

4. gaia:
Uhin elektromagnetikoak

Maxwell-en ekuazioak

- **Eremu elektriko eta eremu magnetikoen portaera** adierazten duten **ekuazioak** euren arteko harremanak irudikatzen dituzte:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \oint_V \rho dV \qquad \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$
$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \qquad \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o \left(\int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} + \epsilon_0 \int_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \right)$$

- v abiaduran mugitzen den q karga baten agertzen den **indarreko ekuaziorekin elektromagnetismoaren teoria osoa** dira:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} + q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Maxwell-en ekuazioak

- **Hutsean** ez kargarik ($\rho=0$) ezta korrontarik ($\vec{J}=0$) dagoen ingurunean, Maxwell-en ekuazioak sinpleagoak dira:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o \epsilon_o \int_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

- Diferentzial moduan idatzirik:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_o \epsilon_o \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Uhin laua

- Eremu elektriko eta magnetikoa **bakarrik x-ren menpe** daudela suposatuko dugu → **Uhin laua**
- Kasu honetan, Maxwell-en ekuazioak konbinatuz:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$
$$\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

Uhin laua

- $f(\mathbf{x}-\mathbf{v}t)$ itxurako funtzioak ekuazio honen ebazpenak dira
- Hartzen badugu $w = x-vt$:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{df}{dw} \frac{\partial w}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{df}{dw} \cdot 1 \right) = \frac{d^2 f}{dw^2} \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{d^2 f}{dw^2}$$
$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{df}{dw} \frac{\partial w}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(-v \frac{df}{dw} \right) = -v \frac{d^2 f}{dw^2} \frac{\partial w}{\partial t} = v^2 \frac{d^2 f}{dw^2}$$

- **Maxwell-en ekuazioak betetzen dituzte v balio zehatz baterako:**

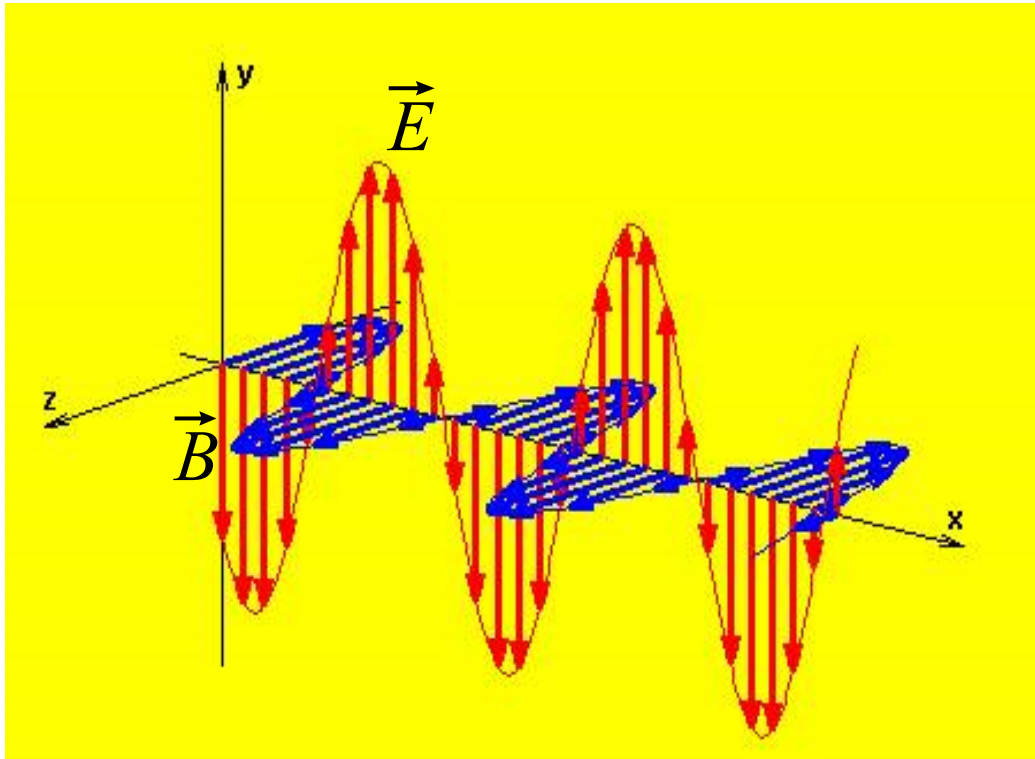
$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Uhin laua

- **Eremu elektriko eta magnetiko baten hedapena x ardatzen luzetara, v abiadurekin, Maxwell-en ekuazioak betetzen ditu**
- **Hedapen-abiaduraren balioa v , hutsean argiaren abiaduraren berdina da, argia beraz uhin elektromagnetikoa da**

