3. gaia: Mekanika ondulatorioa

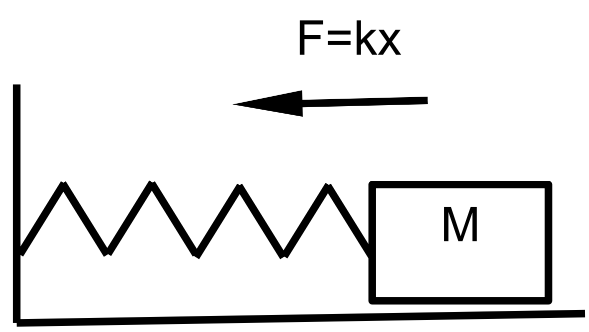
Oszilazio-higidura

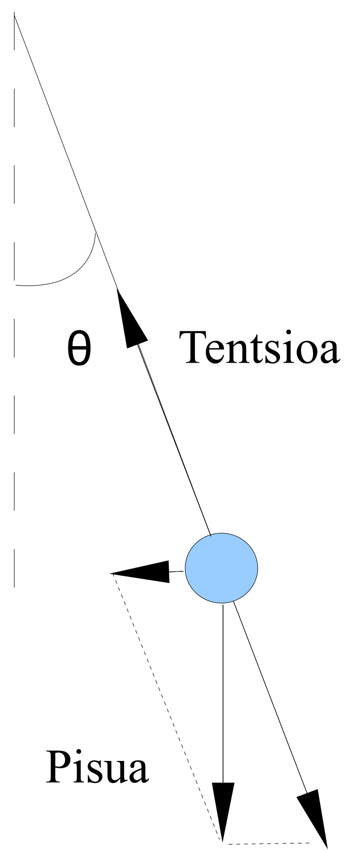
- Hainbat sistema mekanikoetan badago egoera egonkorreko posiziorik
- Sistemak dagoen egoeran mantentzeko joera daukanean, oreka puntuan dagoela esaten da
- Oreka puntua egonkorra da, puntu horretatik ateratzeko ahaleginak egiten baditugu, sistemak berak oreka puntua berreskuratzen duenean

Oszilazio-higidura

- Sistemak oreka puntua berreskuratzen du, baina ezin du puntu horretan mantendu; birpasatzen du eta berriro berreskuratzeko prozesuan sartzen da.
- Sekuentzia hau errepikatzen da
- Prozesu honi oszilazio-higidura deitzen diogu, eta sistema bat oreka egonkorretik ateratzen dugunean, beti gertatzen da
- Pendulu bat, masa bat erresorte baten muturrean eta beste adibide asko dago

Oszilazio-higidura



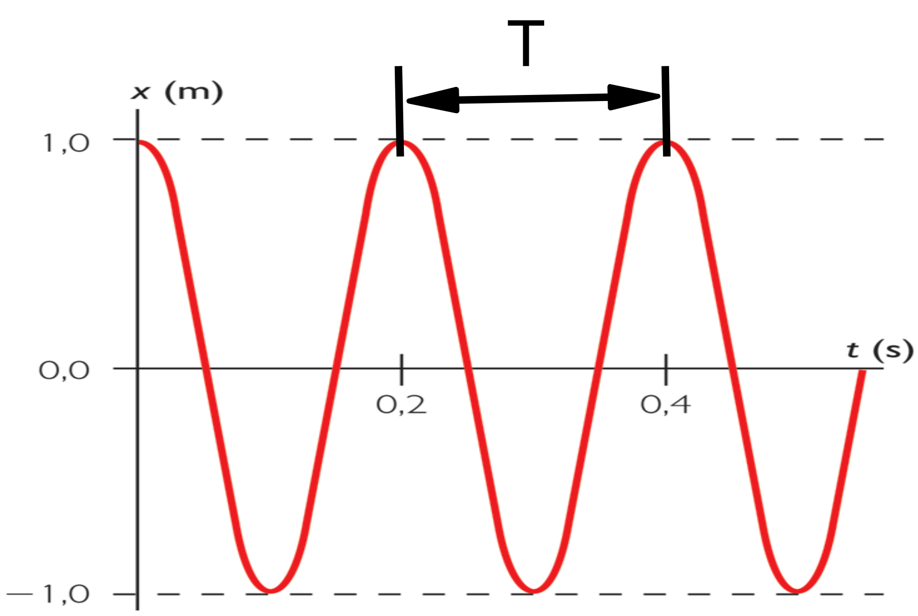


- Malguki batek egiten duen indarra, bere luzaerakiko proportzionala da, eta hasierako luzaera mantentzeko joera dauka
- Penduluko indarren osagai horizontalak (penduluen pisua+harilaren tentsioa), harila bertikalezko norabidean mantentzeko joera dauka
- Bi kasutan, sistemaren posizioa funtzio sinusoidal bat da

