

Lengoiak, Konputazioa eta Sistema Adimendunak

6. gaia: Sistema Adimendunak

Soluzioa

Bilboko IITUE

0,9 puntu

2014-01-13

1 DNF monotonoen algoritmoa (0,300 puntu)

Demagun erabiltzaileak DNF monotonoa den honako g formula hau duela buruan:

$$g = (x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_5)$$

Aldagai kopurua 5 dela jakinda, hau da, $n = 5$ dela jakinda, algoritmoak g -ren baliokidea den h formula bat eraiki arte erabiltzailearen eta algoritmoaren artean gertatuko den elkarrekintza urratsez-urrats zehaztu. Beraz adibide osoa garatu beharko da eta prozesu horretan algoritmoarentzat pista edo laguntza izango diren balorazio egokiak asmatu beharko dira.

True eta *False* idatzi beharrean *T* eta *F* idatziko da.

E: $n = 5$, $(g = (x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_5))$

A: $h = F$, $h \leftrightarrow g?$

E: **Ez**. $v = (T, T, F, T, F)$ balorazioarekin $g = T$ da eta $h = F$ da.

A: (v -tik abiatuta inplikatzailer lehen kalkulaturiko da) $v_1 = (\underline{E}, T, F, T, F)$ -rekin $g = T$ al da?

E: Ez.

A: (Berriz v hartu eta bigarren T -a aldatu) $v_2 = (T, \underline{E}, F, T, F)$ -rekin $g = T$ al da?

E: Ez.

A: (Berriz v hartu eta hirugarren T -a aldatu) $v_3 = (T, T, F, \underline{E}, F)$ -rekin $g = T$ al da?

E: Bai.

A: (Beraz aldaketa hori behin betikoa izango da. Beste aldaketarik ezin denez egin, inplikatzailer lehen $v_3 = (T, T, F, F, F)$ da. Orain, v_3 balorazioan T balioa duten aldagaiak kontuan hartuz, algoritmoak h eguneraturiko du) $h = F \vee (x_1 \wedge x_2)$, $h \leftrightarrow g?$

E: **Ez**. $v = (T, F, T, T, F)$ -rekin $g = T$ da eta $h = F$ da.

A: (v -tik abiatuta inplikatzailer lehen kalkulaturiko da) $v_1 = (\underline{E}, F, T, T, F)$ -rekin $g = T$ al da?

E: Ez.

A: (Berriz v hartu eta bigarren T -a aldatu) $v_2 = (T, F, \underline{E}, T, F)$ -rekin $g = T$ al da?

E: Ez.

A: (Berriz v hartu eta hirugarren T -a aldatu) $v_3 = (T, F, T, \underline{E}, F)$ -rekin $g = T$ al da?

E: Bai.

A: (Beraz aldaketa hori behin betikoa izango da. Beste aldaketarik ezin denez egin, inplikatzailer lehen $v_3 = (T, F, T, F, F)$ da. Orain, v_3 balorazioan T balioa duten aldagaiak kontuan hartuz, algoritmoak h eguneraturiko du) $h = F \vee (x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_3)$, $h \leftrightarrow g?$

E: **Ez**. $v = (T, F, F, F, T)$ -rekin $g = T$ da eta $h = F$ da.

A: (v -tik abiatuta inplikatzailer lehen kalkulaturiko da) $v_1 = (\underline{E}, F, F, F, T)$ -rekin $g = T$ al da?

E: Ez.

A: (Berriz v hartu eta bigarren T -a aldatu) $v_2 = (T, F, F, F, \underline{E})$ -rekin $g = T$ al da?

E: Ez.

A: (Berriz v hartu eta beste aldaketarik ezin denez egin, inplikatzaile lehena $v = (T, F, F, F, T)$ da. Orain, v balorazioan T balioa duten aldagaiak kontuan hartuz, algoritmoak h eguneratuko du) $h = F \vee (x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge x_3)$, $h \leftrightarrow g?$

E: **Bai** (erabiltzaileak buruan zuen g formularen baliokidea den h formula eraikitzea lortu du algoritmoak. Gogoan izan $F \vee \psi \equiv \psi$ betetzen dela, ψ edozein formula izanda).

