5. Zirkuitu elektrikoen egoera iragankorra: *RC* eta *RL* zirkuituak

A) Jakin beharreko kontzeptuak

• Egoera iragankorra

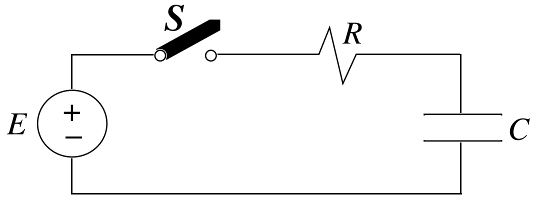
Orain arte ikusitako zirkuituetan, erresistentzia linealak eta sorgailuak baino ez zeuden. Hori dela eta, zirkuituan zerbait aldatzean (etengailu baten posizioa, esate baterako) korronte eta tentsioak ia-ia bat-batean aldatzen dira egoera egonkor batetik beste egoera egonkor berri batera, bien arteko denbora-tartea edo egoera iragankorra laburregia baita kontuan hartua izateko.

Oraingo honetan, berriz, kondentsadoreak eta harilak ere agertuko dira zirkuituetan. Elementu hauen eraginez, zirkuituan zerbait aldatzen denean, egoera iragankorra nabarmena izango da. Hori agerikoa da elementu horien portaera-ekuazioa kontuan hartzen badugu, biak diferentzialak baitira eta ondorioz biek denbora-tarte bat behar baitute beren egoera aldatzeko, kargatzeko zein deskargatzeko.

Beraz, kapitulu honetan horrelako zirkuituen egoera iragankorra aztertuko dugu (gogoratu zein den bi elementu horien portaera egoera egonkorrean). Zailtasun matematikoak saihesteko, oso zirkuitu sinpleak aztertuko ditugu: *RC* eta *RL* direlakoak. Dena den, azpimarratu behar dugu oso baliagarrriak direla beste edozein zirkuitu aztertzeko, Thévenin-en edo Norton-en teoremak aplikatuz lortzen diren zirkuitu baliokideak hemen aztertuko ditugunak bezain sinpleak baitira.

• *RC* zirkuitua

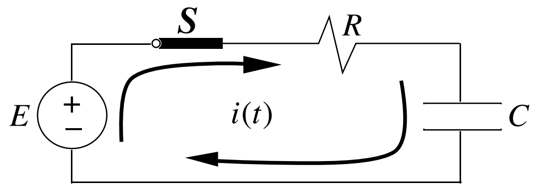
Demagun ondoko irudiko zirkuituaren analisia egin behar dugula, non S delakoa etengailua ideala den.



Demagun orain S etengailua irekita egon dela denbora luzez; agerikoa da, egoera horretan zirkuitutik ez dela korronterik igarotzen, ez baitago bide itxirik. Hori dela eta, kondentsadorearen portaera-ekuazioa kontuan hartuz, S etengailuaren posizioa aldatzen ez den bitartean, kondentsadorearen muturren arteko tentsioa konstante mantentzen dela ondorioztatzen da. Demagun tentsio konstante hori 0 dela, hau da, kondentsadorea guztiz deskargatuta dagoela ($V_C = 0 \rightarrow Q_C = 0$).

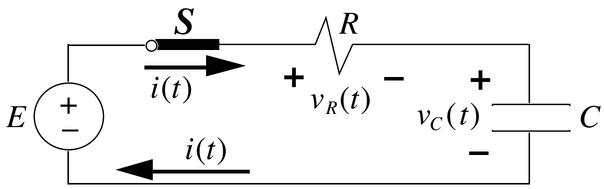
Karga-prozesua:

Demagun S etengailua $t = 0$ gisa izendatuko dugun unean itxi dugula. Agerikoa da, berriro ere, korrontea igarotzen hasiko dela, ondoko irudian erakusten den legez.



Korronte hori dela eta, kondentsadorea kargatzen hasiko da, egoera iragankor batean baitago, zirkuituan aldaketa bat gertatu ondorengo egoera iragankorrean hain zuzen ere.

Zirkuitu horren analisia egiteko, lehendabizi bere portaera islatzen duten ekuazioak idatzi behar ditugu. Alde batetik, elementuen portaera-ekuazioak hartu behar ditugu kontuan, eta beste aldetik, zirkuituarena. Kasu honetan, Kirchhoff-en tentsioen legearekin nahikoa izango da, maila bakarreko zirkuitua baita. Ondoko irudian ageri dira ekuazio horiek idaztean aintzat hartuko ditugun aldagaiak: $v_R(t)$, $v_C(t)$ eta $i(t)$ (etengailua ideala dela suposatuko dugu; ondorioz, itxita dagoenean, bere muturren arteko tentsioa zero da beti).



Erresistentziaren portaera-ekuazioa (Ohm): $v_R(t) = Ri(t)$

Kondentsadorearen portaera-ekuazioa: $i(t) = C\dfrac{dv_C(t)}{dt}$

KTL: $E = v_R(t) + v_C(t)$

Lehenengo bi ekuazioetatik honako hau ondorioztatzen da: $v_R(t) = RC\dfrac{dv_C(t)}{dt}$

Azken hau hirugarren ekuazioan ordezkatuz: $E = RC\dfrac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t)$

Azken ekuazio hau beste modu batean idatziz, zirkuituaren portaera denboran zehar islatzen duen ekuazioa lortuko dugu, non ezezagun bakarra $v_C(t)$ den; ekuazioan ezezagunarekin batera bere deribatua ere azaltzen denez gero, ekuazio diferentzial bat dela esaten da.

$$\boxed{\frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC}v_C(t) = \frac{E}{RC}}$$

Ekuazio honen soluzio orokorra honako itxura honetakoa da:

$$v_C(t) = K_1 e^{-\frac{t}{RC}} + K_2$$

non K_1 eta K_2 direlakoak, kondentsadorearen hasierako eta bukaerako egoeren menpekoak diren bi konstante baitira.

Orain, zirkuituari dagokion soluzio partikularra lortzeko, K_1 eta K_2 konstanteak kalkulatu behar dira, honako modu honetan:

1) Hasierako egoera egonkorra ($t = 0$ unean, alegia):

Badakigu (hori suposatu baitugu) hasieran kondentsadorea dekargatuta zegoela, hots: $v_C(0^{\pm}) = 0\ \mathrm{V}$, non 0^{-} adierazpenak S etengailua itxi baino lehenago kondentsadoreak zuen tentsioa dela esan nahi duen.

