LA INTEGRAL INDEFINIDA

Definición (Antiderivada o primitiva)

Se dice que una función F es una **antiderivada o primitiva** de f, en un intervalo I si $F'(x) = f(x)$ para todo x en I.

Ejemplo

Dadas las funciones $f(x) = 3x^2$ **y** $F(x) = x^3$

Se dice que F es una antiderivada de f

$$F'(x) = f(x)$$
$$(x^3)' = 3x^2$$
$$3x^2 = 3x^2$$

Ejemplos

Función $f(x)$	Antiderivada $F(x)$
0	c
1	x
$4x^3$	x^4
$\frac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert$
e^x	e^x
$-\operatorname{sen} x$	$\cos x$
$\sec^2 x$	$\operatorname{tg}(x)$

$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$F(x) = \sqrt{x}$

$f(x) = \cos(x)$

$F(x) = \operatorname{sen}(x)$

Ejemplo

Dada la función $\boxed{f(x) = 5x^4}$

Antiderivadas: $H(x) = x^5 + 2 \rightarrow H'(x) = 5x^4 + 0$

$T(x) = x^5 + 100 \rightarrow T'(x) = 5x^4 + 0$

$R(x) = x^5 + \sqrt{3} \rightarrow R'(x) = 5x^4 + 0$

Definición (Integral definida)

El conjunto de todas las antiderivadas se denomina: la Integral Indefinida de f respecto a x, denotada por:

NOTACIÓN

Diferencial de x

$$y = \int f(x)\,dx = F(x) + C$$

Símbolo de Integral

Función integrando

Una antiderivada de *f*

Constante de integración

PROPIEDADES

1) $$\frac{d}{dx}\left[\int f(x)\,dx\right] = f(x)$$

$e^x = y$
$\ln(e^x) = \ln(y)$
$x = \ln(y)$

2) $$\int f'(x)\,dx = f(x) + C$$

a) $e^x = y \rightarrow \ln(e^x) = \ln(y) \rightarrow x = \ln(y)$

b) $\ln(x) = y \rightarrow e^{\ln(x)} = e^y \rightarrow x = e^y$

c) $\cos(x) = y \rightarrow \arccos(\cos(x)) = \arccos(y)$
$\rightarrow x = \arccos(y)$

d) $\arcsin(x) = y \rightarrow \operatorname{sen}(\arcsin(x)) = \operatorname{sen}(y)$
$\rightarrow x = \operatorname{sen}(y)$

3) $$\boxed{\int k\,f(x)\,dx = k\int f(x)\,dx \quad , \; k \in \mathbb{R}}$$

Por ejemplo

1) $\int 5x^3\,dx = 5\int x^3\,dx$

2) $\int -7\cos(3x+2)\,dx = -7\int \cos(3x+2)\,dx$

3) $\int (-5x + 20x^2)\,dx = \int 5(-x+4x^2)\,dx$
$= 5\int (-x+4x^2)\,dx$

4) $\int \frac{3(\sqrt{x}+5x)}{2}dx = \frac{3}{2}\int (\sqrt{x}+5x)dx$

4) $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

Por ejemplo:

1) $\int (x^3 + \operatorname{sen} x)dx = \int x^3 dx + \int \operatorname{sen} x\, dx$

2) $\int (7\operatorname{tg}(2x) - 5e^x)dx = \int 7\operatorname{tg}(2x)dx - \int 5e^x dx$

$= 7\int \operatorname{tg}(2x)dx - 5\int e^x dx$

No está definido

•) $\int f(x)\cdot g(x)dx \neq \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$

•) $\int \frac{f(x)}{g(x)}dx \neq \frac{\int f(x)dx}{\int g(x)dx}$

INTEGRACIÓN DIRECTA

Determinar las siguientes integrales indefinidas

1) $\mathrm{I} = \int \left(4x^5 - \frac{7}{2x} + 3e^x - \frac{8\cos(x)}{5} + 3\right)dx$

2) $\mathrm{I} = \int \left(5\sec^2(t) + \frac{21}{t^2 + 16} - \frac{9}{\sqrt{4 - t^2}} + 8z\right)dt$