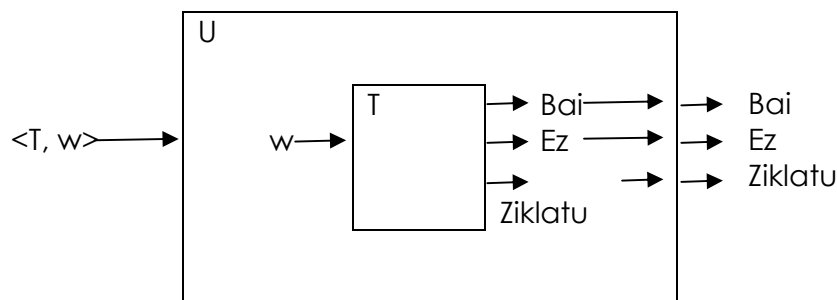


L_{bai} bereizgarria da

$$L_{bai} = \{ \langle T, w \rangle \mid T \text{ makinak } w \text{ hitzarentzat "Bai" erantzuten du} \}$$

L_{bai} bereizgarria dela frogatzeko, L_{bai} lengoaiako hitzentzat, hau da, T makinak w hitzarentzat "Bai" erantzuten du baldintza betetzen duten $\langle T, w \rangle$ erako hitzentzat (edo bikoteentzat) "Bai" erantzuten duen makina bat eraiki behar da.



U makinari (edo funtzioari) $\langle T, w \rangle$ hitza (edo bikotea) emango zaio, hau da, T makina edo funtzioa eta T makina edo funtzioarentzat datua den w elementua.

Jarraian T makina edo funtzioa w datuarekin exekutatu da eta U funtzioak T funtzioak itzulitako emaitza jasoko du:

- T makinak edo funtzioak "Bai" itzultzen badu w hitzarentzat, orduan U funtzioak edo makinak ere "Bai" itzuliko du $\langle T, w \rangle$ hitzarentzat.
- T makinak edo funtzioak "Ez" itzultzen badu w hitzarentzat, orduan U funtzioak edo makinak ere "Ez" itzuliko du $\langle T, w \rangle$ hitzarentzat.
- T makinak edo funtzioak ziklatu egiten badu, hau da erantzunik ez badu itzultzen w hitzarentzat, U makina erantzunaren zain geratuko da eta, ondorioz, U makinak edo funtzioak ere ziklatu egingo du $\langle T, w \rangle$ hitzarentzat.

Hala ere, T makinak w-rentzat "Bai" erantzuten duenean U makinak $\langle T, w \rangle$ hitzarentzat ere "Bai" erantzungo duenez, L_{bai} lengoia bereizgarria da, lengoia horretakoak diren hitzentzat "Bai" erantzuten duen makina bat (U makina) existitzen delako.

Konturatu $\langle T, w \rangle$ hitza edo bikotea L_{bai} lengoaiakoa ez bada, hau da, T makinak w hitzarentzat "Ez" erantzuten badu edo T makinak w hitzarekin ziklatu egiten badu, orduan U makinak ere "Ez" erantzungo duela edo ziklatu egingo duela $\langle T, w \rangle$ hitzarekin. Beraz, L_{bai} lengoaiakoa ez diren hitzentzat ez du "Ez" erantzungo beti, batzutan ziklatu egingo baitu.

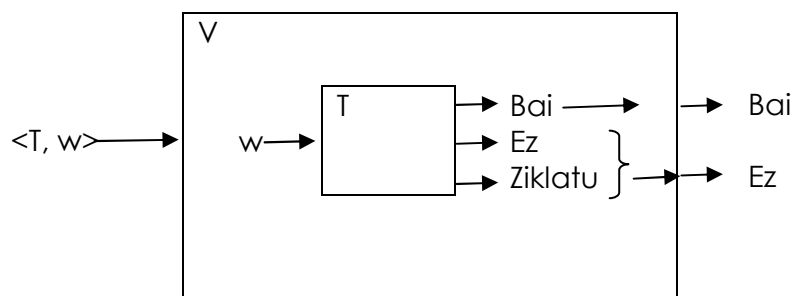
Beraz U makinaren bidez $\langle T, w \rangle$ erako hitzak edo bikoteak L_{bai} lengoaiakoa direneko kasuak ondo kontrolatzen dira baina $\langle T, w \rangle$ erako hitzak edo bikoteak L_{bai} lengoaiakoa ez direneko kasuak ez dira ondo kontrolatzen, izan ere $\langle T, w \rangle$ erako hitzak edo bikoteak L_{bai} lengoaiakoa ez direneko kasu batzuetan ez baita erantzungo, ziklatu egingo da.