Etengailua itxi ondorengo hasierako uneko tentsioa $v_C(0^+)$ eran adieraziko dugu, eta beraren balioa aurreko soluzio orokorrean $t = 0$ eginez lortutakoa da:

$$v_C(0^+) = K_1 + K_2$$

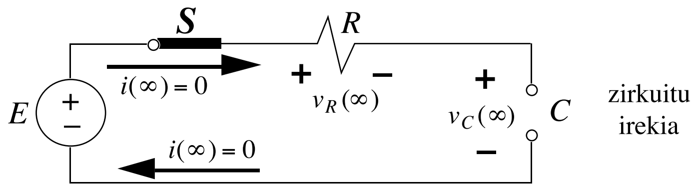
Orain, honako hau hartu behar dugu kontuan: kondentsadoretik igarotzen den korrontea tentsioaren denborarekiko deribatua denez gero, matematikoki definiturik egoteko, tentsioak honako baldintza hau bete behar du: matematikoki funtzio deribagarria behar du izan. Analisi matematikoko kontzeptuetan gehiegi sakondu gabe, eta zehaztasun handiegirik gabe, kondentsadore baten muturren arteko tentsioak jarraitua behar duela izan esan dezakegu, korrontea definitua izan dadin. Beste hitzetan esanda, edozein t unetan $v_C(t^-) = v_C(t^+)$ dela bete behar da.

Beraz, goiko bi balioak berdinduz, $v_C(0^-) = v_C(0^+)$ eginez alegia, K_1 eta K_2 konstanteek bete behar duten honako baldintza hau lortzen da:

$$K_1 + K_2 = 0$$

2) Bukaerako egoera egonkorra ($t = \infty$ unean, alegia):

Badakigu ezen, egoera egonkorrean eta korronte zuzeneko zirkuitu batean, kondentsadorea zirkuitu ireki batez ordezka dezakegula, zeren, tentsioa konstante denez, bere baitatik ez baita korronterik pasatzen. Hori dela eta, bukaerako egoera egonkorrari dagokion zirkuitu baliokidea honako hau da (bertan oso erraza da kondentsadorearen muturren arteko tentsioa kalkulatzea, KTL aplikatuz):



KTL: $E = v_R(\infty) + v_C(\infty) = Ri(\infty) + v_C(\infty) = v_C(\infty)$

Hau da, $v_C(\infty) = E$ volt .

Beste aldetik, balio horrek goiko formulan $t = \infty$ eginez lortutakoaren berdina izan behar du:

$$v_C(\infty) = K_1 e^{-\infty} + K_2 = K_1 \cdot 0 + K_2 = K_2$$

Biak berdinduz, K_2 konstanteak bete behar duen beste baldintza lortzen da:

$$K_2 = E$$

Bi baldintza horiek bi ezezaguneko ekuazio-sistema osatzen dute. Sistema ebatziz, kasu partikular honetan (hots, hasieran kondentsadorea deskargatuta eta bukaeran E tentsioa lortzen duenean) honako balio hauek lortzen dira:

$$K_2 = E \text{ eta } K_1 = -E$$

Balio horiek zirkuituaren portaera une oro islatzen duen ekuazio diferentzialaren soluzio oro-korrean ordezkatuz, zirkuitu partikular honi hasierako egoeraren arabera dagokion solu-zio partikularra lortuko dugu:

$$\boxed{v_C(t) = E \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)}$$

Formula horretatik abiatuz, zirkuitutik igarotzen den korrontearen adierazpena lor daiteke:

$$i(t) = C\frac{dv_C(t)}{dt} \quad \rightarrow \quad \boxed{i(t) = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}}$$

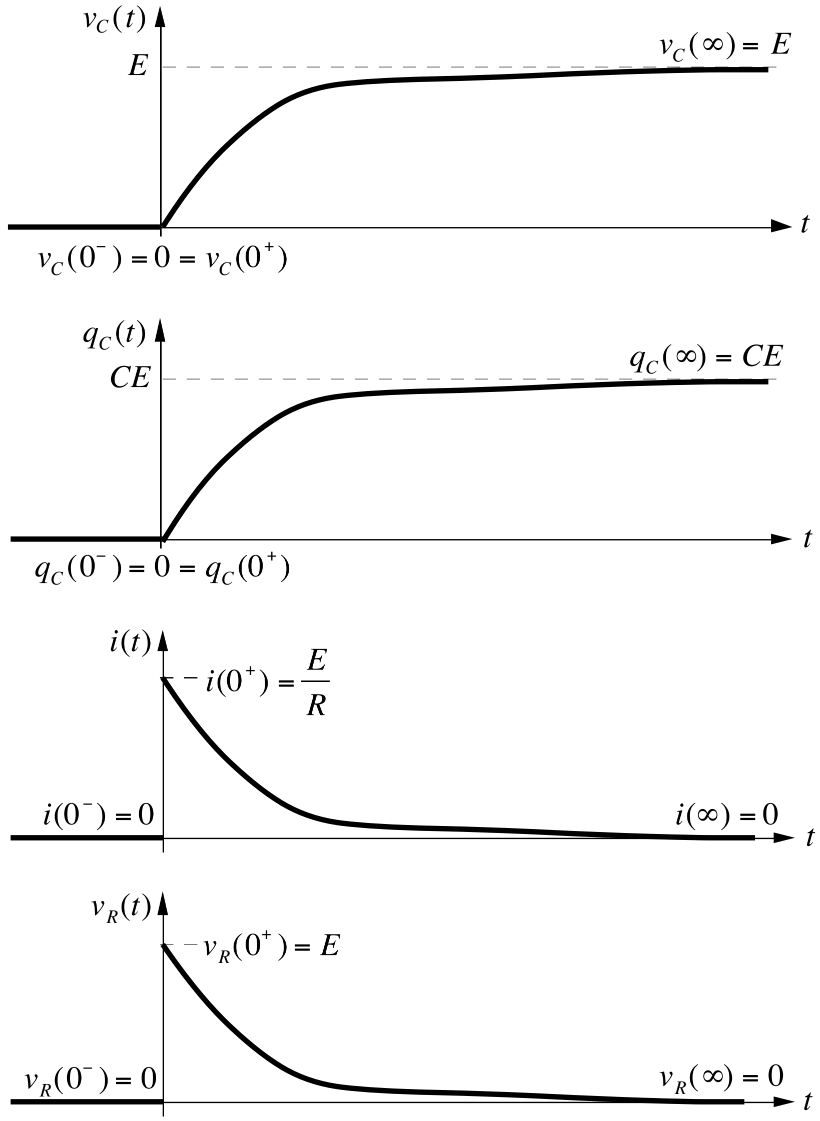
Eta hemendik, nahi izanez gero, erresistentziaren muturren arteko tentsioa ere lor daite-ke, Ohm-en legea aplikatuz:

$$\boxed{v_R(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{RC}}}$$

Era berean, kondentsadorean metaturiko kargaren adierazpena ere lor daiteke, $q_C(t) = C \cdot v_C(t)$ dela gogoratuz.

