

EREDU LINEALAK

1. Lantegi batek laranja-poltsak eta laranja-zumorako botilak saltzen ditu. Litro bat zumo egiteko kilo bat laranja erabiltzen da. Laranjen kalitatea 1etik 10era neurtzen da, 1 kalitateko laranjak txarrak eta 10ekoak oso onak izanik. Gaur egun, 9 kalitateko 100 kg laranja eta 6 kalitateko 120 kg ditu.

Poltsetan kalitate desberdinako laranjak nahasten dira, beti ere batezbesteko kalitatea gutxienez 7koa izango dela ziurtatuko delarik. Zumoa egiteko erabiliko diren laranjen batezbesteko kalitateak, aldiz, gutxienez 8koa izan behar du.

Zumo litroaren salneurria 1.5ekoa da eta kostua 1.05ekoa da. Laranja kiloaren salneurria berriz, 0.5ekoa da eta kostua 0.2koa.

Plantea ezazu eredu lineal bat lantegiaren irabazia maximizatzeko.

2. Garagardo-lantegi batek 5 ekoizpen-zentro du 5 hiri desberdinatan: G_1, G_2, G_3, G_4 eta G_5 . Garagardo-latak erosi egiten ditu L_1, L_2 eta L_3 zentroetan. Laten hileroko eskari eta eskaintzak ondoko taulatan dator adieraziak.

Garagardo Lantegiak	Eskariak (lata/hilabete)
G_1	2.000.000
G_2	500.000
G_3	400.000
G_4	100.000
G_5	100.000

Laten Ek.-Zent.	Ekoizpena (lata/hilabete)
L_1	1.000.000
L_2	1.500.000
L_3	750.000

Laten garraio-kostuak burutu beharreko distantziaren menpe daude, eta honako taulan dator adieraziak.

	L_1	L_2	L_3
G_1	0,5	0,60	0,35
G_2	0,20	0,30	0,20
G_3	0,45	0,25	0,50
G_4	0,75	0,50	0,40
G_5	0,45	0,40	0,60

Baldintza horietan, nola antolatu beharko litzateke garraio-sistema ahalik eta merkeena izateko?

3. Lantegi batek erremintak egiten ditu bi planta desberdinatan, eta hiru bezerori saltzen dizkie. 1.000 erreminta ekoiztearen eta bezeroengana helaraztearen kostua ondoko taulan dator adierazita.

Planta	1 bezeroa	2 bezeroa	3 bezeroa
P_1	60	30	160
P_2	130	70	170

1 eta 3 bezeroek 200 euro ordaintzen dituzte 1.000 erremintagatik; 2 bezeroak 150 euro ordaintzen ditu 1000 erremintagatik. P_1 plantan 1.000 erreminta ekoizteko 200 lanordu behar dira, eta P_2 plantan 300 lanordu. Bi plantatarako guztira 5.500 lanordu daude eskuragarri. Posible da lanordu gehigarriak erostea, lanordua 20 euro kostatuko delarik. P_1 plantan gehienez 10.000 erreminta ekoitzi daitezke, eta P_2 plantan gehienez 12.000. Bezeroen eskariak ez du mugarik. Idatz ezazu eredu lineal bat erreminten ekoizpena modurik errentagarrienean antolatzen lagunduko duena.

4. Lantegi batek E_1 eta E_2 ekoizpen-zentroak ditu. Bertan A, B, C eta D produktuak ekoizten dira. Lantegiak erostetxe batekin hitzarmena sinatu du eta honako unitate-kopuruak bidaltzeko konpromezua hartu du: A produktuaren 1.000 unitate, B produktuaren 800 unitate, C produktuaren 900 unitate, D produktuaren 1.500 unitate. Ekoizpen-zentroetan egunero honako kopuruak ekoitzi daitezke:

Ekoizpen-zentrua	Produktuak			
	A	B	C	D
E_1	200	60	90	130
E_2	100	200	150	80

E_1 ekoizpen-zentroan egunero 8.000 unitateko kostuak sortzen dira lanean jarduteagatik, eta E_2 zentroan 11.000 unitatekoak. Zenbat egunetan egin beharko da lan ekoizpen-zentro bakoitzean kostuak minimo egiteko?

5. Findegi batean bi gasolina mota desberdin ekoizten da: superra eta berunik gabea. Bi gasolina hauek A eta B gehigarriak kopuru desberdinean dituzte. Legeak dioenez, bi gasolina mota horiek onargarriak izateko, dituzten A eta B gehigarri kopuruak honakoak izan behar dute: super gasolinak gutxienez A gehigarria % 40an izan behar du, eta B gehigarria aldiz gehienez % 60an; berunik gabeko gasolinak A gehigarria % 35ean izan behar du gutxienez eta B gehigarria gehienez % 50ean.

Gasolinak ekoizteko ondoko bi gordin mota desberdinak nahasten dira: Pertsiar Golkoko gordina eta Mexikoko gordina. Pertsiar Golkotik ekarritako gordinak A gehigarria % 30ean dauka eta B gehigarria % 65ean, eta 32 monetar unitate kostatzen da kupela. Mexikotik ekarritakoak, aldiz, A gehigarria % 45ean eta B gehigarria % 42an ditu, eta kupela 35 monetar unitate kostatzen da.

Super gasolinaren asteroko eskaria 600.000 kupelekoa da, eta berunik gabekoarena 400.000 kupelekoa, biak zerbitzatu beharko direlarik.