L_{bai} ez da erabakigarria (erabakiezina da)

$$L_{bai} = \{ \langle T, w \rangle \mid T \text{ makinak } w \text{ hitzarentzat "Bai" erantzuten du} \}$$

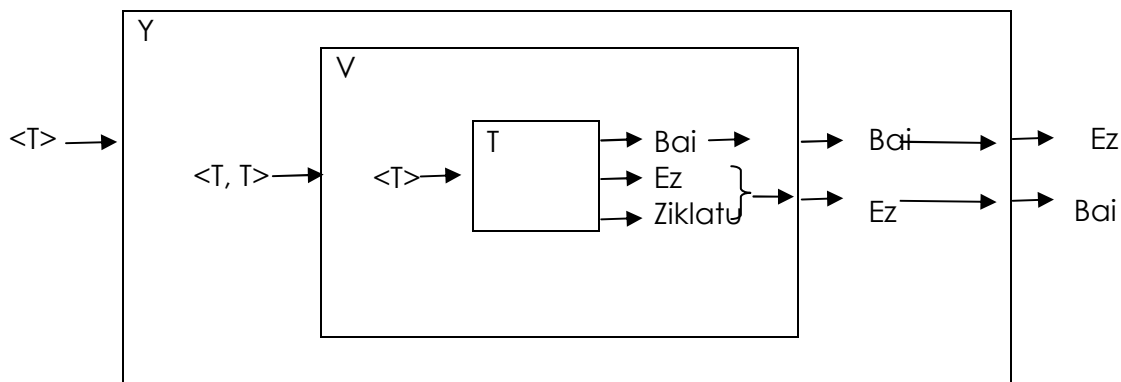
L_{bai} erabakigarria dela frogatzeko, L_{bai} lengoaiako hitzarentzat, hau da, T makinak w hitzarentzat "Bai" erantzuten du baldintza betetzen duten $\langle T, w \rangle$ erako hitzarentzat "Bai" erantzuten duen eta baldintza hori betetzen ez duten hitzarentzat "Ez" erantzuten duen makina bat eraiki beharko genuke. Makina horrek ezingo luke ziklatu inoiz. Beraz aurreko atalean eraiki dugun U makinak ez digu balio L_{bai} erabakigarria dela frogatzeko, U makinak batzutan ziklatu egiten baitu.

Kontraesanaren teknika erabiliz L_{bai} ez dela erabakigarria frogatuko dugu. Horretarako erabakigarria dela suposatuko dugu eta T makinak w hitzarentzat "Bai" erantzuten du baldintza betetzen duten $\langle T, w \rangle$ erako hitzarentzat "Bai" erantzuten duen eta baldintza hori betetzen ez duten hitzarentzat "Ez" erantzuten duen eta inoiz ziklatzen ez duen V makina bat existitzen dela suposatuko dugu.



Beraz, V -ri $\langle T, w \rangle$ erako hitz bat ematen diogunean, hau da, T makina edo funtzio baten deskribapena edo definizioa eta T makina horri eman beharreko w datua ematen dizkiogunean, V makinak (edo funtzioak) T makina edo funtzioa exekutatzen du (T makina edo funtzioari deitzen dio) datu bezala w emanez. T makinak "Bai" erantzuten badu w hitzarentzat, orduan V makinak ere "Bai" erantzungo du $\langle T, w \rangle$ hitzarentzat (edo datuarentzat). T makinak "Ez" erantzuten badu edo ziklatu egiten badu w hitzarentzat, orduan V makinak "Ez" erantzungo du $\langle T, w \rangle$ hitzarentzat.

V makina hori existitzen bada, orduan honako Y makina ere eraiki dezakegu:



Y makinari T makina bat edo funtzio baten definizioa, hau da <T> pasatzen diogunean, Y makinak V makinari deitzen dio eta datu bezala T makinaren definizioa ematen dio, V-k T exekuta dezan, eta T exekutatzerakoan erabili beharreko datu bezala ere T bera pasatzen dio V-ri (w parametroaren lekua hartuz). Lehen azaldu den bezala, T makinak <T> hitzarentzat (hau da, T makina beraren definizioarentzat) "Bai" itzultzen badu, V-k "Bai" itzuliko du <T, T> hitzarentzat eta Y-k kontrakoa, hau da, "Ez" itzuliko du <T> hitzarentzat. T makinak <T> hitzarentzat (hau da, T makina beraren definizioarentzat) "Ez" itzultzen badu edo ziklatu egiten badu, V-k "Ez" itzuliko du <T, T> hitzarentzat eta Y-k kontrakoa, hau da, "Bai" itzuliko du <T> hitzarentzat.