$$q_C(t) = CE \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

Orain, adierazpen horiek grafikoki marraztuko ditugu, denboran zehar nola aldatzen diren ikusteko:



Hemen, kurba horien ezaugarri desberdinak azpimarratzea merezi duelakoan gaude. Alde batetik, kondentsadorearen muturren arteko tentsioa eta bere baitan metatzen den karga funtzio jarraituak dira; hots, $v_C(0^-) = v_C(0^+)$ eta $q_C(0^-) = q_C(0^+)$ betetzen da. Beste aldetik, zirkuitutik igarotzen den korrontea eta —Ohm-en legea dela eta— erresistentziaren muturren arteko tentsioa ez dira jarraituak $t = 0$ unean: aitzitik bat-batean aldatu dira, $i(0^-) \neq i(0^+)$ eta $v_R(0^-) \neq v_R(0^+)$ izanik.

Denbora-konstantea:

Azter ditzagun aurreko adierazpenak unitateen ikuspuntutik:

$$v_C(t) = E \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \quad \to \quad \textbf{volt = volt} \cdot \left(\text{unitaterik gabekoa} - \text{esp}\left(\frac{\text{s}}{\Omega \cdot \text{F}}\right)\right)$$

$$i(t) = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad \to \quad \textbf{anpere} = \left(\frac{\textbf{volt}}{\Omega}\right) \cdot \text{esp}\left(\frac{\text{s}}{\Omega \cdot \text{F}}\right)$$

$$v_R(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad \to \quad \textbf{volt = volt} \cdot \text{esp}\left(\frac{\text{s}}{\Omega \cdot \text{F}}\right)$$

$$q_C(t) = CE \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \to \textbf{coulomb = (farad} \cdot \textbf{volt)} \cdot \left(\text{unit. gabekoa} - \text{esp}\left(\frac{\text{s}}{\Omega \cdot \text{F}}\right)\right)$$

Guztietan betetzen da ekuazioaren bi aldeetako unitateak berdinak direla (volt = volt, anpere = volt / Ω, coulomb = farad · volt) esponentziala kontuan hartu gabe. Horrek argi eta garbi esan nahi du esponentziala unitaterik gabekoa dela. Horren arabera, (t/RC) berretzailea unitaterik gabekoa da; edo, gauza bera dena, RC biderkadura denbora-unitateetan ematen da. (Irakurleak froga dezake hori ariketa gisa.)

$$\text{ohm} \cdot \text{farad} = \text{segundo}$$

RC biderkadura zirkuituaren ezaugarria da: C delakoa kargatzen ari den kondentsadorearen kapazitatea da; eta R delakoa, kondentsadoreak bere muturren artean dakusan erresistentzia.

Zirkuitua aldatu ezean, RC biderkadura konstante izango da, eta hortik datorkio izena: **denbora-konstantea**:

$$\boxed{\tau = RC}$$

Esan dugun bezala, τ zirkuituaren ezaugarria da. Orain balio hori ekuazioetan ordezkatzen badugu, hots, $t = \tau = RC$ egiten badugu, honako balio hauek lortuko ditugu:

$$v_C(t = \tau) = E \cdot \left(1 - e^{-\frac{\tau}{RC}}\right) = E \cdot \left(1 - e^{-1}\right) = 0{,}63E\,; \quad q_C(t = \tau) = 0{,}63CE$$

$$i(t = \tau) = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{E}{R} \cdot e^{-1} = 0{,}37 \cdot \frac{E}{R}\,; \quad v_R(t = \tau) = 0{,}37 \cdot E$$

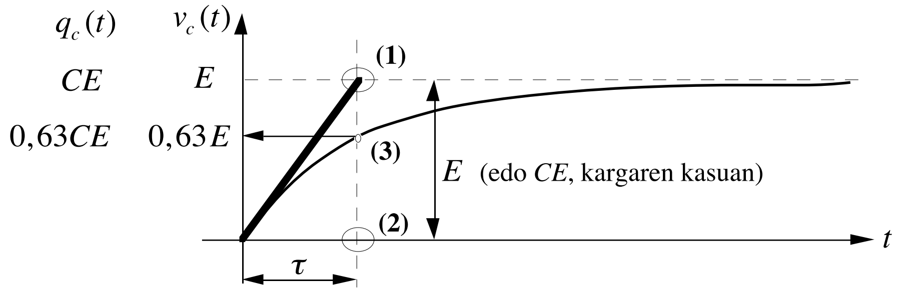
Agerikoa da zenbakizko biderkagaiak (0,63; 0,37) konstante direla beti, edozein izanda ere R eta C-ren balioak; hots, zirkuitu guztietarako berdinak direla. Hori kontuan harturik, honako modu honetan defini dezakegu karga-zirkuitu baten denbora-konstantea:

Definizioa: RC zirkuitu baten denbora-konstantea, hasierako unetik kondentsadoreak orekan izango duen tentsioaren (kargaren) % 63ko tentsioa (karga) lortu arte igarotzen den denbora-tartea da.