Gordin bakoitzetik erosи beharreko kupela kopurua erabakitzenten lagunduko duen eredu lineala idatz ezazu, eskariak kostu minimoan zerbitzatu ahal izateko.

6. Lantegi batean 500 m-ko luzeradun eta metro bateko zabaleradun paper-bobinak ekoizten dira. Hurrengo hilabeterako eskaria honakoa izango dela aurrikusi da:

Paper-bobina kopurua	Aabalera (zm)	Luzera (m)
500	20	500
400	30	500
250	40	500
300	70	500

Eskariari aurre egiteko, lantegian ekoizten diren metro bateko zabalerako paper-bobinak moztu egin behar dira beharrezko zabaleratako paper-bobinak lortzeko. Hala ere, mozketa hori ez da edonola egingo, paperari ahalik eta probetxurik handiena atera nahi zaiolako, guztira lantegiak ekoiztu beharko dituen metro bateko zabalerako paper-bobinak minimo izan daitezzen.

Lantegiko ekoizpen-arduradunak beharrezko zabaleratako paper-bobinak lortzeko aukera desberdin asko ikusi dituenez, taula batean aukera guztiak biltzea erabaki du.

Papera mozteko aukerak	Bobina-zabalerak				Soberan (zm)
	20 zm	30 zm	40 zm	70 zm	
1	5	0	0	0	0
2	3	0	1	0	0
3	3	1	0	0	10
4	1	0	0	1	10
5	0	1	0	1	0
6	1	1	1	0	10
7	0	2	1	0	0
8	0	3	0	0	10
9	1	0	2	0	0
10	2	2	0	0	0

Soberan gelditzen diren paper-bobinak 10 zm-ko zabalera dute, eta eragiten duten galera gehiegizkoa ez dela erabaki da, beti ere, papera birzikla baitaiteke. Idatz ezazu problema adieraziko duen eredu lineala.

Eedu Linealak eta Ebazpide Grafikoa. Ariketak

Eedu Linealak

- Nekazaritza ekologikoan diharduen familia batek etxeko marmeladak egiten ditu. Aurten goan 1000 kg sagar, 600 kg aran eta 800 kg mertxika bildu ditu. Bildutako fruta kg bakoitzaren kostua honakoa da: sagarra 0.40 euro/kg, arana 0.60 euro/kg eta mertxika 0.80 euro/kg.

Fruta hori erabiliz honako marmeladak ekoizten ditu:

- Zapore bakarrekoak: sagar-marmelada, aran-marmelada, mertxika-marmelada.
- Bi zaporezkoak: sagar eta aran marmelada, sagar eta mertxika marmelada.

Fruta kg bakoitzeko kg bat marmelada lortzen da. Bi zaporezko marmeladak osatzeko, erabilitako bi frutak kantitate berean nahasten dira, erdia eta erdia.

Marmelada kutixi-denda batean saltzen da, 2 eurotan zapore bakarreko marmelada kg eta 2.5 eurotan bi zaporezkoak. Dendak gutxieneko eskari hau egin du: 175 kg sagar-marmelada, 160 kg aran-marmelada eta 150 kg mertxika-marmelada.

Bi zaporezko marmelada erosteko ez du kutixi-dendak gutxieneko kopuru bat eskatu, baina eskaintzen zaiona erosteko prest dago. Idatz ezazu problema adieraziko duen eredu lineala, marmeladen ekoizpenetik familiak lortuko duen irabazia maximo egiteko.

- Enpresa batean bi mazedonia mota ekoitzi nahi dira: normala eta kaloriantan baxua. Mazedoniak ekoizteko erabiliko diren fruten ezaugarriak eta prezioak honakoak dira:

Fruta	Kaloriak c/kg	Kaltzioa mg/kg	Fosforoa mg/kg	C Bitamina mg/kg	Prezioa euro/kg
1. Gerezia	700	250	200	120	7
2. Sandia	300	100	90	60	0.9
3. Mangoa	580	150	220	50	4
4. Laranja	490	400	200	550	1.6
5. Meloia	300	140	160	300	1.4
6. Banana	900	90	280	100	1.5

Mazedonia kilogramoak honako eskakizunak bete beharko ditu:

- Mazedonia normala: 150 mg kaltzio gutxienez, 200 mg fosforo gutxienez eta 200 mg C bitamina gutxienez.
- Kaloriantan baxua den mazedonia: 400 kaloria gehienez, 100 mg fosforo gutxienez eta 250 mg C bitamina gutxienez.

Mazedoniak erakargarriak izan daitezzen, kolore desberdineko frutak honela nahasiko dira:

- Kolore gorria duten frutak: gerezia, sandia, %10 gutxienez.
- Kolore laranja duten frutak: mangoa, laranja, %30 gutxienez.
- Kolore txurixka duten frutak: meloia, banana, %20 gutxienez.

Prezio minimoko mazedonia kilogramoen konposizioak aurkitu nahi dira. Idatz ezazu problema adierazikoa duen eredu lineala.

3. Hiri bateko umeak bi udalekutara joatekoak dira. 1. udalekua 8 km-ra dago eta 2. udalekua 26 km-ra. Ume guztiak udaleku batera ez bada bestera joango direla ziurtatu behar da. Ahal dela, umeek nahiago dute gertuen dagoen udalekura joatea.