2 k-CNF-en algoritmoa (0,300 puntu)

Demagun erabiltzaileak 2-CNF-a den honako g formula hau duela buruan:

$$g = (x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3)$$

Aldagai kopurua 3 dela jakinda, hau da, $k = 2$ eta $n = 3$ direla jakinda, algoritmoak g -ren baliokidea den h formula bat eraiki arte erabiltzailearen eta algoritmoaren artean gertatuko den elkarrekintza urratsez urrats zehaztu. Beraz adibide osoa garatu beharko da eta prozesu horretan algoritmoarentzat pista edo laguntza izango diren balorazio egokiak asmatu beharko dira.

E: $k = 2$ eta $n = 3$, ($g = (x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3)$). Hiru aldagai daudenez, g formulari dagokion taula honako hau da:

	x_1	x_2	x_3	g
1	T	T	T	F
2	T	T	F	T
3	T	F	T	F
4	T	F	F	T
5	F	T	T	T
6	F	T	F	F
7	F	F	T	T
8	F	F	F	F

Erabiltzaileak algoritmoari eman beharko dizkion balorazioetan, g -ren balioak T eta h -ren balioak F izan beharko dute. Hori dela eta, 1, 3, 6 eta 8 kasuak hasieratik baztertu ditzakegu. Beraz, 2, 4, 5 eta 7 kasuak bakarrik interesatzen zaizkigu. Erabiltzaileak balorazio horiek edozein ordenatan eman ditzake pista bezala. A:

$$h = x_1 \wedge \neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_3 \wedge (x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (x_2 \vee x_3) \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3)$$

$$h \leftrightarrow g?$$

E: **Ez**. $v = (T, T, F)$ -rekin $g = T$ da eta $h = F$ da (adibide bezala taulako 2. balorazioa ematea aukeratu du erabiltzaileak.)

A: ($v = (T, T, F)$ balorazioarentzat h eta g -ren balioa berdina izan dadin, balorazio horrekin F diren h -ren osagaiak ezabatuko dira)

$$h = x_1 \wedge \neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_3 \wedge (x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (x_2 \vee x_3) \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3)$$

Beraz, h berria honako hau izango da:

$$\begin{aligned}
h = & x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3 \wedge \\
& (x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \neg x_3) \wedge \\
& (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge \\
& (x_2 \vee x_3) \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3)
\end{aligned}$$

$$h \leftrightarrow g?$$

E: **Ez**. $v = (F, F, T)$ balorazioarekin $g = T$ da eta $h = F$ da. (Adibide bezala taulako 7. balorazioa ematea aukeratu du erabiltzaileak.)

A: ($v = (F, F, T)$ balorazioarentzat h eta g -ren balioa berdina izan dadin, balorazio horrekin F diren h -ren osagaiak ezabatuko dira.)

$$\begin{aligned}
h = & \frac{x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_3}{(x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \neg x_3)} \wedge \\
& (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge \\
& (x_2 \vee x_3) \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3)
\end{aligned}$$

Beraz, h berria honako hau izango da:

$$\begin{aligned}
h = & (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge \\
& (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge \\
& (x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3)
\end{aligned}$$

$$h \leftrightarrow g?$$

E: **Ez**. $v = (T, F, F)$ balorazioarekin $g = T$ da eta $h = F$ da. (Adibide bezala taulako 4. balorazioa ematea aukeratu du erabiltzaileak.)

A: ($v = (T, F, F)$ balorazioarentzat h eta g -ren balioa berdina izan dadin, balorazio horrekin F diren h -ren osagaiak ezabatuko dira.)

$$\begin{aligned}
h = & (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge \\
& \frac{(\neg x_1 \vee x_2)}{(x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3)} \wedge \\
& (\neg x_1 \vee \neg x_3)
\end{aligned}$$

Beraz, h berria honako hau izango da:

$$\begin{aligned}
h = & (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge \\
& (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge \\
& (\neg x_2 \vee \neg x_3)
\end{aligned}$$

$$h \leftrightarrow g?$$

E: **Ez**. $v = (F, T, T)$ balorazioarekin $g = T$ da eta $h = F$ da. (Adibide bezala taulako 5. balorazioa eman du erabiltzaileak, hori baizen geratzen zen azkeneko aukera.)

