

## **2. GAIKO ARIKETAK**

### **PROGRAMEN ESPEZIFIKAZIOA ETA DOKUMENTAZIOA**

#### **AURKIBIDEA**

a) Formulak, predikatuak eta aldagai aske eta lotuak.....	9
1. x zenbaki bikoitia da (bikoitia).....	9
2. x zenbaki bakoitia da (bakoitia).....	9
3. x zenbaki osoa w zenbakiaren berredura oso bat da (berredura).....	9
4. x zenbaki osoa 2 zenbakiaren berredura bat da (biber) .....	9
5. A(1..n) bektoreko elementu denak x baino handiagoak dira (denakhand).....	9
6. A(1..n) bektoreko elementuren bat positiboa da ( $> 0$ ) (positiborenbat) .....	10
7. A(1..n) bektoreko elementu denak positiboak dira ( $> 0$ ) (denakpos).....	10
8. A(1..n) bektorean digituak bakarrik daude (0 eta 9ren arteko zenbakiak) (digituak) .....	10
9. A(1..n) bektorean x elementu bikoiti daude (bikop) .....	10
10. A(1..n) bektoreko elementu denak bikoitiak dira (denakbik).....	10
11. p aldagai boolearrak A(1..n) bektoreko elementu denak bikoitiak al diren ala ez adierazten du (denakbikdira).....	10
12. A(1..n) bektoreko pos1 eta pos2 posizioen artean x balioa v aldiz agertzen da (aldizartean).....	10
13. x balioa v aldiz agertzen da A(1..n) bektorean (aldiz).....	11
14. A(1..n) bektorean pos1 eta pos2 posizioen arteko elementu denak desberdinak dira (denakdesb) .....	11
15. x balioa w balioa baino gehiagotan agertzen da A(1..n) bektorean (gehiagotan) 11	
16. x eta w desberdinak dira eta A(1..n) bektorean biak kopuru berean agertzen dira (kopurubera) .....	11
17. A(1..n) bektorean gutxienez bi posizioetan balioak berdinak dira (gutxienezbi) 11	
18. A(1..n) bektorean justu balio bera duten bi posizio daude(justubi) .....	11
19. A(1..n) bektorean balio denak gutxienez bi aldiz agertzen dira (denakbighehi) 12	
20. A(1..n) bektorean balio denak justu bi aldiz agertzen dira (denakjustubi).....	12
21. x zenbakia lehena da (lehena).....	12
22. z balioa 1etik hasi eta jarraian doazen zenbakiz osatutako segida bateko elementuen batura da (batujarraian) .....	12
23. (tartebatura) .....	13
24. (tartebatura2) .....	13
25. s balioa A(1..n) bektoreko posizio bikoitietako elementuen batura da (batuposbik).....	14
26. s balioa A(1..n) bektoreko elementu bikoitien batura da (batubik) .....	14
27. s balioa x baino handiagoak diren A(1..n) bektoreko elementuen batura da (batuhand).....	14
28. A(1..n) bektoreko elementu denak positiboak dira ( $\geq 1$ ) eta sp A(1..n) bektoreko elementu lehenen biderkadura da (lehenakbider).....	15
29. s balioa A(1..n) taulako hurrengo posizioan hurrengo zenbakia duten elementuen batura da (batuhur) .....	15
30. A(1..n) bektoreko pos1 eta pos2 posizioen artean x balioa gutxienez behin agertzen da (agertzenda).....	15

31.	x eta y desberdinak dira eta $A(1..n)$ bektorean agertzen dira (biakagertzen) .	15
32.	x eta w desberdinak dira eta $A(1..n)$ bektoreko elementu denak x baino handiagoak dira eta w-ren desberdinak (hand_desb) .....	16
33.	$A(1..n)$ bektorean x-ren anizkoitzak diren bi elementu eta w-ren anizkoitzak diren hiru elementu daude (bihiruaniz) .....	16
34.	$A(1..n)$ taulako elementu bakoitza positiboa ( $> 0$ ) da eta bere posizioaren anizkoitza da (posaniz) .....	16
35.	$A(1..n)$ bektoreko posizio bikoiti denetan zenbaki positibo bat dago ( $> 0$ ) (posbikpos) .....	16
36.	$A(1..n)$ bektorean gutxienez elementu bat x baino handiagoa da eta gutxienez elementu bat x baino txikiagoa da (handtxik) .....	17
37.	$A(1..n)$ bektoreko pos posiziotik aurrera balio negatibo bakarra dago eta ez dago zerorik (negbat_zeroez) .....	17
38.	x balioa pos posizioan agertzen da lehenengo aldiz $A(1..n)$ bektorean (lehenager) .....	17
39.	badago izeneko aldagai boolearrak x balioa $A(1..n)$ bektorean agertzen al den adierazten du (agertzen_al_da) .....	17
40.	aurre izeneko aldagai boolearrak x balioa $A(1..n)$ bektorean pos posizioa baino lehenago agertzen al den adierazten du (lehenago) .....	17
41.	z balioa $A(1..n)$ bektorean jarraian dauden zeroz osatutako bikote-kopurua da (zerobikote) .....	18
42.	$A(1..n)$ bektorea 2 zenbakiaren berredura osoz osatuta dago (denakbiber) ...	19
43.	x balioa $A(1..n)$ taulako balio txikiena da (txikiena) .....	19
44.	i eta j aldagaiek hutsa ez den sekzio edo tarte bat mugatzen dute $A(1..n)$ bektorean eta x balioa $A(1..n)$ taulako $A(i..j)$ sekzioko balio handiena da (sekziokohand) .....	19
45.	i eta j aldagaiek hutsa ez den sekzio edo tarte bat mugatzen dute $A(1..n)$ bektorean eta $A(1..n)$ bektoreko elementu denak positiboak dira ( $\geq 1$ ) eta $A(1..n)$ taulako $A(i..j)$ sekzioan x elementu lehen daude (sekziolehenkop) .....	20
46.	pos eta pos + 1 $A(1..n)$ taulan balio bera duten eta jarraian dauden azkeneko bi posizioen indizeak dira (azkenberdinak) .....	20
47.	pos balioa $A(1..n)$ bektoreko posizio bat da eta $A(1..n)$ bektorean pos posiziora arte (bera barne) ez dago errepikatutako elementurik (desberdinposizioraino) .....	20
48.	x balioa $A(1..n)$ bektorean agertzen da eta bere agerpen denak jarraian daude ezkerreko ertzetik hasita (ezkerretikjarraian) .....	21
49.	x balioa $A(1..n)$ bektorean agertzen baldin bada, bere agerpen denak jarraian daude ezkerreko ertzetik hasita (ezkerretikjarraian2) .....	21
50.	$A(1..n) = (a_n, a_1, \dots, a_{n-1})$ (eskuinbiraketa) .....	21
51.	$A(1..n) = (a_2, \dots, a_n, a_1)$ (ezkerbiraketa) .....	22
52.	$A(1..n)$ bektoreko elementuak ez dira $B(1..m)$ bektorean agertzen (disjuntuak)	22
53.	$A(1..n)$ bektorean elementu negatiboak positiboak baino gutxiago dira eta zero ez da agertzen (posgehiago) .....	22
54.	$A(1..n)$ bektorea $B(1..n)$ bektorearen permutazio bat da (permutazioa) .....	23
55.	$A(1..n)$ bektorea kapikua edo palindromoa da (palindromoa) .....	23
56.	$A(1..n)$ bektorean gutxienez jarraian dauden eta desberdinak diren bi elementu daude (gutxienezbidesb) .....	23
57.	$A(1..n)$ bektorean jarraian dauden eta desberdinak diren bi elementu bakarrik daude (justubidesb) .....	24

58.	np balioa A(1..n) eta B(1..m) tauletan balio bera duten posizioen kopurua da (balioberakop).....	24
59.	x balioaren agerpen-kopurua berdina da A(1..n) sektorean eta B(1..p) sektorean (agerpenkopbera) .....	24
60.	A(1..n) sektoreak digituak bakarrik ditu eta x zenbaki naturala adierazten du (ezkerrean zeroak egon daitezke) (zenbakia) .....	25
61.	A(1..n) sektorean digituak bakarrik daude eta kapikua den zenbaki bat osatzen dute digitu horiek. Sektoreak elementu bakarra duenean bakarrik onartuko da sektoreko 1 posizioan 0 balioa agertzea (kasu horretan sektore osoak 0 zenbakia adieraziko luke) (kapikua).....	26
62.	B(1..n) sektoreko posizio bakoitzean A(1..n) sektoreko posizio berean dagoen elementua A(1..n) sektorean guztira zenbat aldiz agertzen den adierazten duen balioa dago (kopurua).....	27
63.	(sektioazpibek).....	28
64.	(azpibek) .....	29
65.	(gutxienezbikotekat) .....	30
66.	(justubikotekat).....	30
67.	(gutxienezbikotekat2) .....	31
68.	(justubikotekat2).....	31
69.	u eta v zenbaki lehenak dira eta beraien artean ez dago zenbaki lehenik (lehenakjarraian).....	32
70.	i balioa C(1..m) taulako elementu handienaren indizea da (indizehand) .....	32
71.	i balioa C(1..m) taulako elementu txikienaren indizea da (indizetxik) .....	32
72.	B(1..m) sektorean C(1..m) sektoreko elementuak daude baina gorantzko ordenean (gorantz).....	32
73.	C(1..m) sektorea B(1..m) sektorearen alderantzizkoa da. (alder).....	32
74.	C(1..m) sektorean ez dago errepikatutako elementurik (ezerrepikatuta) .....	32
75.	C(1..m) taulan ez dago batura bezala zero ematen duen sektiorik. (ezbaturazero) .....	32
76.	C(1..m) sektorean ez dago jarraian dauden zeroz osatutako bikoterik (ezzerobik).....	32
77.	C(1..m) sektoreko elementu bakoitza justu bi aldiz agertzen da sektore horretan (denakbialdiz).....	32
78.	C(1..n), D(1..m) eta E(1..p) sektoreek ez dute elementu berdinek beraien artean (hirudisjuntu) .....	33
79.	(positibohautaketa) .....	33
80.	(partiketa).....	33
81.	(lehenakgorantz) .....	33
82.	(handtxikbehin).....	33
b)	Programen aurre-ondoetako espezifikazioa .....	34
1.	A(1..n) eta B(1..n) sektoreetan balio bera duten posizio-kopurua c aldagaian zenbatu.....	34
2.	A(1..n) eta B(1..n) sektoreek balio bera duen posizio bati ba al duten erabaki w aldagaian .....	34
3.	A(1..n) sektoreko elementu denak berdinak al diren erabaki berdinak aldagaian .....	34
4.	A(1..n) eta B(1..n) sektoreetan balio bera duten posizioen kopurua balio desberdina dutenen kopurua baino handiagoa al den erabaki d aldagai boolearrean .	35
5.	A(1..n) sektorean batekoen kopurua zero-kopurua baino handiagoa al den erabaki b aldagai boolearrean .....	35

6.	A(1..n) bektorean batekoen kopurua zero-kopurua baino handiagoa baldin bada, geh aldagaian batekoen kopurua itzuli eta bestela zero-kopurua .....	36
7.	A(1..n) bektorean 1 dagoen leku bakoitzean B(1..n) bektorean 0 balioa eta A(1..n) bektorean 0 dagoen leku bakoitzean B(1..n) bektorean 1 balioa gorde .....	36
8.	Batekoen ordeztu zeroak eta zeroen ordeztu batekoak ipini A(1..n) bektorean .....	36
c)	Programen dokumentazioa .....	37
1.	C(1..n) bektorean A(1..n) eta B(1..n) bektoreen batura gordetzen duen programa .....	37
2.	A(1..n) eta B(1..n) bektoreetako elementuak trukatzeko dituen programa .....	37
3.	v aldagaian A(1..n) bektorean x balioa zenbat aldiz agertzen den zenbatzen duen programa .....	38
4.	v aldagaian A(1..n) bektorean x balioa zenbat aldiz agertzen den zenbatzen duen programa .....	38
5.	"berdinak" izeneko aldagai boolearrean A(1..n) eta B(1..n) bektoreak berdinak al diren ala ez erabakitzen duen programa .....	39
6.	"badago" aldagaian x balioa A(1..n) bektorean agertzen al den erabakitzen duen programa .....	39
7.	z aldagaian x eta y zenbaki oso eta ez negatiboen arteko biderkadura kalkulatzeko duen programa .....	40
8.	$\geq 2$ den x zenbakia emanda, "lehenak" izeneko aldagai boolearrean x lehenak al diren ala ez erabakitzen duen programa .....	40
9.	A(1..n) bektorea emanda, zenb aldagaian A-n bosten anizkoitzak diren zenbat elementu dauden kalkulatzeko duen programa .....	41
10.	A(1..n) bektoreko balio txikiak m aldagaian gordetzen duen programa .....	41
11.	$\geq 0$ den n zenbakia emanda, x aldagaian Fibonacci-ren segidako $s_n$ elementua kalkulatzeko duen programa .....	42
12.	Negatiboa ez den x zenbaki bat emanda, bere faktoriala f aldagaian kalkulatzeko duen programa .....	42
13.	neg aldagaian A(1..n) bektoreak zenbat elementu negatibo dituen kalkulatzeko duen programa .....	43
14.	pos aldagaian A(1..n) bektoreak zenbat elementu positibo dituen eta neg aldagaian A(1..n) bektoreak zenbat elementu negatibo dituen kalkulatzeko duen programa .....	43
15.	neg aldagaian A(1..n) bektoreak zenbat elementu negatibo dituen kalkulatzeko duen programa .....	44
16.	"alder" aldagai boolearrean A(1..n) bektorea B(1..n) bektorearen alderantzizkoa al den erabakitzen duen programa .....	44
17.	A(1..n) bektorea emanda, hurrengo posizioan balio txikiak duten elementuen kopurua dekr aldagaian kalkulatzeko duen programa .....	45
18.	A(1..n) bektorea emanda, p aldagai boolearrean A(1..n) bektoreko elementu bikoitiak bakoitiak baino gehiago al diren erabakitzen duen programa .....	45
19.	Alderantziz(C(1..h), (c <sub>1</sub> , c <sub>2</sub> , ..., c <sub>h</sub> ), p) predikatua eta A(1..n) bektorea alderantziz ipintzen duen programa .....	46
20.	Handiagoak(C(1..p), D(1..p), x) predikatua eta b aldagai boolearrean A(1..n) bektoreko elementuen erdia baino gehiago B(1..n) bektoreko posizio bereko elementuak baino handiagoak al diren erabakitzen duen programa .....	47
21.	Gorantz(C(1..m)) eta Agertzen_da(z, C(1..m)) predikatuak eta B(1..n) taulako B(1..j) azpitaulan A(1..n) bektorean x agertzen den posizioetako indizeak gordetzen dituen programa .....	48

22. Tartebatu( $C(1..p)$ ,  $h$ ,  $i$ ,  $s$ ) eta Baturabera( $C(1..p)$ ,  $i$ ) predikatuak eta  $n \geq 2$  betetzen duen  $A(1..n)$  bektorea emanda, batb aldagai boolearean  $A$  bektorea batura bereko bi zatitan bana al daitekeen ala ez erabakitzen duen programa ..... 49
23. Berdinak( $D(1..r)$ ,  $x$ ), Batura\_da( $D(1..r)$ ,  $s$ ) eta Bider\_da( $D(1..r)$ ,  $p$ ) predikatuak eta  $A(1..n)$  bektorea emanda,  $c$  aldagaian batura eta biderkadura berdina ematen duen  $1..n$  tarteko azken posizioa kalkulatzeko duen programa ..... 50
24. Gora( $T(a..b)$ ) eta Behera( $T(a..b)$ ) predikatuak eta  $b$  aldagai boolearrean  $A(1..n)$  bektoreko posizio batera arte elementuak goranzko ordenean eta posizio horretatik aurrera beheranzko ordenean al dauden erabakitzen duen programa ..... 51
25. Gora( $T(a..b)$ ), Behera( $T(a..b)$ ) eta Perm( $T1(a..b)$ ,  $T2(c..d)$ ,  $T3(e..f)$ ) predikatuak eta goranzko ordenean dagoen  $A(1..m)$  bektorea eta beheranzko ordenean dagoen  $B(1..n)$  bektorea emanda,  $C(1..m + n)$  bektorean  $A(1..m)$  eta  $B(1..n)$  nahastuta baina goranzko ordenean ipintzen dituen programa ..... 52
26. Bikoitiak( $T(1..n)$ ), Bakoitiak( $T(1..n)$ ) eta Perm( $T1(1..n)$ ,  $T2(1..m)$ ,  $T3(1..p)$ ) predikatuak eta  $A(1..n)$  emanda, hurrenez hurren  $A$ -ko elementu bikoitiak eta bakoitiak dituzten  $B(1..p)$  eta  $C(1..q)$  bektoreak itzultzen dituen programa ..... 53
27. tartekoa( $C(1..p)$ ,  $D(1..p)$ ,  $x$ ,  $z$ ) predikatuak eta  $A(1..n)$  bektorean min baino txikiagoak direnak min balioaz eta max baino handiagoak direnak max balioaz ordezkatzeko dituen programa ..... 54
28. Bikoitiak( $D(1..r)$ ), Bakoitiak( $D(1..r)$ ) eta tartekatuta( $D(1..r)$ ,  $E(1..s)$ ,  $F(1..t)$ ) predikatuak eta  $A(1..n)$  eta  $B(1..p)$  bektoreak emanda ( $1 \leq n \leq p$ ) eta  $A$ -ko elementu denak bikoitiak direla eta  $B$ -ko elementu denak bakoitiak direla jakinda, ahal den bitartean  $A$ -ko eta  $B$ -ko elementuak txandaka ipiniz eta  $A$  bukatutakoan  $B$ -n sobratu diren beste elementu denak jarraian ipiniz  $C(1..n + p)$  bektorea osatzen duen programa ..... 55
29. hiru( $C(1..r)$ ) eta aurrekoak( $C(1..r)$ ,  $D(1..r)$ ) predikatuak eta  $A(1..n)$  bektorean 0 edo 1 balioa badago,  $B(1..n)$  bektorean gauza bera ipini eta  $A(1..n)$  2 badago  $B(1..n)$  0 edo 1 (gutxien agertzen dena) ipintzen duen programa ..... 57
30. bitak( $D(1..p)$ ) eta trukaturata( $D(1..r)$ ,  $(d_1, d_2, \dots, d_r)$ ,  $E(1..r)$ ,  $(e_1, e_2, \dots, e_r)$ ,  $F(1..r)$ , pos) predikatuak eta  $A(1..n)$ ,  $B(1..n)$  eta  $C(1..n)$  bektoreak emanda eta  $C(1..n)$  bektorean bakarrik zeroak eta batekoak daudela jakinda,  $C$  taulan 1 dagoen posizioetan  $A$  eta  $B$  tauletako balioak trukatzeko dituen programa ..... 58
31. gorantz( $C(1..r)$ ), permutazioa( $C(1..r)$ ,  $(c_1, c_2, \dots, c_r)$ ) eta tarteko\_txik( $E(1..r)$ ,  $g$ ,  $h$ , pos) predikatuak eta  $A(1..n)$  bektorea emanda, elementuak goranzko ordenean ipiniz bektorea ordenatzen duen programa ..... 60
32. txikiagoak( $C(1..r)$ ,  $D(1..r)$ , pos) eta permutazioa( $E(1..r)$ ,  $F(1..r)$ ,  $(e_1, e_2, \dots, e_r)$ ,  $(f_1, f_2, \dots, f_r)$ ) predikatuak eta  $A(1..n)$  eta  $B(1..n)$  bi bektore emanda,  $A$ -ko posizio bateko elementua  $B$ -ko posizio bereko elementua baino handiago denean balio horiek trukatu egiten dituen programa ..... 62
33. bikoitia( $x$ ) eta birkokatuta( $C(1..r)$ ,  $(c_1, c_2, \dots, c_r)$ , pos) predikatuak eta  $n$  bikoitia duen  $A(1..n)$  bektorea emanda, posizio bikoiti bateko balioa bere aurreko posizio bakoitiko balioa baino txikiagoa denean balio horiek lekuz trukatzeko dituen programa ..... 63
34. perm( $C(1..r)$ ,  $(c_1, c_2, \dots, c_r)$ ) eta hasieran( $C(1..r)$ , pos) predikatuak eta  $A(1..n)$  bektorea emanda,  $A(1)$  balioaren agerpen denak bektorearen ezkerreko aldean ( $1$  eta  $p$  posizioen artean) eta  $A(1)$ -en desberdinak diren balio denak eskuineko aldean ( $p + 1$  eta  $n$  posizioen artean) ipintzen dituen programa ..... 65
35. (2008ko apirila #1) ezzerobat( $C(1..r)$ ), bitak( $C(1..r)$ ) eta ordezkaturata( $D(1..r)$ ,  $(d_1, d_2, \dots, d_r)$ ,  $E(1..r)$ ,  $(e_1, e_2, \dots, e_r)$ , pos) predikatuak eta Zerorik eta batekorik ez duen  $A(1..n)$  bektorea eta bakarrik zeroak eta batekoak dituen  $B(1..n)$  bektorea