Udalekutara joateko izena eman duten umeen artean neskak eta ama-hizkuntza euskara dutenak gehiengoa dira. Ikus honako taula:

Ama-hizkuntza	Umeak
Euskara	650 neska, 600 mutil
Gaztelera	475 neska, 475 mutil

Bi udalekutan ziurtatu nahi da, bertara joandako umeen artean gehiengoa neskak izango direla eta gehiengoaren ama-hizkuntza euskara izango dela. 1. udalekuan gehienez 800 umerentzat dago lekua. Idatz ezazu problema adierazikoa duen eredu lineala.

4. Enpresa batean datozen sei hilabeteetarako lanaren plangintza antolatu nahi da. Bi motako lan-jantziak ekoizten dira bertan: ehun berriaz egindako lan-jantziak eta birziklatutako ehunaz egindakoak. Honakoak dira jaso diren eskariak:

Hilabetea	Ehun berriaz egindako lan-jantziak	Birziklatutako ehunezko lan-jantziak
1	100	100
2	300	150
3	500	300
4	600	200
5	200	100
6	450	300

Ehun berriaz egindako lan-jantziaren kostua 70 eurokoa da, eta birziklatutako ehunez egindakoarena 60 euro. Lan-jantzia ekoitzi eta saldua izan ez bada, hurrengo hilabete

baterako biltegira daiteke, biltegiratzearen kostua euro 1ekoa izango delarik, biltegiratua izango den hilabete bakoitzeko. Biltegiratze-ahalmena ez dago mugatuta. Ekoizpenerako aldiz, ehun berriaz egindako 400 lan-jantzi ekoizteko ahalmena dago hilabetero, eta birziklatutako ehunez egindako 200.

Idatz ezazu problema adieraziko duen eredu lineala, datozen hilabeteetarako eskariak kostu minimoan zerbitzatu nahi direla jakinda.

5. Ikasgela bateko 20 umeren artean talde bat osatu nahi da, telebistan eskola arteko lehiaketa batean parte hartzeko. Taldea gutxienez 3 ikaslez osaturik egongo da. Dena den, parte hartzeko lehentasuna emango zaie partaide kopuru txikieneko taldeei.

Lehiaketa sei gairi buruzko galderak erantzutean datza. Haurrei sei gai horiei buruzko azterketak egin zaizkie eskolan, eta lortutako emaitzetan oinarrituko da umeen aukeraketa. Honako taulan jaso dira umeek lortu dituzten emaitzak:

Gaia	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	7	8	6	5	7	9	10	5	5	7	6	8	6	7	7	6	5	7	9	5
2	7	6	5	5	9	7	7	7	6	7	6	7	8	8	6	5	6	7	7	7
3	7	7	7	6	6	5	6	7	9	7	5	5	7	7	10	6	7	8	5	7
4	8	7	6	9	7	7	5	7	8	9	6	6	7	5	7	7	7	5	6	10
5	6	5	7	6	6	5	7	7	7	6	7	5	9	7	7	7	10	6	5	5
6	7	7	10	7	5	6	6	9	6	7	8	9	5	7	7	10	6	7	7	5

Ahalik eta talderik txikiiena osatu nahi da, eta ziurtatu nahi da taldekideen artean badagoela gai bakoitzean trebea den ume bat, hau da, azterketan 8ko emaitza edo altuagoa lortu duena. Zenbat haurrek osatuko dute taldea? Zeintzuk izango dira aukeratuak? Idatz ezazu eredu lineal bat, problema planteatu eta galdera horiei erantzun ahal izateko.

Ebazpide Grafikoa

Datozen eredu linealak grafikoki ebatz itzazu eta lortutako soluzioak zein motatakoak diren esan ezazu.

1. $\min z = 2x_1 - x_2$

hauen mende

$$6x_1 - 6x_2 \leq 3$$

$$x_1 + x_2 \leq 2$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

2. $\max z = -6x_1 - 2x_2$

hauen mende

$$x_1 - 4x_2 \leq 4$$

$$x_1 + x_2 \geq 4$$

$$8x_1 - 4x_2 \geq -8$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

3. $\max z = 2x_1 + 4x_2$
hauen mende

$$\begin{aligned}3x_1 - 3x_2 &\leq 6 \\x_1 + 2x_2 &\leq 4 \\2x_1 + x_2 &\leq 5 \\x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

4. $\max z = x_1 + 4x_2$
hauen mende

$$\begin{aligned}x_1 - 2x_2 &\leq 1 \\2x_1 + 2x_2 &\geq 1 \\3x_1 - x_2 &\geq -3 \\x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

5. $\min z = x_1 + 2x_2$
hauen mende

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &\leq 6 \\x_1 + 2x_2 &\geq 2 \\x_1 - x_2 &\leq 2 \\6x_1 - 4x_2 &\geq -4 \\x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

6. $\max z = x_1 + 2x_2$
hauen mende

$$\begin{aligned}3x_1 - 2x_2 &\leq -2 \\x_1 + x_2 &\leq 4 \\2x_1 + x_2 &\geq 2 \\x_1 - x_2 &\geq 1 \\x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

7. $\max z = 6x_1 + 4x_2$
hauen mende

$$\begin{aligned}2x_1 - 2x_2 &\geq -1 \\x_1 + 2x_2 &\leq 2 \\3x_1 + x_2 &\leq 3 \\x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

8. $\min z = -x_1 - 3x_2$
hauen mende

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &\geq 1 \\6x_1 - 3x_2 &\geq -6 \\x_1 - 2x_2 &\leq 2 \\x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

Gaußo-probleme

$$\left[\begin{array}{cccccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} x_1 \\ x_{12} \\ x_{13} \\ x_{21} \\ x_{22} \\ x_{23} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} 2000 \\ 2500 \\ 1500 \\ 2000 \\ 1000 \end{array} \right]$$

52. Aufgabe

	H_1	H_2	H_3	H_4	H_5	Balancade
I_1	40	40	60	30	25	30
I_2	50	20	40	35	28	30
I_3	65	50	30	22	26	30
Estheria	10	10	20	20	30	

	10	10	10		30 20 10 0
		10	20		30 20 0
			30		30 0

1. Gara. Ikerketa Operatiboa

Sistema

Sistema errealak adierazteko zaubit urrats bate behar dira.