Funtzio periodikoa

- Funtzio baten balioak etengabe errepikatzen direnean, funtzioa periodikoa da
- Funtzio periodiko baten periodoa *T*, pasatu egin behar den denbora tarte minimoa funtzioaren balio bat errepikatzeko da

$$x(t) = x(t+kT)\,non\,k = 0, 1, 2, \ldots$$

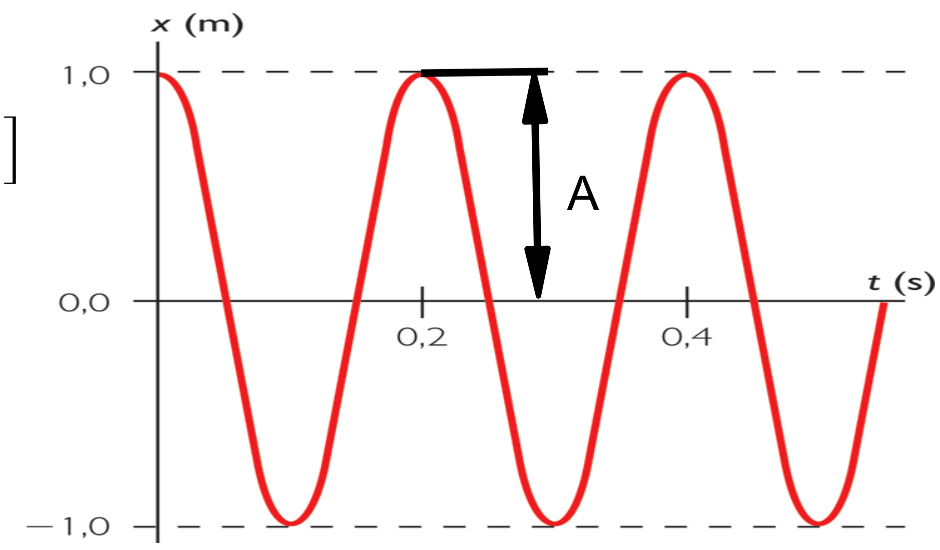


Funtzio periodikoa

- Funtzio periodiko baten anplitudea *A,* periodo baten bitartean funtzioaren balio maximoa da
- Periodoa adierazteko askotan erabiltzen da bere alderantzizkoa: maiztasuna f

