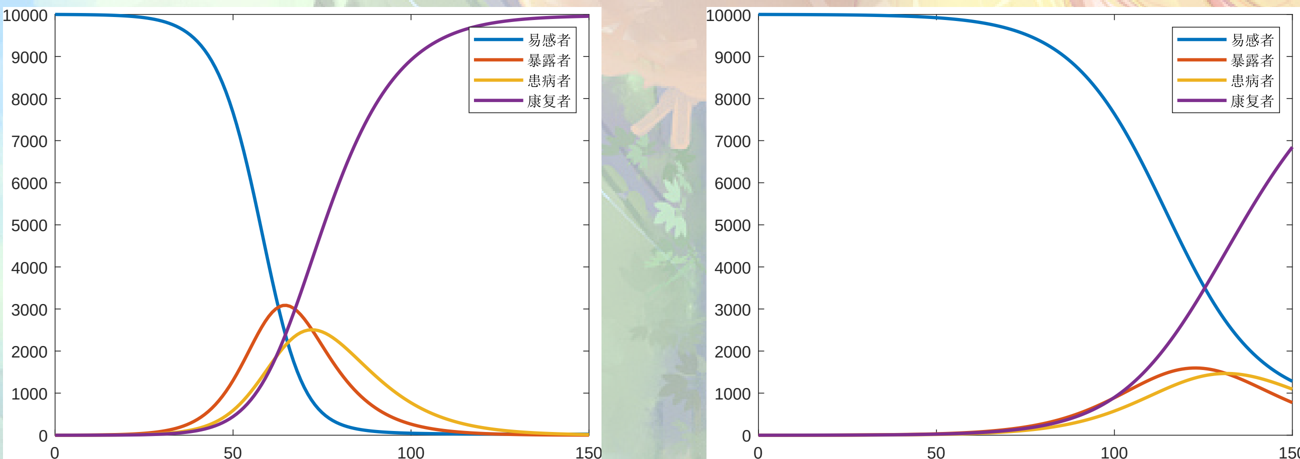
以一天作为模型的最小时间单元,做如下假设:

- N 区域内总人口
- r 每天接触的人数
- β 病毒传染给健康者的概率
- γ 患者康复的概率
- a 潜伏者转化为感染者的概率

根据上述说明,我们不难得到如下常微分方程:

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} &= -\frac{r\beta IS}{N} \\
\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} &= \frac{r\beta IS}{N} - aE \\
\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} &= aE - \gamma \\
\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t} &= \gamma I
\end{aligned} \tag{0.1}
$$

此方程没有解析解,我们利用龙格库塔法求解得到如下结果1a:



(a) $N = 10000; r = 20; \beta = 0.03; \gamma = 0.1; a = 0.1; E(0) = 1$

(b) $N = 10000; r = 10; \beta = 0.03; \gamma = 0.1; a = 0.1; E(0) = 1$

可以看到在六十多天的时候,确诊人数达到高峰。而如果我们能减少聚集的次数,每天只和 10 人碰面,那么曲线如图所示1b,这表明确诊人数的高峰被大大推迟了,假如 $r = 5$,那么会得到这样的曲线1:

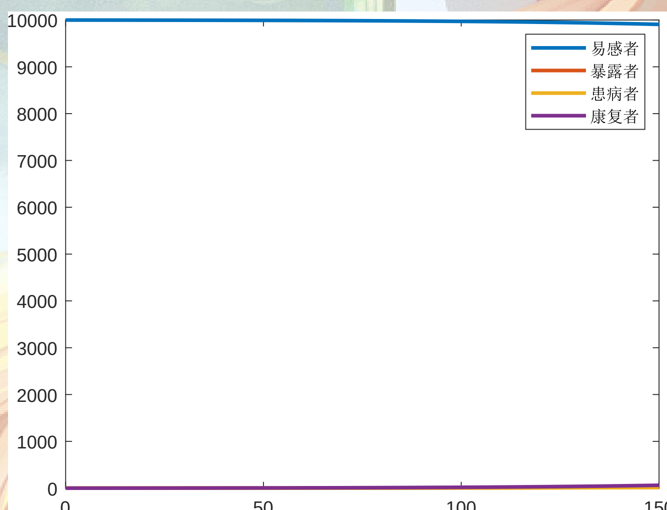


图 1: $N = 10000; r = 5; \beta = 0.03; \gamma = 0.1; a = 0.1; E(0) = 1$

在 150 天内,几乎没有病例的出现,曲线消失不见了。这进一步表明了我们应当服从防疫指挥,保持社交距离,减少聚集。

A 参考代码

main.m

```
clc,clear,close all
N = 10000;
r = 5;
beta = 0.03;
gamma = 0.1;
a = 0.1;

dif_f = @(x,y) [-r*beta*y(3)*y(1)/N;
    r*beta*y(3)*y(1)/N-a*y(2);
    a*y(2)-gamma*y(3);
    gamma*y(3)];
y0 = [9999;
    0;
    1;
    0];
x = 0:1:150;


y = Runge_Kutta(dif_f,y0,x);
plot(x,y(1,:),x,y(2,:),x,y(3,:),x,y(4,:),"LineWidth",2)

legend('易感者','暴露者','患病者','康复者')
print("正常",'-depsc')
```

Runge_Kutta

```
function  y = Runge_Kutta(dif_f,y0,x)
h = x(2)-x(1);
y = zeros(length(y0),length(x));               % 预分配内存
y(:,1) = y0;                   % 设置初始值
for i = 1:length(x)-1

    K_1 = dif_f(x(i),y(:,i));
    K_2 = dif_f(x(i)+h/2,y(:,i)+h/2*K_1);
    K_3 = dif_f(x(i)+h/2,y(:,i)+h/2*K_2);
    K_4 = dif_f(x(i)+h,y(:,i)+h*K_3);
    delta = (K_1+2*K_2+2*K_3+K_4)/6;
```

```

    y(:,i+1) = y(:,i) + delta*h;
end

end
```