Problema identifikatu:

Garrailo-probleme

Eloizpen-probleme

Nahasteketan-probleme

Distira-probleme

Mozketa-probleme

...

Eredu Linealak

Eredu lineale da ondorengo sistema optimizazio nahi duen ereduak:

$$\text{opt } z = c^t x$$

hau de,

$$\text{opt } z = (c_1, c_2, c_3 \dots c_n) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

hauen mende

$$m \begin{pmatrix} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n \geq b_m \end{pmatrix} \Rightarrow Ax \leq b$$

gainera boltxore guztiek handiego edo zero.

$$(x_1, x_2, \dots, x_n)^t \geq (0, 0, \dots, 0)^t$$

a_1, a_2, \dots, a_m A matriizinho zutabekh diran.

$$\text{opt } Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n$$

haven meude

$$x_{11} + x_{22} + \dots + x_{nn} \leq b$$

Garneio - problema

H_1, H_2 eta H_3 , hirikan elloishev Bezerdek A, B, C, D.

H_1 hirikan 1000 A: 800

H_2 hirikan 2100 B: 1100

H_3 hirikan 1500 C: 900

D: 1300

x_{ij} : \rightarrow Unitate kopsive \rightarrow

Kostuve

Hirike	Bezerdek			
	A	B	C	D
H_1	10	8	10	13
H_2	19	6	15	16
H_3	14	8	9	9

$$\min Z = 10x_{1A} + 8x_{1B} + 10x_{1C} + 13x_{1D} + 19x_{2A} + 6x_{2B} + 15x_{2C} + 16x_{2D} + 14x_{3A} + 8x_{3B} + 9x_{3C} + 9x_{3D}$$

haven meude

$$x_{1A} + x_{1B} + x_{1C} + x_{1D} \leq 1.000$$

$$x_{2A} + x_{2B} + x_{2C} + x_{2D} \leq 2100$$

$$x_{3A} + x_{3B} + x_{3C} + x_{3D} \leq 1.500$$

$$x_{1A} + x_{2A} + x_{3A} \geq 800$$

$$x_{1B} + x_{2B} + x_{3B} + x_{3D} \geq 1.100$$

$$x_{1C} + x_{2C} + x_{3C} + x_{4C} \geq 900$$

$$x_{1D} + x_{2D} + x_{3D} + x_{4D} \geq 1300$$

nakashketen - problema

A eta B gasolineelloishev

	upel kopsive	kostuve
O ₁ osagai	2000	10
O ₂ osagai	3000	8
O ₃ osagai	1000	12

Dieta - Probleme

Uso tu minimolu dieta bat lortu nahi da.

Elikagailku	Bitaminak (mg/gr)				Kostua (euro/gr)
	A	B	C	D	
E ₁	2	1	0	1	0'014
E ₂	1	2	1	2	0'009
E ₃	1	0	2	0	0'013
E ₄	1	2	1	1	0'016

A bitamine gotxienet 25 mg.

B bitamine 25 mg eta 30mg artean

C bitamine gotxienet 22 mg.

D bitamine gehienet 17 mg.

X_i: i ditako izango dituen E_i elikagailku izango dituen garaia
kontibutatza.

$$\min Z = 0'014x_1 + 0'009x_2 + 0'013x_3 + 0'016x_4$$

Hauen mende,

$$2x_1 + x_2 + x_4 \geq 25$$

$$30 \geq x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 \geq 25$$

$$x_1 + 2x_3 \leq 22$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 17$$

A două Oi. osagiașenă legătura existentă %30 de că
O₂ este %20; O₃ este %30

B gasoline osagi baloitzabilă este %25

Salmenta - prețioală: A gasolinarea vale 40 de B gasolinarea,
35.

Erabelli aldegiaile: x_{ij} ; i gasoline sortătoare O_i osagibilă erabillor de
upel legătura

~~Maxim SP~~ este costul băutură de litru.

$$\text{Max } \delta = 30x_{1A} + 32x_{2A} + 28x_{3A} + 25x_{1B} + 27x_{2B} + 23x_{3B}$$

	A	B	lucruri mărite
O ₁	x_{1A}	x_{1B}	$x_{1A} + x_{1B} \leq 2.000, x_{2A} + x_{2B} \leq 3.000, x_{3A} + x_{3B} \leq 1.000$
O ₂	x_{2A}	x_{2B}	$x_{1A} \geq \frac{30}{100} (x_{1A} + x_{2A} + x_{3A})$
O ₃	x_{3A}	x_{3B}	$x_{2A} \geq \frac{20}{100} (x_{1A} + x_{2A} + x_{3A})$ $x_{3A} \leq \frac{30}{100} (x_{1A} + x_{2A} + x_{3A})$ $x_{1B} \geq \frac{25}{100} (x_{1B} + x_{2B} + x_{3B})$ $x_{2B} \geq \frac{25}{100} (x_{1B} + x_{2B} + x_{3B})$ $x_{3B} \geq \frac{25}{100} (x_{1B} + x_{2B} + x_{3B})$ $x_{1A}, x_{2A}, \dots, x_{3B} \geq 0$

Sistemul trebuie să fie
aspirindu-se capacitatea de
~~aceea~~ aceea.