$$A = max\{x(t)\} \forall t \in [t_{0,} t_0 + T]$$

$$f = \frac{1}{T}$$



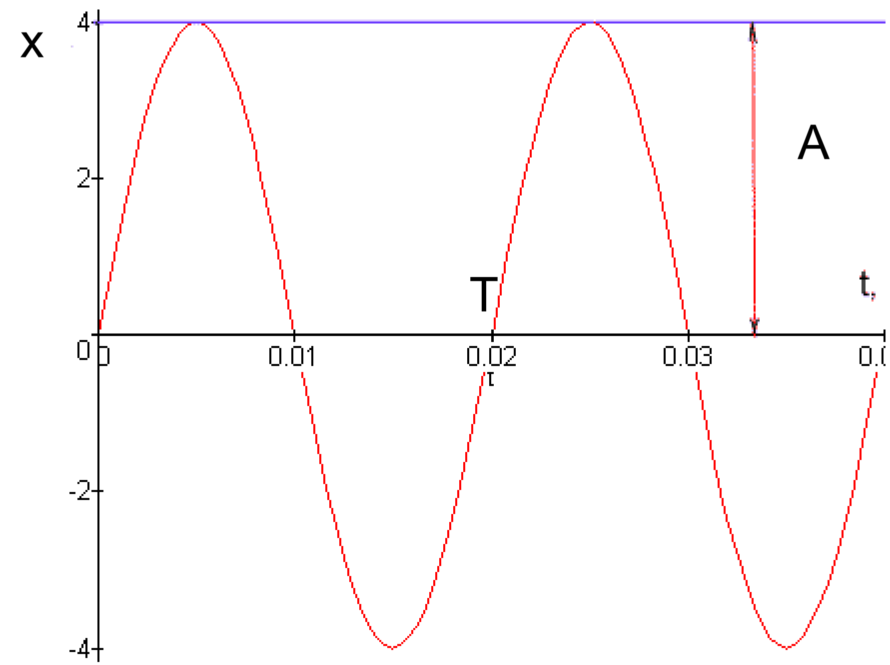
Funtzio periodiko sinusoidala

- Angelu baten sinuko funtzioa da sinusoidala edo sinusoidea
- Bere ezaugarriak dira: periodoa, anplitudea eta fase diferentzia (desfasea)

$$x(t) = A\,sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \phi\right)$$

$$Maiztasun\ angeluarra: \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$Fase\ diferentzia: \phi = arcsin\left(\frac{x(t=0)}{A}\right)$$



Higidura harmoniko sinplea

- Oszilasio-higidurek, malguki edo pendulua kasu, funtzio periodikoak betetzen dituzte
- Funtzioan sinusoidea denean, higidura harmoniko sinplea da
- Higidura harmoniko sinplearen funtzioa da:

$$x(t) = A\,sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \phi\right)$$

- Kosinua sinuoside bat da baita ere:

$$cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) = sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Fourier analisia

- Zein da funtzio sinusoidalaren garrantzia?
- Higidura harmoniko sinplea ez denean, ez dakigu zeintzuk diren funtzioaren ezaugarriak
- Fourier serieak erabili ditzakegu funtzio periodiko bat funtzio sinusoidaleko serietan banatzeko:

$$f(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n\cdot cos\left(\frac{2n\pi}{T}t\right)+b_n\cdot sin\left(\frac{2n\pi}{T}t\right)\right]$$

Fourier analisia

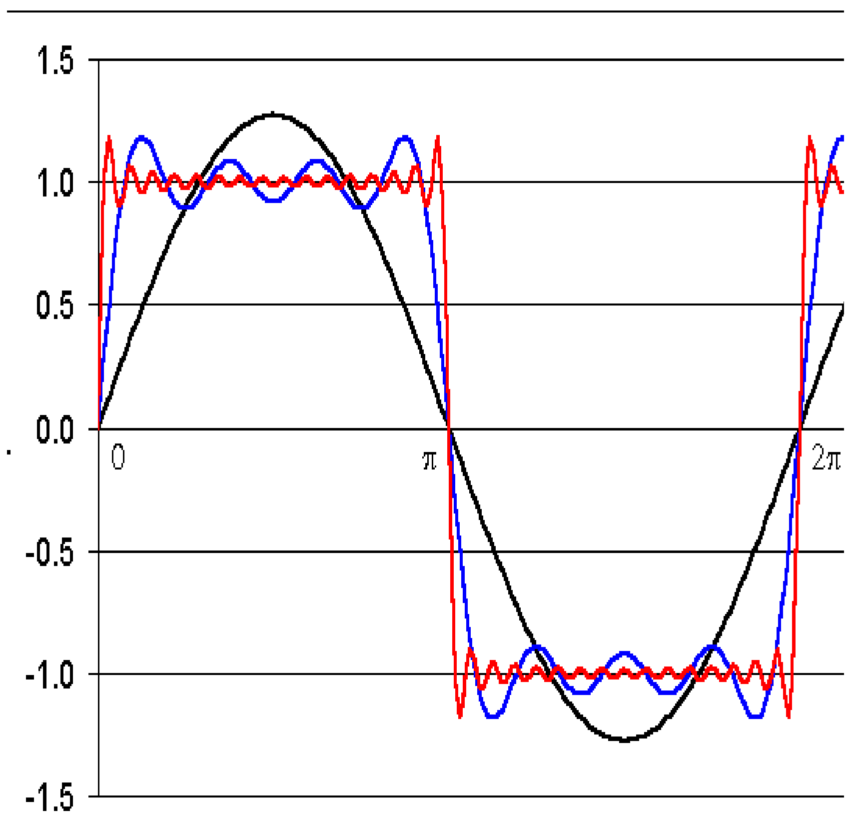
- Sinusoideren anplitudeak:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos\left(\frac{2n\pi}{T} t\right) dt, \quad b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin\left(\frac{2n\pi}{T} t\right) dt$$