- emanda eta  $n \geq 1$  dela jakinda,  $B(1..n)$  bektoreko zero bakoitza eta  $A(1..n)$  bektoreko pareko elementua trukutzen dituen programa..... 66
36. (2008ko apirila #2) bikoitiak( $C(1..r)$ ), bakoitiak( $C(1..r)$ ) eta mugituta( $D(1..s)$ ), ( $d_1, d_2, \dots, d_s$ ),  $E(1..s)$ , ( $e_1, e_2, \dots, e_s$ ),  $F(1..s)$ , ( $f_1, f_2, \dots, f_s$ ), pos) predikatuak eta  $A(1..n)$  bektorean bakarrik zenbaki bikoitiak daudela eta  $C(1..n)$  bektorean bakarrik zenbaki bakoitiak daudela jakinda,  $B(1..n)$  bektoreko posizio batean elementu bikoitia dagoenean posizio horretako  $A(1..n)$  eta  $B(1..n)$  bektoreetako elementuak trukutzen dituen eta  $B(1..n)$  bektoreko posizio batean elementu bakoitia dagoenean posizio horretako  $A(1..n)$  eta  $C(1..n)$  bektoreetako elementuak trukutzen dituen programa.. 68
37. (2008ko ekaina) bikoitia( $x$ ) eta trukabik( $C(1..r)$ ), ( $c_1, c_2, \dots, c_r$ ),  $D(1..r)$ , ( $d_1, d_2, \dots, d_r$ ), pos) predikatuak eta 1 eta  $n$ -ren arteko posizio batean bai  $A(1..n)$  bektorean eta bai  $B(1..n)$  bektorean elementu bikoitiak badaude, bektorez trukutzen dituen programa..... 70
38. (2008ko iraila) bikoitia( $x$ ) eta bikmugi( $C(1..r)$ ), ( $c_1, c_2, \dots, c_r$ ),  $D(1..r)$ , ( $d_1, d_2, \dots, d_r$ ), pos) predikatuak eta  $A(1..n)$  bektoreko posizioetan elementu bikoitia dagoen bakoitzean, posizio horretako  $A(1..n)$  eta  $B(1..n)$  bektoreetako elementuak trukatu eta  $A(1..n)$  bektoreko posizioetan elementu bakoitia dagoen bakoitzean,  $A(1..n)$  bektoreko posizio horretan -1 gorde eta  $B(1..n)$  bektoreko posizio horretan ezer egiten ez duen programa..... 72
39. (2009ko apirila #1) bikoitia( $x$ ) eta batuta( $D(1..r)$ ), ( $d_1, d_2, \dots, d_r$ ),  $E(1..r)$ , ( $e_1, e_2, \dots, e_r$ ), pos) predikatuak eta  $A(1..n)$ -ko elementu bikoitiak  $B(1..n)$  taulan posizio berean dauden elementuei batzen dizkien eta  $A(1..n)$ -ko posizio horietan 0 balioa gordetzen duen programa ..... 74
40. (2009ko apirila #2) kontrakoak( $C(1..r)$ ,  $D(1..r)$ ) eta aldatutaneg( $C(1..r)$ ), ( $c_1, c_2, \dots, c_r$ ),  $D(1..r)$ , ( $d_1, d_2, \dots, d_r$ ), pos) predikatuak eta kontrako zeinua duten  $A(1..n)$  eta  $B(1..n)$  taulak hartuz,  $A(1..n)$  taulako elementu negatibo bakoitza  $B(1..n)$  taulako posizio bereko elementuaz trukatu duen programa ..... 75
41. (2009ko ekaina) bikoitia( $x$ ), bikobako( $C(1..r)$ ,  $D(1..r)$ ) eta aldatutabiko( $C(1..r)$ ), ( $c_1, c_2, \dots, c_r$ ),  $D(1..r)$ , ( $d_1, d_2, \dots, d_r$ ), pos) predikatuak eta posizioz posizio kontrako balioz (bikoitia/bakoitia) osatuta dauden  $B(1..n)$  eta  $A(1..n)$  taulak emanda,  $A(1..n)$  taulako elementu bakoiti bakoitzari 1 kenduko dion eta  $B(1..n)$  taulako elementu bakoiti bakoitzari 1 batuko dion programa..... 77
42. (2009ko iraila) ezzerobat( $C(1..r)$ ), bitak( $C(1..r)$ ) eta ordezkatuta( $D(1..q)$ ), ( $d_1, d_2, \dots, d_q$ ),  $E(1..q)$ , ( $e_1, e_2, \dots, e_q$ ), pos) predikatuak eta zerorik eta batekorik ez duen  $A(1..n)$  bektorea eta bakarrik zeroak eta batekoak dituen  $B(1..n)$  bektorea emanda,  $B(1..n)$  bektoreko zero bakoitza eta  $A(1..n)$  bektoreko posizio bereko elementua trukutzen dituen programa..... 79
43. (2010eko apirila #1) bikoitia( $x$ ), bakoitiak( $D(1..r)$ ) eta bikbik ( $E(1..r)$ ), ( $e_1, e_2, \dots, e_r$ ),  $F(1..r)$ , ( $f_1, f_2, \dots, f_r$ ),  $G(1..r)$ , ( $g_1, g_2, \dots, g_r$ ), pos) predikatuak eta  $C(1..n)$  bektoreko elementu denak bakoitiak direla jakinda,  $A(1..n)$  bektoreko eta  $B(1..n)$  bektoreko posizio berean zenbaki bikoitiak dauden bakoitzean posizio horretako  $B(1..n)$  eta  $C(1..n)$  bektoreetako elementuak trukutzen dituen programa..... 81
44. (2010eko apirila #2) bitak( $E(1..q)$ ) eta biratuta( $F(1..r)$ ), ( $f_1, f_2, \dots, f_r$ ),  $G(1..r)$ , ( $g_1, g_2, \dots, g_r$ ),  $H(1..r)$ , ( $h_1, h_2, \dots, h_r$ ),  $Q(1..r)$ , pos) predikatuak eta  $A(1..n)$ ,  $B(1..n)$ ,  $C(1..n)$  eta zeroak eta batekoak bakarrik dituen  $D(1..n)$  bektoreak emanda,  $C(i)$  0 bada  $A(i) \rightarrow B(i) \rightarrow C(i) \rightarrow A(i)$  biraketa eta  $C(i)$  1 bada  $A(i) \rightarrow C(i) \rightarrow B(i) \rightarrow A(i)$  biraketa burutzen duen programa ..... 83
45. (2010eko ekaina) bikoitia( $x$ ) eta mugibi( $C(1..r)$ ), ( $c_1, c_2, \dots, c_r$ ), pos) predikatuak eta  $A(1..n)$  bektorean jarraian dauden posizioak (1 eta 2, 3 eta 4, 5 eta 6,

eta abar) binaka trukutzen dituen programa. $A(1..n)$ bektoreko elementu kopurua bakoitia bada ( $n$ bakoitia), azkeneko elementua ez da lekuz mugituko. ....	85
46. (2010eko iraila) bikoitia( $x$ ), lauaniz( $x$ ) eta trukalau( $D(1..r)$ , ( $d_1, d_2, \dots, d_r$ ), pos) predikatuak eta $A(1..n)$ bektorean posizio bikoitietako elementuak (2 eta 4 posizioetakoak, 6 eta 8 posizioetakoak eta abar) trukutzen dituen programa .....	87

.....





**a) Formulak, predikatuak eta aldagai aske eta lotuak**

Enuntziatu bakoitzeko honako hau egin behar da:

- Enuntziatuko esaldiak dioena adierazten duen formula idatzi lehen mailako logikaren lengoia erabiliz.
- Idatzitako formulari aldagai askeak eta lotuak zein diren zehaztu.
- Formulari dagokion predikatua eman.

Ariketa bakoitzean definitu beharreko predikatuaren izena zein den eta aurretik definitutako predikaturik erabili behar al den ala ez adierazten da.

**1. x zenbaki bikoitia da (bikoitia)**

- Predikatuaren izena: **bikoitia**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin.

**2. x zenbaki bakoitia da (bakoitia)**

- Predikatuaren izena: **bakoitia**
- Bi eratara egin:
  - (i) 1. ariketako predikatua erabiliz.
  - (ii) 1. ariketako predikatua erabiltzeke.

**3. x zenbaki osoa w zenbakiaren berredura oso bat da (berredura)**

x zenbakia w zenbakiaren berredura bezala idaztea ahalbidetzen duen zenbaki positibo bat existitzen da. (zenbaki positiboren batentzat x balioa w balioa ber zenbaki hori da)

- Predikatuaren izena: **berredura**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin.

**4. x zenbaki osoa 2 zenbakiaren berredura bat da (biber)**

- Predikatuaren izena: **biber**
- Bi eratara egin:
  - (i) 3. ariketako predikatua erabiliz.
  - (ii) 3. ariketako predikatua erabiltzeke. (x zenbakia w zenbakiaren berredura bezala idaztea ahalbidetzen duen zenbaki ez negatibo bat existitzen da) (zenbaki ez negatiboren batentzat x balioa 2 balioa ber zenbaki hori da)

**5. A(1..n) bektoreko elementu denak x baino handiagoak dira (denakhand)**

A(1..n) bektoreko posizio denetan x baino handiagoa den zenbaki bat dago.

- Predikatuaren izena: **denakhand**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin.

**6.  $A(1..n)$  bektoreko elementuren bat positiboa da ( $> 0$ ) (positiborenbat)**

Positiboa den balioa duen posizio bat gutxienez existitzen da  $A(1..n)$  bektorean.

- Predikatuaren izena: **positiborenbat**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin.

**7.  $A(1..n)$  bektoreko elementu denak positiboak dira ( $> 0$ ) (denakpos)**

- Predikatuaren izena: **denakpos**
- Bi eratara egin:
  - (i) 5. ariketako predikatua erabiliz.
  - (ii) 5. ariketako predikatua erabiltzeke. ( $A(1..n)$  bektoreko posizio denetan balio positiboa dago)

**8.  $A(1..n)$  bektorean digituak bakarrik daude (0 eta 9ren arteko zenbakiak) (digituak)**

$A(1..n)$  bektoreko posizio denetan 0 eta 9ren arteko zenbaki bat dago.

- Predikatuaren izena: **digituak**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin.

**9.  $A(1..n)$  bektorean x elementu bikoiti daude (bikop)**

$A(1..n)$  bektorean balio bikoitia duten posizio-kopurua x da.

- Predikatuaren izena: **bikop**
- 1. ariketako predikatua erabiliz egin.

**10.  $A(1..n)$  bektoreko elementu denak bikoitiak dira (denakbik)**

- Predikatuaren izena: **denakbik**
- Bi eratara egin:
  - (i) 9. ariketako predikatua erabiliz.
  - (ii) 1. ariketako predikatua erabiliz. ( $A(1..n)$  bektoreko posizio denetan balio bikoitia dago)

**11. p aldagai boolearrak  $A(1..n)$  bektoreko elementu denak bikoitiak al diren ala ez adierazten du (denakbikdira)**

- Predikatuaren izena: **denakbikdira**
- Bi eratara egin:
  - (i) 10. ariketako predikatua erabiliz.
  - (ii) 1. ariketako predikatua erabiliz. (p-ren balioa True izando da baldin eta soilik baldin  $A(1..n)$  bektoreko posizio denetan balio bikoiti bat badago)

**12.  $A(1..n)$  bektoreko pos1 eta pos2 posizioen artean x balioa v aldiz agertzen da (aldizartean)**

$A(1..n)$  bektorean pos1 eta pos2 balioek hutsa izan daitekeen sekzio bat definitzen dute (hau da, pos1 balioa 1 eta  $n + 1$ -en artean dago eta pos2 0 eta n-ren artean dago) eta x balioa v aldiz agertzen da pos1 eta pos2-ren artean dauden  $A(1..n)$  bektoreko posizioetan (pos1 eta pos2 ere kontuan hartuz).

- Predikatuaren izena: **aldizartean**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin. (pos1 balioa 1 eta  $n + 1$ -en arteko balio bat da, pos2 balioa 0 eta n-ren arteko balio bat da eta  $A(1..n)$  bektorean x balioa duten pos1 eta pos2-ren arteko posizio-kopurua v da)

**13. x balioa v aldiz agertzen da A(1..n) bektorean (aldiz)**

- Predikatuaren izena: **aldiz**
- Bi eratara egin:
  - (i) 12. ariketako predikatua erabiliz.
  - (ii) Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke. (A(1..n) bektorean x balioa duten posizioen kopurua v da)

**14. A(1..n) bektorean pos1 eta pos2 posizioen arteko elementu denak desberdinak dira (denakdesb)**

- Predikatuaren izena: **denakdesb**
- Bi eratara egin:
  - (i) 12. ariketako predikatua erabiliz. (pos1 1 baino handiagoa edo berdina eta n + 1 baino txikiagoa edo berdina da, pos2 0 baino handiagoa edo berdina eta n baino txikiagoa edo berdina da eta A(1..n) bektorean pos1 eta pos2-ren arteko posizio denentzat posizio horretako elementua behin bakarrik agertzen da tarte horretan) (A(1..n) bektorean pos1 eta pos2-ren arteko edozein posizio hartuta, posizio horretako elementua behin bakarrik agertzen da tarte horretan)
  - (ii) Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke. (pos1 1 baino handiagoa edo berdina eta n + 1 baino txikiagoa edo berdina da, pos2 0 baino handiagoa edo berdina eta n baino txikiagoa edo berdina da eta A(1..n) bektorean pos1 eta pos2-ren arteko posizio denentzat, tarte horretako edozein posizio desberdin hartuz edukia ere desberdina izando da)

**15. x balioa w balioa baino gehiagotan agertzen da A(1..n) bektorean (gehiagotan)**

- Predikatuaren izena: **gehiagotan**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin (A(1..n) bektorean x balioa duten posizioen kopurua w balioa duten posizioen kopurua baino handiagoa da)

**16. x eta w desberdinak dira eta A(1..n) bektorean biak kopuru berean agertzen dira (kopurubera)**

- Predikatuaren izena: **kopurubera**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin. (x eta w desberdinak dira eta A(1..n) bektorean x balioa duten posizioen kopurua eta w balioa duten posizioen kopururen berdina da)

**17. A(1..n) bektorean gutxienez bi posizioetan balioak berdinak dira (gutxienezbi)**

- Predikatuaren izena: **gutxienezbi**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin. (A(1..n) bektoreko posizioen batentzat balio bera duen beste posizioen bat existitzen da)

**18. A(1..n) bektorean justu balio bera duten bi posizio daude(justubi)**

- Predikatuaren izena: **justubi**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin. (A(1..n) bektorean justu bi posizioentzat balio bera duen posizio desberdin bat existitzen da)

**19. A(1..n) bektorean balio denak gutxienez bi aldiz agertzen dira (denakbigehi)**

- Predikatuaren izena: **denakbigehi**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin. (A(1..n) bektoreko posizio denentzat balio bera duen posizio desberdin bat existitzen da) (A(1..n) bektoreko edozein posizio hartuta, balio bera duen posizio desberdinen bat existitzen da)

**20. A(1..n) bektorean balio denak justu bi aldiz agertzen dira (denakjustubi)**

- Predikatuaren izena: **denakjustubi**
- Bi eratara egin:
  - (i) 13. ariketako predikatua erabiliz. (A(1..n) bektoreko posizio denentzat, posizio horretako balioa 2 aldiz agertzen da A(1..n) bektorean) (A(1..n) bektoreko edozein posizio hartuta, posizio horretako balioa 2 aldiz agertzen da A(1..n) bektorean)
  - (ii) Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke. (A(1..n) bektoreko posizio denentzat, posizio hori kontatu gabe posizio horretako balio bera duten posizio-kopurua 1 da) (A(1..n) bektoreko edozein posizio hartuta, posizio hori kontatu gabe posizio horretako balio bera duten posizio-kopurua 1 da)

**21. x zenbakia lehena da (lehena)**

x zenbaki bat lehena izango da 1 baino handiagoa edo berdina bada eta justu bi zatitzaile baditu (1 ez da lehena).

- Predikatuaren izena: **lehena**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin. (x balioa 1 baino handiagoa edo berdina da eta x hondarrik sortu gabe zatitzen duten 1 eta x balioen arteko zenbaki-kopurua 2 da (1 eta x barne))

**22. z balioa 1etik hasi eta jarraian doazen zenbakiz osatutako segida bateko elementuen batura da (batujarraian)**

**Adibideak:**  $10 = 1 + 2 + 3 + 4$

9 zenbakia ezin da idatzi era horretako batura bat bezala

- Predikatuaren izena: **batujarraian**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin. (1 edo handiagoa den zenbakiren batentzat 1etik zenbaki horretarainoko zenbakien batura z da)

**23. (tartebatura)**

$x$  eta  $w$  balioek hutsa ez den azpitarte bat definitzen edo mugatzen dute  $[1..n]$  tartean eta  $s$  balioa  $A(1..n)$  bektorean  $x$  eta  $w$  posizioen artean dauden elementuen batura da (biak barne).

**Adibidea:**

$x = 3$  eta  $w = 6$  direla suposatuz,  $s$  letra lodiz dauden elementuen batura izango litzateke.

A

90	22	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-70</b>	62	9
1	2	3	4	5	6	7	8

$$s = 1 + 1 + 1 + (-70)$$

- Predikatuaren izena: **tartebatura**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin. ( $x$  1 baino handiagoa edo berdina eta  $w$  baino txikiagoa edo berdina da,  $w$   $x$  baino handiagoa edo berdina eta  $n$  baino txikiagoa edo berdina da eta  $A(1..n)$  bektorean  $x$  eta  $w$  posizioen artean dauden posizioetako elementuen batura  $s$ -ren berdina da)

**24. (tartebatura2)**

$x$  eta  $w$  balioek hutsa ez den azpitarte bat definitzen edo mugatzen dute  $[1..n]$  tartean eta  $n$  balioa  $A(1..n)$  bektorean  $x$  eta  $w$  posizioen artean dauden elementuen batura da (biak barne).

**Adibidea:**

$x = 3$  eta  $w = 6$  direla suposatuz,  $n$  (hau da 8) letra lodiz dauden elementuen batura izango litzateke.

A

90	22	<b>6</b>	<b>-4</b>	<b>5</b>	<b>1</b>	62	9
1	2	3	4	5	6	7	8

$$n = 6 + (-4) + 5 + 1$$

- Predikatuaren izena: tartebatura2
- 23. ariketako predikatua erabiliz.

**25. s balioa  $A(1..n)$  bektoreko posizio bikoitietako elementuen batura da (batuposbik)****Adibidea:**

A							
90	22	1	1	1	-70	62	9
1	2	3	4	5	6	7	8

$$s = 22 + 1 + (-70) + 9$$

- Predikatuaren izena: **batuposbik**
- 1. ariketako predikatua erabiliz.

**26. s balioa  $A(1..n)$  bektoreko elementu bikoitien batura da (batubik)****Adibidea:**

A							
90	22	1	1	1	-70	62	9
1	2	3	4	5	6	7	8

$$s = 90 + 22 + (-70) + 62$$

- Predikatuaren izena: **batubik**
- 1. ariketako predikatua erabiliz.

**27. s balioa  $x$  baino handiagoak diren  $A(1..n)$  bektoreko elementuen batura da (batuhand)****Adibidea:**

$x = 20$  dela suposatuz,  $s$  letra lodiz dauden elementuen batura izango litzateke.

A							
90	22	1	1	1	-70	62	9
1	2	3	4	5	6	7	8

$$s = 90 + 22 + 62$$

- Predikatuaren izena: **batuhand**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin.

**28.  $A(1..n)$  bektoreko elementu denak positiboak dira ( $\geq 1$ ) eta  $sp$   $A(1..n)$  bektoreko elementu lehenen biderkadura da (lehenakbider)**

**Adibidea:**

A							
17	22	1	1	2	7	62	9
1	2	3	4	5	6	7	8

$$sp = 17 * 2 * 7$$

- Predikatuaren izena: **lehenakbider**
- 7. eta 21. ariketetako predikatuak erabiliz egin.

**29.  $s$  balioa  $A(1..n)$  taulako hurrengo posizioan hurrengo zenbakia duten elementuen batura da (batuhur)**

**Adibidea:**

A							
20	22	1	2	1	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8

$$s = 1 + 7 + 8$$

- Predikatuaren izena: **batuhur**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin.

**30.  $A(1..n)$  bektoreko pos1 eta pos2 posizioen artean  $x$  balioa gutxienez behin agertzen da (agertzenda)**

- Predikatuaren izena: **agertzenda**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin. Bi aukera:
  - (i) pos1 balioa 1 baino handiagoa edo berdina eta pos2 baino txikiagoa edo berdina da, pos2 balioa pos1 baino handiagoa edo berdina eta  $n$  baino txikiagoa edo berdina da eta  $A(1..n)$  bektorean pos1 baino handiagoa edo berdina eta pos2 baino txikiagoa edo berdina den posizioen batean  $x$  agertzen da.
  - (ii) pos1 balioa 1 baino handiagoa edo berdina eta pos2 baino txikiagoa edo berdina da, pos2 balioa pos1 baino handiagoa edo berdina eta  $n$  baino txikiagoa edo berdina da eta  $A(1..n)$  bektorean pos1 baino handiagoak edo berdinak eta pos2 baino txikiagoak edo berdinak diren eta  $x$  balioa duten posizioen kopurua 1 edo handiagoa da.

**31.  $x$  eta  $y$  desberdinak dira eta  $A(1..n)$  bektorean agertzen dira (biakagertzen)**

- Predikatuaren izena: **biakagertzen**
- 30. ariketako predikatua erabiliz.

**32.  $x$  eta  $w$  desberdinak dira eta  $A(1..n)$  bektoreko elementu denak  $x$  baino handiagoak dira eta  $w$ -ren desberdinak (**hand\_desb**)**

- Predikatuaren izena: **hand\_desb**
- Bi eratara egin:
  - (i) 5. eta 30. ariketetako predikatuak erabiliz. ( $x$  eta  $w$  desberdinak dira eta  $A(1..n)$  bektoreko elementu denak  $x$  baino handiagoak dira eta  $w$  ez da agertzen  $A(1..n)$  bektorean)
  - (ii) Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke. ( $x$  eta  $w$  desberdinak dira eta  $A(1..n)$  bektoreko posizio denetan  $x$  baino handiagoa eta  $w$ -ren desberdina den balio bat dago)

**33.  $A(1..n)$  bektorean  $x$ -ren anizkoitzak diren bi elementu eta  $w$ -ren anizkoitzak diren hiru elementu daude (**bihiruaniz**)**

- Predikatuaren izena: **bihiruaniz**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin. ( $x$  zenbakiaz zatitzean hodar bezala 0 ematen duen balioa duten  $A(1..n)$  bektoreko posizioen kopurua 2 da eta  $w$  zenbakiaz zatitzean hodar bezala 0 ematen duen balioa duten  $A(1..n)$  bektoreko posizioen kopurua 3 da)

**34.  $A(1..n)$  taulako elementu bakoitza positiboa ( $> 0$ ) da eta bere posizioaren anizkoitza da (**posaniz**)****Adibidea:**

8	4	12	12	10	24	14	8
1	2	3	4	5	6	7	8

- Predikatuaren izena: **posaniz**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin. ( $A(1..n)$  bektoreko posizio denetan 0 baino handiagoa den eta posizioaz zatitzean hondar bezala 0 ematen duen balioa dago)

**35.  $A(1..n)$  bektoreko posizio bikoiti denetan zenbaki positibo bat dago ( $> 0$ ) (**posbikpos**)****Adibidea:**

8	6	-12	2	10	14	-1	8
1	2	3	4	5	6	7	8

- Predikatuaren izena: **posbikpos**
- 1. ariketako predikatua erabiliz egin.



