

**Kudeaketaren eta informazio sistemen informatikaren ingeniartzako
gradua**

Analisi matematikoa

2011ko urtarilaren 23a

1. ORRIALDEA

A) Kalkulatu m -ren balioa honako funtzio hau jarraitua izan dadin:

$$g(x) = \begin{cases} x^3 & x \leq \frac{1}{2} \\ mx & x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Lortutako m -ren baliorako:

- a) Aztertu g -ren deribagarritasuna eta definitu g' existitzen den puntuetan.
- b) Aztertu g -ren gorapen- eta beherapen-tarteak. Lortu, existitzen badira, g -ren mutur lokalak.

B) Kalkulatu honako limite hauek:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$$
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2x + \sqrt{2x}} - \sqrt{2x}$$

C) a) Ikusi $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 + 8n + 3}$ seriea konbergentea dela eta aurkitu haren batura.

b) Aztertu $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \sin\left(\left(1 + \frac{1}{n}\right)^2 \frac{\pi}{2}\right)$ seriearen izaera.

D) a) Lortu $S = 1 - i + i^2 - i^3 + \dots + i^{222}$ baturaren balioa.

Adierazi emaitza forma binomikoan.

b) Idatzi erro erreal bat eta bi erro konplexu dituen koefiziente konstanteko 3. ordenako ekuazio bat.

E) Kontsidera dezagun honako multzo hau:

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x \in [-2, 2] \wedge y > 3\}$$

Lortu $\text{int}(A)$, $\text{ext}(A)$, $\text{fr}(A)$. Adierazi grafikoki.

A irekia al da? A itxia al da? A bornatua al da? Arrazoitu erantzunak.

2. ORRIALDEA

A) Lortu $x^2 + y^2 = 1000$ ekuazioarekin baldintzaturiko $f(x, y, z) = 3x + y$ funtzioaren mutur lokalak. (Erabili Lagrange-ren biderkatzaileak)

B) a) Aurkitu $f(x, y) = \sqrt{\frac{x}{y}} - 1$ funtzioaren izate-eremua. Adierazi grafikoki.

b) Kalkulatu, existitzen bada, honako limite hau:

$$\lim_{x, y \rightarrow 0, 0} \frac{x^2 y^2}{x^4 + 5y^4}$$

C) Ziurtatu $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$ funtzioak honako ekuazio hau egiaztatzen duela:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$$

D) Newton-Raphson-en metodoa erabiliz, lortu $3x + e^{2x} = 0$ ekuazioaren soluzio hurbildu bat $-1,1$ tartean.

E) Aurkitu $f(x) = x - 1 e^{x+1}$ funtzioaren $n = 4$ ordenako Taylor-en polinomioa $x = 1$ puntuan. Aurkitu $f(1/2)$ balioa $P_3(1/2)$ balioarekin hurbiltzerakoan egindako errorearen balioztapen bat.

Oharra: Orrialde bakoitzean proposatzen diren 5 ariketetatik aukeratu 4. Ariketa guztiek puntuazio berdina dute.