A_1 axioma: edozein a eta b zenbakiak B multzoan badaude, haien biderkadura ere B multzokoa izango da.

$$\forall a,b \in B \rightarrow a+b \in B$$

$$\forall a,b \in B \rightarrow a \cdot b \in B$$

A_2 axioma: Bi eragileetek elementu neutro bana. B multzoko edozein elementu hartuta, (a), eta a eta elementuaren arteko eragiketaren emaitza a bera da.

$$\exists 0 \in B \,/\, \forall a \in B \rightarrow a+0=a$$

$$\exists 1 \in B \,/\, \forall a \in B \rightarrow a \cdot 1 = a$$

A_3 axioma: trukatze-legea, bi eragigaien ordenak ez du eragiten emaitzean

$$\forall a,b \in B \rightarrow a+b=b+a$$

$$\forall a,b \in B \rightarrow a \cdot b = b \cdot a$$

A_4 axioma: Bi eragileetek banatze-legea bete batak bestearekiko

$$\forall a,b,c \in B \rightarrow a+(b \cdot c)=(a+b)\cdot(a+c)$$

$$\forall a,b,c \in B \rightarrow a\cdot(b+c)=(a\cdot b)+(a \cdot c)$$

A_5 axioma: ~~B~~ multzoko edozein a-k bere osagarria dauka, eta baldintza hauek bete.

$$\forall a,b \in B \;\; \exists \bar{a} \in B \,/\, a+\bar{a}=1$$

$$\forall a,b \in B \;\; \exists \bar{a} \in B \,/\, a \cdot \bar{a}=0$$

A6 axioma: B multzoak gutxienez bi osagai.

$$\exists a,b \in B \,/\, a \neq b$$

T_1 teorema: inpotentzia-legea.

$\forall a \in B \rightarrow a+a=a$

$\forall a \in B \rightarrow a \cdot a = a$

T_2 teorema:

$\forall a \in B \rightarrow a+1=1$

$\forall a \in B \rightarrow a \cdot 0 = 0$

T_3 teorema: xurgapen-teorema

$\forall a,b \in B \rightarrow a+(a \cdot b)=a$

$\forall a,b \in B \rightarrow a \cdot (a+b) = a$

T_4 teorema: inboluzio-legea

$\forall a \in B \rightarrow \bar{\bar{a}} = a$

T_5 teorema: elkartze-legea

$\forall a,b,c \in B \rightarrow (a+b)+c = a+(b+c)$

$\forall a,b,c \in B \rightarrow (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

T_6 teorema: De morganen legea

$\forall a,b \in B \rightarrow \overline{a+b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$

$\forall a,b \in B \rightarrow \overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$

T_7 teorema

$\forall a,b \in B \rightarrow a + \bar{a} \cdot b = a+b$

$\forall a,b \in B \rightarrow a \cdot (\bar{a}+b) = a \cdot b$

Sistema digitalak diseinatzeko oinarriak

0. gaia: Informazioaren adierazpena

SD, sistema digitaletan datuek balio bitarrak dituzte, hau da: 0, 1

Balio bitar horiek, bitak, multzoka zailkatzen dira: 8, 16, 32, 64... 8 multzoko bita bati, Byte (B) = 11000101 esaten zaio.

$n = (1, 2, 3, 4 \ldots)$ 2^n kode desberdin daude, hau da,

$n=2$ izanezkero $2^2 = 4$ 00, 01, 10, 11

$n=10$ izanezkero $2^{10} = 1.024 \rightarrow 1K$

$n=20$ izanezkero $2^{20} = 1.048.576 \rightarrow 1M$

$n=30$ izanezkero $2^{30} = 1.063.741.824 \rightarrow 1G$

Zenbaki naturalak

n bitekin $[0, 2^n-1] \rightarrow n=3 \rightarrow [0, 2^3-1] \rightarrow [0, \ldots, 7]$

000
⋮
111 = 7

x bit eran adierazteko $\rightarrow \log_2 x$ erabiltzen da.

Adb

$x = 122 \rightarrow \log_2 122 = 6'93 \rightarrow 7$ bit

Era bitarretik zenbaki hamartarretara pasatzeko, soilik batak izango ditugu kontuan, eta haien posizioa.

Adb

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2^5 & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \end{array} \rightarrow$$

$$32 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 = 45$$

Zenbaki hamartar bat zenbaki bitar bilakatzeko, zenbaki hori ~~z~~ 2-rekin zatituko dugu ahal dugun guztian.