*-----

Salmenta

$$\text{Prețioală} = 40(x_{1A} + x_{2A} + x_{3A}) + 35(x_{1B} + x_{2B} + x_{3B})$$

$$\text{Usturoi} = 10(x_{1A} + x_{1B}) + 8(x_{2A} + x_{2B}) + 12(x_{3A} + x_{3B})$$

1. Anhänger

Qualitätsbeurteilung Körperschäden

6 120

Selbstvermögen 1'5 1'05 8

9 100

A: Zunahme 0'5 0'2 7

,

A: Zunahme Werte 1'5 ≥ 8

Körperschäden 1'05

B: Verschlechterung Werte 0'5 ≥ 7

Körperschäden 0'2

x_{ij} : j. Kategorie wobei die i. Qualitätskriterien produktiv sind.

$$\max z = 0'3(x_{qA} + x_{gA}) + 0'45(x_{qB} + x_{gB})$$

$$\text{Selbstvermögen} = 0'5(x_{qA} + x_{gA}) + 1'5(x_{qB} + x_{gB})$$

$$\text{Körperschäden} = 0'2(x_{qA} + x_{gA}) + \cancel{0'5}(x_{qB} + x_{gB})$$

Haben manche

$$x_{qA} + x_{gA}$$

$$x_{qA} + x_{gA} \leq 100$$

$$x_{qB} + x_{gB} \leq 120$$

$$\frac{0'5x_{qA} + 1'5x_{gA}}{x_{qA} + x_{gA}} \geq 8 \Rightarrow$$

$$\frac{0'5x_{qB} + 1'5x_{gB}}{x_{qB} + x_{gB}} \geq 7 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9x_{qA} + 6x_{gA} - 8(x_{qA} + x_{gA}) \geq 0$$

$$\Rightarrow 9x_{qB} + 6x_{gB} - 7(x_{qB} + x_{gB}) \geq 0$$

Eredo Linéal de Arilada

Arilada

5 Hirri: G_1, G_2, G_3, G_4, G_5

G_1	2000.000	L_1	1600.000
G_2	500.000	L_2	1500.000
G_3	400.000	L_3	250.000
G_4	100.000		
G_5	100.000		

X_{ij} : G_i lanegaitik L_j elosipen zentroa edukatzeari deder late Kopuru.

$$\begin{aligned} \min Z = & 0'5X_{G_1L_1} + 0'6X_{G_1L_2} + 0'35X_{G_1L_3} + 0'2X_{G_2L_1} + 0'3X_{G_2L_2} + 0'2X_{G_2L_3} + 0'45X_{G_3L_1} + 0'25X_{G_3L_2} + 0'5X_{G_3L_3} + \\ & + 0'75X_{G_4L_1} + 0'5X_{G_4L_2} + 0'4X_{G_4L_3} + 0'5X_{G_5L_1} + 0'4X_{G_5L_2} + 0'6X_{G_5L_3} \end{aligned}$$

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} \geq 2.000.000$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} \leq 500.000$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} \leq 400.000$$

$$X_{41} + X_{42} + X_{43} \leq 100.000$$

$$X_{51} + X_{52} + X_{53} \leq 100.000$$

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} + X_{41} + X_{51} \leq 1000.000$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} + X_{42} + X_{52} \leq 1.500.000$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} + X_{43} + X_{53} \leq 250.000$$

$$X_{11}, X_{12}, \dots, X_{53} \geq 0$$

3. Arheta

Plante	1 bedeza	2 bedeza	3 bedeza	leverdruk (1000)
P ₁	60	30	160	200
P ₂	130	70	170	300

X_{ij}: P_i plantbare, B_j bederoari mille

$$\max z = SN - \text{Kostue} - \text{Ordekkarak} =$$

$$= 140x_{11} + 170x_{12} + 40x_{13} + 20x_{21} + 80x_{22} + 300x_{23} + 20L$$

$$SN = 200(x_{11} + x_{13} + x_{21} + x_{23}) + 150(x_{12} + x_{22})$$

$$\text{Kostue} = 60x_{11} + 30x_{12} + 160x_{13} + 130x_{21} + 20x_{22} + 170x_{23} + 20L$$

$$\text{Ordekkarak} \leq (200(x_{11} + x_{13} + x_{21} + x_{23}) + 300(x_{12} + x_{22})) / 20$$

Haven wende,

$$200(x_{11} + x_{12} + x_{13}) + 300(x_{21} + x_{22} + x_{23}) \leq 5500 + L$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 10$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 12$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j$$

$$L \geq 0$$

4. Anleiter

Elternenzentren		Produktstück			
		A	B	C	D
E_1	200	60	90	130	
	60	200	150	80	

x_i : Elternenzentren, f_i : Produktionsfaktoren

x_i : i. zentrum elternen diven egor kopusu

$$\min Z = 2000x_1 + 10000x_2$$

hava meide,

$$200x_1 + 100x_2 \geq 1000$$

$$60x_1 + 200x_2 \geq 800$$

$$90x_1 + 150x_2 \geq 900$$

$$130x_1 + 80x_2 \geq 1500$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

5. Aufgabe

Bei gasoline steht:

Super gasoline: 600.000 astrosche esterarie

Benzinik gebetan: 400.000 astero

Haben wir

Rechen gegeben

Aufgabe gestellt: X_{ij} : i. Modell gasoline j. Modell gasolin tapene

Beschränkungen: X_{ij} : i. Modell gasoline j. Modell gasolin tapene

Super

$A \geq 9640$

BG

≥ 9635

$B \leq 960$

≤ 950

P6tik

$A \leq 930$

Mtik

≤ 945

B ≤ 965

≤ 942

32

35 ← Kostve

$$\text{min } z = 32(x_{11} + x_{12}) + 35(x_{21} + x_{22})$$

haben mende

$$x_{11} + x_{21} \geq 600.000$$

$$x_{12} + x_{22} \geq 400.000 \quad \left. \begin{array}{l} \text{Eskariaren muriatapene} \end{array} \right.$$

$$30x_{11} + 45x_{21} \geq 40(x_{11} + x_{21}) \Rightarrow 30x_{11} + 45x_{21} - 40x_{11} - 40x_{21} \geq 0 \Rightarrow 5x_{21} - 10x_{11} \geq 0$$

$$30x_{12} + 45x_{22} \geq 35(x_{12} + x_{22}) \Rightarrow 30x_{12} + 45x_{22} - 35x_{12} - 35x_{22} \geq 0 \Rightarrow 10x_{22} - 5x_{12} \geq 0$$

$$65x_{11} + 42x_{21} \leq 60(x_{11} + x_{21}) \Rightarrow 65x_{11} + 42x_{21} - 60(x_{11} + x_{21}) \leq 0 \Rightarrow 5x_{11} - 18x_{21} \leq 0$$

$$65x_{12} + 45x_{22} \leq 50(x_{12} + x_{22}) \Rightarrow 65x_{12} + 45x_{22} - 50(x_{12} + x_{22}) \leq 0 \Rightarrow 15x_{12} - 5x_{22} \leq 0$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22} \geq 0$$

| Erabaki aldeagaiak

| X_{ij} : j gasoline botatzera da

| i gordinaren lepel kapurue.

| $i = 1(\text{PG}), 2(\text{M})$

| $j = 1(\text{Super}), 2(\text{BG})$

6. Aufgabe

Fällaria	Zubehör	Luzern
500	20	500
400	30	600
200	40	500
300	70	500

x_{ij} : Gaußlern erzielbar worten
den beiden Kategorien

$$\min \delta = x_1 + x_2 + \dots +$$

hören werden

Mödchen auf der

$$5x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + x_5 + x_6 \geq 500$$

$$x_2 + 2x_3 + x_5 + x_6 + 2x_7 + 3x_8 \geq 400$$

	20	30	40	70	
1	5	0	0	0	0
2	3	1	0	0	10
3	2	2	0	0	0
4	3	0	1	0	0
5	0	1	0	1	0
6	1	1	1	0	10
7	0	2	1	0	0
8	0	3	0	0	10
9	1	0	2	0	0
10	2	0	0	1	10

3. Arikete

$$1. \text{ Uddelva} \rightarrow 8\text{km} = 800$$

$$2. \text{ Uddelva} \rightarrow 26\text{km}$$

x_{ij} : i. uddelvoren; lidarunten kitz ogiten dater neske kopurue

x_{ij}' : uotul kopurue

$$\min Z = 8x_{11} + 8x_{12} + 26x_{11} + 8x_{12} + 26x_{21} + 26x_{22} + 26y_{21} + 26y_{22}$$

haven made

$$x_{11} + x_{12} \geq 400$$

~~$x_{11} + x_{21} = 650$~~

$$x_{12} + x_{22} = 475$$

$$y_{11} + y_{21} = 600$$

$$y_{12} + y_{22} = 475$$

$$x_{11} + x_{12} + y_{11} + y_{12} \leq 800$$

~~$x_{11} + x_{12} \geq 0.5(x_{11} + x_{12} + y_{11} + y_{12})$~~

$$x_{21} + x_{22} \geq 0.5(x_{21} + x_{22} + y_{21} + y_{22})$$

$$x_{11} + y_{11} \geq 0.5(x_{11} + x_{12} + y_{11} + y_{12})$$

$$x_{21} + y_{21} \geq 0.5(x_{21} + x_{22} + y_{21} + y_{22})$$

4. Aufgabe

elven Beriz \Rightarrow 70€ $\Rightarrow \leq 400$

Bierzilfwe \Rightarrow 60€ $\Rightarrow \leq 200$

400

x_{ij} : i. wodurch elvener \Leftrightarrow j. bieren eingeschlossen werden (Kapazität)