**36.  $A(1..n)$  bektorean gutxienez elementu bat  $x$  baino handiagoa da eta gutxienez elementu bat  $x$  baino txikiagoa da (handtxik)**

- Predikatuaren izena: **handtxik**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin. ( $A(1..n)$  bektoreko posizioen bateko balioa  $x$  baino handiagoa da eta  $A(1..n)$  bektoreko posizioen bateko balioa  $x$  baino txikiagoa da)

**37.  $A(1..n)$  bektoreko pos posiziotik aurrera balio negatibo bakarra dago eta ez dago zerorik (negbat\_zeroez)**

- Predikatuaren izena: **negbat\_zeroez**
- Bi eratara egin:
  - (i) 12. ariketako predikatua erabiliz. (pos 1 eta  $n$ -ren arteko balio bat da,  $A(1..n)$  taulan balio negatiboa duten pos eta  $n$  posizioen arteko posizio-kopurua 1 da eta  $A(1..n)$  taulan 0 balioa duten pos eta  $n$  posizioen arteko posizio-kopurua 0 da)
  - (ii) Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke. (pos 1 eta  $n$ -ren arteko balio bat da,  $A(1..n)$  taulan balio negatiboa duten pos eta  $n$  posizioen arteko posizio-kopurua 1 da eta  $A(1..n)$  taulan 0 balioa duten pos eta  $n$  posizioen arteko posizio-kopurua 0 da)

**38.  $x$  balioa pos posizioan agertzen da lehenengo aldiz  $A(1..n)$  bektorean (lehenager)**

- Predikatuaren izena: **lehenager**
- Bi eratara egin:
  - (i) 30. ariketako predikatua erabiliz. (pos balioa 1 eta  $n$ -ren artean dago,  $A(1..n)$  bektoreko pos posizioan  $x$  balioa dago eta  $A(1..n)$  bektoreko 1 eta pos – 1 posizioen artean  $x$  ez da agertzen)
  - (ii) Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke. (pos balioa 1 eta  $n$ -ren artean dago,  $A(1..n)$  bektoreko pos posizioan  $x$  balioa dago eta  $A(1..n)$  bektoreko 1 eta pos – 1 posizioen arteko posizio denetan  $x$ -ren desberdina den balio bat daukagu)

**39. *badago* izeneko aldagai boolearrak  $x$  balioa  $A(1..n)$  bektorean agertzen al den adierazten du (agertzen\_al\_da)**

- Predikatuaren izena: **agertzen\_al\_da**
- Bi eratara egin:
  - (i) 30. ariketako predikatua erabiliz. (*badago* aldagaiaren balioa True da baldin eta soilik baldin  $x$  balioa  $A(1..n)$  bektorean agertzen bada)
  - (ii) Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke. (*badago* aldagaiaren balioa True da baldin eta soilik baldin  $A(1..n)$  bektorean  $x$  balioa duen posizioen bat existitzen bada)

**40. *aurre* izeneko aldagai boolearrak  $x$  balioa  $A(1..n)$  bektorean pos posizioa baino lehenago agertzen al den adierazten du (lehenago)**

- Predikatuaren izena: **lehenago**
- 30. ariketako predikatua erabiliz. (pos balioa 1 eta  $n$ -ren artean dago eta *aurre* izeneko aldagai boolearra True da baldin eta soilik baldin  $x$  balioa  $A(1..n)$  bektoreko 1 eta pos – 1 posizioen artean agertzen bada)

#### 41. $z$ balioa $A(1..n)$ bektorean jarraian dauden zeroz osatutako bikote-kopurua da (zerobikote)

##### 1. adibidea:

Honako bektore hau hartuta:

8	23	0	0	0	-57	14	0	94	35
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Bektore honetan jarraian dauden zeroz osatutako bi bikote daudela kontsideratu behar da. Lehenengo bikotea 3 eta 4 posizioetan daudenek osatzen dute eta bigarrena 4 eta 5 posizioetan daudenek.

##### 2. adibidea:

Honako bektore hau hartuta:

74	0	0	0	0	6	-68	0	0	-40
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Bektore honetan jarraian dauden zeroz osatutako lau bikote daudela kontsideratu behar da. Lehenengo bikotea 2 eta 3 posizioetan daudenek osatzen dute, bigarrena 3 eta 4 posizioetan daudenek, hirugarrena 4 eta 5 posizioetan daudenek eta laugarrena 8 eta 9 posizioetan daudenek.

- Predikatuaren izena: **zerobikote**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin. ( $A(1..n)$  bektorean zero balio edukita, hurrengo posizioan ere 0 balioa duten 1 eta  $n - 1$  tarteko posizioen kopurua  $z$  da)

**42. A(1..n) bektorea 2 zenbakiaren berredura osoz osatuta dago (denakbiber)****Adibidea:**

Honako bektore hau 2 zenbakiaren berredura osoz osatuta dago:

8	1	2	32	8	16	16	16	128	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Berredura osoak 0 baino handiagoak edo berdinak diren zenbaki osoak berretzaile bezala erabiliz lortzen direnak dira. Jarraian goiko taulako elementu bakoitzaren deskonposaketa ikus daiteke:

$2^3$	$2^0$	$2^1$	$2^5$	$2^3$	$2^4$	$2^4$	$2^4$	$2^7$	$2^0$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

- Predikatuaren izena: **denakbiber**
- 4. ariketako predikatua erabiliz. (A(1..n) bektoreko posizio bakoitzean 2ren berredura bat daukagu)

**43. x balioa A(1..n) taulako balio txikiena da (txikiena)**

- Predikatuaren izena: **txikiena**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin. (A(1..n) bektoreko posizioen batean x balioa dago eta A(1..n) bektoreko elementu bakoitza x baino handiagoa edo berdina da)

**44. i eta j aldagaiek hutsa ez den sekzio edo tarte bat mugatzen dute A(1..n) bektorean eta x balioa A(1..n) taulako A(i..j) sekzioko balio handiena da (sekziokohand)****Adibidea:**

Demagun A 10 elementuko bektore bat dela eta i eta j aldagaien balioak 4 eta 8 direla hurrenez hurren.

7	58	-60	0	33	28	16	7	549	95
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

A(i..j) sekzioa

- Predikatuaren izena: **sekziokohand**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin. (i balioa 1 eta n-ren arteko balio bat da, j balioa i eta n-ren arteko balio bat da, A(1..n) bektorean i eta j-ren arteko posizioen batean x balioa dago eta i eta j-ren arteko posizio bakoitzean x baino handiagoa edo berdina den balio bat dago)

**45.  $i$  eta  $j$  aldagaiek hutsa ez den sekzio edo tarte bat mugatzen dute  $A(1..n)$  bektorean eta  $A(1..n)$  bektoreko elementu denak positiboak dira ( $\geq 1$ ) eta  $A(1..n)$  taulako  $A(i..j)$  sekzioan  $x$  elementu lehen daude (sekziolehenkop)**

**Adibidea:**

Demagun  $A$  10 elementuko bektore bat dela eta  $i$  eta  $j$  aldagaien balioak 2 eta 6 direla hurrenez hurren.  $A(i..j)$  sekzioak bi zenbaki lehen ditu (17 eta 23):

$A$	7	58	17	21	23	64	16	7	549	95
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

$A(i..j)$  sekzioa

- Predikatuaren izena: **sekziolehenkop**
- 7. eta 21. ariketetako predikatuak erabiliz egin. ( $i$  balioa 1 eta  $n$ -ren arteko balio bat da,  $j$  balioa  $i$  eta  $n$ -ren arteko balio bat da,  $A(1..n)$  bektorean elementu denak 1 edo handiagoak dira eta  $i$  eta  $j$ -ren arteko posizioetan zenbaki lehenen kopurua  $x$  da.)

**46. pos eta pos + 1  $A(1..n)$  taulan balio bera duten eta jarraian dauden azkeneko bi posizioen indizeak dira (azkenberdinak)**

- Predikatuaren izena: **azkenberdinak**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin. (pos balioa 1 eta  $n - 1$  balioen artean dago,  $A(1..n)$  bektorean pos eta pos + 1 posizioetan balio bera dago pos + 1 eta  $n - 1$  tarteko posizio bakoitzeko balioa eta hurrengo posizioiko balioa desberdinak dira)

**47. pos balioa  $A(1..n)$  bektoreko posizio bat da eta  $A(1..n)$  bektorean pos posiziora arte (bera barne) ez dago errepikatutako elementurik (desberdinposizioraino)**

- Predikatuaren izena: **desberdinposizioraino**
- 14. ariketako predikatua erabiliz egin. (pos balioa 1 eta  $n$ -ren artean dago eta  $A(1..n)$  bektorean 1 eta pos posizioen arteko elementu denak desberdinak dira)

**48.  $x$  balioa  $A(1..n)$  bektorean agertzen da eta bere agerpen denak jarraian daude ezkerreko ertzetik hasita (ezkerretikjarraian)**

- Predikatuaren izena: ezkerretikjarraian
- Bi eratara egin:
  - (i) 12. ariketako predikatua erabiliz. ( $x$  balioa  $A(1..n)$  bektorean 1 eta 1 baino handiagoa edo berdina den beste posizioen baten arteko posizio denetan agertzen da eta  $x$  balioa 0 aldiz agertzen da posizio horretatik  $n$ -ra arteko tartean)
  - (ii) Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke. ( $x$  balioa  $A(1..n)$  bektorean 1 eta 1 baino handiagoa edo berdina den beste posizioen baten arteko posizio denetan agertzen da posizio horretatik  $n$ -ra arteko posizio denetan  $x$ -ren desberdina den balio bat agertzen da)

**49.  $x$  balioa  $A(1..n)$  bektorean agertzen baldin bada, bere agerpen denak jarraian daude ezkerreko ertzetik hasita (ezkerretikjarraian2)**

- Predikatuaren izena: ezkerretikjarraian2
- Bi eratara egin:
  - (i) 12. ariketako predikatua erabiliz. ( $x$  balioa  $A(1..n)$  bektorean 1 eta 0 baino handiagoa edo berdina den beste posizioen baten arteko posizio denetan agertzen da eta  $x$  balioa 0 aldiz agertzen da posizio horretatik  $n$ -ra arteko tartean)
  - (ii) Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke. ( $x$  balioa  $A(1..n)$  bektorean 1 eta 0 baino handiagoa edo berdina den beste posizioen baten arteko posizio denetan agertzen da posizio horretatik  $n$ -ra arteko posizio denetan  $x$ -ren desberdina den balio bat agertzen da)

**50.  $A(1..n) = (a_n, a_1, \dots, a_{n-1})$  (eskuinbiraketa)**

Kasu honetan  $a_i$  elementuen azpiindizearearen eta bektorean duten posizioaren arteko erlazioa zein den adierazi behar da.

$A(1..n) = (a_n, a_1, \dots, a_{n-1})$  dela esatea  $A(1..n)$  bektorea jarraian zehazten den erakoa dela esatearen berdina da:

$A$						
$a_n$	$a_1$	$a_2$	$\dots$	$a_{n-3}$	$a_{n-2}$	$a_{n-1}$
1	2	3	$\dots$	$n-2$	$n-1$	$n$

- Predikatuaren izena: **eskuinbiraketa**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin. (1 posizioan  $a_n$  balioa dago eta 2 eta  $n$ -ren arteko posizio denetan  $a$  balioaren azpiindizea posizioa ken 1 da)

**51.  $A(1..n) = (a_2, \dots, a_n, a_1)$  (ezkerbiraketa)**

Kasu honetan  $a_i$  elementuen azpiindizearearen eta bektorean duten posizioaren arteko erlazioa zein den adierazi behar da.

$A(1..n) = (a_2, \dots, a_n, a_1)$  dela esatea  $A(1..n)$  bektorea jarraian zehazten den erakoa dela esatearen berdina da:

A						
$a_2$	$a_3$	$a_4$	...	$a_{n-1}$	$a_n$	$a_1$
1	2	3	...	$n-2$	$n-1$	$n$

- Predikatuaren izena: **ezkerbiraketa**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin. ( $n$  posizioan  $a_1$  balioa dago eta 1 eta  $n-1$  posizioen arteko posizio denetan  $a$  balioaren azpiindizea posizioa gehi 1 da)

**52.  $A(1..n)$  bektoreko elementuak ez dira  $B(1..m)$  bektorean agertzen (disjuntuak)**

- Predikatuaren izena: **disjuntuak**
- Bi eratara egin:
  - (i) 30. ariketako predikatua erabiliz. ( $A(1..n)$  bektoreko edozein posiziotako elementua hartuta, elementu hori ez da  $B(1..m)$  bektorean agertzen)
  - (ii) Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke. ( $A(1..n)$  bektoreko edozein posiziotako elementua hartuta,  $B(1..m)$  bektorean ez da existitzen balio bera duen posiziorik)

**53.  $A(1..n)$  bektorean elementu negatiboak positiboak baino gutxiago dira eta zero ez da agertzen (posgehiago)**

- Predikatuaren izena: **posgehiago**
- 30. ariketako predikatua erabiliz. (Balio negatiboa duten  $A(1..n)$  bektoreko posizioen kopurua balio positiboa duten posizioen kopurua baino txikiagoa da eta 0 balioa ez da agertzen  $A(1..n)$  bektorean)

**54. A(1..n) bektorea B(1..n) bektorearen permutazio bat da (permutazioa)**

A(1..n) bektore bat beste B(1..n) bektore baten permutazioa izango da bektore bietan elementu berdinak eta kopuru berean agertzen badira nahiz eta orden desberdinean egon (ordenak ez du garrantzirik).

**Adibidea:**

A									
7	80	-60	3	0	0	0	7	50	30
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

B									
0	0	30	3	-60	7	80	7	50	0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

A(1..10) bektorea B(1..10) bektorearen permutazio bat da.

- Predikatuaren izena: permutazioa
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin. (1 eta n-ren arteko edozein k posizio hartuta, A(k) balioa duten A(1..n) bektoreko posizioen kopurua eta A(k) balioa duten B(1..n) bektoreko posizioen kopurua berdina da)

**55. A(1..n) bektorea kapikua edo palindromoa da (palindromoa)****1. adibidea:**

A									
7	10	-60	3	0	0	3	-60	10	7
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

**2. adibidea:**

A						
'a'	'b'	'c'	'd'	'c'	'b'	'a'
1	2	3	4	5	6	7

- Predikatuaren izena: palindromoa
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin. (A(1..n) bektoreko edozein posizio hartuta, posizio horretako eta posizio simetrikoko balioak berdinak dira)

A(1..n) bektoreko i posizio batentzat bere posizio simetrikoa  $n - i + 1$  da.

**56. A(1..n) bektorean gutxienez jarraian dauden eta desberdinak diren bi elementu daude (gutxienezbidesb)**

- Predikatuaren izena: gutxienezbidesb
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin. (1 eta  $n - 1$  posizioen arteko posizioen batentzat posizio horretako eta hurrengo posizioko elementuak desberdinak dira)

**57.  $A(1..n)$  bektorean jarraian dauden eta desberdinak diren bi elementu bakarrik daude (justubidesb)**

- Predikatuaren izena: **justubidesb**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin. (Hurrengo posizioan balio desberdina duten 1 eta  $n - 1$  posizioen arteko posizio-kopurua 1)

**58.  $np$  balioa  $A(1..n)$  eta  $B(1..m)$  tauletan balio bera duten posizioen kopurua da (balioberakop)****Adibidea:**

A eta B taulek balio bereko 3 posizio dituzte (2, 5 eta 6):

A

26	<b>38</b>	-54	7	<b>1</b>	<b>-70</b>	44	9
1	<b>2</b>	3	4	<b>5</b>	<b>6</b>	7	8

B

0	<b>38</b>	1	6	<b>1</b>	<b>-70</b>	80	310	44	1
1	<b>2</b>	3	4	<b>5</b>	<b>6</b>	7	8	9	10

- Predikatuaren izena: **balioberakop**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin. (1 eta  $n$  eta 1 eta  $m$ -ren artean dauden eta  $A(1..n)$  eta  $B(1..m)$  bektoreetan balio bera duten posizioen kopurua  $np$  da)

**59.  $x$  balioaren agerpen-kopurua berdina da  $A(1..n)$  bektorean eta  $B(1..p)$  bektorean (agerpenkopbera)**

- Predikatuaren izena: **agerpenkopbera**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin. ( $x$  balioa duten  $A(1..n)$  bektoreko posizioen kopurua eta  $x$  balioa duten  $B(1..p)$  bektoreko posizioen kopurua berdina da)



**60. A(1..n) bektoreak digituak bakarrik ditu eta x zenbaki naturala adierazten du (ezkerrean zeroak egon daitezke) (zenbakia)**

**Adibidea:**

Zenbaki naturalak negatiboak ez diren zenbaki osoak dira (0, 1, 2, ...).

Jarraian datozen bi bektore horiek 1280 zenbakiaren bi errepresentazio dira.

A(1..7)

0	0	0	1	2	8	0
1	2	3	4	5	6	7

$$1280 = 0 \times 10^6 + 0 \times 10^5 + 0 \times 10^4 + 1 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 0 \times 10^0$$

A(1..4)

1	2	8	0
1	2	3	4

$$1280 = 1 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 0 \times 10^0$$

- Predikatuaren izena: **zenbakia**
- 8. ariketako predikatua erabiliz. (A(1..n) bektoreak bakarrik digituak ditu eta digitu bakoitzeko digitua bider 10 ber n ken digituaren posizioa batuz x balioaren berdina den batura lortzen da)

**61.  $A(1..n)$  bektorean digituak bakarrik daude eta kapikua den zenbaki bat osatzen dute digitu horiek. Bektoreak elementu bakarra duenean bakarrik onartuko da bektoreko 1 posizioan 0 balioa agertzea (kasu horretan bektore osoak 0 zenbakia adieraziko luke) (kapikua)**

**1. adibidea:**

Adibide honetako  $A(1..10)$  bektoreak digituak bakarrik ditu eta digitu horiek zenbaki kapikua bat osatzen dute.

A

8	3	9	7	1	1	7	9	3	8
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

**2. adibidea:**

Adibide honetako  $A(1..7)$  bektoreak digituak bakarrik ditu eta digitu horiek zenbaki kapikua bat osatzen dute.

A

6	2	0	5	0	2	6
1	2	3	4	5	6	7

**3. adibidea:**

Adibide honetako  $A(1..1)$  bektoreak 0 zenbakia errepresentatzen du (kapikua da).

A

0
1

**4. adibidea:**

Jarraian datorren bektorea ez da egokia ezkerrean zeroak dituelako:

0	0	0	5	8	2	8	5
1	2	3	4	5	6	7	8

**5. adibidea:**

Beste bektore hau ere ez da egokia ezkerrean zeroak dituelako:

0	0	0	6	2	6	0	0	0
1	2	3	4	5	6	7	8	9

- Predikatuaren izena: **kapikua**
- 8. eta 55. ariketetako predikatuak erabiliz egin. ( $A(1..n)$  bektoreak digituak bakarrik ditu, palindromoa da eta 1 posizioan 0 balioa baldin badago, orduan  $n$ -ren balioa 1 da.)

**62. B(1..n) bektoreko posizio bakoitzean A(1..n) bektoreko posizio berean dagoen elementua A(1..n) bektorean guztira zenbat aldiz agertzen den adierazten duen balioa dago (kopurua)**

**Adibidea:**

Adibide honetako B(1..10) bektoreko posizio bakoitzean A(1..10) bektoreko posizio bereko elementua A(1..10) bektorean zenbat aldiz agertzen den adierazten da:

A

8	3	8	8	1	1	-70	59	8	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

B

4	1	4	4	2	2	1	1	4	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

8 zenbakia 4 aldiz agertzen da A(1..10) bektorean, 3 zenbakia behin eta abar.

- Predikatuaren izena: **kopurua**
- Bi eratara egin:
  - (i) 13. ariketako predikatua erabiliz. (B(1..n) bektoreko edozein posizio hartuta, posizio horretako balioak posizio bereko A(1..n) bektoreko balioa A(1..n) bektorean zenbat aldiz agertzen den adierazten du)
  - (ii) Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke. (B(1..n) bektoreko edozein posizio hartuta, posizio horretako balioak posizio bereko A(1..n) bektoreko balioa A(1..n) bektoreko zenbat posiziotan agertzen den adierazten du)

**63. (sekzioazpibek)**

$A(1..n)$  bektoreak gutxienez elementu bat du.  $B(1..p)$  bektoreko elementu-kopurua  $A(1..n)$  bektorekoa baino handiagoa edo berdina da. Gainera  $i$  eta  $j$  balioek  $n$  elementuko azpitarte bat mugatzen dute  $[1..p]$  tartearen barruan.  $A(1..n)$  bektorea  $B(1..p)$  bektorearen azpibektore bat da eta  $A$ -ko elementu denak  $B$ -n jarraian eta orden berean agertzen dira  $i$  posiziotik hasita eta  $j$  posizioraino.

**Adibidea:**

Adibide honetako  $A(1..4)$  bektorea  $B(1..10)$  bektorearen azpibektore bat da eta 4 posiziotik 7 posizioraino doa:

A

40	333	6	10
1	2	3	4

B

11	78	0	40	333	6	10	-68	4	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

{
i
j
}

A

- Predikatuaren izena: **sekzioazpibek**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin. ( $n$  balioa 1 baino handiagoa edo berdina da,  $p$  balioa  $n$  baino handiagoa edo berdina da,  $i$  balioa 1 baino handiagoa edo berdina eta  $n$  baino txikiagoa edo berdina da,  $j$  balioa  $i$  baino handiagoa edo berdina eta  $n$  baino txikiagoa edo berdina da,  $j$  ken  $i$ -ren balioa  $n - 1$  da,  $A(1..n)$  bektoreko edozein  $k$  posizio hartuta,  $B(i + k - 1)$  eta  $A(k)$  berdinak dira.

**64. (azpibek)**

$A(1..n)$  bektoreak gutxienez elementu bat du.  $B(1..p)$  bektoreko elementu-kopurua  $A(1..n)$  bektorekoa baino handiagoa edo berdina da.  $A(1..n)$  bektorea  $B(1..p)$  bektorearen azpibektore bat da, hau da,  $A$ -ko elementu denak  $B$ -n jarraian eta orden berean agertzen dira

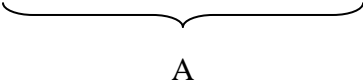
**Adibidea:**

Adibide honetako  $A(1..4)$  bektorea  $B(1..10)$  bektorearen azpibektorea da:

A									
40	333	6	10						
1	2	3	4						

B									
11	78	0	40	333	6	10	-68	4	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



- Predikatuaren izena: **azpibek**
- Bi eratara egin:
  - (i) 63. ariketako predikatua erabiliz. (1 baino handiagoa edo berdina eta  $p$  baino txikiagoa edo berdina den  $h$  posizioen batentzat eta 1 baino handiagoa edo berdina eta  $p$  baino txikiagoa edo berdina den  $g$  posizioen batentzat  $A(1..n)$  bektorea justu  $h$  eta  $g$  balioek  $B(1..p)$  bektorean definitzen duten sekzioan agertzen da azpibektore bezala)
  - (ii) Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke. ( $n$  balioa 1 baino handiagoa edo berdina da,  $p$  balioa  $n$  baino handiagoa edo berdina da, 1 baino handiagoa edo berdina eta  $n$  baino txikiagoa edo berdina den  $h$  posizioen batentzat  $g - h = n - 1$  betetzen duen eta  $h$  baino handiagoa edo berdina eta  $n$  baino txikiagoa edo berdina den  $g$  posizioen bat existitzen da eta  $A(1..n)$  bektoreko edozein  $k$  posizio hartuta,  $B(h + k - 1)$  eta  $A(k)$  berdinak dira.

**65. (gutxienezbikotebat)**

*mp* aldagai boolearrak  $A(1..n)$  eta  $B(1..m)$  bektoreek gutxienez jarraian dauden elementuz osatutako bikote berdin bat ba al duten adierazten du (bektore bietan posizio berdinetan egonez).

**Adibidea:**

A

44	38	1	1	1	-70	62	9
1	2	3	4	5	6	7	8

B

44	38	1	6	22	-70	62	1	-70	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Adibide honetako A eta B bektoreek jarraian dauden elementuz osatutako hiru bikote berdin dituzte posizio berdinetan:

- 1 eta 2 posizioak.
- 2 eta 3 posizioak.
- 6 eta 7 posizioak.

- Predikatuaren izena: **gutxienezbikotebat**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin.