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s} = c$$

Uhin laua



- Eremu elektrikoak y osagai baino ez badu, eremu magnetikoak bakarrik z osagaia du
- Hedapena x ardatzen luzetara denez, **zeharkako uhin**a da
- **Uhin harmonikoa uhin elektromagnetiko laua** da:

*c konstante bat denez,
 λ eta T –ren arteko erlazioa:*
$$\lambda = c \cdot T$$

$$E_y(x, t) = E_0 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi}{T} t + \phi\right)$$
$$B_y(x, t) = B_0 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi}{T} t + \phi\right)$$

Polarizazioa

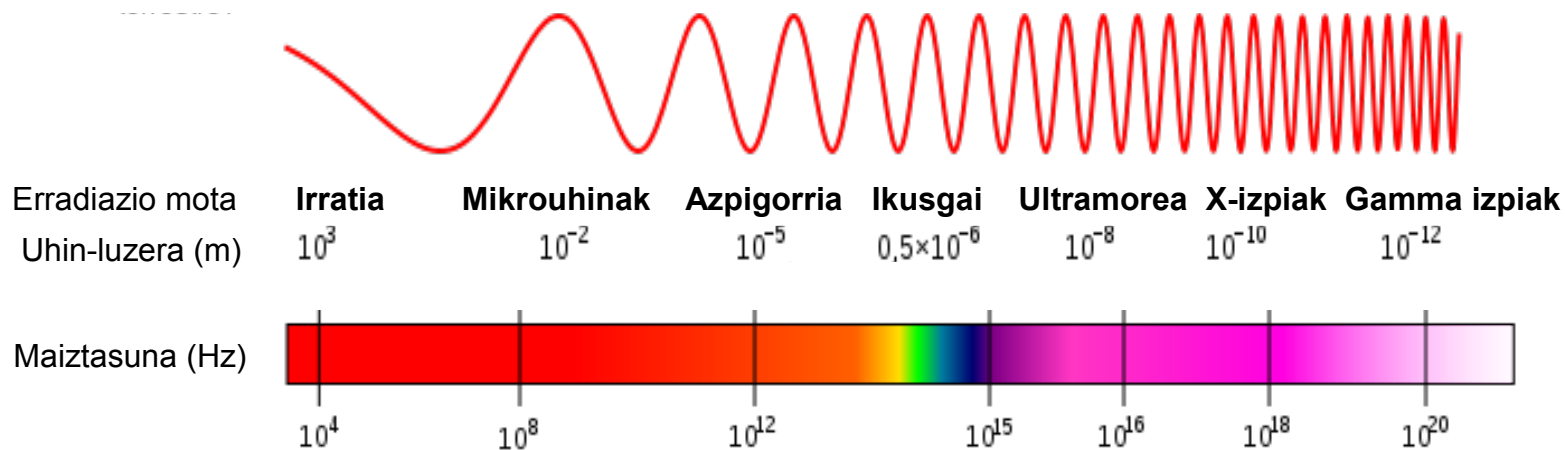
- Eremu elektrikoak, z eta y ardatzeko osagaiak izan ditzake
- **Eremu elektrikoa plano bakar batean dagoenean, uhinak polarizazio lineala du**
- **Argi naturalak ez dauka polarizaziorik, baina hainbat material iragazterakoan polarizazioa gerta daiteke, materialak eremu elektrikoren osagai bat bestea baino gehiago xurgatzen dituenean**

Uhinaren energia eta intentsitatea

- Uhinak eramaten du eremu elektromagnetiko bat lehen ez zegoen inguru batera
- **Eremu elektromagnetiko bati lotuta dago energia**, eremua ezartzeko beharrezkoa dena
- Uhinak bidalitako energia, denbora eta azal unitaterako, **intentsitatea** da
- **Uhin harmoniko elektromagnetikoetan**, batazbesteko intentsitatea da:

$$\bar{I} = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2$$

Espektro elektromagnetikoa



- Uhin elektromagnetikoak sailkatzeko, **uhin-luzera** erabiltzen da
- Naturan dauden uhin elektromagnetikoak, uhin-luzeraren arabera sailkatutak, **espektro elektromagnetikoa** da

Uhin elektromagnetikoa eta materia

- Materia inguruan dagoenean, Maxwell-en ekuazioak zuzendu behar ditugu
- Orokorrean, ϵ_0 eta μ_0 dauden lekutan idatzi egin behar ditugu **uhinak zeharkatzen duen materialari dagozkion balioak**
- Beraz, **materian uhinaren hedapen abiadura da:**

$$v = \frac{1}{\sqrt{(\epsilon \mu)}}$$

- Hauxe c -rekiko portzentajea adierazten da:

$$v = n \cdot c$$

n : Errefrakzio – indizea