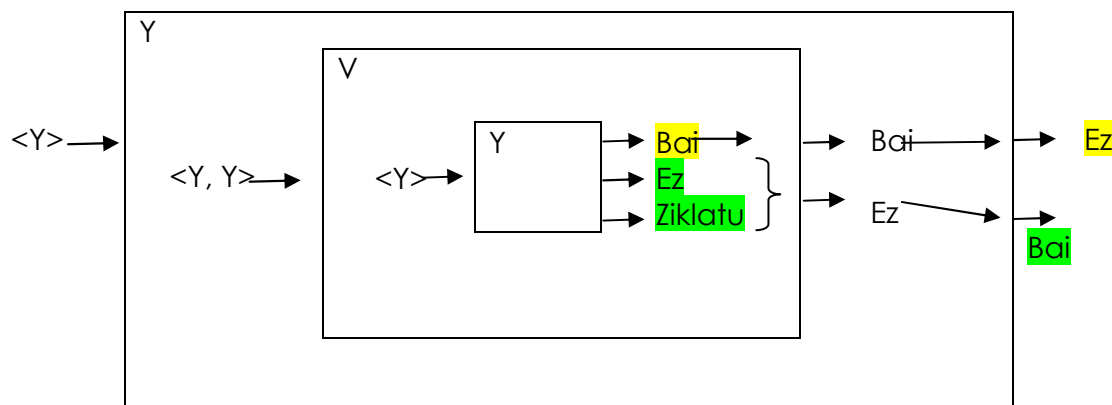
Kontraesana noiz sortzen da? Y makinari datu bezala <Y> ematen diogunean, hau da, Y-ri Y beraren deskribapena edo definizioa ematen diogunean.

- Y makinari Y makinaren definizioa, hau da, <Y> pasatzen diogunean, Y makinak V makinari deitzen dio eta datu bezala Y makina beraren definizioa ematen dio, V-k Y exekuta dezan, eta Y exekutatzerakoan erabili beharreko datu bezala ere Y bera pasatzen dio V-ri (w parametroaren lekua hartuz).
- Lehen azaldu den bezala, Y makinak <Y> hitzarentzat (hau da, Y makina beraren definizioarentzat) "Bai" itzultzen badu, V-k ere "Bai" itzuliko du <Y, Y> hitzarentzat eta Y-k kontrakoa, hau da, Y makinak <Y> hitzarentzat "Ez" itzuliko du.

KONTRAESANA: Y makinak <Y> hitzarentzat "Bai" itzultzen badu, Y makinak <Y> hitzarentzat "Ez" itzuliko du.

- Y makinak <Y> hitzarentzat (hau da, Y makina beraren definizioarentzat) "Ez" itzultzen badu edo ziklatu egiten badu, V-k "Ez" itzuliko du <Y, Y> hitzarentzat eta Y-k kontrakoa, hau da, Y makinak <Y>-rentzat "Bai" itzuliko du.

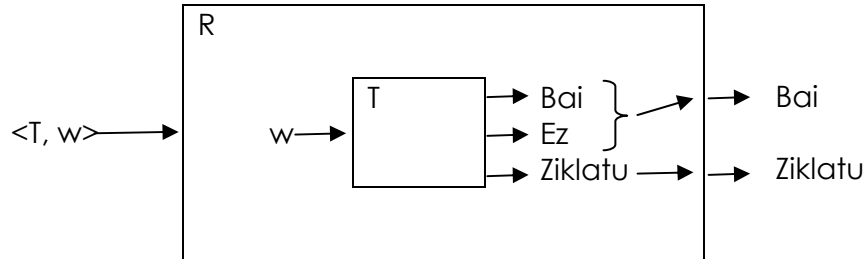
KONTRAESANA: Y makinak <Y> hitzarentzat "Ez" itzultzen badu edo ziklatu egiten badu, Y makinak <Y> hitzarentzat "Bai" itzuliko du.



L_{halt} bereizgarria da

$$L_{halt} = \{ \langle T, w \rangle \mid T \text{ makinak } w \text{ hitzarentzat "Bai" edo "Ez" erantzuten du} \}$$

L_{halt} bereizgarria dela frogatzeko, L_{halt} lengoaiako hitzentzat, hau da, T makinak w hitzarentzat "Bai" edo "Ez" erantzuten du baldintza betetzen duten $\langle T, w \rangle$ erako hitzentzat (edo bikoteentzat) "Bai" erantzuten duen makina bat eraiki behar da.



R makinari (edo funtzioari) $\langle T, w \rangle$ hitza (edo bikotea) emango zaio, hau da, T makina edo funtzioa eta T makina edo funtzioarentzat datua den w elementua.

