

## LA INTEGRAL INDEFINIDA

### Definición (Antiderivada o primitiva)

Se dice que una función  $F$  es una **antiderivada o primitiva** de  $f$ , en un intervalo  $I$  si  $F'(x) = f(x)$  para todo  $x$  en  $I$ .

### Ejemplo

Dadas las funciones  $f(x) = 3x^2$  y  $F(x) = x^3$

Se dice que  $F$  es una antiderivada de  $f$

$$\begin{aligned}
 F'(x) &= f(x) \\
 (x^3)' &= 3x^2 \\
 3x^2 &= 3x^2
 \end{aligned}$$

### Ejemplos

Función $f(x)$	Antiderivada $F(x)$	
0	$c$	
1	$x$	
$4x^3$	$x^4$	$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\frac{1}{x}$	$\ln x $	$F(x) = \sqrt{x}$
$e^x$	$e^x$	$f(x) = \cos(x)$ $F(x) = \sin(x)$
$-\sin x$	$\cos x$	
$\sec^2 x$	$\tan(x)$	

Ejemplo

Dada la función  $f(x) = 5x^4$

Antiderivadas:

$$H(x) = x^5 + 2 \rightarrow H'(x) = 5x^4 + 0$$

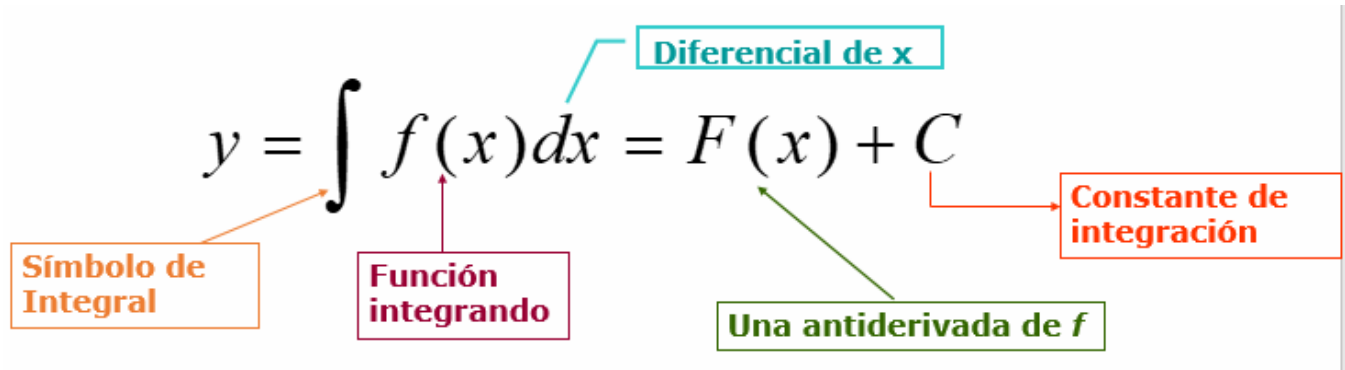
$$T(x) = x^5 + 100 \rightarrow T'(x) = 5x^4 + 0$$

$$R(x) = x^5 + \sqrt{3} \rightarrow R'(x) = 5x^4 + 0$$

## Definición (Integral definida)

El conjunto de todas las antiderivadas se denomina: la **Integral Indefinida** de  $f$  respecto a  $x$ , denotada por:

## NOTACIÓN

$$y = \int f(x) dx = F(x) + C$$


The diagram illustrates the notation of an indefinite integral with the following labels and arrows:

- Símbolo de Integral**: Points to the integral symbol  $\int$ .
- Función integrando**: Points to the function  $f(x)$ .
- Diferencial de  $x$** : Points to the differential  $dx$ .
- Una antiderivada de  $f$** : Points to the function  $F(x)$ .
- Constante de integración**: Points to the constant  $C$ .

PROPIEDADES

$$1) \frac{d}{dx} \left[ \int f(x) dx \right] = f(x)$$

$$2) \int f'(x) dx = f(x) + C$$

$$\begin{aligned}
 e^x &= y \\
 \ln(e^x) &= \ln(y) \\
 x &= \ln(y)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a) \quad e^x &= y \rightarrow \ln(e^x) = \ln(y) \rightarrow x = \ln(y) \\
 b) \quad \ln(x) &= y \rightarrow e^{\ln(x)} = e^y \rightarrow x = e^y \\
 c) \quad \cos(x) &= y \rightarrow \arccos(\cos(x)) = \arccos(y) \\
 &\rightarrow x = \arccos(y) \\
 d) \quad \arcsen(x) &= y \rightarrow \text{Sen}(\arcsen(x)) = \text{sen}(y) \\
 &\rightarrow x = \text{sen}(y)
 \end{aligned}$$

$$3) \int k f(x) dx = k \int f(x) dx, \quad k \in \mathbb{R}$$

Por ejemplo

$$1) \int 5x^3 dx = 5 \int x^3 dx$$

$$2) \int -7 \cos(3x+2) dx = -7 \int \cos(3x+2) dx$$

$$\begin{aligned}
 3) \int (-5x + 20x^2) dx &= \int 5(-x + 4x^2) dx \\
 &= 5 \int (-x + 4x^2) dx
 \end{aligned}$$

$$4) \int \frac{3(\sqrt{x} + 5x)}{2} dx = \frac{3}{2} \int (\sqrt{x} + 5x) dx$$

$$4) \int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

Por ejemplo:

$$1) \int (x^3 + \sin x) dx = \int x^3 dx + \int \sin x dx$$

$$2) \int (7 \pm g(2x) - 5e^x) dx = \int 7 \pm g(2x) dx - \int 5e^x dx$$

$$= 7 \int \pm g(2x) dx - 5 \int e^x dx$$

No está definido

$$\bullet) \int f(x) \cdot g(x) dx \neq \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$$

$$\bullet) \int \frac{f(x)}{g(x)} dx \neq \frac{\int f(x) dx}{\int g(x) dx}$$

## INTEGRACIÓN DIRECTA

Determinar las siguientes integrales indefinidas

$$1) I = \int \left( 4x^5 - \frac{7}{2x} + 3e^x - \frac{8\cos(x)}{5} + 3 \right) dx$$

$$2) I = \int \left( 5\sec^2(t) + \frac{21}{t^2 + 16} - \frac{9}{\sqrt{4 - t^2}} + 8z \right) dt$$