Beste alde batetik, t = 0 unean kondentsadorearen muturren arteko tentsio-kurbaren ukitzailearen malda kalkulatzen badugu, balio hau lortuko dugu:

$$\left[\frac{dv_C(t)}{dt}\right]_{t=0} = \left[\frac{d}{dt}\left[E\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)\right]\right]_{t=0} = \frac{E}{RC} = \frac{E}{\tau}$$

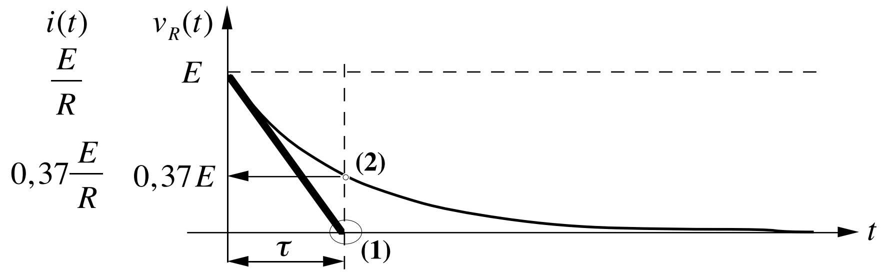
Grafikoki honelaxe ikus dezakegu: marraztu, tentsio-kurbaren gainean, t = 0 uneko lerro zuzen ukitzailea E balioraino (1 puntua); orduan, puntu horretatik beherantz, marraztu lerro zuzen bertikala ardatz horizontaleraino (2 puntua); hain zuzen ere, t = 0 puntutik puntu berri horretaraino dagoen denbora-tartea da τ denbora-konstantea, ondoko irudian erakusten den legez. Lerro zuzen bertikalaren eta kurbaren arteko ukitze-puntuaren balioa (3 puntua) 0,63E da, lehen kalkulatu dugun bezala. (Honek guztiak kargaren kurbarako ere balio du, E-ren ordez CE ipiniz.)



Beste horrenbeste egin dezakegu korrontearen edo erresistentziaren muturren arteko adierazpenekin:

$$\left[\frac{dv_R(t)}{dt}\right]_{t=0} = \left[\frac{d}{dt}\left(E\cdot e^{-\frac{t}{RC}}\right)\right]_{t=0} = -\frac{E}{RC} = -\frac{E}{\tau}$$

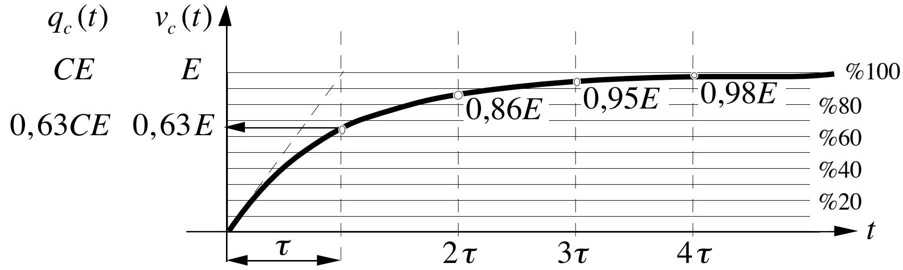
Oraingo honetan, grafikoki: marraztu, erresistentziaren tentsioaren irudiaren gainean, t = 0 unean, lerro zuzen ukitzailea, beherantz, E baliotik ardatz horizontaleraino (1 puntua); hain zuzen ere, t = 0 puntutik puntu berri horretaraino dagoen denbora-tartea da τ denbora-konstantea, ondoko irudian erakusten den legez. Lerro zuzen bertikalaren eta kurbaren arteko ukitze-puntuaren balioa (2 puntua) 0,37E da, lehen kalkulatu dugun bezala. Honek guztiak intentsitatearen kurbarako ere balio du, E-ren ordez (E/R) ipiniz.

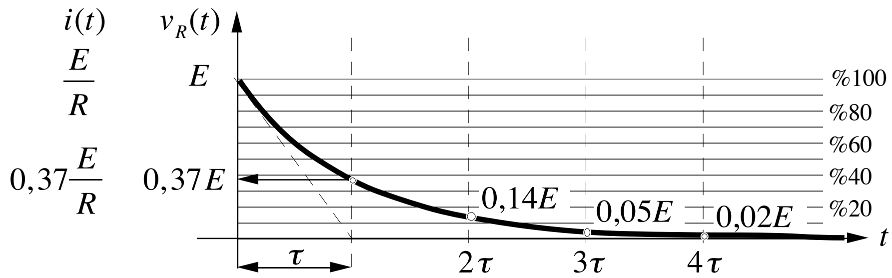


Orain une desberdinetan kurbek hartuko dituzten balio parametrizatuak kalkula ditzakegu; hau da, denbora-konstantea parametro gisa harturik, $t = \tau$, $t = 2\tau$, $t = 3\tau$, $t = 4\tau$, ... egingo dugu. Modu honetan lorturiko balioak orokorrak dira, aztertu dugun zirkuitua bezalakoak diren zirkuitu guztietarako, edozein izanda τ-ren balio zehatza.

$t = \tau$	$v_C(\tau) = 0,63E$	$q_C(\tau) = 0,63CE$	$i(\tau) = 0,37\dfrac{E}{R}$	$v_R(\tau) = 0,37E$
$t = 2\tau$	$v_C(2\tau) = 0,86E$	$q_C(2\tau) = 0,86CE$	$i(2\tau) = 0,14\dfrac{E}{R}$	$v_R(2\tau) = 0,14E$
$t = 3\tau$	$v_C(3\tau) = 0,95E$	$q_C(3\tau) = 0,95CE$	$i(3\tau) = 0,05\dfrac{E}{R}$	$v_R(3\tau) = 0,05E$
$t = 4\tau$	$v_C(4\tau) = 0,98E$	$q_C(4\tau) = 0,98CE$	$i(4\tau) = 0,02\dfrac{E}{R}$	$v_R(4\tau) = 0,02E$

Balio horiek grafikoki ikus ditzakegu:



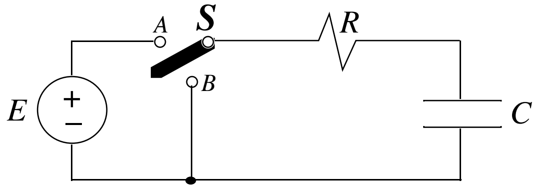


Aurreko grafikoetatik eta bertako balioetatik, honako hau ondoriozta daiteke: %2ko errorea ontzat ematen bada, zirkuituaren egoera iragankorrak $t = 0$ unetik $t = 4\tau$ unera arte irauten duela, azken une honetan balio egonkorraren %98an kargatu baita kondentsadorea. (Zehaztasun handiagoa behar izanez gero, $t = 5\tau$, edo are luzeagoa suposa daiteke egoera iragankorra.) Beraz, $t \geq 4\tau$ denean, zirkuituak egoera egonkor berria iritsi du, une horretatik aurrera kondentsadorea erabat kargatuta dagoela eta zirkuitutik igarotzen den korrontea zero dela suposatzen baita.