Adb

$$122 \mid \underline{2} \quad 0$$
$$61 \mid \underline{2} \quad 1$$
$$30 \mid \underline{2} \quad 0$$
$$15 \mid \underline{2} \quad 1$$
$$7 \mid \underline{2} \quad 1$$
$$3 \mid \underline{2} \quad 1 \quad 1$$

~~122 = 0101111~~

$\boxed{122 = 1111010}$

Kodeketa bitar hutsa

Hamaseitarra

Kodeketa 16-tarrean ez da bitarra bezain astuna, bitak launaka hartzen baitira.

16 oinarrian, hurrengo digitu hauek erabiltzen dira,
0-9, A, B, C, D, E, F.
(10) (11) (12) (13) (14) (15)

Adb

$\underbrace{1011}_{11 = B}$ $\underbrace{0111}_{7}$ $\underbrace{0101}_{5}$ $\underbrace{1111}_{15 = F}$

$A81_{16} \rightarrow 1010\ 1000\ 0001$

Zuzenean kodeketa hamaseitarretik hamartarrera pasatzeko, bitarretik hamartarrera pasatzearen oso antzekoa da, soilik bitarrean 2^n erabiltzen da bakoitzaren posizioaren arabera, eta hamaseitarrean 16^n.

Adb

$1B6F \rightarrow 1 \cdot 16^3 + 11 \cdot 16^2 + 6 \cdot 16^1 + 15 = 7023$

~~BOF~~

SDDO

BCD kodeketa

BCD kodeketan digitu hamartar balioitza lau bitetan adierazten da.

Adb

356_{10} → digitu balioitza bitarrean

356_{10} → $0011\ 0101\ 0110_{BCD}$

BCD-ko zenbakirik altuena 999_{10} izango da, hau da $1001\ 1001\ 1001_{BCD}$

Zenbaki osoak

Zeinu/magnitude

Bit bat, hau da, ezkerreko lehenengoa zeinurako erabiltzen da. Bita "zero" bada zeinua "+" izango da, orduz Bita "bat" bada zeinua "-" izango da.

Adb

001111_{ZM} → $+15_{10}$

-25_{10} → 111001_{ZM}

$A = 1001 = -1$
$B = 0110 = 6$ → A+B →

$$\begin{array}{r} 1001 \quad -1 \\ 0110 \quad +6 \\ \hline 1111_{ZM} \quad -7 \end{array}$$

$\boxed{A+B = -7}$

Adierazpide-tartea jakiteko bit kopuruarekin (n) erlazioa duen formula erabiltzen da. $[-(2^{n-1}-1), (2^{n-1}-1)]$.

Adb

$n=6$

$[-(2^{6-1}-1), (2^{6-1}-1)] = [-31, 31]_{ZM}$

$n=6$ era bitarrean jarrita

$[0, 2^n-1] \rightarrow [0, 2^6-1] = [0, 63]$

2rallo Osagarria

Zeinua ez dago banditu, eta zeinu positiboak zuzenean jar dezakegu bitar hutsean, baina zeinu negatiboei aldaketa bat egin behar zaie. Hode positiboak egokitzeko, hau da 2^n gehitu.

Adb

$-17_{10} \rightarrow \overset{n=6}{-17+2^n} \Rightarrow -17+2^6 = 47$

$47_{10} \rightarrow$

47	2				
1	23	2			
	1	11	2		
		1	5	2	
			1	2	2
				0	1

$47_{10} \rightarrow 101111$

$A \rightarrow 010101$ (21)

$B \rightarrow 110111 \rightarrow 55 - 2^6 = -9$

A+B

$$\begin{array}{r} 010101 \\ +\ 110111 \\ \hline 001100 \end{array} \rightarrow 12$$

Arilketak

2.0

$A = 23 \rightarrow 010111$

$B = 5 \rightarrow 000101$

$$A+B \rightarrow \begin{array}{r} 010111 \\ +\ 000101 \\ \hline \boxed{011100 \rightarrow 28} \end{array}$$

$A = -17 \rightarrow -17 + 2^6 = 47$

$B = -8 \rightarrow -8 + 2^6 = 56$

$47 \rightarrow 101111$

$56 \rightarrow 111000$

$$\rightarrow A+B \rightarrow \begin{array}{r} 101111 \\ +\ 111000 \\ \hline 100111 \end{array} \rightarrow 39$$

56	2			
0	28	2		
	0	14	2	
		0	7	2
			1	3	2
				1	1

$39 - 2^6 = -25$

$100111 \rightarrow -25$

10110110

Hamartarrean: 128+32+16+4+2 = 182

Zm: -54

2.O: -74

$\rightarrow$ 182 - 2^8 = -74

01101011

Bitar hutsa: 107 positiboa denez hiru kasuetan denetan da berdina.

