Universität Leipzig
Institut für Mathematik
Institut für Informatik
Wintersemester 2015/16

PD Dr. Stefan Milius
Raj Dahya, Doreen Heusel,
Frank Loebe, Hannes Straß,
Matthias Waack

Aufgaben zur Lehrveranstaltung

Diskrete Strukturen

Serie 1

Hinweis: Dieses Aufgabenblatt ist noch Teil der Serie 1 und umfasst nur deren Hausaufgaben. Die Seminaraufgaben zur Besprechung in der Woche ab 26.10.2015 erscheinen in Serie 2 zusammen mit den Hausaufgaben der Serie 2.

Hausaufgabe 1.1 (6 Punkte)

Erstellen Sie Wahrheitswertetabellen für die folgenden aussagenlogischen Formeln (a)–(b).

(a) $(B \to A) \land (((\neg A) \lor (\neg B)) \land B)$

(b) $(A \to ((\neg C) \land B)) \to A$

Eine Formel ist *erfüllbar*, falls es eine Belegung der Atome gibt, die die Formel wahr macht. Gibt es keine solche Belegung, ist die Formel *unerfüllbar* (eine Kontradiktion).
Eine Formel ist *widerlegbar*, falls es eine Belegung der Atome gibt, die die Formel falsch macht. Gibt es keine solche Belegung, ist die Formel *unwiderlegbar* (eine Tautologie).

Geben Sie für jede der folgenden Formeln (c)–(g) einzeln an, ob sie:

- erfüllbar ist oder unerfüllbar (eine Kontradiktion) ist;
- widerlegbar ist oder unwiderlegbar (eine Tautologie) ist.

(c) $B \to A$

(d) $(\neg C) \land B$

(e) $(B \to A) \land (((\neg A) \lor (\neg B)) \land B)$ (= *Formel (a) oben*)

(f) $(A \to ((\neg C) \land B)) \to A$ (= *Formel (b) oben*)

(g) $((A \to ((\neg C) \land B)) \to A) \leftrightarrow A$

Hausaufgabe 1.2 (7 Punkte)

Vereinfachen Sie die folgenden Aussagen so weit wie möglich. Geben Sie hierbei in jedem Umformungsschritt an, welches Gesetz Sie verwendet haben.

(a) $((B \to A) \land (\neg((\neg A) \land (\neg B)))) \lor (A \land B)$

(b) $(B \lor ((A \land B) \lor ((\neg A) \land B))) \land (A \to (A \land B))$

(c) $((\neg((\neg C) \to A)) \to (B \land A)) \land (\neg(B \to C))$

Hausaufgabe 1.3 (6 Punkte)

Beweisen Sie die folgenden Aussagen!

(a) Es gibt unendlich viele Primzahlen. (*Hinweis:* Eine natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}$ heißt genau dann *prim*, wenn sie genau zwei positive Teiler besitzt.)

(b) Es gibt unendlich viele Tripel (x, y, z) mit $x, y, z \in \mathbb{N}$, welche die Gleichung $x^2 + y^2 = z^2$ erfüllen.

(c) Es seien $a, b \in \mathbb{Z}$. Wenn $\frac{a-b}{a+b}$ nicht gekürzt werden kann, dann kann auch $\frac{a}{b}$ nicht gekürzt werden. (*Hinweis:* Ein Bruch $\frac{m}{n}$ kann genau dann gekürzt werden, wenn es $e, \hat{m}, \hat{n} \in \mathbb{Z}$ gibt mit $e \notin \{0, 1, -1\}$, $m = e\hat{m}$ und $n = e\hat{n}$.)

Termine:

- Die Hausaufgaben müssen **spätestens bis zum Anfang der Vorlesung am 27.10.2015** abgegeben werden. Beschriften Sie bitte **jedes** Lösungsblatt mit **Namen** und **Matrikelnummer** und **Übungsgruppe**!