Deskarga-prozesua:

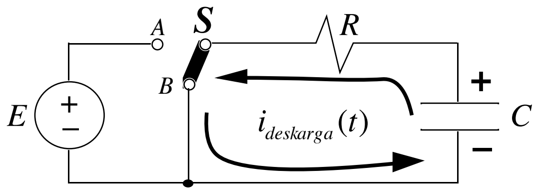
Karga-prozesurako analizatu dugun zirkuituan egoera egonkor berria iristen denean, gauzak ez dira aldatuko etengailuaren posizioa aldatu arren (hau da, etengailua irekitzen bada ere, kondentsadoreak bere karga eta tentsioa mantenduko ditu). Horrexegatik, kondentsadorearen deskarga-prozesua aztertzeko asmoz, zirkuituan zertxobait aldatu beharko dugu: irekita/itxita egon daitekeen etengailuaren ordez, konmutagailu bat jarriko dugu, *A* eta *B* posizioetan egon daitekeen gailua hain zuzen ere, bietan korrontea igarotzen uzteko gauza izanik.

Hori kontuan hartuz, deskarga-prozesurako aintzakotzat hartuko dugun zirkuitua ondoko irudikoa izango da.



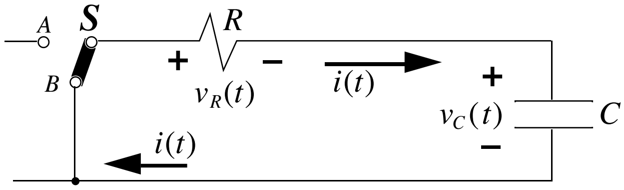
Konmutagailua *A* posizioan dagoenean, karga-prozesurako analizatu dugun zirkuituaren berdin-berdina da zirkuitu hori. Baina oraingo honetan, egoera egonkor berria iritsi ondoren konmutagailua *B* posiziora aldatzen bada, kondentsadorea deskargatzen hasiko da, korrontea igarotzeko bide itxi bat baitago, segituan ikusiko dugun legez.

Demagun konmutagailua denbora luzez ($t >> 4\tau$) egon dela *A* posizioan (hau da, kondentsadorea erabat kargatuta dago, bere tentsioa *E* izanik), eta $t = 0$ gisa izendatuko dugun unean, *S* konmutagailua *B* posiziora aldatu dugula. Agerikoa da, berriro ere, korrontea igarotzen hasiko dela, ondoko irudian erakusten den legez, kondentsadoreak elementu aktibo gisa jokatuko baitu, kargatuta dagoelako.



Korronte hori dela eta, kondentsadorea deskargatzen hasiko da, egoera iragankor berri batean baitago, lehen bezala zirkuituan aldaketa bat gertatu ondorengo egoera iragankorrean hain zuzen ere.

Zirkuitu berri horren analisia egiteko, lehen bezala, bere portaera islatzen duten ekuazioak idatzi behar ditugu. Alde batetik elementuen portaera-ekuazioak eta beste aldetik zirkuituarena, hots, Kirchhoff-en tentsioen legea. Ekuazioak idaztean aintzat hartuko ditugun aldagaiak, karga-prozesuan erabilitako berberak izango dira, emaitzak alderatu ahal izateko: $v_R(t)$, $v_C(t)$ eta $i(t)$, hain zuzen ere, ondoko irudian ageri den legez, korrontea benetan kontrako noranzkoan igaroko dela jakin arren (hau da, korronte negatiboa lortuko dugu geure soluzioetan). Lehen bezala, konmutagailua ideala dela suposatuko dugu, hau da, bere muturren arteko tentsioa zero dela beti.



Erresistentziaren portaera-ekuazioa (Ohm): $v_R(t) = Ri(t)$

Kondentsadorearen portaera-ekuazioa: $i(t) = C \cdot \frac{dv_C(t)}{dt}$

KTL: $0 = v_R(t) + v_C(t)$ HEMEN DAGO DESBERDINTASUNA!!!

Lehenengo bi ekuazioetatik honako hau ondorioztatzen da: $v_R(t) = RC \cdot \frac{dv_C(t)}{dt}$

Azken hau hirugarren ekuazioan ordezkatuz: $0 = RC\frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t)$

Azken ekuazio hau beste modu batean idatziz, zirkuituaren portaera deskarga-prozesuko denboran zehar islatzen duen ekuazioa lortuko dugu, non ezezagun bakarra $v_C(t)$ den. Hau ere ekuazio diferentziala da.

$$\boxed{\frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{1}{RC} \cdot v_C(t) = 0}$$

Ekuazio honen soluzio orokorra, honako itxura honetakoa da:

$$v_C(t) = K_1 \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + K_2$$

non K_1 eta K_2 direlakoak, kondentsadorearen hasierako eta bukaerako egoeren menpekoak diren bi konstante baitira.

Orain, zirkuituari dagokion soluzio partikularra lortzeko, K_1 eta K_2 konstanteak kalkulatu behar dira, honako modu honetan:

1) Hasierako egoera egonkorra ($t = 0$ unean, alegia):

Badakigu kondentsadorea kargatuta zegoela; beraz:

$$v_C(0^-) = E \text{ volt}$$

Konmutagailua aldatu ondorengo tentsioa hasierako unean, $v_C(0^+)$ delakoa, goiko formulan $t = 0$ eginez lortuko dugu:

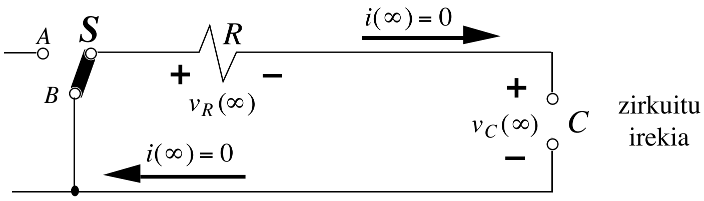
$$v_C(0^+) = K_1 + K_2$$

Biak berdinduz, $v_C(0^-) = v_C(0^+)$, K_1 eta K_2 konstanteek bete behar duten honako baldintza hau lortzen da:

$$K_1 + K_2 = E$$

2) Bukaerako egoera egonkorra ($t = \infty$ unean, alegia):

Kondentsadorea zirkuitu ireki batez ordezkatuz, bukaerako egoera egonkorrari dagokion zirkuitu baliokidea honako hau da, non oso erraza den kondentsadorearen muturren arteko tentsioa kalkulatzea, KTL besterik ez aplikatuz:



KTL: $0 = v_R(\infty) + v_C(\infty) = R \cdot i(\infty) + v_C(\infty) = v_C(\infty)$

Hau da, $v_C(\infty) = 0$ volt.