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t)\, dt$$

- Fourier serieko gaiak jatorrizko funtzioaren harmonikoak dira
- Harmonikoen periodoak, jatorrizko funtzioaren azpimultiploak dira

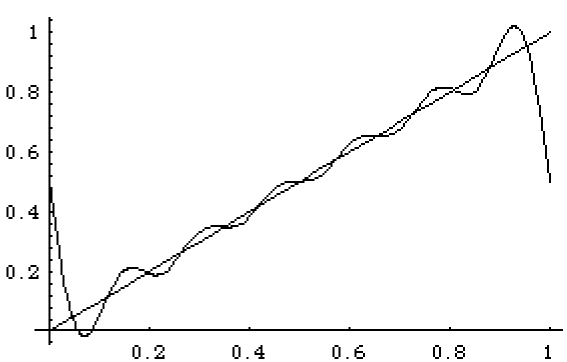
Fourier analisia

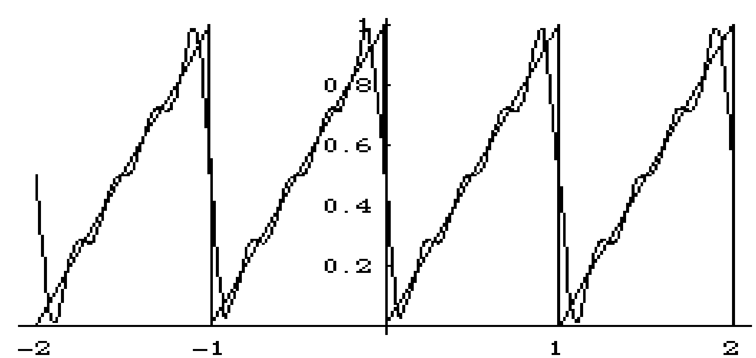


- Maila funtzio periodikoaren Fourier analisia hemen irudikatzen da
- Urdinean lehenengo 8 harmonikoaren batuketaren emaitza dago, gorrian lehenengo 32 harmonikoarena
- Batugai kopurua handitzen denean, batuketa funtzioa eta jatorrizko funtzioa gero eta hurbilago daude

Fourier analisia

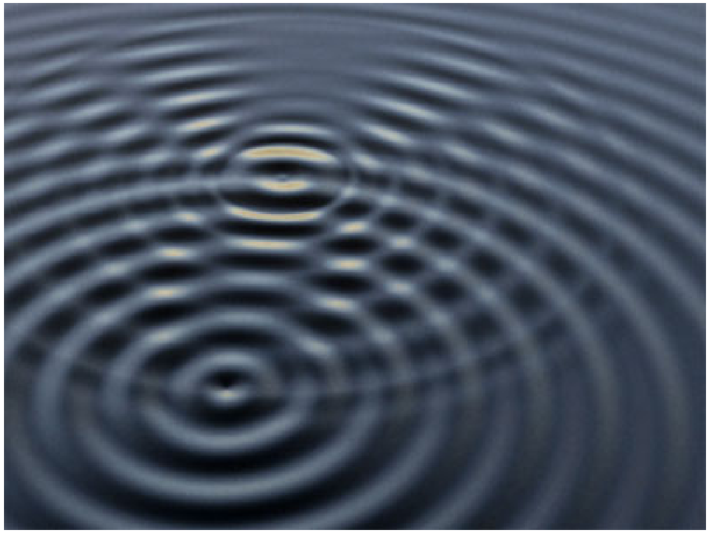
- Funtzioa periodikoa ez bada, ezin dugu Fourier analisia garatu
- Funtzioaren denbora tarte bat aztertu dezakegu, funtzioaren balioak errepikatzen dituen funtzio periodiko bat eraikiz
- Horrela eraikitako funtzioa banatu dezakegu Fourier seriearen bidez