B.: billigste kostet

$$\min z = 70(x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16}) + 60(x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26})$$

haben werde

$$x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16} \leq 400$$

$$x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{24}, x_{25}, x_{26} \leq 200$$

$$x_{11} \geq 100 + y_{11}$$

$$x_{11} + x_{21} \geq 300 + (400 - x_{11})$$

$$x_{21} + x_{31} \geq 500 + (300 - x_{21})$$

$$x_{31} + x_{41} \geq 600 + (500 - x_{31})$$

$$x_{41} + x_{51} \geq 200 + (600 - x_{41})$$

$$x_{51} + x_{61} \geq 450 (600 - x_{51})$$

5. Arilat

x_i : C. Ünec

$$\min z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15}$$
$$+ x_{16} + x_{17} + x_{18} + x_{19} + x_{20}$$

havuz mende

$$x_2 + x_6 + x_7 + x_{12} + x_9 \geq 1$$

$$x_5 + x_{13} + x_{14} \geq 1$$

$$x_9 + x_{15} + x_{18} \geq 1$$

$$x_1 + x_4 + x_8 + x_{10} + x_{20} \geq 1$$

$$x_{13} + x_{17} \geq 1$$

$$x_3 + x_8 + x_{14} + x_{12} + x_{16} \geq 1$$

$$x_1 + \dots + x_{20} \geq 23$$

15. Aufgabe

x_{ij} : i. Kirschbeeteile ausgetauscht werden
j. Kirschbeeteile ausgetauscht

y_i : i. Kirschbeeteile abgezweigt werden
j. Kirschbeeteile abgezweigt

$$\text{min } z = 700(x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41}) + 1000(x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42}) + (y_1 + y_2 + y_3 + y_4)$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \leq 95.000$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \leq 36.000$$

$$x_{11} + x_{12} \geq 100.000 + y_1$$

$$y_1 + x_{21} + x_{22} = 120.000 + y_2$$

$$y_2 + x_{31} + x_{32} = 110.000 + y_3$$

$$y_3 + x_{41} + x_{42} = 90.000 + y_4$$

$$y_1, y_2, y_3, y_4 \leq 20.000$$

29. Aufgabe

x_{ij} : i. eingesen Kontrollstellen Längenfehler

y_i : i. eingesen Kontrollstellen Längenfehler

$$\text{min } z = 50(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) + 75x_6 + 90x_7 +$$

hier zuende

$$\begin{aligned} \text{min } z = & 250x_1 + 200x_2 + 25x_3 + 150x_4 + 25x_5 + 90x_6 + \\ & + 150x_7 + 75x_8 + 90x_9 + 150x_{10} + 25x_{11} + 90x_{12} + 150x_{13} + 25x_{14} + 90x_{15} + 200x_{16} + 90x_{17} + 250x_{18} \end{aligned}$$

hier zuende

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \geq 18$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \geq 16$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + y$$

Eredő Lineáris etc Elosztási Gráfjához. Árkitettség

Eredő Lineáris

f. Árkitettség

1000 kg sajtot

"

0'4 euro/kg

600 kg aran

"

0'6 euro/kg

300 kg mertville

"

0'80 euro/kg

x_{ij} : i származó termékekben stáj működve

$$i=1, 2 \quad j=1=S, 2=A, 3=M$$

$$\boxed{x_{21} = x_{11}}$$

$$\text{Max } S = SN - U = 1'6x_{11} + 1'4x_{12} + 1'2x_{13} + 2x_{22} + 1'9x_{23}$$

$$SN = 2(x_{11} + x_{12} + x_{13}) + 25(x_{22} + x_{23})$$

$$\text{Ugyancsak } 0'4x_{11} + 0'6x_{12} + 0'8x_{13} + 0'5x_{22} + 0'6x_{23}$$

$$x_{11} \geq 285$$

$$x_{12} \geq 160$$

$$x_{13} \geq 150$$

$$x_{11} + \frac{x_{22}}{2} + \frac{x_{23}}{2} \leq 1000$$

$$x_{12} + \frac{x_{22}}{2} \leq 600$$

$$x_{13} + \frac{x_{23}}{2} \leq 800$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0$$

2. Arithmetik

Fruit	Kcal/kg	Kcal/kg	mg/kg	mg/kg	Preis/kg
1. Banane	200	250	200	120	2
2. Mandarinen	300	100	90	60	0,9
3. Mango	580	150	220	50	4
4. Orange	490	400	200	550	1,6
5. Melone	300	140	160	300	1,4
6. Banane	900	90	280	100	1,5

MN \Rightarrow guthi 150 mg Kcal/kg, 200 mg Jodfuro, 200 Bitamin

KBM \Rightarrow 400 Kcalorie geladen, 100 mg Jodfuro guthi, 250 mg Bitamin

X_{ij} : ~~Feste Mengen für~~

i Nachschub j feste Menge

i = 1=MN, 2=KBM

j = 1, ..., 6

$$\min Z = 2(x_{11} + x_{21}) + 0,9(x_{12} + x_{22}) + 4(x_{13} + x_{23}) + 1,6(x_{14} + x_{24}) + \\ + 1,4(x_{15} + x_{25}) + 1,5(x_{16} + x_{26})$$

hierunter zuende,

$$x_{11} + x_{12} \geq 0,1 \quad 200x_{11} + 100x_{12} + 150x_{13} + 400x_{14} +$$

$$+ 140x_{15} + 90x_{16} \geq 150$$

$$x_{13} + x_{14} \geq 0,3 \quad 200x_{11} + 90x_{12} + 220x_{13} + 200x_{14} + 160x_{15} + 280x_{16} \geq 200$$

$$x_{23} + x_{24} \geq 0,3 \quad 120x_{11} + 60x_{12} + 50x_{13} + 550x_{14} + 300x_{15} + 160x_{16} \geq 200$$

$$x_{15} + x_{16} \geq 0,2 \quad 700x_{21} + 300x_{22} + 580x_{23} + 490x_{24} + 300x_{25} + 90x_{26} \leq 400$$

$$x_{25} + x_{26} \geq 0,2 \quad 200x_{21} + 90x_{22} + 220x_{23} + 200x_{24} + 160x_{25} + 280x_{26} \geq 100$$