**66. (justubikotebat)**

*b* aldagai boolearrak  $A(1..n)$  eta  $B(1..m)$  bektoreek justu jarraian dauden elementuz osatutako bikote berdin bakar bat al duten adierazten du (bektore bietan posizio berdinetan egonez).

**Adibidea:**

Adibide honetako A eta B bektoreek jarraian dauden elementuz osatutako bikote berdin bakar bat dute posizio berdinetan: 6 eta 7 posizioak.

A

90	22	1	1	1	-70	62	9
1	2	3	4	5	6	7	8

B

44	38	1	6	22	-70	62	1	-70	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

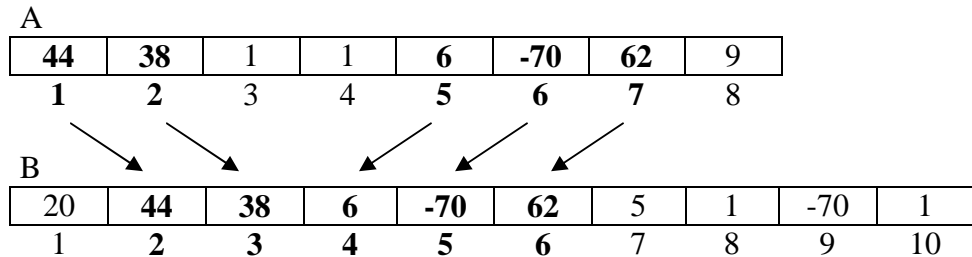


- Predikatuaren izena: **justubikotebat**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin.

**67. (gutxienezbikotebat2)**

*dp* aldagai boolearrak  $A(1..n)$  eta  $B(1..m)$  bektoreek gutxienez jarraian dauden elementuz osatutako bikote berdin bat ba al duten adierazten du (bektore bietan posizio desberdinetan egon daitezkeelarik).

**Adibidea:**



Adibide honetako A eta B bektoreek jarraian dauden elementuz osatutako hiru bikote berdin dituzte nahiz eta posizio desberdinetan egon:

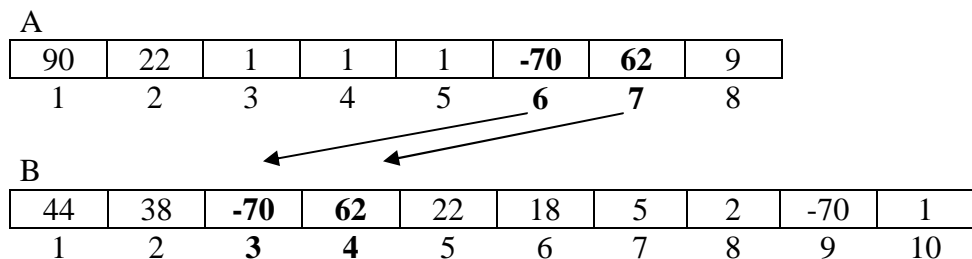
- A(1), A(2) eta B(2), B(3) posizioak.
- A(5), A(6) eta B(4), B(5) posizioak.
- A(6), A(7) eta B(5), B(6) posizioak.

- Predikatuaren izena: **gutxienezbikotebat2**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin.

**68. (justubikotebat2)**

*c* aldagai boolearrak  $A(1..n)$  eta  $B(1..m)$  bektoreek justu jarraian dauden elementuz osatutako bikote berdin bakar bat al duten adierazten du (bektore bietan posizio desberdinetan egon daitezkeelarik)

**Adibidea:**



Adibide honetako A eta B bektoreek jarraian dauden elementuz osatutako bikote berdin bakar bat dute eta gainera posizio desberdinetan: A(6), A(7) eta B(3), B(4) posizioak.

- Predikatuaren izena: **justubikotebat2**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin.

**69. u eta v zenbaki lehenak dira eta beraien artean ez dago zenbaki lehenik (lehenakjarraian)**

- Predikatuaren izena: **lehenakjarraian**
- 21. ariketako predikatua erabiliz egin (u balioa v baino txikiagoa da, u lehena, v lehena da eta u eta v-ren artean ez dago lehena den zenbakirik).

**70. i balioa C(1..m) taulako elementu handienaren indizea da (indizehand)**

- Predikatuaren izena: **indizehand**
- 44. ariketako predikatua erabiliz egin.

**71. i balioa C(1..m) taulako elementu txikienaren indizea da (indizetxik)**

- Predikatuaren izena: **indizetxik**
- 43. ariketako predikatua erabiliz egin.

**72. B(1..m) bektorean C(1..m) bektoreko elementuak daude baina goranzko ordenean (gorantz)**

- Predikatuaren izena: **gorantz**
- 54. ariketako predikatua erabiliz egin.

**73. C(1..m) bektorea B(1..m) bektorearen alderantzizkoa da. (alder)**

- Predikatuaren izena: **alder**
- Aurretik definitutako predikaturik erabiltzeke egin.

**74. C(1..m) bektorean ez dago errepikatutako elementurik (ezerrepikatuta)**

- Predikatuaren izena: **ezerrepikatuta**
- 14. ariketako predikatua erabiliz egin.

**75. C(1..m) taulan ez dago batura bezala zero ematen duen sekziorik. (ezbaturazero)**

- Predikatuaren izena: **ezbaturazero**
- 23. ariketako predikatua erabiliz egin.

**76. C(1..m) bektorean ez dago jarraian dauden zeroz osatutako bikoterik (ezzerobik)**

- Predikatuaren izena: **ezzerobik**
- 41. ariketako predikatua erabiliz egin.

**77. C(1..m) bektoreko elementu bakoitza justu bi aldiz agertzen da bektore horretan (denakbialdiz)**

- Predikatuaren izena: **denakbialdiz**
- 20. ariketako predikatua erabiliz egin.



**78. C(1..n), D(1..m) eta E(1..p) bektoreek ez dute elementu berdinek beraien artean (hirudisjuntu)**

- Predikatuaren izena: **hirudisjuntu**
- Bi eratara egin:
  - (i) 13. ariketako predikatua erabiliz.
  - (ii) 52. ariketako predikatua erabiliz.

**79. (positibohautaketa)**

C(1..m) bektoreak gutxienez elementu positibo bat du ( $> 0$ ), B(1..p) bektorean elementu denak positiboak ( $> 0$ ) eta desberdinak dira eta B-ko elementu denak C-n ere agertzen dira.

- Predikatuaren izena: **positibohautaketa**
- 6, 7, 14 eta 30. ariketetako predikatuak erabiliz egin.

**80. (partiketa)**

C(1..m) eta D(1..p) bektoreek gutxienez elementu bana dute eta E(1..q) bektorearen partiketa bat osatzen dute, hau da, C eta D elkartzuz E lortzen da.

**Adibidea:**

C	<table><tr><td>90</td><td>22</td><td>1</td></tr></table>	90	22	1					
90	22	1							
	<table><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr></table>	1	2	3					
1	2	3							
D	<table><tr><td>44</td><td>38</td><td>1</td><td>6</td><td>22</td></tr></table>	44	38	1	6	22			
44	38	1	6	22					
	<table><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr></table>	1	2	3	4	5			
1	2	3	4	5					
E	<table><tr><td>90</td><td>22</td><td>1</td><td>44</td><td>38</td><td>1</td><td>6</td><td>22</td></tr></table>	90	22	1	44	38	1	6	22
90	22	1	44	38	1	6	22		
	<table><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr></table>	1	2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7	8		

- Predikatuaren izena: **partiketa**
- 63. ariketako predikatua erabiliz egin.

**81. (lehenakgorantz)**

A(1..n) bektorean lehenengo n zenbaki lehenak daude goranzko ordenean.

- Predikatuaren izena: **lehenakgorantz**
- 69. ariketako predikatua erabiliz. (1 posizioan 2 balioa dago (lehenengo zenbaki lehena) eta 1 eta  $n - 1$  posizioen arteko edozein posizio hartuta, posizio horretako elementua eta hurrengo posizioako elementua elkarren ondorengo zenbaki lehenak dira.

**82. (handtxikbehin)**

*max* balioa B(1..m) bektoreko balio handiena da, *min* balioa txikiena da bai handiena eta bai txikiena behin bakarrik agertzen dira bektorean.

- Predikatuaren izena: **handtxikbehin**
- 13, 43 eta 44. ariketetako predikatuak erabiliz egin.

**b) Programen aurre-ondoetako espezifikazioa****1. A(1..n) eta B(1..n) bektoreetan balio bera duten posizio-kopurua c aldagaian zenbatu**

A(1..n) eta B(1..n) bektoreak emanda ( $n \geq 1$ ), c aldagaian zenbat posiziotan koinziditzen duten kontatzen duen programari dagokion aurre-ondoetako espezifikazioa eman:

```
{φ} ≡ ???
i := 1;
c := 0;
while i ≤ n loop
    if A(i) = B(i) then c := c + 1; end if;
    i := i + 1;
end loop;
{ψ} ≡ ???
```

**2. A(1..n) eta B(1..n) bektoreek balio bera duen posiziorik ba al duten erabaki w aldagaian**

A(1..n) eta B(1..n) bektoreak emanda ( $n \geq 1$ ), w aldagai boolearrean bektore biek posizioen batean koinziditzen al duten erabakitzen duen programari dagokion aurre-ondoetako espezifikazioa eman:

```
{φ} ≡ ???
i := 1;
w := false;
while i ≠ n + 1 and not w loop
    w := (A(i) = B(i));
    i := i + 1;
end loop;
{ψ} ≡ ???
```

**3. A(1..n) bektoreko elementu denak berdinak al diren erabaki berdinak aldagaian**

A(1..n) bektorea emanda ( $n \geq 1$ ), berdinak aldagai boolearrean bektoreko elementu denak berdinak al diren erabakitzen duen programari dagokion aurre-ondoetako espezifikazioa eman:

```
{φ} ≡ ???
i := 1;
berdinak := true;
while i ≠ n and berdinak loop
    berdinak := (A(i) = A(i + 1));
    i := i + 1;
end loop;
{ψ} ≡ ???
```

**4.  $A(1..n)$  eta  $B(1..n)$  bektoreetan balio bera duten posizioen kopurua balio desberdina dutenen kopurua baino handiagoa al den erabaki  $d$  aldagai boolearrean**

$A(1..n)$  eta  $B(1..n)$  bektoreak emanda ( $n \geq 1$ ),  $A(1..n)$  eta  $B(1..n)$  bektoreetan balio bera duten posizioen kopurua balio desberdina dutenen kopurua baino handiagoa al den  $d$  aldagai boolearrean erabakitzen duen programaren aurre-ondoetako espezifikazioa eman::

```
{ $\phi$ }  $\equiv$  ???
i := 1;
c := 0;
while i  $\neq$  n + 1 loop
    if A(i) = B(i) then c := c + 1; end if;
    i := i + 1;
end loop;
d := (c > (n div 2));
{ $\psi$ }  $\equiv$  ???
```

**div** zatiketa osoa da.

**5.  $A(1..n)$  bektorean batekoen kopurua zero-kopurua baino handiagoa al den erabaki  $b$  aldagai boolearrean**

Batekoak eta zeroak bakarrik dituen  $A(1..n)$  bektorea emanda ( $n \geq 1$ ),  $b$  aldagai boolearrean bateko kopurua zero-kopurua baino handiagoa al den erabakitzen duen programari dagokion aurre-ondoetako espezifikazioa eman:

```
{ $\phi$ }  $\equiv$  ???
i := 0;
c := 0;
while i  $\neq$  n loop
    if A(i + 1) = 1 then c := c + 1; end if;
    i := i + 1;
end loop;
b := (c > (n div 2));
{ $\psi$ }  $\equiv$  ???
```

**div** zatiketa osoa da.

**6.  $A(1..n)$  bektorean batekoen kopurua zero-kopurua baino handiagoa baldin bada, *geh* aldagaian batekoen kopurua itzuli eta bestela zero-kopurua**

Batekoak eta zeroak bakarrik dituen  $A(1..n)$  bektorea emanda ( $n \geq 1$ ), bateko kopurua zero-kopurua baino handiagoa bada, *geh* aldagaian bateko kopurua eta bestela zero-kopurua itzultzen duen programari dagokion aurre-ondoetako espezifikazioa eman:

```
{ $\phi$ }  $\equiv$  ???
i := 0;
c := 0;
u := 0
while i  $\neq$  n loop
    if A(i + 1) = 0 then c := c + 1;
    else u := u + 1; end if;
    i := i + 1;
end loop;
if u > c then geh := u;
else geh := c; end if;
{ $\psi$ }  $\equiv$  ???
```

**7.  $A(1..n)$  bektorean 1 dagoen leku bakoitzean  $B(1..n)$  bektorean 0 balioa eta  $A(1..n)$  bektorean 0 dagoen leku bakoitzean  $B(1..n)$  bektorean 1 balioa gorde**

Batekoak eta zeroak bakarrik dituen  $A(1..n)$  bektorea emanda ( $n \geq 1$ ), A-n batekoak dauden lekuetan zeroak ipiniz eta A-n zeroak dauden lekuetan batekoak ipiniz  $B(1..n)$  bektorea eratzen duen programari dagokion aurre-ondoetako espezifikazioa eman:

```
{ $\phi$ }  $\equiv$  ???
i := 1;
while i  $\neq$  n + 1 loop
    if A(i) = 0 then B(i) := 1;
    else B(i) := 0; end if;
    i := i + 1;
end loop;
{ $\psi$ }  $\equiv$  ???
```

**8. Batekoen orde zeroak eta zeroen orde batekoak ipini  $A(1..n)$  bektorean**

Batekoak eta zeroak bakarrik dituen  $A(1..n)$  bektorea emanda ( $n \geq 1$ ), A-ko batekoak eta zeroak zeroz eta batekoz trukatzten dituen programari dagokion aurre-ondoetako espezifikazioa eman:

```
{ $\phi$ }  $\equiv$  ???
i := 1;
while i  $\neq$  n + 1 loop
    if A(i) = 0 then A(i) := 1;
    else A(i) := 0; end if;
    i := i + 1;
end loop;
{ $\psi$ }  $\equiv$  ???
```

## c) Programen dokumentazioa

## 1. C(1..n) bektorean A(1..n) eta B(1..n) bektoreen batura gordetzen duen programa

C(1..n) bektorean A(1..n) eta B(1..n) bektoreen batura gordetzen duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez:

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 1;
(2) {Tarteko asertzioa}
while (3) {Inbariantea} i ≤ n loop
    (4) {Tarteko asertzioa}
    C(i) := A(i) + B(i);
    (5) {Tarteko asertzioa}
    i := i + 1;
end loop;
(6) {Bukaerako baldintza}
(7) {E espresioa}

```

## 2. A(1..n) eta B(1..n) bektoreetako elementuak trukatzeko dituen programa

A(1..n) eta B(1..n) bektoreetako elementuak trukatzeko dituen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez:

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 1;
(2) {Tarteko asertzioa}
while (3) {Inbariantea} i ≤ n loop
    (4) {Tarteko asertzioa}
    lag := A(i);
    (5) {Tarteko asertzioa}
    A(i) := B(i);
    (6) {Tarteko asertzioa}
    B(i) := lag;
    (7) {Tarteko asertzioa}
    i := i + 1;
end loop;
(8) {Bukaerako baldintza}
(9) {E espresioa}

```

### 3. $v$ aldagaian $A(1..n)$ bektorean $x$ balioa zenbat aldiz agertzen den zenbatzen duen programa

$v$  aldagaian  $A(1..n)$  bektorean  $x$  balioa zenbat aldiz agertzen den zenbatzen duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez:

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 1;
(2) {Tarteko asertzioa}
v := 0;
(3) {Tarteko asertzioa}
while (4) {Inbariantea} i ≤ n loop
    (5) {Tarteko asertzioa}
    if A(i) = x then (6) {Tarteko asertzioa}
        v := v + 1;
    end if;
    (7) {Tarteko asertzioa}
    i := i + 1;
end loop;
(8) {Bukaerako baldintza}
(9) {E espresioa}

```

### 4. $v$ aldagaian $A(1..n)$ bektorean $x$ balioa zenbat aldiz agertzen den zenbatzen duen programa

$v$  aldagaian  $A(1..n)$  bektorean  $x$  balioa zenbat aldiz agertzen den zenbatzen duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez:

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 0;
(2) {Tarteko asertzioa}
v := 0;
(3) {Tarteko asertzioa}
while (4) {Inbariantea} i < n loop
    (5) {Tarteko asertzioa}
    i := i + 1;
    (6) {Tarteko asertzioa}
    if A(i) = x then (7) {Tarteko asertzioa}
        v := v + 1;
    end if;
end loop;
(8) {Bukaerako baldintza}
(9) {E espresioa}

```

**5. "berdinak" izeneko aldagai boolearrean A(1..n) eta B(1..n) bektoreak berdinak al diren ala ez erabakitzen duen programa**

"berdinak" izeneko aldagai boolearrean A(1..n) eta B(1..n) bektoreak berdinak al diren ala ez erabakitzen duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez:

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 1;
(2) {Tarteko asertzioa}
berdinak := true;
(3) {Tarteko asertzioa}
while (4) {Inbariantea} i ≤ n and berdinak loop
    (5) {Tarteko asertzioa}
    if A(i) ≠ B(i) then (6) {Tarteko asertzioa}
        berdinak := false;
    end if;
    (7) {Tarteko asertzioa}
    i := i + 1;
end loop;
(8) {Bukaerako baldintza}
(9) {E espresioa}

```

**6. "badago" aldagaian x balioa A(1..n) bektorean agertzen al den erabakitzen duen programa**

"badago" aldagaian x balioa A(1..n) bektorean agertzen al den erabakitzen duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez:

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 0;
(2) {Tarteko asertzioa}
badago := false;
(3) {Tarteko asertzioa}
while (4) {Inbariantea} i ≠ n and not badago loop
    (5) {Tarteko asertzioa}
    i := i + 1;
    (6) {Tarteko asertzioa}
    if A(i) = x then
        (7) {Tarteko asertzioa}
        badago := true;
    end if;
end loop;
(8) {Bukaerako baldintza}
(9) {E espresioa}

```

**7. z aldagaian x eta y zenbaki oso eta ez negatiboen arteko biderkadura kalkulatzeko duen programa**

z aldagaian x eta y zenbaki oso eta ez negatiboen arteko biderkadura kalkulatzeko duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez:

```

(1) {Hasierako baldintza}
z := 0;
(2) {Tarteko asertzioa}
while (3) {Inbariantea} x ≠ 0 loop
    (4) {Tarteko asertzioa}
    z := z + y;
    (5) {Tarteko asertzioa}
    x := x - 1;
end loop;
(6) {Bukaerako baldintza}
(7) {E espresioa}

```

**8.  $\geq 2$  den x zenbakia emanda, "lehena" izeneko aldagai boolearrean x lehena al den ala ez erabakitzen duen programa**

$\geq 2$  den x zenbakia emanda, "lehena" izeneko aldagai boolearrean x lehena al den ala ez erabakitzen duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez:

```

(1) {Hasierako baldintza}
d := 2;
(2) {Tarteko asertzioa}
while (3) {Inbariantea} x mod d ≠ 0 loop
    (4) {Tarteko asertzioa}
    d := d + 1;
end loop;
(5) {Tarteko asertzioa}
lehena := (d = x);
(6) {Bukaerako baldintza}
(7) {E espresioa}

```



**9. A(1..n) bektorea emanda, zenb aldagaian A-n bosten anizkoitzak diren zenbat elementu dauden kalkulatzen duen programa**

A(1..n) bektorea emanda, zenb aldagaian A-n bosten anizkoitzak diren zenbat elementu dauden kalkulatzen duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez:

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 0;
(2) {Tarteko asertzioa}
zenb := 0;
(3) {Tarteko asertzioa}
while (4) {Inbariantea} i < n loop
    (5) {Tarteko asertzioa}
    i := i + 1;
    (6) {Tarteko asertzioa}
    if A(i) mod 5 = 0 then (7) {Tarteko asertzioa}
        zenb := zenb + 1;
    end if;
end loop;
(8) {Bukaerako baldintza}
(9) {E espresioa}

```

**10. A(1..n) bektoreko balio txikiena m aldagaian gordetzen duen programa**

A(1..n) bektoreko balio txikiena m aldagaian gordetzen duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez:

```

(1) {Hasierako baldintza}
m := A(1);
(2) {Tarteko asertzioa}
k := 1;
(3) {Tarteko asertzioa}
while (4) {Inbariantea} k < n loop
    (5) {Tarteko asertzioa}
    k := k + 1;
    (6) {Tarteko asertzioa}
    if A(k) < m then (7) {Tarteko asertzioa}
        m := A(k);
    end if;
end loop;
(8) {Bukaerako baldintza}
(9) {E espresioa}

```

### 11. $\geq 0$ den $n$ zenbakia emanda, $x$ aldagaian Fibonacci-ren segidako $s_n$ elementua kalkulatzeko duen programa

$\geq 0$  den  $n$  zenbakia emanda,  $x$  aldagaian Fibonacci-ren segidako  $s_n$  elementua kalkulatzeko duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez ( $s_0 = 0$ ,  $s_1 = 1$  eta  $s_k = s_{k-1} + s_{k-2}$ ,  $k \geq 2$  denerako):

```

(1) {Hasierako baldintza}
x := 0;
(2) {Tarteko asertzioa}
y := 1;
(3) {Tarteko asertzioa}
k := 1;
(4) {Tarteko asertzioa}
while (5) {Inbariantea} k ≤ n loop
    (6) {Tarteko asertzioa}
    y := y + x;
    (7) {Tarteko asertzioa}
    x := y - x;
    (8) {Tarteko asertzioa}
    k := k + 1;
end loop;
(9) {Bukaerako baldintza}

(10) {E espresioa}

```

### 12. Negatiboa ez den $x$ zenbaki bat emanda, bere faktoriala $f$ aldagaian kalkulatzeko duen programa

Negatiboa ez den  $x$  zenbaki bat emanda, bere faktoriala  $f$  aldagaian kalkulatzeko duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez:

```

(1) {Hasierako baldintza}
f := 1;
(2) {Tarteko asertzioa}
t := 1;
(3) {Tarteko asertzioa}
while (4) {Inbariantea} t ≤ x loop
    (5) {Tarteko asertzioa}
    f := f * t;
    (6) {Tarteko asertzioa}
    t := t + 1;
    (7) {Tarteko asertzioa}
end loop;
(8) {Bukaerako baldintza}
(9) {E espresioa}

```

```

(1) {Hasierako baldintza}
f := 1;
(2) {Tarteko asertzioa}
t := x;
(3) {Tarteko asertzioa}
while (4) {Inbariantea} t ≥ 1 loop
    (5) {Tarteko asertzioa}
    f := f * t;
    (6) {Tarteko asertzioa}
    t := t - 1;
    (7) {Tarteko asertzioa}
end loop;
(8) {Bukaerako baldintza}
(9) {E espresioa}

```

**13. neg aldagaian A(1..n) bektoreak zenbat elementu negatibo dituen kalkulatzeko duen programa**

neg aldagaian A(1..n) bektoreak zenbat elementu negatibo dituen kalkulatzeko duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez:

