

46. (2010eko iraila) bikoitia(x), lauaniz(x) eta trukalau(D(1..r), (d₁, d₂, ..., d_r), pos) predikatuak eta A(1..n) bektorean posizio bikoitietako elementuak (2 eta 4 posizioetakoak, 6 eta 8 posizioetakoak eta abar) trukutzen dituen programa -- #

a) $\text{bikoitia}(x) \equiv \{x \bmod 2 = 0\}$

b) $\text{lauaniz}(x) \equiv \{x \bmod 4 = 0\}$

c) $\text{trukalau}(\mathbf{D}(1..r), (\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \dots, \mathbf{d}_r), \mathbf{pos}) \equiv$
 $\{(r \geq 1) \wedge \text{lauaniz}(r) \wedge$
 $(0 \leq \text{pos} \leq r) \wedge \text{lauaniz}(\text{pos}) \wedge$
 $\forall k (1 \leq k \leq \text{pos} \rightarrow ((\text{lauaniz}(k) \rightarrow (D(k) = d_{k-2} \wedge D(k-2) = d_k)) \wedge$
 $\wedge ((\neg \text{lauaniz}(k) \wedge \text{bikoitia}(k)) \rightarrow (D(k) = d_{k+2} \wedge D(k+2) = d_k))$
 $\wedge (\neg \text{bikoitia}(k) \rightarrow D(k) = d_k)))\}$

c) atalerako beste aukera bat:

$\text{trukalau}(\mathbf{D}(1..r), (\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2, \dots, \mathbf{d}_r), \mathbf{pos}) \equiv$
 $\{(r \geq 1) \wedge \text{lauaniz}(r) \wedge$
 $(0 \leq \text{pos} \leq r) \wedge \text{lauaniz}(\text{pos}) \wedge$
 $\forall k ((1 \leq k \leq \text{pos} \wedge \text{lauaniz}(k)) \rightarrow (D(k) = d_{k-2} \wedge D(k-2) = d_k)) \wedge$
 $\forall k ((1 \leq k \leq \text{pos} \wedge \neg \text{lauaniz}(k) \wedge \text{bikoitia}(k)) \rightarrow (D(k) = d_{k-2} \wedge D(k-2) = d_k)) \wedge$
 $\forall k ((1 \leq k \leq \text{pos} \wedge \neg \text{bikoitia}(k)) \rightarrow D(k) = d_k)\}$

d) Asertzioak ematerakoan egokiena den ordena jarraituko da:

(1) $\{\text{Hasierako baldintza}\} \equiv \{n \geq 1 \wedge \text{lauaniz}(n) \wedge \forall k (1 \leq k \leq n \rightarrow A(k) = a_k)\}$

Hasierako baldintzaren bidez A bektoreak gutxienez elementu bat izango duela, elementu-kopurua 4ren anizkoitza izango dela eta A bektoreko hasierako balioak *a* minuskulen bidez eta dagozkien azpiindezeak erabiliz adieraziko ditugula esaten da.

(2) $\{\text{Tarteko asertzioa}\} \equiv \{(1) \wedge i = 4\}$

(9) $\{\text{Bukaerako baldintza}\} \equiv$
 $\{\text{trukalau}(A(1..n), (a_1, a_2, \dots, a_n), n)\}$

Bukaerako baldintzaren bidez bektore osoan, hau da, *n* posizioraino egin beharreko trukaketa denak eginda daudela esaten da.

(3) $\{\text{Inbariantea}\} \equiv \{(4 \leq i \leq n + 4) \wedge \text{trukalau}(A(1..n), (a_1, a_2, \dots, a_n), i - 4)\}$

Inbariantearen bidez *i* - 4 posizioraino egin beharreko aldaketak egin direla adierazten da. Beraz *trukalau* predikatuaren definizioa kontuan hartuz, 2 eta 4, 6 eta 8, eta gainerako posizio bikoitietako balioak binaka lekuz trukatu dira *i* - 6 eta *i* - 4 posizioetaraino (hauek ere bai). Posizio bakoitietako

elementuak zeuden lekuan laga dira. Baina $i - 2$ eta i posizioetako elementuak ez dira trukatu oraindik.

