39. (2009ko apirila #1) bikoitia(x) eta batuta(D(1..r), (d_1, d_2, …, d_r), E(1..r), (e_1, e_2, …, e_r), pos) predikatuak eta A(1..n)-ko elementu bikoitiak B(1..n) taulan posizio berean dauden elementuei batzen dizkien eta A(1..n)-ko posizio horietan 0 balioa gordetzen duen programa. -- #

a) **bikoitia(x)** ≡ $\{x \bmod 2 = 0\}$

b) **batuta(D(1..r), (d_1, d_2, …, d_r), E(1..r), (e_1, e_2, …, e_r), pos)** ≡

$$\{(0 \le pos \le r) \wedge \forall k\, (1 \le k \le pos \rightarrow ((bikoitia(d_k) \rightarrow (D(k) = 0 \wedge E(k) = d_k + e_k)) \wedge (\neg bikoitia(d_k) \rightarrow (D(k) = d_k \wedge E(k) = e_k))))\}$$

c) Asertzioak ematerakoan egokiena edo naturalena den ordena jarraituko da eta ez zenbakizko ordena:

(1) {Hasierako baldintza} ≡ $\{n \ge 1 \wedge \forall k\, (1 \le k \le n \rightarrow (A(k) = a_k \wedge B(k) = b_k))\}$

(2) {Tarteko asertzioa} ≡ $\{(1) \wedge i = 0\}$

(8) {Bukaerako baldintza} ≡
$\{batuta(A(1..n), (a_1, a_2, \dots, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, \dots, b_n), n)\}$

(3) {Inbariantea} ≡
$\{(0 \le i \le n) \wedge batuta(A(1..n), (a_1, a_2, \dots, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, \dots, b_n), i)\}$

(4) {Tarteko asertzioa} ≡
$\{(0 \le i \le n - 1) \wedge$
$batuta(A(1..n), (a_1, a_2, \dots, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, \dots, b_n), i)\}$

(5) {Tarteko asertzioa} ≡
$\{(1 \le i \le n) \wedge$
$batuta(A(1..n), (a_1, a_2, \dots, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, \dots, b_n), i - 1)\}$

(6) {Tarteko asertzioa} ≡
$\{(1 \le i \le n) \wedge batuta(A(1..n), (a_1, a_2, \dots, a_n), B(1..n), (b_1, b_2, \dots, b_n), i - 1)$
$\wedge\ bikoitia(A(i)) \wedge A(i) = a_i \wedge B(i) = b_i\}$

(6) era laburrean:
(6) ≡ $\{(5) \wedge bikoitia(A(i)) \wedge A(i) = a_i \wedge B(i) = b_i\}$

(7) {Tarteko asertzioa} ≡

{$(1 \le i \le n) \wedge$ batuta(A(1..n), $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$, B(1..n), $(b_1, b_2, \ldots, b_n)$, $i - 1$)
$\wedge$ bikoitia(A(i)) $\wedge$ A(i) = a_i $\wedge$ B(i) = A(i) + b_i}

(7) era laburrean:

(7) ≡ {(5) $\wedge$ bikoitia(A(i)) $\wedge$ A(i) = a_i $\wedge$ B(i) = A(i) + b_i}

(10) {Tarteko asertzioa} ≡

{$(1 \le i \le n) \wedge$ batuta(A(1..n), $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$, B(1..n), $(b_1, b_2, \ldots, b_n)$, $i - 1$)
$\wedge$ bikoitia(a_i) $\wedge$ A(i) = 0 $\wedge$ B(i) = $a_i + b_i$}

(10) puntua A(i) := 0; esleipenaren ondoren betetzen den asertzioa da.

(10) era laburrean:

(10) ≡ {(5) $\wedge$ bikoitia(a_i) $\wedge$ A(i) = 0 $\wedge$ B(i) = $a_i + b_i$}

Baina hor esan duguna honako hau da: 1etik i – 1 posiziora arteko kalkuluak eginda daude eta i posizioko kalkulua ere eginda dago. Beraz 1etik i posiziora arteko kalkuluak eginda daudela esan dezakegu eta hori batuta predikatuan argumentu bezala i ipiniz egin dezakegu:

(10) ≡ {$(1 \le i \le n) \wedge$ batuta(A(1..n), $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$, B(1..n), $(b_1, b_2, \ldots, b_n)$, i)
$\wedge$ bikoitia(a_i)}

(11) {Tarteko asertzioa} ≡

{$(1 \le i \le n) \wedge$ batuta(A(1..n), $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$, B(1..n), $(b_1, b_2, \ldots, b_n)$, i)}

(11) puntua **end if** eta **end loop**-en artean betetzen den asertzioa da.

(10) eta (11) puntuen arteko desberdintasuna honako hau da:
(10) badakigu if aginduko then bidetik joan garela baina (11) puntuan ez dakigu nola iritsi garen (then bidetik edo bestela ezer egin gabe).

(9) E = n – i

Asertzio batetik bestera zer aldatzen den hobeto ikusteko, aldaketak kolorez ipini dira.