```

(1) {Hasierako baldintza}
neg := 0;
(2) {Tarteko asertzioa}
i := 0;
(3) {Tarteko asertzioa}
while (4) {Inbariantea} i ≠ n loop
    if A(i + 1) < 0 then
        (5) {Tarteko asertzioa}
        neg := neg + 1;
    end if;
(6) {Tarteko asertzioa}
i := i + 1;
end loop;
(7) {Bukaerako baldintza}

(8) {E espresioa}

```

**14. pos aldagaian A(1..n) bektoreak zenbat elementu positibo dituen eta neg aldagaian A(1..n) bektoreak zenbat elementu negatibo dituen kalkulatzeko duen programa**

pos aldagaian A(1..n) bektoreak zenbat elementu positibo dituen eta neg aldagaian A(1..n) bektoreak zenbat elementu negatibo dituen kalkulatzeko duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez:

```

(1) {Hasierako baldintza}
pos := 0;
neg := 0;
i := 0;
(2) {Tarteko asertzioa}
while (3) {Inbariantea} i ≠ n loop
    if A(i + 1) > 0 then
        (4) {Tarteko asertzioa}
        pos := pos + 1;
    elsif A(i + 1) < 0 then
        (5) {Tarteko asertzioa}
        neg := neg + 1;
    end if;

    (6) {Tarteko asertzioa}
    i := i + 1;
end loop;
(7) {Bukaerako baldintza}
(8) {E espresioa}

```

**15. neg aldagaian A(1..n) bektoreak zenbat elementu negatibo dituen kalkulatzeko duen programa**

neg aldagaian A(1..n) bektoreak zenbat elementu negatibo dituen kalkulatzeko duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez

```

(1) {Hasierako baldintza}
neg := 0;
(2) {Tarteko asertzioa}
i := 0;
(3) {Tarteko asertzioa}
while (4) {Inbariantea} i ≠ n loop
    (5) {Tarteko asertzioa}
    i := i + 1;
    (6) {Tarteko asertzioa}
    if A(i) < 0 then
        (7) {Tarteko asertzioa}
        neg := neg + 1;
    end if;
end loop;
(8) {Bukaerako baldintza}

(9) {E espresioa}

```

**16. "alder" aldagai booleanarean A(1..n) bektorea B(1..n) bektorearen alderantzizkoa al den erabakitzen duen programa**

"alder" aldagai booleanarean A(1..n) bektorea B(1..n) bektorearen alderantzizkoa al den erabakitzen duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez:

```

(1) {Hasierako baldintza}
alder := true;
(2) {Tarteko asertzioa}
i := 1;
(3) {Tarteko asertzioa}
j := n;
(4) {Tarteko asertzioa}
while (5) {Inbariantea} i ≠ n + 1 and alder loop
    (6) {Tarteko asertzioa}
    if A(i) ≠ B(j) then
        (7) {Tarteko asertzioa}
        alder := false;
    end if;
    (8) {Tarteko asertzioa}
    i := i + 1;
    (9) {Tarteko asertzioa}
    j := j - 1;
end loop;
(10) {Bukaerako baldintza}
(11) {E espresioa}

```

### 17. A(1..n) bektorea emanda, hurrengo posizioan balio txikiagoa duten elementuen kopurua *dekr* aldagaian kalkulatzen duen programa

A(1..n) bektorea emanda, hurrengo posizioan balio txikiagoa duten elementuen kopurua *dekr* aldagaian kalkulatzen duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez.

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 0;
(2) {Tarteko asertzioa}
dekr := 0;
(3) {Tarteko asertzioa}
while (4) {Inbariantea}  $i \neq n - 1$  loop
    (5) {Tarteko asertzioa}
    i := i + 1;
    (6) {Tarteko asertzioa}
    if  $A(i) > A(i + 1)$  then
        (7) {Tarteko asertzioa}
        dekr := dekr + 1;
    end if;
end loop;
(8) {Bukaerako baldintza}
(9) {E espresioa}

```

### 18. A(1..n) bektorea emanda, p aldagai boolearrean A(1..n) bektoreko elementu bikoitiak bakoitiak baino gehiago al diren erabakitzen duen programa

A(1..n) bektorea emanda, p aldagai boolearrean A(1..n) bektoreko elementu bikoitiak bakoitiak baino gehiago al diren erabakitzen duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez.

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 0;
(2) {Tarteko asertzioa}
bik := 0;
(3) {Tarteko asertzioa}
while (4) {Inbariantea}  $i \neq n$  loop
    if  $A(i + 1) \bmod 2 = 0$  then
        (5) {Tarteko asertzioa}
        bik := bik + 1;
    end if;
    (6) {Tarteko asertzioa}
    i := i + 1;
end loop;
(7) {Tarteko asertzioa}
p := (bik > (n / 2));
(8) {Bukaerako baldintza}
(9) {E espresioa}

```

### 19. Alderantziz( $C(1..h)$ , $(c_1, c_2, \dots, c_h)$ , $p$ ) predikatua eta $A(1..n)$ bektorea alderantziz ipintzen duen programa

- a)  $C$  bektoreak  $(c_1, c_2, \dots, c_h)$  bektoreak dituen elementu berdinak dituela baina  $p$  posizioa artekoak alderantziz ipinita daudela adierazten duen **Alderantziz( $C(1..h)$ ,  $(c_1, c_2, \dots, c_h)$ ,  $p$ )** izeneko predikatua definitu:

$C(1..h)$

$c_h$	$c_{h-1}$	...	$c_{h-p+1}$	$c_{p+1}$	...	$c_{h-p}$	$c_p$	...	$c_2$	$c_1$
1	2	...	$p$	$p+1$	...	$h-p$	$h-p+1$	...	$h-1$	$h$

---

Alderantziz ipinita                      Alderantziz ipintzeke                      Alderantziz ipinita

$(c_1, c_2, \dots, c_h)$  bektoreak honako bektore hau adierazten du:

$c_1$	$c_2$		...	$c_{h-1}$	$c_h$
1	2	3	...	$h-1$	$h$

- b) Gutxienez elementu bat duen  $A(1..n)$  bektorea alderantziz ipintzen duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataleko predikatua erabiliz:

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 1;
while (2) {Inbariantea} i ≤ n / 2 loop
    lag := A(i);
    A(i) := A(n - i + 1);
    (3) {Tarteko asertzioa}
    A(n - i + 1) := lag;
    (4) {Tarteko asertzioa}
    i := i + 1;
end loop;
(5) {Bukaerako baldintza}
(6) {E espresioa}

```

**20. Handiagoak(C(1..p), D(1..p), x) predikatua eta b aldagai boolearrean A(1..n) bektoreko elementuen erdia baino gehiago B(1..n) bektoreko posizio bereko elementuak baino handiagoak al diren erabakitzen duen programa**

- a) C-ko elementua D-ko elementua baino handiagoa izatea x posizio desberdinetan gertatzen dela adierazten duen **Handiagoak(C(1..p), D(1..p), x)** izeneko predikatua definitu.
- b) b aldagai boolearrean A(1..n) bektoreko elementuen erdia baino gehiago B(1..n) bektoreko posizio bereko elementuak baino handiagoak al diren erabakitzen duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataleko predikatua erabiliz:

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 1;
z := 0;
while (2) {Inbariantea} i ≤ n loop
    if A(i) > B(i) then
        (3) {Tarteko asertzioa}
        z := z + 1;
    end if;
    (4) {Tarteko asertzioa}
    i := i + 1;
end loop;
(5) {Tarteko asertzioa}
b := z > (n / 2);
(6) {Bukaerako baldintza}

(7) {E espresioa}.

```

**21. Gorantz( $C(1..m)$ ) eta Agertzen\_da( $z, C(1..m)$ ) predikatuak eta  $B(1..n)$  taulako  $B(1..j)$  azpitaulan  $A(1..n)$  bektorean  $x$  agertzen den posizioetako indizeak gordetzen dituen programa**

- a)  $C(1..m)$  bektoreko elementu bakoitza hurrengo posizioeko elementua baino txikiagoa dela adierazten duen **Gorantz( $C(1..m)$ )** izeneko predikatua definitu.
- b)  $z$  elementua  $C(1..m)$  bektorean agertzen dela adierazten duen **Agertzen\_da( $z, C(1..m)$ )** izeneko predikatua definitu.
- c)  $B(1..n)$  taulako  $B(1..j)$  azpitaulan  $A(1..n)$  bektorean  $x$  agertzen den posizioetako indizeak gordetzen dituen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataletako predikatuak erabiliz:

```

(1) {Hasierako baldintza}
j := 0;
i := 1;
while (2) {Inbariantea} i ≤ n loop
    (3) {Tarteko asertzioa}
    if A(i) = x then
        (4) {Tarteko asertzioa}
        j := j + 1;
        B(j) := i;
    end if;
    (5) {Tarteko asertzioa}
    i := i + 1;
end loop;
(6) {Bukaerako baldintza}

(7) {E espresioa}.

```



**22. Tartebatu( $C(1..p)$ ,  $h$ ,  $i$ ,  $s$ ) eta Baturabera( $C(1..p)$ ,  $i$ ) predikatuak eta  $n \geq 2$  betetzen duen  $A(1..n)$  bektorea emanda, batb aldagai boolearean  $A$  bektorea batura bereko bi zatitan bana al daitekeen ala ez erabakitzen duen programa**

- a)  $C$  taulan  $h$  eta  $i$  posizioen arteko elementuen batura  $s$  dela adierazten duen **Tartebatu( $C(1..p)$ ,  $h$ ,  $i$ ,  $s$ )** izeneko predikatua definitu.
- b)  $C$  taulan  $1$  eta  $i$  posizioen arteko elementuen batura  $i + 1$  eta  $n$  posizioen arteko elementuen baturaren berdina dela adierazten duen **Baturabera( $C(1..p)$ ,  $i$ )** izeneko predikatua definitu.
- c)  $n \geq 2$  betetzen duen  $A(1..n)$  bektorea emanda, batb aldagai boolearean  $A$  bektorea batura bereko bi zatitan bana al daitekeen ala ez erabakitzen duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataletako predikatuak erabiliz:

```

(1) {Hasierako baldintza}
x := A(1);
y := 0;
k := 2;
while (2) {Inbariantea} k ≤ n loop
    y := y + A(k);
    k := k + 1;
end loop;
(3) {Tarteko asertzioa}
j := 1;
while (4) {Inbariantea} x ≠ y and j < n - 1 loop
    j := j + 1;
    x := x + A(j);
    y := y - A(j);
end loop;
(5) {Tarteko asertzioa}
batb := (x = y);
(6) {Bukaerako baldintza}

```

While bakoitzari dagokion  $E$  espresioa ere eman.

**23. Berdinak(D(1..r), x), Batura\_da(D(1..r), s) eta Bider\_da(D(1..r), p) predikatuak eta A(1..n) bektorea emanda, c aldagaian batura eta biderkadura berdina ematen duen 1..n tarteko azken posizioa kalkulatzeko duen programa**

- a) D bektorean 1 eta x posizioen arteko elementuen batura eta biderkadura berdinak direla adierazten duen **Berdinak(D(1..r), x)** izeneko predikatua definitu.
- b) D bektorean 1 eta r posizioen arteko elementuen batura s dela adierazten duen **Batura\_da(D(1..r), s)** izeneko predikatua definitu.
- c) D bektorean 1 eta r posizioen arteko elementuen biderkadura p dela adierazten duen **Bider\_da(D(1..r), p)** izeneko predikatua definitu.
- d) A(1..n) bektorea emanda, c aldagaian batura eta biderkadura berdina ematen duen 1..n tarteko azken posizioa kalkulatzeko duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataletako predikatuak erabiliz:

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 1;
c := 1;
batu := A(1);
bider := A(1);
(2) {Tarteko asertzioa}
while (3) {Inbariantea} i < n loop
    i := i + 1;
    batu := batu + A(i);
    bider := bider * A(i);
    (4) {Tarteko asertzioa}
    if batu = bider then (5) {Tarteko asertzioa}
        c := i;
    end if;
end loop;
(6) {Bukaerako baldintza}

(7) {E espresioa}

```

**24. Gora(T(a..b)) eta Behera(T(a..b)) predikatuak eta b aldagai boolearrean A(1..n) bektoreko posizio batera arte elementuak goranzko ordenean eta posizio horretatik aurrera beheranzko ordenean al dauden erabakitzen duen programa**

- a) T(a..b) sekzioan elementu bakoitza hurrengo bakoitza baino txikiagoa dela adierazten duen **Gora(T(a..b))** predikatua eta T(a..b) sekzioan elementu bakoitza hurrengo bakoitza baino handiagoa dela adierazten duen **Behera(T(a..b))** predikatua definitu.
- b) b aldagai boolearrean A(1..n) bektoreko posizio batera arte elementuak goranzko ordenean eta posizio horretatik aurrera beheranzko ordenean al dauden erabakitzen duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataleko predikatuak erabiliz. Beraz b aldagaiak bukaeran true balioa izango du A taula bi zatitan bana badaiteke: lehenengoa goranzkorra eta bigarrena beheranzkorra eta bien artean taula osoa hartuz. Zati bakoitzaren elementu-kopurua 1 edo handiagoa izan daiteke. Goranzko ordenean dagoen zatiaren azkeneko elementua beheranzko ordenean dagoen zatiaren lehenengo elementua izango da.

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 1; j := n; jarraitu := true;
while (2) {Inbariantea} i ≠ j and jarraitu loop
    (3) {Tarteko asertzioa}
    if A(j - 1) > A(j) then (4) {Tarteko asertzioa}
        j := j - 1;
    elseif A(j - 1) < A(j) (5) {Tarteko asertzioa}
        i := i + 1;
    else (6) {Tarteko asertzioa}
        jarraitu := false;
    end if;
end loop;
(7) {Tarteko asertzioa}
b := (i = j);
(8) {Bukaerako baldintza}
(9) Expresión-cota E

```

**25. Gora(T(a..b)), Behera(T(a..b)) eta Perm(T1(a..b), T2(c..d), T3(e..f)) predikatuak eta goranzko ordenean dagoen A(1..m) bektorea eta beheranzko ordenean dagoen B(1..n) bektorea emanda, C(1..m + n) bektorean A(1..m) eta B(1..n) nahastuta baina goranzko ordenean ipintzen dituen programa**

- a) T(a..b) sekzioan elementu bakoitza hurrengo baina txikiagoa dela adierazten duen **Gora**(T(a..b)) izeneko predikatua, T(a..b) sekzioan elementu bakoitza hurrengo baina handiagoa dela adierazten duen **Behera**(T(a..b)) izeneko beste predikatua eta T3 taulako T3(e..f) sekzioa T1 taulako eta T2 taulako T1(a..b) eta T2(c..d) sekzioen permutazioa dela adierazten duen **Perm**(T1(a..b), T2(c..d), T3(e..f)) predikatua definitu (T3(e..f) beste bien permutazioa izateak T3(e..f) sekzioan T1(a..b) eta T2(c..d) sekzioetako elementu denak eta kopuru berean agertzen direla esan nahi du).

**Adibidea:** T1(1..3) = (14, 9, 6), T2(1..7) = (2, 5, 5, 1, 14, 7, 20) eta T3(1..8) = (0, 1, 14, 9, 7, 14, 5, 3) hartuz, T3(2..6) sekzioa T1(1..2) eta T2(4..6)-ren permutazioa da.

- b) Goranzko ordenean dagoen A(1..m) bektorea eta beheranzko ordenean dagoen B(1..n) bektorea emanda, C(1..m + n) bektorean A(1..m) eta B(1..n) nahastuta baina goranzko ordenean ipintzen dituen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataleko predikatuak erabiliz

**Adibidea:** A(1..6) = (3, 6, 8, 8, 13, 18) eta B(1..3) = (9, 5, 3) hartuz, emaitza C(1..9) = (3, 3, 5, 6, 8, 8, 9, 13, 18) izango litzateke.

```
(1) {Hasierako baldintza}
i := 1; j := n; k := 1;
while (2) {Inbariantea} k ≤ m + n loop

    if i = m + 1 then (3) {Tarteko asertzioa}
        C(k) := B(j); j := j - 1; (4) {Tarteko asertzioa}
    elsif j = 0 then
        C(k) := A(i); i := i + 1;
    elsif A(i) ≤ B(j) then
        C(k) := A(i); i := i + 1;
    else (5) {Tarteko asertzioa} C(k) := B(j); (6) {Tarteko asertzioa} j := j - 1;
    end if;
    (7) {Tarteko asertzioa} k := k + 1;
end loop;
(8) {Bukaerako baldintza}
(9) {E espresioa}
```

**26. Bikoitiak( $T(1..n)$ ), Bakoitiak( $T(1..n)$ ) eta  $\text{Perm}(T1(1..n), T2(1..m), T3(1..p))$  predikatuak eta  $A(1..n)$  emanda, hurrenez hurren  $A$ -ko elementu bikoitiak eta bakoitiak dituzten  $B(1..p)$  eta  $C(1..q)$  bektoreak itzultzen dituen programa**

- a)  $T(1..n)$  bektoreko elementu denak bikoitiak direla adierazten duen **Bikoitiak( $T(1..n)$ )** izeneko predikatua definitu.
- b)  $T(1..n)$  bektoreko elementu denak bakoitiak direla adierazten duen **Bakoitiak( $T(1..n)$ )** izeneko predikatua definitu.
- c)  $T1(1..n)$  taula  $T2(1..m)$  eta  $T3(1..p)$  tauletako elementuen permutazioa dela adierazten duen  **$\text{Perm}(T1(1..n), T2(1..m), T3(1..p))$**  izeneko predikatua definitu.  $T1$  beste bien permutazioa izateak  $T1$ -eko elementu-kopurua  $T2$  eta  $T3$  bektoreetako elementu-kopuruen baturaren berdina dela eta  $T1$ -eko elementu bakoitzaren  $T1$ -eko agerpen-kopurua  $T2$  eta  $T3$ -ko agerpen-kopuruen baturaren berdina dela esan nahi du.

**Adibidea:**

$T1(1..7) = (9, 2, 2, 8, 0, 5, 8)$  bektorea  $T2(1..5) = (0, 2, 8, 2, 5)$  eta  $T3(1..2) = (8, 9)$  bektoreen permutazioa da.

- d)  $A(1..n)$  emanda, hurrenez hurren  $A$ -ko elementu bikoitiak eta bakoitiak dituzten  $B(1..p)$  eta  $C(1..q)$  bektoreak itzultzen dituen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataletako predikatuak erabiliz.

**Adibidea:**

$A(1..6) = (8, 8, 5, 2, 0, 5)$  hartuz  $B(1..4) = (8, 8, 2, 0)$  eta  $C(1..2) = (5, 5)$  itzuliko lituzke

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 1; p := 0; q := 0;
while (2) {Inbariantea} i ≠ n + 1 loop
  (3) {Tarteko asertzioa}
  if A(i) mod 2 = 0
    then (4) {Tarteko asertzioa}
      B(p + 1) := A(i);
      p := p + 1;
    else
      C(q + 1) := A(i);
      (5) {Tarteko asertzioa}
      q := q + 1;
    end if;
  (6) {Tarteko asertzioa}
  i := i + 1;
end loop;
(7) {Bukaerako baldintza}
(8) {E espresioa}

```

**27. tartekoa(C(1..p), D(1..p), x, z) predikatua eta A(1..n) bektorean min baino txikiagoak direnak min balioaz eta max baino handiagoak direnak max balioaz ordezkatzeko dituen programa**

- a) x balioa z baino txikiagoa edo berdina dela, C-n x baino txikiagoa den balio bat dagoenean D-n x dagoela, C-n z baino handiagoa den balio bat dagoenean D-n z dagoela eta beste posizio denetan C eta D berdinak direla adierazten duen **tartekoa(C(1..p), D(1..p), x, z)** izeneko predikatua definitu.

**Adibidea:**

$$x = 2$$

$$Z = 10$$

C(1..8)	6	-7	-10	20	8	43	5	2
	1	2	3	4	5	6	7	8

D(1..8)	6	2	2	10	8	10	5	2
	1	2	3	4	5	6	7	8

- b) A(1..n) bektorea eta *min* eta *max* ( $\min \leq \max$ ) bi balio emanda, A taulan min baino txikiagoa den zerbait dagoenean min ipiniz, A taulan max baino handiagoa den zerbait dagoenean max ipiniz eta beste kasuetan A-ko elementu bera ipiniz B(1..n) bektorea osatzen duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataleko predikatua erabiliz.

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 1;
while (2) {Inbariantea} i ≠ n + 1 loop
    if A(i) < min then (3) {Tarteko asertzioa}
        B(i) := min;
        (4) {Tarteko asertzioa}
    elsif A(i) > max then B(i) := max;
    else (5) {Tarteko asertzioa}
        B(i) := A(i);
    end if;
    (6) {Tarteko asertzioa}
    i := i + 1;
end loop;
(7) {Bukaerako baldintza}
(8) Expresión-cota E

```

**28. Bikoitiak(D(1..r)), Bakoitiak(D(1..r)) eta tartekatuta(D(1..r), E(1..s), F(1..t)) predikatuak eta A(1..n) eta B(1..p) bektoreak emanda ( $1 \leq n \leq p$ ) eta A-ko elementu denak bikoitiak direla eta B-ko elementu denak bakoitiak direla jakinda, ahal den bitartean A-ko eta B-ko elementuak txandaka ipiniz eta A bukatutakoan B-n sobratu diren beste elementu denak jarraian ipiniz C(1..n + p) bektorea osatzen duen programa**

- a) D(1..r) bektoreko elementu denak bikoitiak direla adierazten duen **Bikoitiak(D(1..r))** izeneko predikatua definitu.
- b) D(1..r) bektoreko elementu denak bakoitiak direla adierazten duen **Bakoitiak(D(1..r))** izeneko predikatua definitu.
- c) r balioa s baino txikiagoa edo berdina dela, t balioa r gehi s dela, D-ko elementuak bikoitiak direla, E-ko elementuak bakoitiak direla, D eta E-ko elementuak tartekatuta agertzen direla F bektorean tartekatzea posible den lekuraino eta gero sobratu diren E-ko elementuak egongo direla F-n adierazten duen **tartekatuta(D(1..r), E(1..s), F(1..t))** predikatua definitu.

**1. adibidea:**

D(1..3), E(1..5) eta F(1..8) bektoreek predikatua bete egiten dute:

D(1..3)

8	20	6
1	2	3

E(1..5)

5	7	3	9	3
1	2	3	4	5

F(1..8)

8	5	20	7	6	3	9	3
1	2	3	4	5	6	7	8

**2. adibidea:**

Adibide honetako D(1..2), E(1..4) eta F(1..6) bektoreek ez dute betetzen predikatua D-ko eta E-ko elementuak ez daudelako tartekatuta F bektorean:

D(1..2)

4	10
1	2

E(1..4)

9	7	5	9
1	2	3	4

F(1..6)

4	7	9	10	5	9
1	2	3	4	5	6

- d)  $A(1..n)$  eta  $B(1..p)$  bektoreak emanda ( $1 \leq n \leq p$ ) eta A-ko elementu denak bikoitiak direla eta B-ko elementu denak bakoitiak direla jakinda, ahal den bitartean A-ko eta B-ko elementuak txandaka ipiniz eta A bukatutakoan B-n sobratu diren beste elementu denak jarraian ipiniz  $C(1..n + p)$  bektorea osatzen duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataletako predikatuak erabiliz.

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 1;
while (2) {Inbariantea} i ≠ n + 1 loop
    C((i * 2) - 1) := A(i);
    (3) {Tarteko asertzioa}
    C(i * 2) := B(i);
    (4) {Tarteko asertzioa}
    i := i + 1;
end loop;
(5) {Tarteko asertzioa}
while (6) {Inbariantea} i ≠ p + 1 loop
    C(n + i) := B(i);
    (7) {Tarteko asertzioa}
    i := i + 1;
end loop;
(8) {Bukaerako baldintza}
(9) {Lehenengo while-aren E espresioa}
(10) {Bigarren while-aren E espresioa}

```



**29. hiru( $C(1..r)$ ) eta aurrekoak( $C(1..r)$ ,  $D(1..r)$ ) predikatuak eta  $A(1..n)$  bektorean 0 edo 1 balioa badago,  $B(1..n)$  bektorean gauza bera ipini eta  $A(1..n)$  2 badago  $B(1..n)$  0 edo 1 (gutxien agertzen dena) ipintzen duen programa**

- a)  $C(1..r)$  bektorean bakarrik 0, 1 eta 2 balioak agertzen direla adierazten duen **hiru( $C(1..r)$ )** predikatua definitu.

