43. (2010eko apirila #1) bikoitia(x), bakoitiak(D(1..r)) eta bikbik (E(1..r), (e_1, e_2, …, e_r), F(1..r), (f_1, f_2, …, f_r), G(1..r), (g_1, g_2, …, g_r), pos) predikatuak eta C(1..n) bektoreko elementu denak bakoitiak direla jakinda, A(1..n) bektoreko eta B(1..n) bektoreko posizio berean zenbaki bikoitiak dauden bakoitzean posizio horretako B(1..n) eta C(1..n) bektoreetako elementuak trukatzen dituen programa. -- #

a) **bikoitia(x)** ≡ {x mod 2 = 0}

b) **bakoitiak(D(1..r))** ≡ $\forall k\ (1 \le k \le r \rightarrow \neg \text{bikoitia}(D(k)))$

c) **bikbik (E(1..r), (e_1, e_2, …, e_r), F(1..r), (f_1, f_2, …, f_r), G(1..r), (g_1, g_2, …, g_r), pos)** ≡

$\{(0 \le pos \le r) \wedge$
$\forall k\ ((1 \le k \le pos \wedge \text{bikoitia}(E(k))) \rightarrow \neg \text{bikoitia}(F(k))) \wedge$
$\forall k\ ((1 \le k \le pos \wedge \text{bikoitia}(e_k) \wedge \text{bikoitia}(f_k)) \rightarrow (E(k) = e_k \wedge F(k) = g_k \wedge G(k) = f_k)) \wedge$
$\forall k\ ((1 \le k \le pos \wedge (\neg \text{bikoitia}(e_k) \vee \neg \text{bikoitia}(f_k))) \rightarrow (E(k) = e_k \wedge F(k) = f_k \wedge G(k) = g_k))\}$

d) Asertzioak ematerakoan egokiena edo naturalena den ordena jarraituko da eta ez zenbakizko ordena:

(1) {Hasierako baldintza} ≡ $\{n \ge 1 \wedge$
$\forall k\ (1 \le k \le n \rightarrow (A(k) = a_k \wedge B(k) = b_k \wedge C(k) = c_k)) \wedge$
$\text{bakoitiak}(C(1..n))\}$

(2) {Tarteko asertzioa} ≡ $\{(1) \wedge i = 0\}$

(9) {Bukaerako baldintza} ≡
{bikbik(A(1..n), (a_1, a_2, …, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, …, b_n), C(1..n), (c_1, c_2, …, c_n), n)}

(3) {Inbariantea} ≡
{$(0 \le i \le n)$ ∧ bikbik(A(1..n), (a_1, a_2, …, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, …, b_n), C(1..n), (c_1, c_2, …, c_n), i)}

(4) {Tarteko asertzioa} ≡
{$(0 \le i \le n - 1)$ ∧ bikbik(A(1..n), (a_1, a_2, …, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, …, b_n), C(1..n), (c_1, c_2, …, c_n), i)}

(5) {Tarteko asertzioa} ≡

$\{(0 \le i \le n - 1) \wedge$
$\text{bikbik}(A(1..n), (a_1, a_2, \ldots, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, \ldots, b_n), C(1..n), (c_1, c_2, \ldots, c_n), i)$
$\wedge \text{bikoitia}(A(i + 1)) \wedge \text{bikoitia}(B(i + 1)) \wedge$
$A(i + 1) = a_{i+1} \wedge B(i + 1) = b_{i+1}\}$

(5) era laburrean:

$(5) \equiv \{(4) \wedge \text{bikoitia}(A(i + 1)) \wedge \text{bikoitia}(B(i + 1)) \wedge$
$A(i + 1) = a_{i+1} \wedge B(i + 1) = b_{i+1}\}$

(6) {Tarteko asertzioa} ≡

$\{(0 \le i \le n - 1) \wedge$
$\text{bikbik}(A(1..n), (a_1, a_2, \ldots, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, \ldots, b_n), C(1..n), (c_1, c_2, \ldots, c_n), i)$
$\wedge \text{bikoitia}(A(i + 1)) \wedge \text{bikoitia}(B(i + 1)) \wedge$
$A(i + 1) = a_{i+1} \wedge B(i + 1) = b_{i+1} \wedge lag = B(i + 1)\}$

(6) era laburrean:

$(6) \equiv \{(5) \wedge lag = B(i + 1)\}$

(7) {Tarteko asertzioa} ≡

$\{(0 \le i \le n - 1) \wedge$
$\text{bikbik}(A(1..n), (a_1, a_2, \ldots, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, \ldots, b_n), C(1..n), (c_1, c_2, \ldots, c_n), i)$
$\wedge \text{bikoitia}(A(i + 1)) \wedge \text{bikoitia}(b_{i+1}) \wedge$
$A(i + 1) = a_{i+1} \wedge B(i + 1) = C(i + 1) \wedge C(i + 1) = c_{i+1} \wedge lag = b_{i+1}\}$

(7) era laburrean:

$(7) \equiv \{(4) \wedge \text{bikoitia}(A(i + 1)) \wedge \text{bikoitia}(b_{i+1}) \wedge$
$A(i + 1) = a_{i+1} \wedge B(i + 1) = C(i + 1) \wedge C(i + 1) = c_{i+1} \wedge lag = b_{i+1}\}$

(11) {Tarteko asertzioa} ≡

{$(0 \le i \le n - 1) \wedge$
bikbik(A(1..n), ($a_1, a_2, \ldots, a_n$), B(1..n), ($b_1, b_2, \ldots, b_n$), C(1..n), ($c_1, c_2, \ldots, c_n$), i)
$\wedge$ bikoitia(A(i + 1)) $\wedge$ bikoitia(b_{i+1}) $\wedge$
$A(i + 1) = a_{i+1} \wedge B(i + 1) = c_{i+1} \wedge C(i + 1) = b_{i+1} \wedge lag = b_{i+1}$}

(11) puntua C(i + 1) := lag; esleipena burutu ondoren betetzen den asertzioa da.

(11) era laburrean:

(11) ≡ {(4) $\wedge$ bikoitia(A(i + 1)) $\wedge$ bikoitia(b_{i+1}) $\wedge$
$A(i + 1) = a_{i+1} \wedge B(i + 1) = c_{i+1} \wedge C(i + 1) = b_{i+1} \wedge lag = b_{i+1}$}

Beste aukera bat ere badago. Izan ere
birbik(A(1..n), ($a_1, a_2, \ldots, a_n$), B(1..n),($b_1, b_2, \ldots, b_n$), i)
predikatuak dio 1 eta i posizioen arteko kalkuluak eginda daudela eta
bikoitia(A(i + 1)) $\wedge$ bikoitia(b_{i+1}) $\wedge$
$A(i + 1) = a_{i+1} \wedge B(i + 1) = c_{i+1} \wedge C(i + 1) = b_{i+1} \wedge lag = b_{i+1}$
formula kontuan hartuz badakigu i + 1 posiziokoa ere eginda dagoela, beraz *ordezkatuta* predikatuan i + 1 ipiniz 1 eta i + 1 posizioen arteko kalkuluak eginda daudela adieraz dezakegu. Gainera horrela $A(i + 1) = a_{i+1} \wedge B(i + 1) = c_{i+1} \wedge C(i + 1) = b_{i+1}$ ipini beharrik ez dago, hori predikatuan esanda gelditzen baita i + 1 ipintzean.

(11) ≡ {$(0 \le i \le n - 1) \wedge$
bikbik(A(1..n), ($a_1, a_2, \ldots, a_n$), B(1..n), ($b_1, b_2, \ldots, b_n$), C(1..n), ($c_1, c_2, \ldots, c_n$), i + 1)
$\wedge$ bikoitia(A(i + 1)) $\wedge$ bikoitia(b_{i+1}) $\wedge$ $lag = b_{i+1}$}

(8) {Tarteko asertzioa} ≡

{$(0 \le i \le n - 1) \wedge$
bikbik(A(1..n), ($a_1, a_2, \ldots, a_n$), B(1..n), ($b_1, b_2, \ldots, b_n$), C(1..n), ($c_1, c_2, \ldots, c_n$), i + 1)}

(12) {Tarteko asertzioa} ≡

{$(1 \le i \le n) \wedge$
bikbik(A(1..n), ($a_1, a_2, \ldots, a_n$), B(1..n), ($b_1, b_2, \ldots, b_n$), C(1..n), ($c_1, c_2, \ldots, c_n$), i)}

(12) puntua i:= i + 1; esleipena burutu ondoren betetzen den formula da.

(10) E = n – i

Asertzio batetik bestera zer aldatzen den hobeto ikusteko, aldaketak kolorez ipini dira.