Uhinak

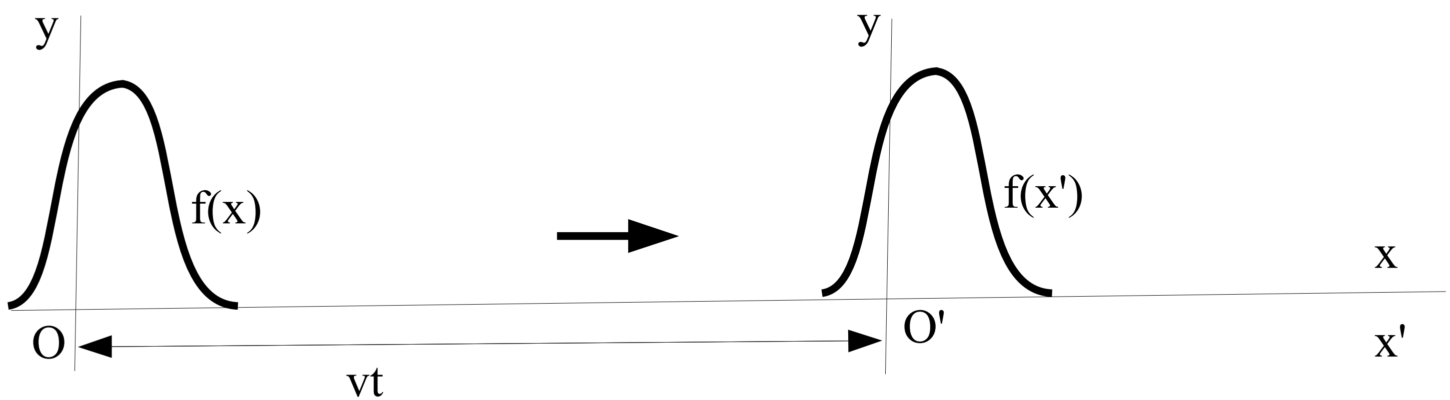
- Higidura-oszilatorioa gertatzen denean, inguruko partikulak mugitzen dira era berean; higidura bere hasiera-puntutik gero eta hurrunago zabalduz
- **Uhina** da higidura-oszilatorioa edo beste edozein magnitude aldagarrien transmisioa
- Hasierako higidura edo perturbazioa beste ingurura pasatzeko abiadurari **hedapen-abiadura** deitzen diogu



Uhinak

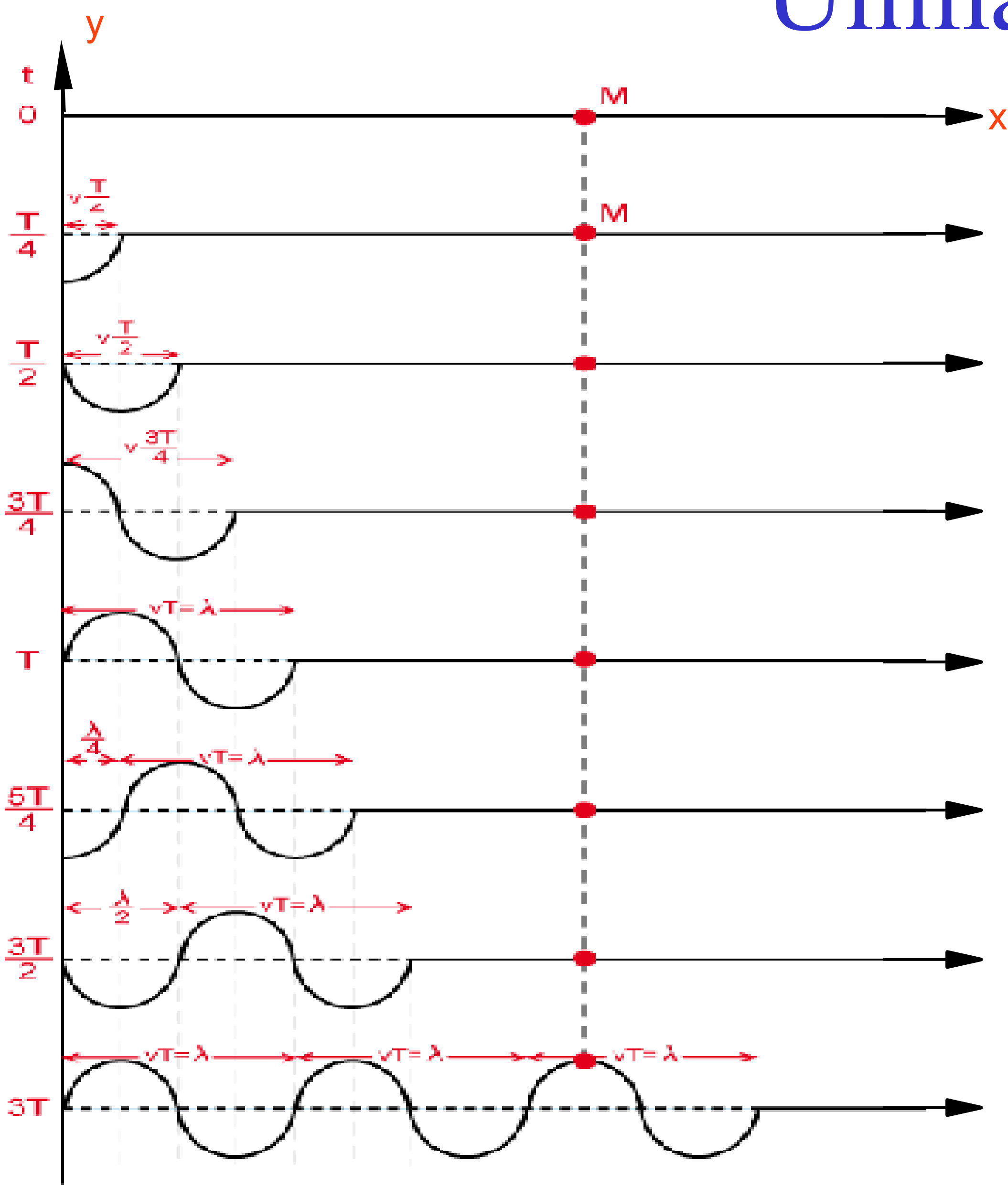
- Deformaziorik gabeko *f* funtzioaren desplazamendua *v* abiadurarekin, *x* ardatzen luzetara deskribatzen duen funtzioak, *f* jatorrizko funtzioa bera da, baina *t* lekuan *x-vt* ipinita