**1. adibidea:**

Adibide honetako  $C(1..5)$  taulak predikatua bete egiten du:

$C(1..5)$	1	2	2	1	0
	1	2	3	4	5

**2. adibidea:**

Adibide honetako  $C(1..5)$  taulak ere predikatua bete egiten du, ez baita 0, 1 edo 2 ez den baliorik agertzen hor:

$C(1..5)$	2	0	2	2	2
	1	2	3	4	5

- b) Jarraian zehazten dena betetzen dela adierazten duen **aurrekoak( $C(1..r)$ ,  $D(1..r)$ )** izeneko predikatua definitu:

- C-ko posizio batean 1 edo 0 dagoenean, D bektorean ere balio bera egongo da.
- C-ko posizio batean 2 balioa dagoenean D bektorean honako hau edukiko da:
  - D-ko aurreko posizioetan bateko kopurua zero-kopurua baino txikiagoa bada, orduan 1.
  - Bestela, 0.

**Adibidea:**

Adibide honetako  $C(1..8)$  eta  $D(1..8)$  bektoreek predikatua bete egiten dute:

$C(1..8)$	0	2	0	2	1	2	1	1
	1	2	3	4	5	6	7	8

$D(1..8)$	0	1	0	1	1	0	1	1
	1	2	3	4	5	6	7	8

C-ko 2ren lehenengo bi agerpenak 1 balioaz ordezkatu dira D-n, D-ko aurreko posizioetan bateko kopurua zero-kopurua baino txikiagoa delako. C-ko hirugarren 2a 0 balioaz ordezkatu da D taulan D-ko aurreko posizioetan zero-kopurua bateko kopurua baino txikiagoa delako.

- c) Gutxienez elementu bat duen  $A(1..n)$  bektorea emanda,  $B(1..n)$  bektorea jarraian adierazten den bezala kalkulatzeko duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataletako predikatuak erabiliz:

- A-ko posizio batean 1 edo 0 dagoenean, B bektorean ere balio bera gordeko da.
- A-ko posizio batean 2 balioa dagoenean B bektoreko aurreko posizioetan bateko kopurua zero-kopurua baino txikiagoa bada, orduan 1 gordeko da eta bestela 0 gordeko da.

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 1; zeroak := 0; batekoak := 0;
while (2) {Inbariantea} i ≠ n + 1 loop
    if A(i) = 0 then (3) {Tarteko asertzioa}
        B(i) := 0;
        (4) {Tarteko asertzioa}
        zeroak := zeroak + 1;
    elsif A(i) = 1 then B(i) := 1; batekoak := batekoak + 1;
    elsif batekoak < zeroak then B(i) := 1; batekoak := batekoak + 1;
    else B(i) := 0; zeroak := zeroak + 1;
    end if;
    (5) {Tarteko asertzioa}
    i := i + 1;
end loop;
(6) {Bukaerako baldintza}
(7) {E espresioa}

```

**30. bitak( $D(1..p)$ ) eta trukatuta( $D(1..r)$ , ( $d_1, d_2, \dots, d_r$ ),  $E(1..r)$ , ( $e_1, e_2, \dots, e_r$ ),  $F(1..r)$ , pos) predikatuak eta  $A(1..n)$ ,  $B(1..n)$  eta  $C(1..n)$  bektoreak emanda eta  $C(1..n)$  bektorean bakarrik zeroak eta batekoak daudela jakinda, C taulan 1 dagoen posizioetan A eta B tauletako balioak trukatzeko dituen programa**

- a)  $D(1..p)$  bektorean zeroak eta batekoak bakarrik daudela adierazten duen **bitak( $D(1..p)$ )** izeneko predikatua definitu.
- b) Jarraian zehazten dena adierazten duen **trukatuta( $D(1..r)$ , ( $d_1, d_2, \dots, d_r$ ),  $E(1..r)$ , ( $e_1, e_2, \dots, e_r$ ),  $F(1..r)$ , pos)** predikatua definitu:

- $F(1..r)$  bektorean batekoak eta zeroak bakarrik daude.
- pos balioa 0 baino handiagoa edo berdina eta r baino txikiagoa edo berdina da.
- F taulako 1 eta pos posizioen arteko edozein k posizioentzat, posizio horretan 0 baldin badago, orduan D taulan  $d_k$  eta E taulan  $e_k$  daukagu posizio horretan.
- F taulako 1 eta pos posizioen arteko edozein k posizioentzat, posizio horretan 1 baldin badago, orduan D taulan  $e_k$  eta E taulan  $d_k$  daukagu posizio horretan.

Predikatu hau definitzerakoan aurreko ataletako predikatua erabili behar da (bitak).

**Adibidea:**

Adibide honetako D(1..5), E(1..5) eta F(1..5) bektoreek honako hau betetzen dute:

trukatuta(D(1..5),(4, **5**, **15**, 6, 5), E(1..5), (8, **9**, **2**, 30, 7), F(1..5), 5):

D(1..7)	4	9	2	6	5	4	23
	1	2	3	4	5	6	7

E(1..7)	8	5	15	30	7	2	10
	1	2	3	4	5	6	7

F(1..7)	0	<b>1</b>	<b>1</b>	0	0	1	1
	1	2	3	4	5	6	7

Baina beste hauek ez dira betetzen:

trukatuta(D(1..7),(4, **5**, **15**, 6, 5, 4, 23), E(1..7), (8, **9**, **2**, 30, 7, 2, 10), F(1..7), 6)  
 trukatura (D(1..7),(4, **5**, **15**, 6, 5, 4, 23), E(1..7), (8, **9**, **2**, 30, 7, 2, 10), F(1..7), 7)

- c) A(1..n), B(1..n) eta C(1..n) bektoreak emanda eta C(1..n) bektorean bakarrik zeroak eta batekoak daudela jakinda, C taulan 1 dagoen posizioetan A eta B tauletako balioak trukutzen dituen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataletako predikatuak erabiliz:

```
(1){Hasierako baldintza} ≡
i := 1;
(2) {Tarteko asertzioa}
while (3) {Inbariantea} i ≠ n + 1 loop
  (4) {Tarteko asertzioa}
  if C(i) = 1 then (5) {Tarteko asertzioa}
    lag := A(i);
    (6) {Tarteko asertzioa}
    A(i) := B(i);
    (7) {Tarteko asertzioa}
    B(i) := lag;
  end if;
  (8) {Tarteko asertzioa}
  i := i + 1;
end loop;
(9) {Bukaerako baldintza}
(10) {E espresioa}
```

**31. gorantz(C(1..r)), permutazioa(C(1..r), (c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub>, ..., c<sub>r</sub>)) eta tarteko\_txik(E(1..r), g, h, pos) predikatuak eta A(1..n) bektorea emanda, elementuak goranzko ordenean ipiniz bektorea ordenatzen duen programa**

- C(1..r) taulako elementuak goranzko ordenean daudela (elementu bakoitza hurrengoa baino txikiagoa dela) adierazten duen **gorantz(C(1..r))** predikatua definitu.
- D(1..r) bektorea (d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub>, ..., d<sub>r</sub>) bektorearen permutazioa dela, hau da, D-ko elementu bakoitzaren agerpen-kopurua D(1..r) bektorean eta (d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub>, ..., d<sub>r</sub>) bektorean berdina dela adierazten duen **permutazioa(D(1..r), (d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub>, ..., d<sub>r</sub>))** predikatua definitu.
- Jarraian zehazten dena adierazten duen **tarteko\_txik(E(1..r), g, h, pos)** predikatua definitu:
  - g balioa 1 baino handiagoa edo berdina eta r baino txikiagoa edo berdina da eta h balioa g baino handiagoa edo berdina eta r baino txikiagoa edo berdina da.
  - pos posizioa g eta h balioek definitutako tartean dago.
  - pos posizioko elementua g eta h balioek definitutako tarteko balio txikiena da.

**Adibidea (tarteko\_txik predikatuarentzat):**

E(1..10) bektoreak eta g = 3, h = 8 eta pos = 6 balioek **tarteko\_txik(E(1..10), 3, 8, 6)** predikatua bete egiten dute 3 eta 8 posizioen arteko balio txikiena 6 posizioan dagoelako:

E(1..10)	14	0	10	10	4	<b>2</b>	6	20	-6	0
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Tarte honetako txikiena 6 posizioan dago

- d)  $A(1..n)$  bektorea emanda, elementuak goranzko ordenean ipiniz bektorea ordenatzen duen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataletako predikatuak erabiliz:

```

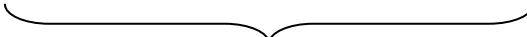
(1) {Hasierako baldintza}
i := 1;
(2) {Tarteko asertzioa}
while (3) {Inbariantea} i  $\neq$  n + 1 loop
    (4) {Tarteko asertzioa}
    postxik := txikienaren_posizioa(A(1..n), i);
    (5) {Tarteko asertzioa}
    lag := A(i);
    (6) {Tarteko asertzioa}
    A(i) := A(postxik);
    (7) {Tarteko asertzioa}
    A(postxik) := lag;
    (8) {Tarteko asertzioa}
    i := i + 1;
end loop;
(9) {Bukaerako baldintza}
(10) {E espresioa}

```

Programak *txikienaren\_posizioa* izeneko **funtzio laguntzailea** erabiltzen du. Funtzio horrek, bektore bat eta bektoreko posizio bat emanda, posizio horretatik aurrera balio txikiena denaren posizioa itzultzen du (funtzio hori definituta dagoela suposatu behar da).

**Adibidea** (*txikienaren\_posizioa* izeneko **funtzio laguntzailearentzat**):  
E(1..10) bektorea hartuz

E(1..10)	14	-20	10	10	4	2	6	20	-6	0
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



*txikienaren\_posizioa*(E(1..10), 3) deiak 9 itzuliko luke 3 posiziotik aurrera balio txikiena 9 posizioan dagoelako.

**32. txikiagoak( $C(1..r)$ ,  $D(1..r)$ , pos) eta permutazioa( $E(1..r)$ ,  $F(1..r)$ ,  $(e_1, e_2, \dots, e_r)$ ,  $(f_1, f_2, \dots, f_r)$ ) predikatuak eta  $A(1..n)$  eta  $B(1..n)$  bi bektore emanda, A-ko posizio bateko elementua B-ko posizio bereko elementua baino handiago denean balio horiek trukatu egiten dituen programa**

- $C(1..r)$  bektorean 1 eta pos posizioen arteko elementu bakoitza  $D(1..r)$  bektoreko posizio berean dagoena baino txikiagoa edo berdina dela adierazten duen **txikiagoak( $C(1..r)$ ,  $D(1..r)$ , pos)** predikatua definitu.
- $E(1..r)$  eta  $F(1..r)$  batera kontsideratuz daukaguna  $(e_1, e_2, \dots, e_r)$  eta  $(f_1, f_2, \dots, f_r)$  batera hartuz daukagunaren permutazioa dela adierazten duen **permutazioa( $E(1..r)$ ,  $F(1..r)$ ,  $(e_1, e_2, \dots, e_r)$ ,  $(f_1, f_2, \dots, f_r)$ )** predikatua definitu. Beraz predikatu horrek honako hau adierazi behar du:
  - $E(1..r)$ -ko elementu bakoitzarentzat elementu horren  $E(1..r)$  taulako agerpen-kopurua gehi  $F(1..r)$  taulako agerpen-kopurua,  $(e_1, e_2, \dots, e_r)$  taulako agerpen-kopurua gehi  $(f_1, f_2, \dots, f_r)$  taulako agerpen-kopuruaren berdina da.
  - $F(1..r)$ -ko elementu bakoitzarentzat elementu horren  $E(1..r)$  taulako agerpen-kopurua gehi  $F(1..r)$  taulako agerpen-kopurua,  $(e_1, e_2, \dots, e_r)$  taulako agerpen-kopurua gehi  $(f_1, f_2, \dots, f_r)$  taulako agerpen-kopuruaren berdina da.

**Adibidea (permutazioarentzat):**

Adibide honetako  $E(1..5)$  eta  $F(1..5)$  bektoreek honako hau betetzen dute:

permutazioa( $E(1..5)$ ,  $F(1..5)$ , (4, 4, 15, 6, 8), (8, 9, 7, 8, 7)):

$E(1..5)$	8	4	8	6	8
	1	2	3	4	5
$F(1..5)$	7	4	15	9	7
	1	2	3	4	5

- c)  $A(1..n)$  eta  $B(1..n)$  bi bektore emanda,  $A$ -ko posizio bateko elementua  $B$ -ko posizio bereko elementua baino handiago denean balio horiek trukatu egiten dituen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataletako predikatuak erabiliz:

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 1;
(2) {Tarteko asertzioa}
while (3) {Inbariantea} i ≠ n + 1 loop
  (4) {Tarteko asertzioa}
  if A(i) > B(i) then (5) {Tarteko asertzioa}
    lag := A(i);
    (6) {Tarteko asertzioa}
    A(i) := B(i);
    (7) {Tarteko asertzioa}
    B(i) := lag;
  end if;
  (8) {Tarteko asertzioa}
  i := i + 1;
end loop;
(9) {Bukaerako baldintza}
(10) {E espresioa}

```

**33. bikoitia(x) eta birkokatuta(C(1..r), (c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub>, ..., c<sub>r</sub>), pos) predikatuak eta n bikoitia duen A(1..n) bektorea emanda, posizio bikoiti bateko balioa bere aurreko posizio bakoitiko balioa baino txikiagoa denean balio horiek lekuz trukutzen dituen programa**

- a)  $x$  bikoitia dela adierazten duen **bikoitia(x)** predikatua definitu.  
 b) Aurreko ataletako predikatua erabiliz jarraian zehazten dena adierazten duen **birkokatuta(C(1..r), (c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub>, ..., c<sub>r</sub>), pos)** izeneko predikatua definitu:

- $r$  bikoitia da.
- Pos balioa 0 baino handiagoa edo berdina eta  $r$  baino txikiagoa edo berdina da.
- 2 eta pos-en artean dauden  $k$  posizio bikoitietan  $c_k$  balioa  $c_{k-1}$  balioa baino txikiagoa denean,  $C(k)$ -ren balioa  $c_{k-1}$  izango da eta  $C(k-1)$ -ren balioa  $c_k$  izango da.
- 2 eta pos-en artean dauden  $k$  posizio bikoitietan  $c_k$  balioa  $c_{k-1}$  balioa baino txikiagoa ez denean,  $C(k)$ -ren balioa  $c_k$  izango da eta  $C(k-1)$ -ren balioa  $c_{k-1}$  izango da.

**Adibidea (birkokatuta predikatuarentzat):**

Adibide honetako  $C(1..6)$  eta (4, 2, 4, 8, 5, 1) bektoreek honako hau betetzen dute:

birkokatuta(C(1..6), (4, 2, 4, 8, 5, 1), 4):

$C(1..6)$	2	7	7	8	9	1
	1	2	3	4	5	6

- c)  $n$  bikoitia duen  $A(1..n)$  bektorea emanda, posizio bikoiti bateko balioa bere aurreko posizio bakoitiko balioa baino txikiagoa denean balio horiek lekuz trukatzeko programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataletako predikatuak erabiliz:

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 2;
(2) {Tarteko asertzioa}
while (3) {Inbariantea}  $i \neq n + 2$  loop
  (4) {Tarteko asertzioa}
  if  $A(i - 1) > A(i)$  then
    (5) {Tarteko asertzioa}
    lag :=  $A(i - 1)$ ;
    (6) {Tarteko asertzioa}
     $A(i - 1) := A(i)$ ;
    (7) {Tarteko asertzioa}
     $A(i) := \text{lag}$ ;

  end if;
  (8) {Tarteko asertzioa}
   $i := i + 2$ ;
end loop;
(9) {Bukaerako baldintza}
(10) {E espresioa}

```



**34. perm(C(1..r), (c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub>, ..., c<sub>r</sub>)) eta hasieran(C(1..r), pos) predikatuak eta A(1..n) bektorea emanda, A(1) balioaren agerpen denak bektorearen ezkerreko aldean (1 eta p posizioen artean) eta A(1)-en desberdinak diren balio denak eskuineko aldean (p + 1 eta n posizioen artean) ipintzen dituen programa**

- a) C(1..r) bektorea (c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub>, ..., c<sub>r</sub>) bektorearen permutazio bat dela adierazten duen **perm(C(1..r), (c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub>, ..., c<sub>r</sub>))** predikatua definitu. C(1..r) bektorea (c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub>, ..., c<sub>r</sub>) bektorearen permutazioa izateak C-ko elementu bakoitzaren C-ko agerpen-kopurua eta (c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub>, ..., c<sub>r</sub>) bektoreko agerpen-kopurua berdina izango direla esan nahi du.
- b) Jarraian zehazten dena adierazten duen **hasieran(C(1..r), pos)** predikatua definitu:
- r balioa 1 baino handiagoa edo berdina da.
  - pos balioa 1 baino handiagoa edo berdina da eta r baino txikiagoa edo berdina da. Beste era batera esanda, pos balioa C(1..r) bektoreko posizio bat da.
  - 1 eta pos posizioen arteko elementu denak (biak barne) C(1) elementuaren berdina dira, hau da, bektoreko lehenengo elementuaren berdina dira.
  - pos + 1 eta r posizioen arteko elementu denak (biak barne) C(1) elementuaren desberdinak dira, hau da, bektoreko lehenengo elementuaren desberdinak dira.

**Adibidea ("hasieran" predikatuarentzat):**

Adibide honetako D(1..6) bektoreak eta 3 balioak predikatua bete egiten dute:

	hasieran(D(1..6), 3)					
D(1..6)	8	8	8	5	1	5
	1	2	3	4	5	6

- c) A(1..n) bektorea emanda, A(1) balioaren agerpen denak bektorearen ezkerreko aldean (1 eta p posizioen artean) eta A(1)-en desberdinak diren balio denak eskuineko aldean (p + 1 eta n posizioen artean) ipintzen dituen programa hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataletako predikatuak erabiliz:

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 2; p := 1;
(2) {Tarteko asertzioa}
while (3) {Inbariantea} i ≠ n + 1 loop
  (4) {Tarteko asertzioa}
  if A(i) = A(1) then
    (5) {Tarteko asertzioa}
    A(i) := A(p + 1);
    (6) {Tarteko asertzioa}
    A(p + 1) := A(1);
    (7) {Tarteko asertzioa}
    p := p + 1;
  end if;
  (8) {Tarteko asertzioa}
  i := i + 1;
end loop;
(8) {Bukaerako baldintza}
(9) {E espresioa}

```

**35. (2008ko apirila #1) ezzerobat( $C(1..r)$ ), bitak( $C(1..r)$ ) eta ordezkatuta( $D(1..r)$ , ( $d_1, d_2, \dots, d_r$ ),  $E(1..r)$ , ( $e_1, e_2, \dots, e_r$ ), pos) predikatuak eta Zerorik eta batekorik ez duen  $A(1..n)$  bektorea eta bakarrik zeroak eta batekoak dituen  $B(1..n)$  bektorea emanda eta  $n \geq 1$  dela jakinda,  $B(1..n)$  bektoreko zero bakoitza eta  $A(1..n)$  bektoreko pareko elementua trukatzeko dituen programa**

- $C(1..r)$  bektorean zerorik eta batekorik ez dagoela adierazten duen **ezzerobat( $C(1..r)$ )** izeneko **predikatua definitu 1.**
- $C(1..r)$  bektorean bakarrik zeroak eta batekoak daudela adierazten duen **bitak( $C(1..r)$ )** izeneko **predikatua definitu.**
- Jarraian zehazten dena adierazten duen

**ordezkatuta( $D(1..r)$ , ( $d_1, d_2, \dots, d_r$ ),  $E(1..r)$ , ( $e_1, e_2, \dots, e_r$ ), pos)** predikatua definitu:

- pos balioa 0 baino handiagoa edo berdina eta  $r$  baino txikiagoa edo berdina da.
- 1 eta pos-en artean dauden  $k$  posizioetan (1 eta pos posizioak barne):
  - $e_k$  balioa 0 bada, orduan  $D(k)$  balioa 0 da eta  $E(k)$  balioa  $d_k$  balioaren berdina da.
  - $e_k$  balioa 1 bada, orduan  $D(k)$  balioa  $d_k$  balioaren berdina da eta  $E(k)$  balioa  $e_k$  balioaren berdina da.

