Übungen zur Vorlesung

Analysis für Informatiker und Lehramt

Abgabe: Mi. 28.10.2015 (direkt im Anschluss an die Vorlesung oder davor bis 8:40 Uhr, Zimmer A 514, Postfach Radl)

Mathematisches Institut Universität Leipzig Agnes Radl

# Blatt 2

#### Aufgabe 1

Zeigen Sie mit Hilfe vollständiger Induktion:

Für jedes  $n \in \mathbb{N}$  gilt

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

### Aufgabe 2

Zeigen Sie folgende Behauptungen mit Hilfe vollständiger Induktion:

(a) Für jedes  $n \in \mathbb{N}$  gilt

$$2^n \ge n + 1$$
.

(b) Sei x eine reelle Zahl und  $x \neq 1$ . Dann gilt für jedes  $n \in \mathbb{N}_0$ 

$$\sum_{k=0}^{n} x^k = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}.$$

# Aufgabe 3 (Bernoullische Ungleichung)

Sei x eine reelle Zahl. Zeigen Sie mit Hilfe vollständiger Induktion: Falls  $x \ge -1$  ist, dann gilt für jedes  $n \in \mathbb{N}$  die Ungleichung

$$(1+x)^n \ge 1 + nx.$$

An welcher Stelle haben Sie die Voraussetzung  $x \ge -1$  verwendet?

# Aufgabe 4

Der Betrag einer reellen Zahl x ist definiert durch

$$|x| := \begin{cases} x, & \text{falls } x \ge 0, \\ -x, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Zeigen Sie nachfolgende Aussagen.

- (a) Für jedes  $x \in \mathbb{R}$  gilt  $x \leq |x|$ .
- (b) Für jedes  $x \in \mathbb{R}$  gilt |-x| = |x|.