$$y = f(x)$$
$$f(x,t) = f(x - vt)$$



$$x' = x - vt$$

Uhinak



- Jatorrizko higiduraren balio bera daukaten bi puntuen arteko distantzia **uhin-luzera λ** da
- *y* balio bera daukaten bi puntuen arteko denbora tarte *T* denez, uhinaren abiadura *v* izanik:

$$\lambda = v \cdot T$$

λ-k uhinaren espazio-periodoa adierazten du

Uhin harmonikoak

- Uhinaren jatorrizko higidura harmoniko sinple denean, uhina harmonikoa da
- Uhin harmonikoaren ekuazioa funtzio sinusoidala da

$$f(t) = A\,sen\left(\frac{2\pi}{T}t + \phi\right)$$

$$f(x,t) = f(x - vt) \Rightarrow f(x,t) = A\,sen\left(\frac{2\pi}{\lambda}\cdot(x - vt) + \phi\right)$$

Uhin harmonikoak

- Uhin armonikoan badago denbora-periodoa T eta espazio-periodoa λ:

$$\lambda = v \cdot T \Rightarrow f(x,t) = A\, sen\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t + \phi\right)$$

- Uhina harmonikoa ez bada aplikatu daiteke Fourier analisia:

$$f(x,t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n \cdot cos\left(\frac{2n\pi}{\lambda}x - \frac{2n\pi}{T}t\right) + b_n \cdot sin\left(\frac{2n\pi}{\lambda}x - \frac{2n\pi}{T}t\right)\right]$$

Uhin harmonikoak

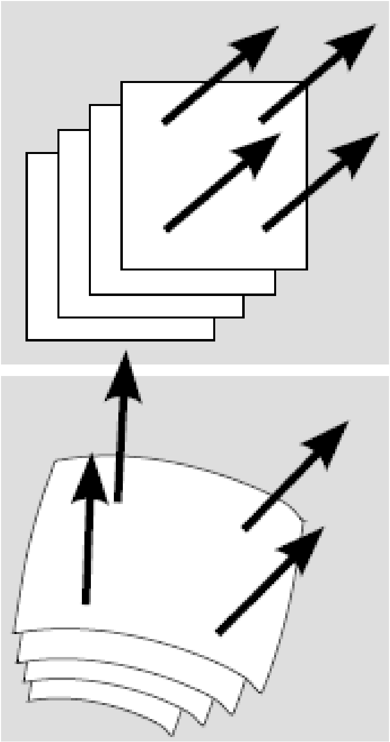
- Uhin harmonikoa deskribatzen duen funtzioa (**uhin-funtzioa**) errezago idatzi daiteke **uhin-zenbaki** eta **maiztasun angeluarra** erabiliz:

$$f(x,t) = A\,sin(k\,x - \omega\,t + \phi)$$

$$Uhin-zenbaki \quad k = \frac{2\pi}{\lambda};$$

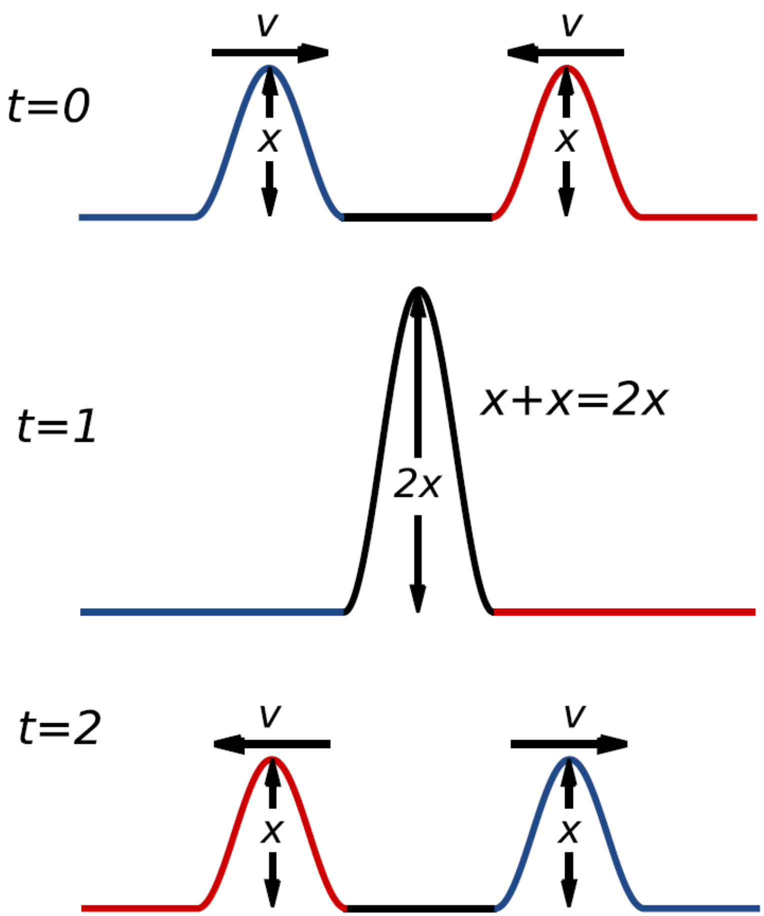
$$Maiztasun\,angeluarra \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Bestelako uhinak



- Uhinak hedatzen duen norabidea eta jatorrizko oszilazio-higidurarena perpendikularrak badira, **zeharkako uhina** da **(uhin armonikoa, likidoen azalerako uhina)**
- Uhinak hedatzen duen norabidea eta jatorrizko oszilazio-higidurarena norabide berdinekoak direnean **luzetarako uhina** da **(aireko presio uhinak➔Soinua)**
- Uhina hedatzen den medioa zuzen baten, edo plano baten mugaturik badago **bat edo bi dimentsio**koa da
- Medioa mugaturik ez badago, **hiru dimentsio**koa da uhina