#### Adibidea:

Adibide honetako  $D(1..8)$ , (4, 9, 2, 6, 20, 0, 0, 1),  $E(1..8)$  eta (0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1) bektoreek honako hau betetzen dute:

ordezkatuta( $D(1..8)$ , (4, 9, 2, 6, 20, 18, -9, 14),  $E(1..8)$ , (0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1), 5)

$D(1..8)$	0	9	2	0	0	18	-9	14
	1	2	3	4	5	6	7	8

$E(1..8)$	4	1	1	6	20	0	0	1
	1	2	3	4	5	6	7	8

- d) Zerorik eta batekorik ez duen  $A(1..n)$  bektorea eta bakarrik zeroak eta batekoak dituen  $B(1..n)$  bektorea emanda eta  $n \geq 1$  dela jakinda,  $B(1..n)$  bektoreko zero bakoitza eta  $A(1..n)$  bektoreko posizio bereko elementua trukutzen dituen programa dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataletan definitutako predikatuak erabiliz:

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 0;
(2) {Tarteko asertzioa}
while (3) {Inbariantea} i  $\neq$  n loop
    (4) {Tarteko asertzioa}
    if B(i + 1) = 0 then (5) {Tarteko asertzioa}
        B(i + 1) := A(i + 1);
        (6) {Tarteko asertzioa}
        A(i + 1) := 0;

    end if;
    (7) {Tarteko asertzioa}
    i := i + 1;
end loop;
(8) {Bukaerako baldintza}
(9) {E espresioa}

```

**36. (2008ko apirila #2) bikoitiak( $C(1..r)$ ), bakoitiak( $C(1..r)$ ) eta mugituta( $D(1..s)$ ,  $(d_1, d_2, \dots, d_s)$ ,  $E(1..s)$ ,  $(e_1, e_2, \dots, e_s)$ ,  $F(1..s)$ ,  $(f_1, f_2, \dots, f_s)$ , pos) predikatuak eta  $A(1..n)$  bektorean bakarrik zenbaki bikoitiak daudela eta  $C(1..n)$  bektorean bakarrik zenbaki bakoitiak daudela jakinda,  $B(1..n)$  bektoreko posizio batean elementu bikoitia dagoenean posizio horretako  $A(1..n)$  eta  $B(1..n)$  bektoreetako elementuak trukatzan dituen eta  $B(1..n)$  bektoreko posizio batean elementu bakoitia dagoenean posizio horretako  $A(1..n)$  eta  $C(1..n)$  bektoreetako elementuak trukatzan dituen programa**

- a)  $C(1..r)$  taulako elementu denak bikoitiak direla adierazten duen **bikoitiak( $C(1..r)$ )** izeneko predikatua definitu.
- b)  $C(1..r)$  taulako elementu denak bakoitiak direla adierazten duen **bakoitiak( $C(1..r)$ )** izeneko predikatua definitu.
- a) Aurreko ataletako predikatuak erabiliz jarraian zehazten dena adierazten duen **mugituta( $D(1..s)$ ,  $(d_1, d_2, \dots, d_s)$ ,  $E(1..s)$ ,  $(e_1, e_2, \dots, e_s)$ ,  $F(1..s)$ ,  $(f_1, f_2, \dots, f_s)$ , pos)** predikatua definitu:
- $D(1..s)$  bektoreko elementu denak bikoitiak dira eta  $F(1..s)$  bektoreko elementu denak bakoitiak dira.
  - pos** balioa 0 baino handiagoa edo berdina eta  $s$  baino txikiagoa edo berdina da.
  - 1 eta pos-en artean dauden  $k$  posizioetan (1 eta pos posizioak barne):
    - $e_k$  bikoitia bada, orduan  $D(k)$  eta  $e_k$  berdinak dira,  $E(k)$  eta  $d_k$  berdinak dira eta  $F(k)$  eta  $f_k$  berdinak dira
    - $e_k$  bakoitia bada, orduan  $D(k)$  eta  $d_k$  berdinak dira,  $E(k)$  eta  $f_k$  berdinak dira eta  $F(k)$  eta  $e_k$  berdinak dira

**Adibidea:**

Adibide honetako  $D(1..8)$ , (4, 6, 2, 8, 20, 18, 8, 14),  $E(1..8)$ , (2, 8, 1, 2, 9, 2, 4, 9),  $F(1..8)$  eta (3, 9, 3, 7, 11, 3, 15, 7) bektoreek honako hau betetzen dute:

$mugituta(D(1..8)$ , (4, 6, 2, 8, 20, 18, 8, 14),  $E(1..8)$ , (2, 8, 1, 2, 9, 2, 4, 9),  $F(1..8)$ , (3, 9, 3, 7, 11, 3, 15, 7), 5):

D(1..8)	<table><tr><td>2</td><td>8</td><td>2</td><td>2</td><td>20</td><td>18</td><td>8</td><td>14</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr></table>	2	8	2	2	20	18	8	14	1	2	3	4	5	6	7	8
2	8	2	2	20	18	8	14										
1	2	3	4	5	6	7	8										
	<table><tr><td>↕</td><td>↕</td><td></td><td>↕</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	↕	↕		↕												
↕	↕		↕														
E(1..8)	<table><tr><td>4</td><td>6</td><td>3</td><td>8</td><td>11</td><td>2</td><td>4</td><td>9</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr></table>	4	6	3	8	11	2	4	9	1	2	3	4	5	6	7	8
4	6	3	8	11	2	4	9										
1	2	3	4	5	6	7	8										
	<table><tr><td></td><td></td><td>↕</td><td></td><td>↕</td><td></td><td></td><td></td></tr></table>			↕		↕											
		↕		↕													
F(1..8)	<table><tr><td>3</td><td>9</td><td>1</td><td>7</td><td>9</td><td>3</td><td>15</td><td>7</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr></table>	3	9	1	7	9	3	15	7	1	2	3	4	5	6	7	8
3	9	1	7	9	3	15	7										
1	2	3	4	5	6	7	8										

- d) Zenbaki osozko  $A(1..n)$ ,  $B(1..n)$  eta  $C(1..n)$  bektoreak emanda eta  $n \geq 1$  dela eta  $A(1..n)$  bektorean bakarrik zenbaki bikoitiak daudela eta  $C(1..n)$  bektorean bakarrik zenbaki bakoitiak daudela jakinda,  $B(1..n)$  bektoreko posizio batean elementu bikoitia dagoenean posizio horretako  $A(1..n)$  eta  $B(1..n)$  bektoreetako elementuak trukatzten dituen eta  $B(1..n)$  bektoreko posizio batean elementu bakoitia dagoenean posizio horretako  $A(1..n)$  eta  $C(1..n)$  bektoreetako elementuak trukatzten dituen programa dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataletan definitutako predikatuak erabiliz:

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 1;
(2) {Aserción intermedia}
while (3) {Inbariantea} i ≠ n + 1 loop
  (4) {Tarteko asertzioa}
  if B(i) mod 2 = 0 then (5) {Tarteko asertzioa}
    lag := A(i);
    (6) {Tarteko asertzioa}
    A(i) := B(i);
    (7) {Tarteko asertzioa}
    B(i) := lag;
  else lag := C(i); C(i) := B(i); B(i) := lag;
  end if;
  (8) {Tarteko asertzioa}
  i := i + 1;
end loop;
(9) {Bukaerako baldintza}
(10) {E espresioa}

```

**37. (2008ko ekaina) bikoitia(x) eta trukabik( $C(1..r)$ , ( $c_1, c_2, \dots, c_r$ ),  $D(1..r)$ , ( $d_1, d_2, \dots, d_r$ ), pos) predikatuak eta 1 eta n-ren arteko posizio batean bai  $A(1..n)$  bektorean eta bai  $B(1..n)$  bektorean elementu bikoitiak badaude, bektorez trukutzen dituen programa**

- a) x bikoitia dela adierazten duen **bikoitia(x)** predikatua definitu.  
 b) Aurreko ataleko predikatua erabiliz jarraian zehazten dena adierazten duen:

**trukabik( $C(1..r)$ , ( $c_1, c_2, \dots, c_r$ ),  $D(1..r)$ , ( $d_1, d_2, \dots, d_r$ ), pos) predikatua** definitu:

- 1 eta pos-en artean dauden k posizioetan (1 eta pos posizioak barne),  $c_k$  eta  $d_k$  bikoitiak badira,  $C(k)$  balioa  $d_k$ -ren berdina da eta  $D(k)$  balioa  $c_k$ -ren berdina da.
- 1 eta pos-en artean dauden k posizioetan (1 eta pos posizioak barne),  $c_k$  edo  $d_k$  (gutxienez bietako bat) bakoitia bada,  $C(k)$  balioa  $c_k$ -ren berdina da eta  $D(k)$  balioa  $d_k$ -ren berdina da.

**Adibidea (trukabik predikatuarentzat):**

Adibide honetako  $C(1..6)$ , (4, 9, 8, 2, 15, 20),  $D(1..6)$ , (2, 10, 6, 8, 3, 12) bektoreek honako hau betetzen dute:

trukabik( $C(1..6)$ , (**4, 9, 8**, 2, 15, 20),  $D(1..6)$ , (**2, 10, 6**, 8, 3, 12), **3**)

baina ez dute betetzen beste hau:

trukabik( $C(1..6)$ , (**4, 9, 8, 2**, 15, 20),  $D(1..6)$ , (**2, 10, 6, 8**, 3, 12), **4**)

izan ere (4, 9, 8, **2**, 15, 20) eta (2, 10, 6, **8**, 3, 12) bektoreetako 4. posizioetako elementuak bikoitiak dira baina  $C(1..6)$  eta  $D(1..6)$  bektoreetan ez daude lekuz trukatuta:

$C(1..6)$	2	9	6	2	15	20
	1	2	3	4	5	6
$D(1..6)$	4	10	8	8	3	12
	1	2	3	4	5	6

- c) Zenbaki osozko  $A(1..n)$  eta  $B(1..n)$  bektoreak emanda, 1 eta  $n$ -ren arteko posizio batean bai  $A(1..n)$  bektorean eta bai  $B(1..n)$  bektorean elementu bikoitiak badaude, bektorez trukutzen dituen programa dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataletan definitutako predikatuak erabiliz:

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 1;
(2) {Tarteko asertzioa}
while (3) {Inbariantea} i ≤ n loop
  (4) {Tarteko asertzioa}
  if A(i) mod 2 = 0 and B(i) mod 2 = 0 then
    (5) {Tarteko asertzioa}
    lag := A(i);
    (6) {Tarteko asertzioa}
    A(i) := B(i);
    (7) {Tarteko asertzioa}
    B(i) := lag;

  end if;
  (8) {Tarteko asertzioa}
  i := i + 1;
end loop;
(9) {Bukaerako baldintza}
(10) {E espresioa}

```

**38. (2008ko iraila) bikoitia(x) eta bikmugi(C(1..r), (c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub>, ..., c<sub>r</sub>), D(1..r), (d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub>, ..., d<sub>r</sub>), pos) predikatuak eta A(1..n) bektoreko posizioetan elementu bikoitia dagoen bakoitzean, posizio horretako A(1..n) eta B(1..n) bektoreetako elementuak trukatu eta A(1..n) bektoreko posizioetan elementu bakoitia dagoen bakoitzean, A(1..n) bektoreko posizio horretan -1 gorde eta B(1..n) bektoreko posizio horretan ezer egiten ez duen programa**

- a) x bikoitia dela adierazten duen **bikoitia(x)** predikatua definitu.
- b) Aurreko ataleko predikatua erabiliz jarraian zehazten dena adierazten duen **bikmugi(C(1..r), (c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub>, ..., c<sub>r</sub>), D(1..r), (d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub>, ..., d<sub>r</sub>), pos)** predikatua definitu:
- **r** balioa 1 baino handiagoa edo berdina da.
  - **pos** balioa 0 baino handiagoa edo berdina eta **r** baino txikiagoa edo berdina da.
  - 1 eta pos-en artean dauden k posizioetan (1 eta pos posizioak barne), c<sub>k</sub> bikoitia bada, C(k) balioa d<sub>k</sub>-ren berdina da eta D(k) balioa c<sub>k</sub>-ren berdina da.
  - 1 eta pos-en artean dauden k posizioetan (1 eta pos posizioak barne), c<sub>k</sub> bakoitia bada, C(k)-ren balioa -1 da eta D(k) balioa d<sub>k</sub>-ren berdina da.

**Adibidea (bikmugi predikatuarentzat):**

Adibide honetako C(1..6), (10, 5, 8, 15, 2, 17), D(1..6) y (11, 0, 6, 68, 33, 80) bektoreek honako hau betetzen dute:

bikmugi(C(1..6), (10, 5, 8, 15, 2, 17), D(1..6), (11, 0, 6, 68, 33, 80), 3)

baina beste hau ez dute betetzen

bikmugi(C(1..6), (10, 5, 8, 15, 2, 17), D(1..6), (11, 0, 6, 68, 33, 80), 4)

C taulako 4 posizioan -1 balioa ez dagoelako:

C(1..6)	11	-1	6	15	2	17
	1	2	3	4	5	6

D(1..6)	10	0	8	68	33	80
	1	2	3	4	5	6



- c) Zenbaki osozko  $A(1..n)$  eta  $B(1..n)$  bektoreak emanda, jarraian zehazten dena burutzen duen programa dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataletan definitutako predikatuak erabiliz:
- $A(1..n)$  bektoreko posizioetan elementu bikoitia dagoen bakoitzean, posizio horretako  $A(1..n)$  eta  $B(1..n)$  bektoreetako elementuak trukatu.
  - $A(1..n)$  bektoreko posizioetan elementu bakoitia dagoen bakoitzean,  $A(1..n)$  bektoreko posizio horretan -1 gorde eta  $B(1..n)$  bektoreko posizio horretan ezer ez egin.

n-ren balioa 1 baino handiagoa edo berdina izango da:

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 0;
(2) {Tarteko asertzioa}
while (3) {Inbariantea} i < n loop
  (4) {Tarteko asertzioa}
  i := i + 1;
  (5) {Tarteko asertzioa}
  if A(i) mod 2 = 0 then
    (6) {Tarteko asertzioa}
    lag := A(i);
    (7) {Tarteko asertzioa}
    A(i) := B(i);
    (8) {Tarteko asertzioa}
    B(i) := lag;
    (9) {Tarteko asertzioa}
  else A(i) := -1;
  end if;
end loop;
(10) {Bukaerako baldintza}
(11) {E espresioa}

```

**39. (2009ko apirila #1) bikoitia(x) eta batuta(D(1..r), (d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub>, ..., d<sub>r</sub>), E(1..r), (e<sub>1</sub>, e<sub>2</sub>, ..., e<sub>r</sub>), pos) predikatuak eta A(1..n)-ko elementu bikoitiak B(1..n) taulan posizio berean dauden elementuei batzen dizkien eta A(1..n)-ko posizio horietan 0 balioa gordetzen duen programa**

- a) x bikoitia dela adierazten duen **bikoitia(x)** predikatua definitu.
- b) Jarraian zehazten dena adierazten duen **batuta(D(1..r), (d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub>, ..., d<sub>r</sub>), E(1..r), (e<sub>1</sub>, e<sub>2</sub>, ..., e<sub>r</sub>), pos)** predikatua definitu:
- pos balioa 0 baino handiagoa edo berdina eta r baino txikiagoa edo berdina da.
  - 1 eta pos-en artean dauden k posizioetan (1 eta pos posizioak barne):
    - d<sub>k</sub> balioa bikoitia bada, orduan D(k) balioa 0 da eta E(k) balioa d<sub>k</sub> + e<sub>k</sub> balioaren berdina da
    - d<sub>k</sub> ez bada bikoitia, orduan D(k) balioa d<sub>k</sub> balioaren berdina da eta E(k) balioa e<sub>k</sub> balioaren berdina da.

Predikatu hau definitzerakoan a) ataleko predikatua erabili behar da.

**Adibidea:**

Adibide honetako D(1..8), (4, 9, 2, 6, 17, 4, 9, 2), E(1..8) eta (7, 8, 2, 1, 3, 5, 15, 3) bektoreek honako hau betetzen dute:

batuta(D(1..8), (4, 9, 2, 6, 17, 4, 9, 2), E(1..8), (7, 8, 2, 1, 3, 5, 15, 3), 5)

D(1..8)	<b>0</b>	<b>9</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>17</b>	4	9	2
	1	2	3	4	5	6	7	8

E(1..8)	<b>11</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>7</b>	<b>3</b>	5	15	3
	1	2	3	4	5	6	7	8

- c) Zenbaki osoz osatutako A(1..n) eta B(1..n) bektoreak emanda eta  $n \geq 1$  dela jakinda, A(1..n)-ko elementu bikoitiak B(1..n) taulan posizio berean dauden elementuei batzen dizkien eta A(1..n)-ko posizio horietan 0 balioa gordetzen duen programa dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataletan definitutako predikatuak erabiliz:

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 0;
(2) {Tarteko asertzioa}
while (3) {Inbariantea} i ≠ n loop
  (4) {Tarteko asertzioa}
  i := i + 1;
  (5) {Tarteko asertzioa}
  if A(i) mod 2 = 0 then (6) {Tarteko asertzioa}
    B(i) := A(i) + B(i);
    (7) {Tarteko asertzioa}
    A(i) := 0;
  end if;
end loop;
(8) {Bukaerako baldintza}
(9) {E espresioa}

```

**40. (2009ko apirila #2) kontrakoak(C(1..r), D(1..r)) eta aldatutaneg(C(1..r), (c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub>, ..., c<sub>r</sub>), D(1..r), (d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub>, ..., d<sub>r</sub>), pos) predikatuak eta kontrako zeinua duten A(1..n) eta B(1..n) taulak hartuz, A(1..n) taulako elementu negatibo bakoitza B(1..n) taulako posizio bereko elementuaz trukatu duen programa**

- a) Jarraian zehazten dena adierazten duen **kontrakoak(C(1..r), D(1..r))** predikatua definitu:
- 1 eta r balioen artean dauden k posizioetan (1 eta pos posizioak barne), C taulako elementua negatiboa ( $< 0$ ) bada, D taulakoa ez da izango negatiboa ( $\geq 0$ ).
  - 1 eta r balioen artean dauden k posizioetan (1 eta pos posizioak barne), C taulako elementua negatiboa ez bada ( $\geq 0$ ), orduan D taulakoa negatiboa ( $< 0$ ) izango da.

**Adibidea:**

Adibide honetako C(1..8) eta D(1..8) bektoreek honako hau betetzen dute:

	kontrakoak(C(1..8), D(1..8))							
C(1..8)	3	-8	-5	0	7	-4	-2	7
	1	2	3	4	5	6	7	8
D(1..8)	-25	0	4	-35	-12	10	15	-3
	1	2	3	4	5	6	7	8

- b) Jarraian zehazten dena adierazten duen:

**aldatutaneg(C(1..r), (c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub>, ..., c<sub>r</sub>), D(1..r), (d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub>, ..., d<sub>r</sub>), pos)**

predikatua definitu:

- pos balioa 0 baino handiagoa edo berdina eta r baino txikiagoa edo berdina da.
- 1 eta pos-en artean dauden k posizioetan (1 eta pos posizioak barne):
  - c<sub>k</sub> balioa negatiboa bada, orduan C(k)-ren balioa d<sub>k</sub> da eta D(k)-ren balioa c<sub>k</sub> da
  - c<sub>k</sub> balioa negatiboa ez bada, orduan C(k)-ren balioa c<sub>k</sub> da eta D(k)-ren balioa d<sub>k</sub> da.

**Adibidea:**

Adibide honetako C(1..8), (5, -40, -5, 0, 7, -4, -24, 77), D(1..8) eta (-60, -6, 4, -80, 5, 90, 15, -6) bektoreek honako hau betetzen dute:

	aldatutaneg (C(1..8), (5, -40, -5, 0, 7, -4, -24, 77), D(1..8), (-60, -6, 4, -80, 5, 90, 15, -6), 5):							
C(1..8)	5	-6	4	0	7	-4	-24	77
	1	2	3	4	5	6	7	8
D(1..8)	-60	-40	-5	-80	5	90	15	-6
	1	2	3	4	5	6	7	8

c) Jarraian erakusten den programa dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataletan definitutako predikatuak erabiliz:

- Programari sarrera bezala zenbaki osoz osatutako  $A(1..n)$  eta  $B(1..n)$  taulak emango zaizkio. Bektore horiek gutxienez elementu bat izango dute ( $n \geq 1$ ) eta gainera bi taula horietako elementuek kontrako zeinua izango dute, hau da,  **$A(1..n)$  taulako posizio batean zenbaki negatibo bat** ( $< 0$ ) dagoenean, posizio horretan  **$B(1..n)$  taulan negatiboa ez den** ( $\geq 0$ ) **zenbaki bat egongo da** eta  **$A(1..n)$  taulako posizio batean negatiboa ez den** ( $\geq 0$ ) **zenbaki bat** dagoenean, posizio horretan  **$B(1..n)$  taulan negatiboa** ( $< 0$ ) **den zenbaki bat egongo da**.
- Programak  $A(1..n)$  taulako elementu negatibo bakoitza  $B(1..n)$  taulako posizio bereko elementuaz trukatu du:

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 0;
(2) {Tarteko asertzioa}
while (3) {Inbariantea} i ≠ n loop
  (4) {Tarteko asertzioa}
  if A(i + 1) < 0 then (5) {Tarteko asertzioa}
    lag := A(i + 1);
    (6) {Tarteko asertzioa}
    A(i + 1) := B(i + 1);
    (7) {Tarteko asertzioa}
    B(i + 1) := lag;

  end if;
  (8) {Tarteko asertzioa}
  i := i + 1;
end loop;
(9) {Bukaerako baldintza}
(10) {E espresioa}

```

**41. (2009ko ekaina) bikoitia(x), bikobako(C(1..r), D(1..r)) eta aldatutabiko(C(1..r), (c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub>, ..., c<sub>r</sub>), D(1..r), (d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub>, ..., d<sub>r</sub>), pos) predikatuak eta posizioz posizio kontrako balioz (bikoitia/bakoitia) osatuta dauden B(1..n) eta A(1..n) taulak emanda, A(1..n) taulako elementu bakoiti bakoitzari 1 kenduko dion eta B(1..n) taulako elementu bakoiti bakoitzari 1 batuko dion programa**

- a) x bikoitia dela adierazten duen **bikoitia(x)** predikatua definitu.
- b) Aurreko ataleko predikatua erabiliz jarraian zehazten dena adierazten duen **bikobako(C(1..r), D(1..r))** predikatua definitu:
- 1 eta pos-en artean dagoen k posizio bakoitzean (1 eta pos posizioak barne), C taulako balioa bikoitia bada, orduan D taulako balioa bakoitia izango da.
  - 1 eta pos-en artean dagoen k posizio bakoitzean (1 eta pos posizioak barne), C taulako balioa bakoitia bada, orduan D taulako balioa bikoitia izango da.

**Adibidea:**

Adibide honetako C(1..8) eta D(1..8) bektoreek honako hau betetzen dute:  
bikobako(C(1..8), D(1..8))

C(1..8)	4	8	7	0	9	5	-2	7
	1	2	3	4	5	6	7	8

D(1..8)	-25	3	18	7	16	10	15	2
	1	2	3	4	5	6	7	8

- c) Jarraian zehazten dena adierazten duen **aldatutabiko(C(1..r), (c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub>, ..., c<sub>r</sub>), D(1..r), (d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub>, ..., d<sub>r</sub>), pos)** predikatua definitu:
- pos balioa 0 baino handiagoa edo berdina eta r baino txikiagoa edo berdina da.
  - 1 eta pos-en artean dauden k posizioetan (1 eta pos posizioak barne):
    - c<sub>k</sub> balioa bikoitia ez bada, orduan C(k)-ren balioa c<sub>k</sub> - 1 da eta D(k)-ren balioa d<sub>k</sub> + 1 da
    - c<sub>k</sub> balioa bikoitia bada, orduan C(k)-ren balioa c<sub>k</sub> da eta D(k)-ren balioa d<sub>k</sub> da.