A: ($v = (F, T, T)$ balorazioarentzat h eta g -ren balioa berdina izan dadin, balorazio horrekin F diren h -ren osagaiak ezabatuko dira.)

$$\begin{aligned}
h = & \frac{(x_1 \vee \neg x_2)}{(\neg x_1 \vee \neg x_3)} \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge \\
& (\neg x_2 \vee \neg x_3)
\end{aligned}$$

Beraz, h berria honako hau izango da:

$$\begin{aligned}
h = & (x_1 \vee x_3) \wedge \\
& (\neg x_1 \vee \neg x_3)
\end{aligned}$$

$$h \leftrightarrow g?$$

E: **Bai**. (erabiltzaileak buruan zuen g formularen baliokidea den h formula eraikitzea lortu du algoritmoak). Kasu honetan g formula era zehatzean lortu da.

3 k-DNF-en algoritmoa (0,300 puntu)

Demagun erabiltzaileak 1-DNF-a den honako g formula hau duela buruan:

$$g = (x_1) \vee (\neg x_4) \vee (x_5)$$

Aldagai kopurua 5 dela jakinda, hau da, $k = 1$ eta $n = 5$ direla jakinda, algoritmoak g -ren baliokidea den h formula bat eraiki arte erabiltzailearen eta algoritmoaren artean gertatuko den elkarrekintza urratsez-urrats zehaztu. Beraz adibide osoa garatu beharko da eta prozesu horretan algoritmoarentzat pista edo laguntza izango diren balorazio egokiak asmatu beharko dira.

$k = 1$ denez, g -ri dagokion taula ez dugu eraikiko.

Erabiltzaileak algoritmoari eman beharko dizkion balorazio edo pistetan, g -ren balioak F eta h -ren balioak T izan beharko dute. Beraz, balorazio edo pista horiek (F, \neg, \neg, T, F) erakoak izango dira, g -ren balioa F izateko hain zuzen ere. Ondorioz, 2 eta 3 posizioetako balioak aldatuz, hau da, \neg sinboloaren bidez adierazi diren posizioetako balioak aldatuz, algoritmoarentzat pista bezala balioko duten balorazio desberdinak eratu ahal izango dira.

U: $k = 1$ eta $n = 5$, ($g = (x_1) \vee (\neg x_4) \vee (x_5)$).

A:

$$h = (x_1) \vee (\neg x_1) \vee (x_2) \vee (\neg x_2) \vee (x_3) \vee (\neg x_3) \vee (x_4) \vee (\neg x_4) \vee (x_5) \vee (\neg x_5)$$

$$h \leftrightarrow g?$$

E: **Ez**. $v = (F, F, F, T, F)$ balorazioarekin $g = F$ da eta $h = T$ da (Adibidea asmatzerakoan, g formularen ukatuta agertzen direnak *True* ipini behar dira eta ukatu gabe daudenak *False*, g ere *False* izan dadin. Bestalde, g formularen agertzen ez diren aldagaiei edozein balio eman diezaiekegu.)

A: ($v = (F, F, F, T, F)$ balorazioarentzat h eta g -ren balioa berdina izan dadin, balorazio horrekin T diren h -ren osagaiak ezabatuko dira.)

$$h = x_1 \vee \neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_2 \vee x_3 \vee \neg x_3 \vee \underline{x_4} \vee \neg x_4 \vee x_5 \vee \neg x_5$$

Beraz, h berria honako hau izango da:

$$h = x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4 \vee x_5$$

$$h \leftrightarrow g?$$

E: **Ez**. $v = (F, T, T, T, F)$ balorazioarekin $g = F$ da eta $h = T$ da

A: ($v = (F, T, T, T, F)$ balorazioarentzat h eta g -ren balioa berdina izan dadin, balorazio horrekin T diren h -ren osagaiak ezabatuko dira.)

$$h = x_1 \vee \underline{x_2} \vee \underline{x_3} \vee \neg x_4 \vee x_5$$

Beraz, h berria honako hau izango da:

$$h = x_1 \vee \neg x_4 \vee x_5$$

$$h \leftrightarrow g?$$

E: **Bai**. (Erabiltzaileak buruan zuen g formularen baliokidea den h formula eraikitzea lortu du algoritmoak) Kasu honetan ere era zehatzean eraiki da g formula.