

**Kudeaketaren eta informazio sistemen informatikaren ingeniartzako
gradua**

Analisi matematikoa

2013ko uztailaren 9

1. ORRIALDEA

A) Kontsidera ditzagun $z_1 = \ln\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$ eta $z_2 = 1 - \ln i$ zenbaki konplexuak.

a.- Kalkulatu z_1 eta z_2 zenbakien modulua eta argumentua .

b.- Kalkulatu $\frac{z_1}{z_2}$ eta $z_1 \cdot z_2$.

B) Ziurtatu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + n}$ seriea konbergentea dela eta aurkitu haren batura.

C) Kalkulatu honako limite hauek:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1} \right)^{3x}$$

D) Kontsidera dezagun honako funtzio hau:

$$f(x) = \begin{cases} e^x - \frac{1}{1+x} & x \neq -1 \\ 5 & x = -1 \end{cases}$$

a.- Aurkitu f-ren definizio-eremua.

b.- Aztertu f-ren jarraitutasuna eta deribagarritasuna. Lortu f' existitzen den puntuetan.

2. ORRIALDEA

A) Aurkitu $f_1(x, y) = x - y + 1 = 0$ ekuazioarekin baldintzaturiko $f(x, y) = x^2 + y^2 + x + y$ funtzioaren mutur lokalak. (Lagrange-ren biderkatzaileak erabiliz)

B) Aurkitu $f(x, y) = \ln[(x - y^2)(y - x)]$ funtzioaren izate-eremua. Adierazi grafikoki.

C) Kontsidera dezagun $2x - \sin x - 1 = 0$ ekuazioa.

a.- Frogatu ekuazio horrek \hat{x} soluzio bakarra duela $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ tartean.

b.- Newton –Raphson-en hurbilketa metodoa erabiliz aurkitu \hat{x} -ren soluzio hurbildu bat (4 iterazio).

D) Kontsidera dezagun honako funtzio hau:

$$z(x, y) = \frac{y^2}{x} + \sin\left(\frac{x^2}{y^2}\right)$$

Kalkulatu:

$$x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - xy \frac{\partial z}{\partial y} + 3y^2$$