Beste aldetik, balio horrek goiko formulan $t = \infty$ eginez lortutakoaren berdina izan behar du:

$$v_C(\infty) = K_1 \cdot e^{-\infty} + K_2 = K_1 \cdot 0 + K_2 = K_2$$

Biak berdinduz, K_2 konstanteak bete behar duen beste baldintza lortzen da:

$$K_2 = 0$$

Bi baldintza horiek bi ezezaguneko ekuazio-sistema osatzen dute. Kasu partikular honetarako sistema ebatziz, honako balio hauek lortzen dira:

$$K_2 = 0 \text{ eta } K_1 = E$$

Balio horiek zirkuituaren portaera une oro islatzen duen ekuazio diferentzialaren soluzio orokorrean ordezkatuz, zirkuitu partikular honi hasierako egoeraren arabera dagokion soluzio partikularra lortuko dugu:

$$\boxed{v_C(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{RC}}}$$

Formula horretatik abiatuz, zirkuitutik igarotzen den korrontearen soluzioa lor daiteke:

$$i(t) = C \cdot \frac{dv_C(t)}{dt} \quad \rightarrow \quad \boxed{i(t) = -\frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}}$$

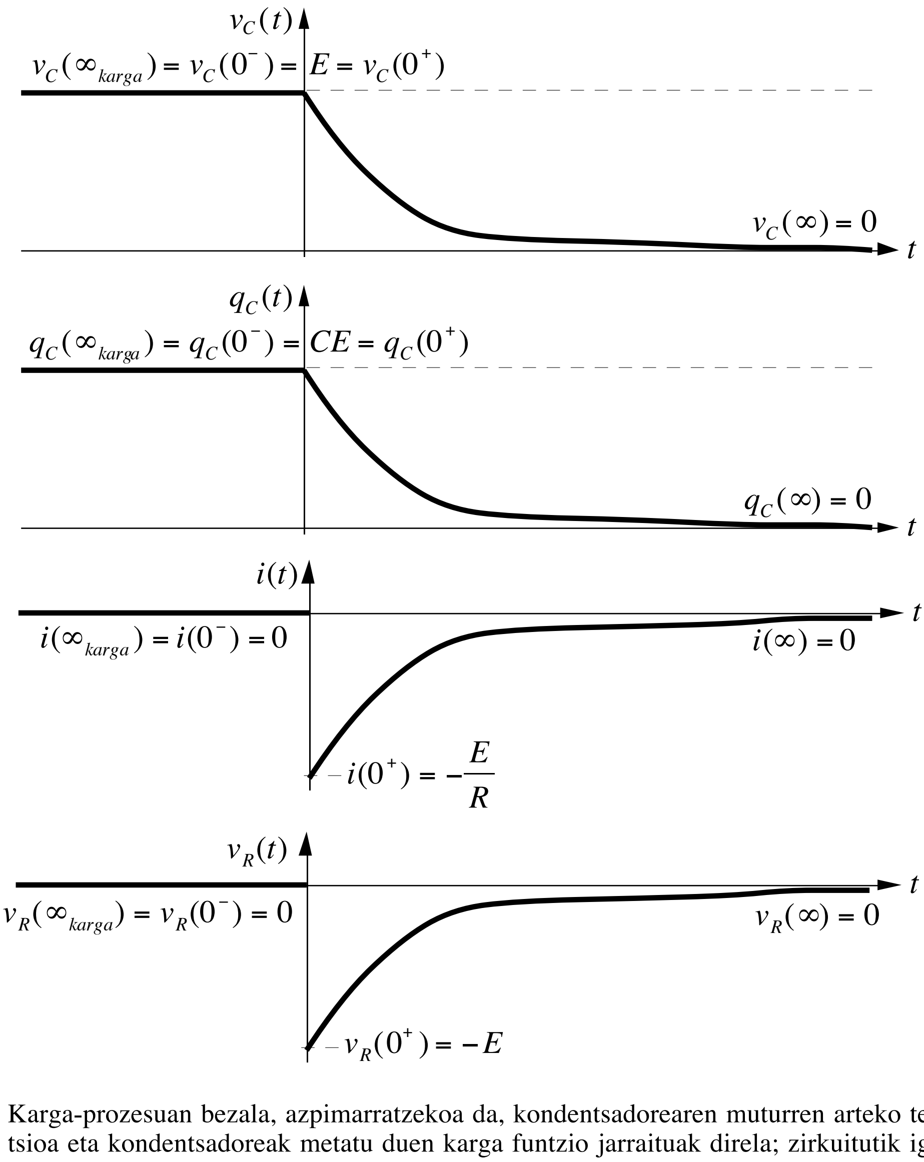
Eta hemendik, nahi izanez gero, erresistentziaren muturren arteko tentsioa lor daiteke, Ohm-en legea aplikatuz:

$$\boxed{v_R(t) = -E \cdot e^{-\frac{t}{RC}}}$$

Era berean, kondentsadorean metaturiko kargaren adierazpena ere lor daiteke, $q_C(t) = C \cdot v_C(t)$ dela gogoratuz:

$$q_C(t) = CE \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

Orain, adierazpen horiek grafikoki marraztuko ditugu, denboran zehar magnitudeak nola aldatzen diren ikusteko:



Karga-prozesuan bezala, azpimarratzekoa da, kondentsadorearen muturren arteko tentsioa eta kondentsadoreak metatu duen karga funtzio jarraituak direla; zirkuitutik igarotzen den korrontea eta erresistentziaren muturren arteko tentsioa, berriz, ez dira jarraituak $t = 0$ unean; aitzitik, bat-batean aldatu dira.