$$(4) \{ \text{Tarteko asertzioa} \} \equiv \{ (4 \leq i \leq n) \wedge \text{trukalau}(A(1..n), (a_1, a_2, \dots, a_n), i - 4) \}$$

while-ean sartu garenez badakigu while-aren baldintza bete egin dela eta i ez dela n baino handiagoa, eta i launaka doanez, 4 eta n -ren artean dagoela ziurta dezakegu.

$$(5) \{ \text{Tarteko asertzioa} \} \equiv \{ (4 \leq i \leq n) \wedge \text{lag} = A(i - 2) = a_{i-2} \wedge \text{trukalau}(A(1..n), (a_1, a_2, \dots, a_n), i - 4) \}$$

$\text{lag} := A(i - 2)$; esleipena burutu ondoren lag aldagaiaren balioa eta $A(i - 2)$ berdinak izango dira eta gainera balio hori a_{i-2} hasierako balioa izango da. Baina *trukalau* predikatua $i - 4$ balioarentzat betetzen da oraindik, izan ere, i posizioari dagokionez erdizka gaude.

$$(6) \{ \text{Tarteko asertzioa} \} \equiv \{ (4 \leq i \leq n) \wedge \text{lag} = a_{i-2} \wedge A(i - 2) = A(i) = a_i \wedge \text{trukalau}(A(1..n), (a_1, a_2, \dots, a_n), i - 4) \}$$

$A(i - 2) := A(i)$; burutu ondoren lag aldagaiaren balioa eta $A(i - 2)$ ez dira berdinak izango baina lag aldagaian a_{i-2} hasierako balioa mantenduko da. Bestalde $A(i - 2)$ eta $A(i)$ berdinak izango dira orain eta beraien balioa a_i hasierako balioa izango da. Oraindik ere *trukalau* predikatua $i - 4$ balioarentzat betetzen da, i posizioari dagokionez erdizka baikaude.

$$(7) \{ \text{Tarteko asertzioa} \} \equiv \{ (4 \leq i \leq n) \wedge \text{lag} = a_{i-2} \wedge \text{trukalau}(A(1..n), (a_1, a_2, \dots, a_n), i) \}$$

$A(i) := \text{lag}$; esleipena burutu ondoren lag aldagaiaren balioa eta $A(i)$ -rena berdinak izango dira, a_{i-2} hasierako balioa. Orain $A(i - 2)$ eta $A(i)$ desberdinak dira: $A(i - 2)$ -ren balioa a_i da eta $A(i)$ -rena a_{i-2} . Trukateta bukatu denez *trukalau* predikatua i balioarekiko beteko da orain. $A(i - 2)$ eta $A(i)$ balioei buruzko informazioa *trukalau*($A(1..n)$, (a_1, a_2, \dots, a_n), i) predikatuan dago eta horregatik ez dago $A(i - 2)$ eta $A(i)$ kanpoan aipatu beharrik. (6) puntuan $A(i - 2)$ eta $A(i)$ aipatu beharra zegoen *trukalau*($A(1..n)$, (a_1, a_2, \dots, a_n), $i - 4$) predikatuan $A(i - 2)$ eta $A(i)$ balioei buruz ez delako ezer esaten.

$$(10) \{ \text{Tarteko asertzioa} \} \equiv \{ (8 \leq i \leq n + 4) \wedge \text{lag} = a_{i-6} \wedge \text{trukalau}(A(1..n), (a_1, a_2, \dots, a_n), i - 4) \}$$

$i := i + 4$; esleipena burutu ondoren i -ren tartearen mugak aldatu egin dira eta lag aldagaiak duen balioa a_{i-6} da.

$$(9) E = n + 4 - i$$

Inbariantea betetzen den lekuan gauden bakoitzean E espresioak while agindua bukatzeko gehienez zenbat buelta falta diren adierazi behar du. Taula ezkerretik eskuinera zeharkatzen denean E espresioa " i " aldagaiak har

dezakeen azkeneko balioa" ken "i" izango da. Azken batean E espresioa $n + 4$ eta i-ren arteko distantzia da. Horrela i-ren balioa handitzen denean, $n + 4$ eta i-ren arteko distantzia txikiagoa izango da eta eman beharreko buelta-kopurua ere txikiagoa izango da.

Koloreen bidez asertzio batetik bestera dauden aldaketak nabarmendu dira.