$$120x_{21} + 60x_{22} + 50x_{23} + 55x_{24} + 300x_{25} + 100x_{26} \geq 250$$

$$x_{1i}, x_{2i} \geq 0 \quad i=1, \dots, 6.$$

4. Aufgabe

x_{ij} : C. hilean j. motoko elnuen eloritzeko lan-jantzi kopuru

$$i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

$j = (\text{Eihu Berria} \geq) 1, (\text{Birrak Mekutako elnuetako}) 2.$

x_{ij} : C. hilean j. motoko daanez biltzen ditu den lan-jantzi kopuru

$$i = 1, 2, 3, 4, 5$$

$$j = 1, 2$$

$$\min z = \cancel{20(x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14})}$$

$$= 20(x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} + x_{61}) + 60(x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{52} + x_{62}) +$$

$$+ y_{11} + y_{21} + y_{31} + y_{41} + y_{51} + \cancel{y_{12} + y_{22} + y_{32} + y_{42} + y_{52} + \cancel{y_{62}}}$$

haren uende

$$x_{11} = 100 + y_{11}$$

$$x_{12} = 100 + y_{12}$$

$$y_{11} + x_{21} = 300 + y_{21}$$

$$y_{12} + x_{22} = 150$$

$$y_{21} + x_{31} = 500 + y_{31}$$

$$y_{22} + x_{32} = 300$$

$$y_{31} + x_{41} = 600 + y_{41}$$

$$y_{32} + x_{42} = 200$$

$$y_{41} + x_{51} = 200 + y_{51}$$

$$y_{42} + x_{52} = 100$$

$$y_{51} + x_{61} = 450$$

$$y_{52} + x_{62} = 300$$

$$x_{11} \leq 400$$

$$x_{12} \leq 200$$

$$x_{21} \leq 400$$

$$x_{22} \leq 200$$

$$x_{31} \leq 400$$

$$x_{32} \leq 200$$

$$x_{41} \leq 400$$

$$x_{42} \leq 200$$

$$x_{51} \leq 400$$

$$x_{52} \leq 200$$

$$x_{61} \leq 400$$

$$x_{62} \leq 200$$

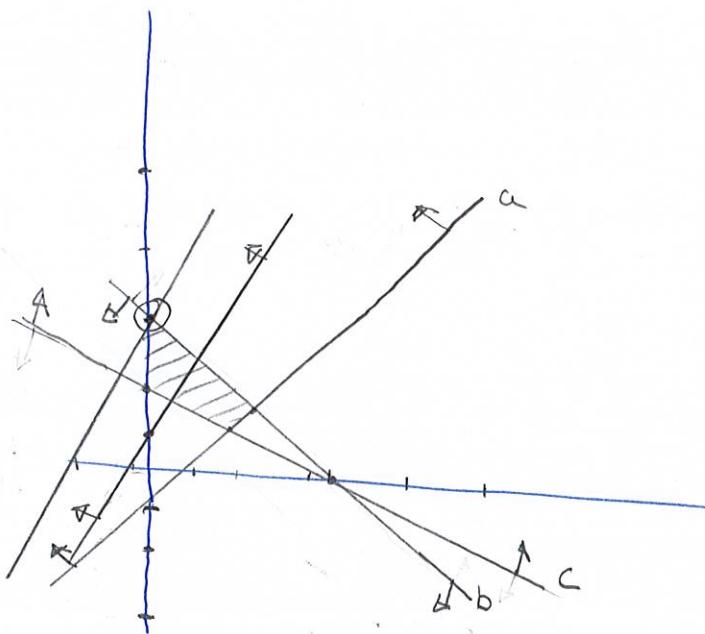
$x_{ij} \geq 0$ et. osakodena

$x_{ij} \geq 0$ et. osakodena



Einfache Graphiken

1. Artikeln



$$\min z = 2x_1 - x_2$$

haven menge

$$6x_1 - 6x_2 \leq 3 \text{ a}$$

$$x_1 + x_2 \leq 2 \text{ b}$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 2 \text{ c}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$\begin{aligned} z = 2 &\Rightarrow -2 = 2x_1 - x_2 \\ z = -\frac{1}{2} &\Rightarrow -\frac{1}{2} = 2x_1 - x_2 \end{aligned} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -2 = 2x_1 - x_2 \\ 2 = x_1 + x_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -2 = 2x_1 - x_2 \Rightarrow -2 = -x_2 \Rightarrow x_2 = 2 \\ 0 = 3x_1 \Rightarrow x_1 = 0 \end{array}$$

$$\text{Optimum } (0, 2) \Rightarrow -2 = 2x_1 - x_2$$

2. Artikeln

$$\max z = -6x_1 - 2x_2$$

haven menge

$$x_1 - 4x_2 \leq 4$$

$$x_1 + x_2 \geq 4$$

$$8x_1 - 4x_2 \geq -8$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

5. Anketa

$x_i:$ 1 + Nele australisem budego $i = 1, 2, \dots, 20$

$$\min S = x_1 + x_2 + \dots + x_{20}$$

haver mende

$$x_2 + x_6 + x_7 + x_{12} + x_{19} \geq 1$$

$$x_5 + x_{13} + x_{14} \geq 1$$

$$x_9 + x_{15} + x_{18} \geq 1$$

$$x_1 + x_4 + x_8 + x_9 + x_{10} \geq 1$$

$$x_{13} + x_{17} \geq 1$$

$$x_3 + x_8 + x_{11} + x_{12} + x_{16} \geq 1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{20} \geq 3$$