Denbora-konstantea:

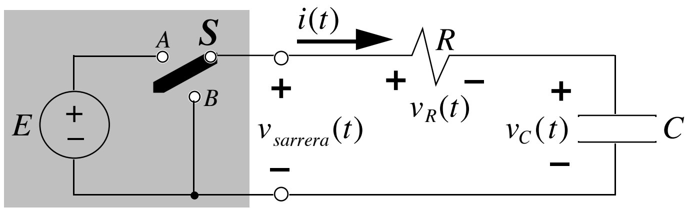
Kasu honetan karga-prozesuko denbora-konstantearen berdina da deskarga-prozesukoa, kondentsadorea erresistentzia beretik deskargatzen baita. Dena den, desberdinak izan daitezke, ariketetan ikusiko dugun bezalaxe, zeren:

$$\tau_{karga} = R_{karga} \cdot C \qquad \text{eta} \qquad \tau_{deskarga} = R_{deskarga} \cdot C$$

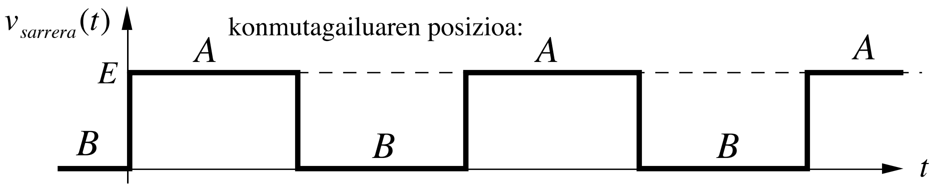
Dena den, deskarga-prozesuan ere, karga-prozesuan bezala, honako hau ikus daiteke: zirkuituaren egoera iragankorrak $t = 0$ unetik $t = 4\tau$ unera arte irauten du, azken une honetan balio egonkorraren %98an deskargatu baita kondentsadorea. Zirkuituak, beraz, $t \geq 4\tau$ denean iritsi du egoera egonkor berria, une horretatik aurrera kondentsadorea erabat deskargatuta dagoela eta zirkuitutik igarotzen den korrontea zero dela suposatzen baita.

RC zirkuituak seinale karratu bati ematen dion erantzuna:

Oraingo honetan, karga- eta deskarga-prozesuen segida aztertu nahi dugu. Horretarako, ondoko irudiko zirkuitua hartuko dugu aintzakotzat.



S konmutagailua *A* posiziotik *B* posiziora, eta alderantziz, *B* posiziotik berriro *A* posiziora, etengabe aldatzen ari dela suposatuko dugu. Tentsio-sorgailua eta konmutagailua aztertu nahi dugun zirkuituaren sarrera gisa definitzen baditugu, konmutagailuaren etengabeko posizio-aldaketa hori seinale karratu bihurtzen da $v_{sarrera}(t)$ sarrerako tentsioari dagokionez, ondoko irudian erakusten den legez.



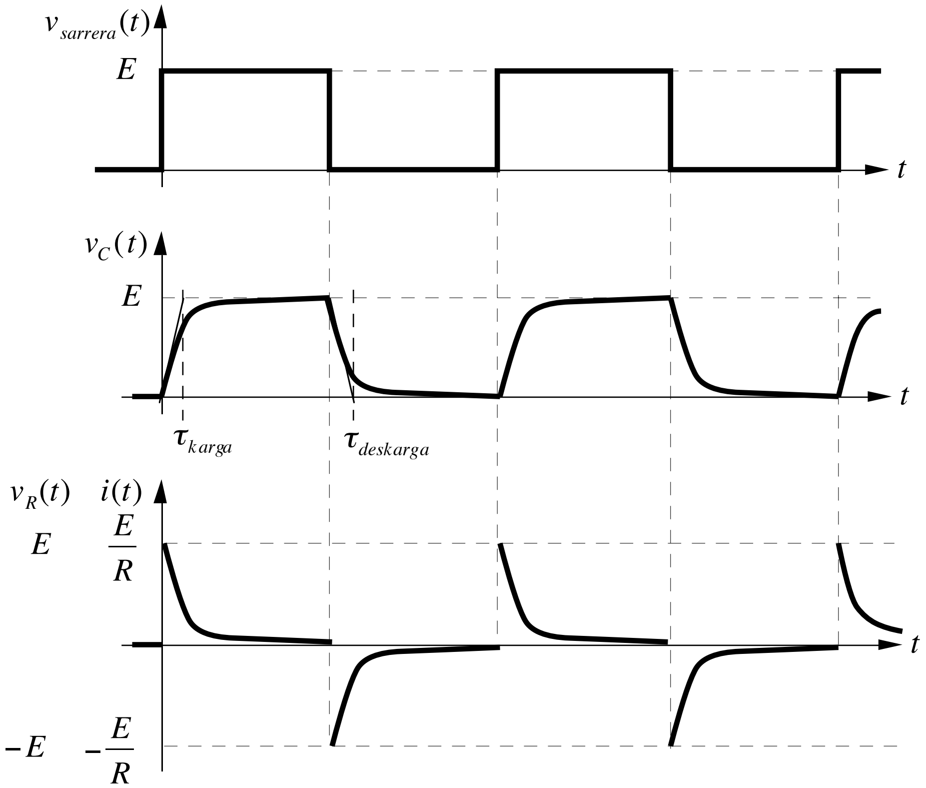
Halaber, *S* konmutagailuak *A* posizioan eta *B* posizioan denbora-tarte berdinak ematen dituela suposatuko dugu. Horrela, seinale karratuaren periodoa *T* baldin bada, *T*/2 denbora-tartean konmutagailua *A* posizioan egongo da eta, ondorioz, kondentsadorea kargatuz joango da. Beste periodo-erdian, konmutagailua *B* posizioan egongo da eta kondentsadorea deskargatuz joango da.

Orain, *RC* zirkuituak sarrerako seinale karratu horri emango dion erantzuna aztertu nahi dugu; hots, kondentsadorearen tentsioa eta korrontea nolakoak izango diren aztertuko dugu.

Irakurleak, dagoeneko, seinalearen periodoaren arabera erantzuna desberdina izango dela suposatuko du (edo, gauza bera dena, maiztasunaren arabera). Izan ere, aipatu dugu jadanik kondentsadorea osorik kargatzeko (berdin-berdin osorik deskargatzeko) denbora-tarte minimo bat behar duela; %2ko errorea ontzat emanez, $t \geq 4\tau$ izango da onartuko dugun denbora-tarterik laburrena. Hori horrela izanik, ikus dezagun nolakoa izango den zirkuituaren erantzuna kasu desberdinetan.