Zatiko osagarriko adierazpide-sistema

(n)bitekin, adierazpide-tartea:

$[-(2^{n-1}), (2^{n-1}-1)]$

Adb

n=6

$$
\begin{array}{r l}
+\ 010111 & (23) \\
010111 & (23) \\
\hline
0101\cancel{1}10_{2C} \rightarrow -18 & \quad 0101\cancel{1}10_2 \rightarrow 46
\end{array}
$$

Bitar hutsean azken bita, hau da, kasu honetan 0 kontuan hartuko genuke, zeren eta, bestelan batuketaren emaitza okerra izango zen. Baina Zatiko osagarrian, 7. bit hori ez dugu kontuan izango bestela ez baita n=6 ri egokitzen zaion tartean mugitzen, hau da, [-32, 31].

Zenbaki bati biko osagarrian zeinua aldatu: Horretarako zenbaki hori alderantzikatu behar da lehenbizi, hau da 0-ak dauden tokian 1-ak jarri eta alderantziz. Eta ondoren hasierako bitari +1 egin.

Adb → 101011 → $43 - 2^6 = -21$

C_1 101011
010100 → 010100
+1
010101 → (21)

Desplazatutako adierazpideak

Zeinu guztiak desplazatzen dira positiboak zein negatiboak, baina $(2^{n-1}-1)$ bit desplazatuz.

Adb

$n=5$

$2^{5-1}-1=15$

$8 \rightarrow 8+15=23 \rightarrow 10111$

$-13 \rightarrow -13+15=2 \rightarrow 00010$

Batekoz hasten diren zenbakiak positiboak dira, eta zeinu negatiboa dute bita 0 denean.

$01101 \rightarrow 13-\underbrace{15}_{(2^{n-1}-1)}=-2$

Desplazatutako adierazpidearen adierazpide-tartea, honako hau da, $[-(2^{n-1}-1),(2^{n}-1)]$

Koma Finkoa, Zenbaki errealak

Zenbaki hamartarretan gertatzen den antzekoa da, hau da, 10^{-x} erabiltzen da komaren posizioa finkatzeko. ~~Bes~~ Bitar hutsean, 2^{-x} erabiltzen da. Horrela, bit bat erabiltzen da zeinurako, N bit alde osorako eta k bit alde frakzionariorako.

Adb → 1001'110

1001' $\overset{2^{-1}2^{-2}}{110}$ → $1\cdot2^{-1}+1\cdot2^{-2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=0'75$

↓

9'75

7'57 → 0'57

0111'1001

$$\begin{array}{r} 0'57 \\ \cdot 2 \\ \hline \boxed{1}'14 \\ \cdot 2 \\ \hline \boxed{0}'28 \\ \cdot 2 \\ \hline \boxed{0}'56 \\ \cdot 2 \\ \hline \boxed{1}'12 \end{array}$$

Koma higikorra

Formatu bitar estandarrean oinarritzen da, bit bat zeinurako erabiltzen du, M bit mantisarako eta B bit berretzailerako.

Mantisa normalizatzeko mantisa tartea jartzen zaio.

$0<m<1$ edo $1<m<2$

Adb

7'57 M = 4 B = 3

7'57 → $2^{3}\cdot$ 0 1111 001 = 111'1001

Koma mugitzean zati 8 egin behar dugu, aurretik biderkatu egin dugulako.

Mantisa 4 izanik bit batzuk kendu behar dira, Beraz, $0'1111\cdot2^{3}$ geratuko da.

Berretura: 3   B desplazatua = 3

$3 + \underbrace{2^{2}-1}_{\text{Bit kopurua}} = 3+3 = 6 \rightarrow 110$

$\underset{\text{Zeinua}}{0}\ \underset{\text{Mantisa}}{1111}\ \underset{\text{Berretu bit}}{110} \simeq 7'5?$

$0'1111 \cdot 2^{3} = 111'1 = 7'5$

0. Gaia ariketak

0.1

a) $+7 \rightarrow 000111_{Zm}$

$\rightarrow 000111_{2.Osag}$

$\rightarrow 7 + 2^{6-1}-1 = 31+7 = 38 \rightarrow 100110_{Desp}$

b) $-7 \rightarrow 100111_{Zm}$

$\rightarrow -7+2^{6} = 57 \rightarrow 111001_{2.Osag}$

$\rightarrow -7+31 = 24 \rightarrow 011000_{Desp}$

c)

$-43 \rightarrow$ ezin da idatzi Z/m

$\rightarrow -43+2^{6} = 21 \rightarrow \cancel{010101_{2Osag}}$

$\rightarrow \cancel{-43+31} \rightarrow$ ezin da adierazi desplazatuko adierazpenean

d) $43 \rightarrow$ ezin da idatzi Z/m

$\rightarrow 43 \rightarrow \cancel{101011_{2Osg}}$

$\rightarrow$ ezin da idatzi desp