**Adibidea:**

Adibide honetako C(1..8), (4, 8, 7, 0, 9, 5, -2, 7), D(1..8) eta (-25, 3, 18, 7, 16, 10, 15, 2) bektoreek honako hau betetzen dute:

aldatutabiko(C(1..8), (4, 8, 7, 0, 9, 5, -2, 7), D(1..8), (-25, 3, 18, 7, 16, 10, 15, 2), 5):

C(1..8)	4	8	6	0	8	5	-2	7
	1	2	3	4	5	6	7	8

D(1..8)	-25	3	19	7	17	10	15	2
	1	2	3	4	5	6	7	8

d) Jarraian erakusten den programa dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataletan definitutako predikatuak erabiliz:

- Programari sarrera bezala zenbaki osoz osatutako  $A(1..n)$  eta  $B(1..n)$  taulak emango zaizkio. Bektore horiek gutxienez elementu bat izango dute ( $n \geq 1$ ) eta gainera  **$A(1..n)$  taulako posizio batean zenbaki bikoiti bat dagoenean, posizio horretan  $B(1..n)$  taulan bakoitia den zenbaki bat egongo da eta  $A(1..n)$  taulako posizio batean bakoitia den zenbaki bat dagoenean, posizio horretan  $B(1..n)$  taulan bikoitia den zenbaki bat egongo da.**
- Programak  $A(1..n)$  taulako elementu bakoiti bakoitzari 1 kenduko dio eta  $B(1..n)$  taulako elementu bikoiti bakoitzari 1 batuko dio:

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 1;
(2) {Tarteko asertzioa}
while (3) {Inbariantea}  $i \leq n$  loop
  (4) {Tarteko asertzioa}
    if  $A(i) \bmod 2 \neq 0$  then
      (5) {Tarteko asertzioa}
       $A(i) := A(i) - 1;$ 
      (6) {Tarteko asertzioa}
       $B(i) := B(i) + 1;$ 
      (7) {Tarteko asertzioa}
    end if;
    (8) {Tarteko asertzioa}
     $i := i + 1;$ 
  end loop;
(9) {Bukaerako baldintza}
(10) {E espresioa}

```

**42. (2009ko iraila) ezzerobat( $C(1..r)$ ), bitak( $C(1..r)$ ) eta ordezkatuta( $D(1..q)$ , ( $d_1, d_2, \dots, d_q$ ),  $E(1..q)$ , ( $e_1, e_2, \dots, e_q$ ), pos) predikatuak eta zerorik eta batekorik ez duen  $A(1..n)$  bektorea eta bakarrik zeroak eta batekoak dituen  $B(1..n)$  bektorea emanda,  $B(1..n)$  bektoreko zero bakoitza eta  $A(1..n)$  bektoreko posizio bereko elementua trukatzeko programa**

- $C(1..r)$  bektorean zerorik eta batekorik ez dagoela adierazten duen **ezzerobat( $C(1..r)$ )** izeneko **predikatua definitu**.
- $C(1..r)$  bektorean bakarrik zeroak eta batekoak daudela adierazten duen **bitak( $C(1..r)$ )** izeneko **predikatua definitu**.
- Jarraian zehazten dena adierazten duen **ordezkatuta( $D(1..q)$ , ( $d_1, d_2, \dots, d_q$ ),  $E(1..q)$ , ( $e_1, e_2, \dots, e_q$ ), pos)**

predikatua definitu:

- pos balioa 0 baino handiagoa edo berdina eta q baino txikiagoa edo berdina da.
- 1 eta pos-en artean (1 eta pos posizioak barne) dagoen edozein k posizio hartuta:
  - $e_k$  balioa 0 bada, orduan  $D(k)$  balioa 0 da eta  $E(k)$  balioa  $d_k$  balioaren berdina da.
  - $e_k$  balioa 1 bada, orduan  $D(k)$  balioa  $d_k$  balioaren berdina da eta  $E(k)$  balioa  $e_k$  balioaren berdina da.

#### Adibidea:

Adibide honetako  $D(1..8)$ , (4, 9, 2, 6, 20, 18, -9, 14),  $E(1..8)$  eta (0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1) bektoreek honako hau betetzen dute:

ordezkatuta( $D(1..8)$ , (**4, 9, 2, 6, 20, 18, -9, 14**),  $E(1..8)$ , (**0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 1**), 5)

$D(1..8)$	<b>0</b>	<b>9</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	18	-9	14
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	6	7	8

$E(1..8)$	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>6</b>	<b>20</b>	0	0	1
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	6	7	8

- d) Zerorik eta batekorik ez duen  $A(1..n)$  bektorea eta bakarrik zeroak eta batekoak dituen  $B(1..n)$  bektorea emanda eta  $n \geq 1$  dela jakinda,  $B(1..n)$  bektoreko zero bakoitza eta  $A(1..n)$  bektoreko posizio bereko elementua trukatzeko programa dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataletan definitutako predikatuak erabiliz:

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 0;
(2) {Tarteko asertzioa}
while (3) {Inbariantea} i  $\neq$  n loop
    (4) {Tarteko asertzioa}
    i := i + 1;
    (5) {Tarteko asertzioa}
    if B(i) = 0 then (6) {Tarteko asertzioa}
        B(i) := A(i);
        (7) {Tarteko asertzioa}
        A(i) := 0;
        (8) {Tarteko asertzioa}
    end if;
end loop;
(9) {Bukaerako baldintza}
(10) {E espresioa}

```



**43. (2010eko apirila #1) bikoitia(x), bakoitiak(D(1..r)) eta bikbik (E(1..r), (e<sub>1</sub>, e<sub>2</sub>, ..., e<sub>r</sub>), F(1..r), (f<sub>1</sub>, f<sub>2</sub>, ..., f<sub>r</sub>), G(1..r), (g<sub>1</sub>, g<sub>2</sub>, ..., g<sub>r</sub>), pos) predikatuak eta C(1..n) bektoreko elementu denak bakoitiak direla jakinda, A(1..n) bektoreko eta B(1..n) bektoreko posizio berean zenbaki bakoitiak dauden bakoitzean posizio horretako B(1..n) eta C(1..n) bektoreetako elementuak trukutzen dituen programa.**

- a) x bikoitia dela adierazten duen **bikoitia(x)** predikatua definitu.
- b) D(1..p) bektoreko elementu denak bakoitiak direla adierazten duen **bakoitiak(D(1..r))** predikatua definitu a) ataleko predikatua erabiliz
- c) Jarraian zehazten dena adierazten duen **bikbik (E(1..r), (e<sub>1</sub>, e<sub>2</sub>, ..., e<sub>r</sub>), F(1..r), (f<sub>1</sub>, f<sub>2</sub>, ..., f<sub>r</sub>), G(1..r), (g<sub>1</sub>, g<sub>2</sub>, ..., g<sub>r</sub>), pos)** predikatua definitu:
- pos balioa 0 baino handiagoa edo berdina eta r baino txikiagoa edo berdina da.
  - 1 eta pos-en artean dauden k posizioetan (1 eta pos posizioak barne), E(k) bikoitia baldin bada, orduan F(k) bikoitia da.
  - 1 eta pos-en artean dauden k posizioetan (1 eta pos posizioak barne):
    - e<sub>k</sub> eta f<sub>k</sub> balioak bikoitiak baldin badira, orduan E(k) balioa e<sub>k</sub> da, F(k) balioa g<sub>k</sub>-ren berdina da eta G(k) balioa f<sub>k</sub>-ren berdina da.
    - e<sub>k</sub> edo f<sub>k</sub> (gutxienez bietako bat) bakoitia baldin bada, orduan E(k) balioa e<sub>k</sub> da, F(k) balioa f<sub>k</sub>-ren berdina da eta G(k) balioa g<sub>k</sub>-ren berdina da.

Predikatu hau defintzerakoan a) ataleko predikatua erabili behar da.

#### Adibidea:

Adibide honetako E(1..8), (4, 9, 10, 12, 17, 30, 4, 2), F(1..8), (7, 8, 6, 4, 3, 18, 39, 3), G(1..8) eta (19, 11, 25, 1, 3, 5, 15, 3) bektoreek honako hau betetzen dute:

bikbik(E(1..8), (4, 9, 10, 12, 17, 30, 4, 2), F(1..8), (7, 8, 6, 4, 3, 18, 39, 3),  
G(1..8), (19, 11, 25, 1, 3, 43, 15, 3), 5):

E(1..8)	<table><tr><td>4</td><td>9</td><td><u>10</u></td><td><u>12</u></td><td>17</td><td>30</td><td>4</td><td>2</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr></table>	4	9	<u>10</u>	<u>12</u>	17	30	4	2	1	2	3	4	5	6	7	8
4	9	<u>10</u>	<u>12</u>	17	30	4	2										
1	2	3	4	5	6	7	8										
F(1..8)	<table><tr><td>7</td><td>8</td><td><u>25</u></td><td><u>1</u></td><td>3</td><td>18</td><td>39</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr></table>	7	8	<u>25</u>	<u>1</u>	3	18	39	3	1	2	3	4	5	6	7	8
7	8	<u>25</u>	<u>1</u>	3	18	39	3										
1	2	3	4	5	6	7	8										
	<div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div><div></div></div>																
G(1..8)	<table><tr><td>19</td><td>11</td><td><u>6</u></td><td><u>4</u></td><td>3</td><td>43</td><td>15</td><td>3</td></tr><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr></table>	19	11	<u>6</u>	<u>4</u>	3	43	15	3	1	2	3	4	5	6	7	8
19	11	<u>6</u>	<u>4</u>	3	43	15	3										
1	2	3	4	5	6	7	8										

- d) Zenbaki osoz osatutako  $A(1..n)$ ,  $B(1..n)$  eta  $C(1..n)$  bektoreak emanda eta  $n \geq 1$  dela eta hasieran  $C(1..n)$  bektoreko elementu denak bakoitiak direla jakinda,  $A(1..n)$  bektoreko eta  $B(1..n)$  bektoreko posizio berean zenbaki bikoitiak dauden bakoitzean posizio horretako  $B(1..n)$  eta  $C(1..n)$  bektoreetako elementuak trukatzeko programa dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataletan definitutako predikatuak erabiliz.

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 0;
(2) {Tarteko asertzioa}
while (3) {Inbariantea} i  $\neq$  n loop
  (4) {Tarteko asertzioa}
  if A(i + 1) mod 2 = 0 and B(i + 1) mod 2 = 0
  then (5) {Tarteko asertzioa}
    lag := B(i + 1);
    (6) {Tarteko asertzioa}
    B(i + 1) := C(i + 1);
    (7) {Tarteko asertzioa}
    C(i + 1) := lag;
  end if;
  (8) {Tarteko asertzioa}
  i := i + 1;
end loop;
(9) {Bukaerako baldintza}
(10) {E espresioa}

```

**44. (2010eko apirila #2) bitak( $E(1..q)$ ) eta biratuta( $F(1..r)$ , ( $f_1, f_2, \dots, f_r$ ),  $G(1..r)$ , ( $g_1, g_2, \dots, g_r$ ),  $H(1..r)$ , ( $h_1, h_2, \dots, h_r$ ),  $Q(1..r)$ , pos) predikatuak eta  $A(1..n)$ ,  $B(1..n)$ ,  $C(1..n)$  eta zeroak eta batekoak bakarrik dituen  $D(1..n)$  bektoreak emanda,  $C(i) = 0$  bada  $A(i) \rightarrow B(i) \rightarrow C(i) \rightarrow A(i)$  biraketa eta  $C(i) = 1$  bada  $A(i) \rightarrow C(i) \rightarrow B(i) \rightarrow A(i)$  biraketa burutzen duen programa**

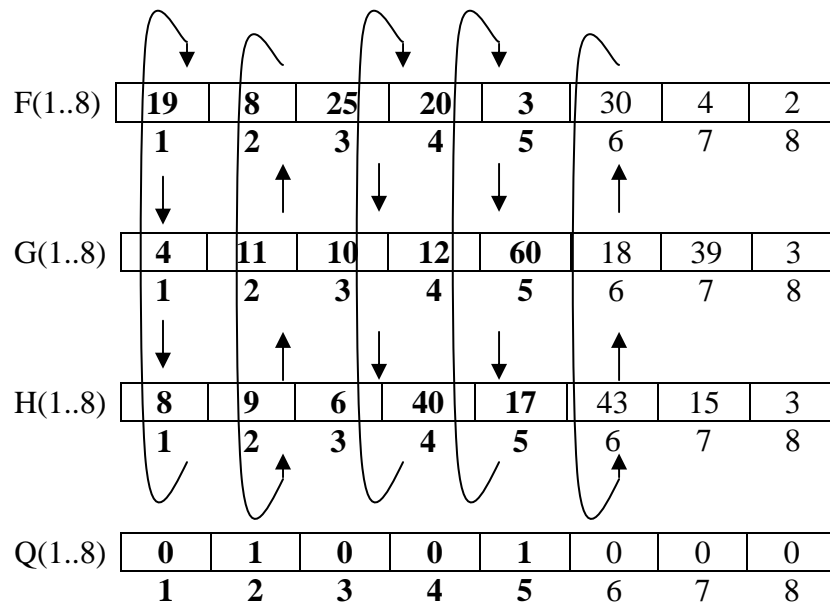
- a)  $E(1..q)$  bektoreko elementu denak 1 edo 0 direla adierazten duen **bitak( $E(1..q)$ )** predikatua definitu.
- d) Jarraian zehazten dena adierazten duen **biratuta( $F(1..r)$ , ( $f_1, f_2, \dots, f_r$ ),  $G(1..r)$ , ( $g_1, g_2, \dots, g_r$ ),  $H(1..r)$ , ( $h_1, h_2, \dots, h_r$ ),  $Q(1..r)$ , pos) predikatua definitu:**
- pos balioa 0 baino handiagoa edo berdina eta r baino txikiagoa edo berdina da.
  - $Q(1..r)$  bektoreko elementu denak 1 edo 0 dira.
  - 1 eta pos-en artean dauden k posizioetan (1 eta pos posizioak barne):
    - $Q(k)$ -ren balioa 0 bada, orduan  $F(k)$  balioa  $h_k$  da,  $G(k)$  balioa  $f_k$ -ren berdina da eta  $H(k)$  balioa  $g_k$ -ren berdina da.
    - $Q(k)$ -ren balioa 1 bada, orduan  $F(k)$  balioa  $g_k$  da,  $G(k)$  balioa  $h_k$ -ren berdina da eta  $H(k)$  balioa  $f_k$ -ren berdina da.

Predikatu hau definitzerakoan a) ataleko predikatua erabili behar da.

#### Adibidea:

Adibide honetako  $F(1..8)$ , (4, 9, 10, 12, 17, 30, 4, 2),  $G(1..8)$ , (7, 8, 6, 4, 3, 18, 39, 3),  $H(1..8)$ , (19, 11, 25, 1, 3, 5, 15, 3) eta  $Q(1..8)$  bektoreek honako hau betetzen dute:

biratuta( $F(1..8)$ , (4, 9, 10, 12, 17, 30, 4, 2),  $G(1..8)$ , (7, 8, 6, 40, 3, 18, 39, 3),  $H(1..8)$ , (19, 11, 25, 20, 60, 43, 15, 3),  $Q(1..8)$ , 5):



- c) Zenbaki osoz osatutako  $A(1..n)$ ,  $B(1..n)$ ,  $C(1..n)$  eta  $D(1..n)$  bektoreak emanda eta  $n \geq 1$  dela eta hasieran  $D(1..n)$  bektorean bakarrik batekoak eta zeroak daudela jakinda,  $D(1..n)$  bektoreko  $i$  posizio batean 0 dagoenean posizio horretako beste hiru bektoreetako elementuak  $A(i) \rightarrow B(i) \rightarrow C(i) \rightarrow A(i)$  eran, hau da beherantz biratu arazten dituen eta  $D(1..n)$  bektoreko  $i$  posizio batean 1 dagoenean posizio horretako beste hiru bektoreetako elementuak  $A(i) \rightarrow C(i) \rightarrow B(i) \rightarrow A(i)$  eran, hau da gorantz biratu arazten dituen programa dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataletan definitutako predikatuak erabiliz.

```

(1) {Hasierako baldintza}
i := 0;
(2) {Tarteko asertzioa}
while (3) {Inbariantea} i ≠ n loop
  (4) {Tarteko asertzioa}
  i := i + 1;
  (5) {Tarteko asertzioa}
  if D(i) = 0
    then (6) {Tarteko asertzioa}
      lag := C(i);
      (7) {Tarteko asertzioa}
      C(i) := B(i);
      (8) {Tarteko asertzioa}
      B(i) := A(i);
      (9) {Tarteko asertzioa}
      A(i) := lag;
    then
      lag := A(i);
      A(i) := B(i);
      B(i) := C(i);
      C(i) := lag;
    end if;
  end loop;
(10) {Bukaerako baldintza}
(11) {E espresioa}

```

**45. (2010eko ekaina) bakoitia(x) eta mugibi(C(1..r), (c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub>, ..., c<sub>r</sub>), pos) predikatuak eta A(1..n) bektorean jarraian dauden posizioak (1 eta 2, 3 eta 4, 5 eta 6, eta abar) binaka trukatzeko dituen programa. A(1..n) bektoreko elementu kopurua bakoitia bada (n bakoitia), azkeneko elementua ez da lekuz mugituko.**

- a) x bakoitia dela adierazten duen **bakoitia(x)** predikatua definitu.
- b) Aurreko ataleko predikatua erabiliz jarraian zehazten dena adierazten duen **mugibi(C(1..r), (c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub>, ..., c<sub>r</sub>), pos)** predikatua definitu::
- pos balioa 0 baino handiagoa edo berdina eta r baino txikiagoa edo berdina da.
  - 1 eta pos-en artean dagoen k posizio bakoitzean (1 eta pos posizioak barne):
    - k bakoitia bada C(k) balioa c<sub>k-1</sub> balioaren berdina da eta C(k-1) balioa c<sub>k</sub> balioaren berdina da.
    - k balioa pos balioaren berdina bada eta gainera bakoitia bada, orduan C(k) balioa c<sub>k</sub> balioaren berdina da.

**Adibidea:**

Adibide honetako C(1..8) eta (4, 8, 7, 0, 9, 5, -2, 7) bektoreek honako hau betetzen dute:

mugibi(C(1..8), (4, 8, 7, 0, 9, 10, -2, 7), 5)

mugibi (C(1..8), (4, 8, 7, 0, 9, 10, -2, 7), 4)

C(1..8)	8	4	0	7	9	10	-2	7
	1	2	3	4	5	6	7	8

- c) Zenbaki osoz osatutako A(1..n) taula emanda eta  $n \geq 1$  betetzen dela jakinda, jarraian dauden posizioak (1 eta 2, 3 eta 4, 5 eta 6, eta abar) binaka trukatzeko dituen programa dokumentatu hor zehazten diren formulak emanaz eta aurreko ataletan definitutako predikatuak erabiliz. Kasu berezi bezala, A(1..n) bektoreko elementu kopurua bakoitia bada (n bakoitia bada), azkeneko elementua ez da lekuz mugituko.

```
(1) {Hasierako baldintza}
i := 1;
(2) {Tarteko asertzioa}
while (3) {Inbariantea}  $i \leq n$  loop
  (4) {Tarteko asertzioa}
  if  $i \bmod 2 = 0$  then
    (5) {Tarteko asertzioa}
    lag := A(i - 1);
    (6) {Tarteko asertzioa}
    A(i - 1) := A(i);
    (7) {Tarteko asertzioa}
    A(i) := lag;
    (8) {Tarteko asertzioa}
  end if;
  (9) {Tarteko asertzioa}
  i := i + 1;
end loop;
(10) {Bukaerako baldintza}
(11) {E espresioa}
```

**46. (2010eko iraila) bikoitia(x), lauaniz(x) eta trukalau(D(1..r), (d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub>, ..., d<sub>r</sub>), pos) predikatuak eta A(1..n) bektorean posizio bikoitietako elementuak (2 eta 4 posizioetakoak, 6 eta 8 posizioetakoak eta abar) trukatzeko programa**

- a) x zenbakia bikoitia dela adierazten duen **bikoitia(x)** izeneko **predikatua definitu**.
- b) x zenbakia lauren anizkoitza dela adierazten duen **lauaniz(x)** izeneko **predikatua definitu**.
- c) Jarraian zehazten dena adierazten duen  
**trukalau(D(1..r), (d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub>, ..., d<sub>r</sub>), pos)**

predikatua definitu:

- r balioa 1 baino handiagoa edo berdina da eta gainera 4ren anizkoitza da.
- pos balioa 0 baino handiagoa edo berdina eta r baino txikiagoa edo berdina da eta gainera lauren anizkoitza da.
- 1 eta pos-en artean (1 eta pos posizioak barne) dagoen edozein k posizio hartuta:
  - k balioa 4ren anizkoitza baldin bada, orduan D(k) balioa d<sub>k-2</sub> balioaren berdina da eta D(k-2) balioa d<sub>k</sub> balioaren berdina da.
  - k balioa 4ren anizkoitza ez bada baina bikoitia bada, orduan D(k) balioa d<sub>k+2</sub> balioaren berdina da eta D(k+2) balioa d<sub>k</sub> balioaren berdina da.
  - k balioa bikoitia ez bada, orduan D(k) balioa d<sub>k</sub> balioaren berdina da.

**Adibidea:**

Adibide honetako D(1..12) eta (5, 9, 2, 10, 20, 18, -9, 17, 0, 3, 6, 1) bektoreek honako hau betetzen dute:

trukalau(D(1..12), (5, 9, 2, 10, 20, 18, -9, 17, 0, 3, 6, 1), 8)

D(1..12)	5	<u>10</u>	2	<u>9</u>	20	<u>17</u>	-9	<u>18</u>	0	3	6	1
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Honako hau ere egia da:

trukalau(D(1..12), (5, 9, 2, 10, 20, 18, -9, 17, 0, 3, 6, 1), 4)

Baina beste hiru hauek ez dira betetzen, false dira:

trukalau(D(1..12), (5, 9, 2, 10, 20, 18, -9, 17, 0, 3, 6, 1), 9)

Hau False da 9 ez delako 4ren anizkoitza.

trukalau(D(1..12), (5, 9, 2, 10, 20, 18, -9, 17, 0, 3, 6, 1), 6)

Hau False da 6 ez delako 4ren anizkoitza.

trukalau(D(1..12), (5, 9, 2, 10, 20, 18, -9, 17, 0, 3, 6, 1), 12)

Hau False da 10 eta 12 posizioetako elementuek ez dutelako betetzen predikatuaren definizioan zehaztutakoa.

- d)  $A(1..n)$  bektorea emanda eta  $n \geq 1$  dela eta gainera 4ren anizkoitza dela jakinda, posizio bikoitietako elementuak (2 eta 4 posizioetakoak, 6 eta 8 posizioetakoak eta abar) trukatzeko programak hau dokumentatu hor zehazten diren formulak emanez eta aurreko ataletan definitutako predikatuak erabiliz.

```
(1) {Hasierako baldintza}
i := 4;
(2) {Tarteko asertzioa}
while (3) {Inbariantea} i <= n loop
  (4) {Tarteko asertzioa}
  lag := A(i - 2);
  (5) {Tarteko asertzioa}
  A(i - 2) := A(i);
  (6) {Tarteko asertzioa}
  A(i) := lag;
  (7) {Tarteko asertzioa}
  i := i + 4;
end loop;
(8) {Bukaerako baldintza}
(9) {E espresioa}
```