1. kasua: $(T/2) >> 4\tau$

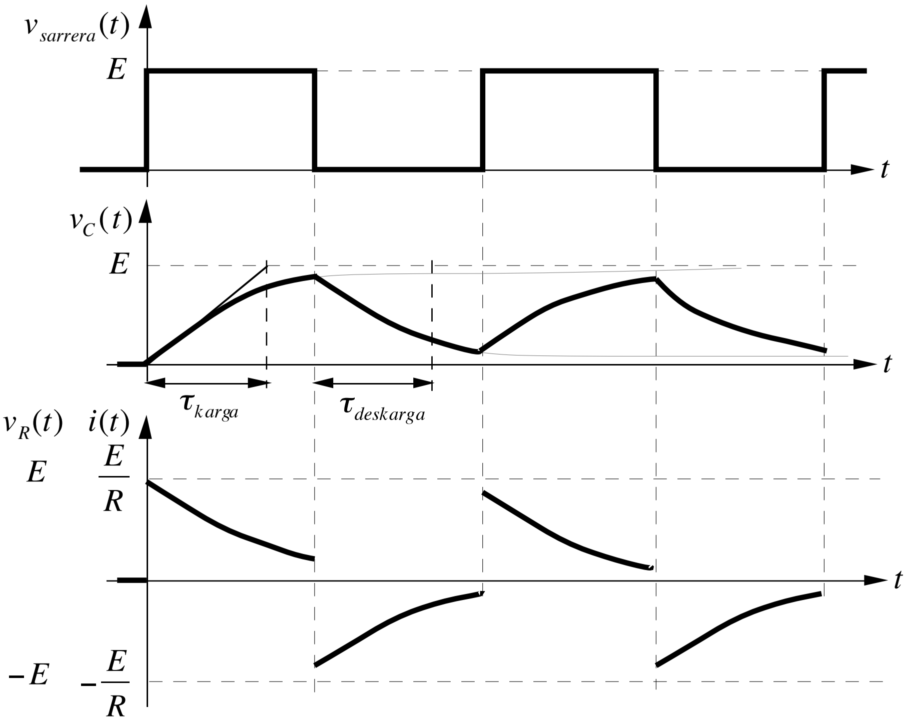
Kasu honetan, bai karga-prozesuan bai deskarga-prozesuan, kondentsadoreak nahiko astia izango du osorik kargatzeko edo deskargatzeko. Beraz, grafikoki, honelakoxeak izango dira irteerako seinaleak:



Sarrerako tentsioa eta kondentsadorearena alderatzen baditugu, agerikoa da, egoera iragankorreko zatian izan ezik, berdinak direla kondentsadoreak egoera egonkorra lortu eta gero; hau da, sarrerako tentsioa E denean, kondentsadorearena ere E izango da, eta sarrerakoa zero denean, kondentsadorearena ere zero izango da. Bien arteko desberdintasuna kondentsadoreak sartutako atzerapenean datza: kondentsadorearen muturren arteko tentsioa sarrerako tentsioaren berdina izango da, 4τ denbora-tartea igaro ondoren. Hori dela eta, kondentsadoreak zirkuituetan seinaleak atzeratu egiten dituela esaten da.

2. kasua: $(T/2) << 4\tau$

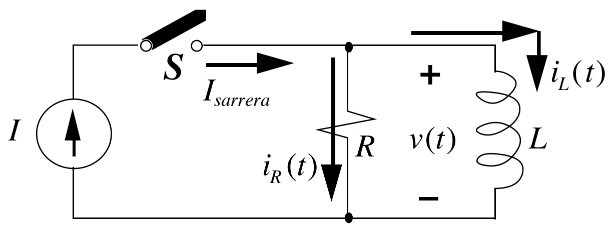
Kasu honetan, bai karga-prozesuan bai deskarga-prozesuan, kondentsadoreak ez du astirik izango osorik kargatzeko edo deskargatzeko. Grafikoki, honelakoxeak izango dira irteerako seinaleak:



Irudi honetan agerikoa da kondentsadorearen muturren arteko tentsioa desitxuratuta dagoela, sarrerako tentsioarekin alderatuta, kargatzeko eta deskargatzeko denbora faltagatik. Izan ere, kondentsadoreak ez du lortzen egoera egonkorrik, eta beti egoera iragankorretan ari da.

• *RL* zirkuitua

Zirkuitu honi dagokionez, *RC* zirkuituaren oso antzekoa denez gero, zirkuitu-eskema, dagozkion ekuazioak eta horien soluzioak baino ez ditugu aurkeztuko, laburbilduta gainera.



S etengailua itxita dagoenean, karga-prozesua gertatuko da; eta irekita dagoenean, berriz, deskarga-prozesua. Zirkuituaren analisia egiteko, honako hauek dira aintzat hartuko ditugun aldagaiak: $i_R(t)$, $i_L(t)$ eta $v(t)$ (hemen ere etengailua ideala dela suposatuko dugu, eta itxita dagoenean, bere muturren arteko tentsioa zero dela beti). Ekuazioak lortzeko, elementuen portaera-ekuazioez gain, Kirchhoff-en korronteen legea aplikatu beharko dugu.

Erresistentziaren portaera-ekuazioa (Ohm): $v(t) = Ri_R(t)$

Harilaren portaera-ekuazioa: $v(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$

KKL: $I_{sarrera} = i_R(t) + i_L(t)$

Lehenengo bi ekuazioetatik honako hau ondorioztatzen da: $i_R(t) = \frac{L}{R} \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$

Azken hau hirugarren ekuazioan ordezkatuz: $I_{sarrera} = \frac{L}{R} \cdot \frac{di_L(t)}{dt} + i_L(t)$

Azken ekuazio hau orokorra da. Ikus dezagun nola geratzen den etengailuaren bi posizioetarako.

Karga-prozesua:	**Deskarga-prozesua:**
etengailua itxita: $I_{sarrera} = I$	etengailua irekita: $I_{sarrera} = 0$
ekuazioa: $\frac{di_L(t)}{dt} + \frac{R}{L} \cdot i_L(t) = \frac{R}{L} \cdot I$	ekuazioa: $\frac{di_L(t)}{dt} + \frac{R}{L} \cdot i_L(t) = 0$

soluzio orokorra: $i_L(t) = K_1 \cdot e^{-\frac{R}{L}t} + K_2$

Denbora-konstantea: $\tau = \frac{L}{R}$

Hasierako egoera:	Hasierako egoera:
$0 = i_L(0^-) = i_L(0^+) = K_1 + K_2$	$I = i_L(0^-) = i_L(0^+) = K_1 + K_2$
Bukaerako egoera egonkorra:	Bukaerako egoera egonkorra:
$I = i_L(\infty) = K_2$	$0 = i_L(\infty) = K_2$
Konstanteen balioak:	Konstanteen balioak:
$K_2 = I$ eta $K_1 = -I$	$K_2 = 0$ eta $K_1 = I$
Soluzio partikularra:	Soluzio partikularra:
$\boxed{i_L(t) = I \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)}$	$\boxed{i_L(t) = I \cdot e^{-\frac{R}{L}t}}$
$v(t) = RI \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$	$v(t) = -RI \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$
$i_R(t) = I \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$	$i_R(t) = -I \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$