Jarraian T makina edo funtzioa w datuarekin exekutatu da eta R funtzioak T funtzioak itzulitako emaitza jasoko du:

- T makinak edo funtzioak "Bai" itzultzen badu w hitzarentzat, orduan R funtzioak edo makinak ere "Bai" itzuliko du $\langle T, w \rangle$ hitzarentzat.
- T makinak edo funtzioak "Ez" itzultzen badu w hitzarentzat, orduan R funtzioak edo makinak "Bai" itzuliko du $\langle T, w \rangle$ hitzarentzat.
- T makinak edo funtzioak ziklatu egiten badu, hau da, erantzunik ez badu itzultzen w hitzarentzat, R makina erantzunaren zain geratuko da eta, ondorioz, R makinak edo funtzioak ere ziklatu egingo du $\langle T, w \rangle$ hitzarentzat.

Hala ere, T makinak w -rentzat "Bai" edo "Ez" erantzuten duenean R makinak $\langle T, w \rangle$ hitzarentzat "Bai" erantzungo duenez, L_{halt} lengoia bereizgarria da, lengoia horretakoak diren hitzentzat "Bai" erantzuten duen makina bat (R makina) existitzen delako.

Konturatu $\langle T, w \rangle$ hitza edo bikotea L_{halt} lengoaiakoa ez bada, hau da, T makinak w hitzarekin ziklatu egiten badu, orduan R makinak ere ziklatu egingo duela. Beraz, L_{halt} lengoaiakoa ez diren hitzentzat ez du "Ez" erantzungo, ziklatu egingo baitu.

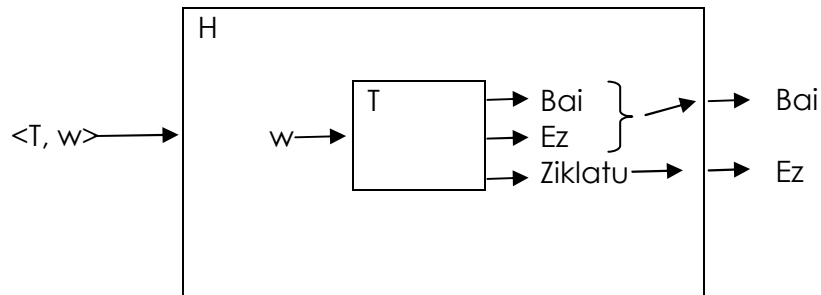
Beraz R makinaren bidez $\langle T, w \rangle$ erako hitzak edo bikoteak L_{halt} lengoaiakoa direneko kasuak ondo kontrolatzen dira baina $\langle T, w \rangle$ erako hitzak edo bikoteak L_{halt} lengoaiakoa ez direneko kasuak ez dira ondo kontrolatzen, izan ere $\langle T, w \rangle$ erako hitzak edo bikoteak L_{halt} lengoaiakoa ez direneko kasuetan ez baita erantzungo, ziklatu egingo da.

L_{halt} ez da erabakigarria (erabakiezina da)

$$L_{halt} = \{ \langle T, w \rangle \mid T \text{ makinak } w \text{ hitzarentzat "Bai" edo "Ez" erantzuten du} \}$$

L_{halt} erabakigarria dela frogatzeko, L_{halt} lengoaiako hitzarentzat, hau da, T makinak w hitzarentzat "Bai" edo "Ez" erantzuten du baldintza betetzen duten $\langle T, w \rangle$ erako hitzarentzat "Bai" erantzuten duen eta baldintza hori betetzen ez duten hitzarentzat "Ez" erantzuten duen makina bat eraiki beharko genuke. Makina horrek ezingo luke ziklatu inoiz.

Kontraesanaren teknika erabiliz L_{halt} ez dela erabakigarria frogatuko dugu. Horretarako erabakigarria dela suposatuko dugu eta T makinak w hitzarentzat "Bai" edo "Ez" erantzuten du baldintza betetzen duten $\langle T, w \rangle$ erako hitzarentzat "Bai" erantzuten duen eta baldintza hori betetzen ez duten hitzarentzat "Ez" erantzuten duen eta inoiz ziklatzen ez duen H makina bat existitzen dela suposatuko dugu.



Beraz, H-ri $\langle T, w \rangle$ erako hitz bat (edo bikote bat) ematen diogunean, hau da, T makina edo funtzio baten deskribapena edo definizioa eta T makina hori eman beharreko w datua ematen dizkiogunean, H makinak (edo funtzioak) T makina edo funtzioa exekutatzen du (T makina edo funtzioari deitzen dio) datu bezala w emanez. T makinak "Bai" erantzuten badu edo "Ez" erantzuten badu w hitzarentzat, orduan H makinak "Bai" erantzungo du $\langle T, w \rangle$ hitzarentzat (edo datuarentzat). T makinak ziklatu egiten badu w hitzarentzat, orduan H makinak "Ez" erantzungo du $\langle T, w \rangle$ hitzarentzat.