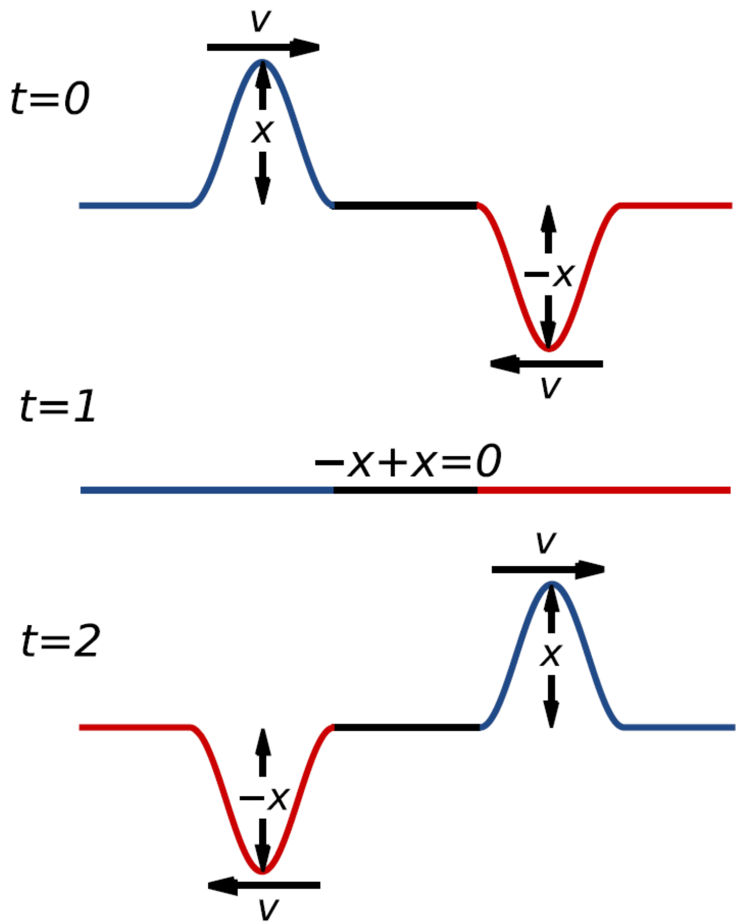
Interferentzia



Interferentzia eraikitzailea

- Bi uhinak, espazio eta denborako puntu berean elkartzen direnean, interferentzia gertatzen da
- Uhinaren balioak batutzen dira puntu horretan, eta batuketaren emaitza da interferentziaren uhina
- Interferentzia izango da **eraikitzaile** (bi anplitudeak batutzen dira) edo **suntsitzaile** (bi anplitudeak kentzen dira)

Interferentzia



Interferentzia suntsitzailea

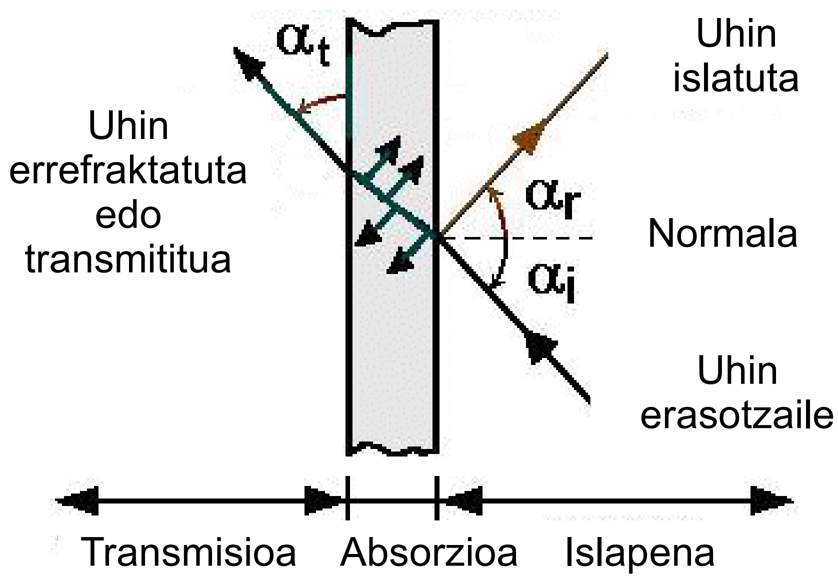
- Jatorrizko punturaino distantziaren diferentzia, uhin-luzeraren multiplo bat bada, interferentzia eraikitzailea da

$$r_1 - r_2 = n \cdot \lambda$$

- Diferentzia hori, uhin-luzeraren erdiko multiplo bakoiti bat bada, interferentzia suntsitzailea izango da

$$r_1 - r_2 = (2n+1) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Islapena eta errefrakzioa



- Uhin bat material batetik bestera pasatzen denean, uhinaren zati bat material berrian hedatzen da, abiadura aldaketarekin➔**Errefrakzioa**
- Uhinaren beste zati bat hasierako materialera itzultzen da ➔**Islapena**
- Uhinaren beste zati bat ez da errefraktatuta edo islatua ere, materialak **absorbitzen** du