Lengoaiak, Konputazioa eta Sistema Adimendunak

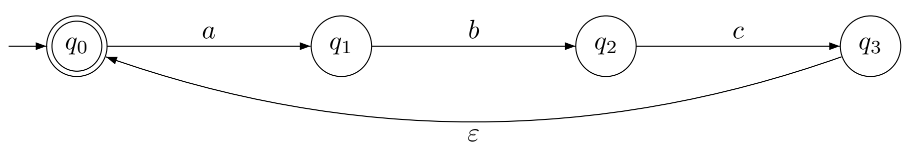
3. gaiko bigarren zatia
Bilboko IITUE
1,3 puntu
Ebazpena

2014-12-10

1 ε-AFED bati dagokion AFED-a kalkulatu (0,300 puntu)

$A = \{a, b, c\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako ε-AFED honen baliokidea den AFED-a kalkulatu klasean aurkeztutako era jarraituz:

E



E ε-AFED-ari dagokion AFED-ak egoera-kopuru bera izango du eta gainera E ε-AFED-an bi zirkulu dituzten egoerak AFED-an ere bi zirkuludunak izango dira:

Jarraian q_0 egoerak bi zirkulu izango al dituen erabaki behar izaten da. Baina hori horrela da hasieran bi zirkulu ez baditu. Kasu honetan hasieratik ditu bi zirkulu, beraz ez da ezer erabaki behar.
Orain egoera bakoitzetik sinbolo bakoitzarekin zein egoeretara iritsi gaitezkeen kalkulatu beharko da. Hasteko q_0 egoera aztertuko dugu:

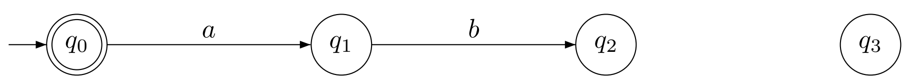
$$\begin{array}{ccc} (q_0, a) & (q_0, b) & (q_0, c) \\ | & & \\ (q_1, \varepsilon) & & \end{array}$$

ε duten konfigurazioetako egoeretara ipini beharko da gezia. Beraz q_0-tik gezi bakarra aterako da. Gezi hori q_1-era joango da (q_1, ε) konfigurazioa lortu delako. Gezi horrek a sinboloa izango du:

Orain q_1 egoera aztertuko dugu:

$$\begin{array}{ccc} (q_1, a) & (q_1, b) & (q_1, c) \\ & | & \\ & (q_2, \varepsilon) & \end{array}$$

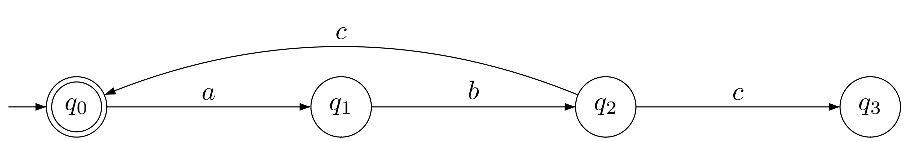
ε duten konfigurazioetako egoeretara ipini beharko da gezia. Beraz q_1-etik gezi bakarra aterako da. Gezi hori q_2-ra joango da (q_2, ε) konfigurazioa lortu delako. Gezi horrek b sinboloa izango du:



Orain q_2 egoera aztertuko dugu:

$$\begin{array}{ccc} (q_2, a) & (q_2, b) & (q_2, c) \\ & & | \\ & & (q_3, \varepsilon) \\ & & | \\ & & (q_0, \varepsilon) \end{array}$$

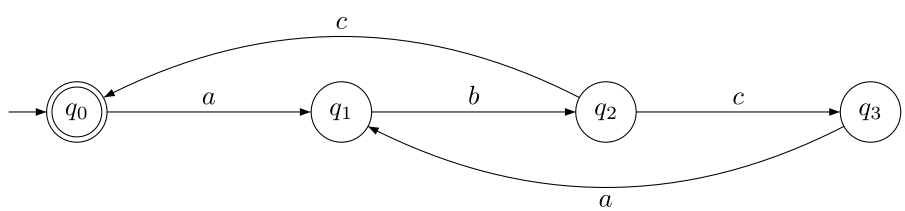
ε duten konfigurazioetako egoeretara ipini beharko da gezia. Beraz q_2-tik bi gezi aterako dira: bata q_3-ra (q_3, ε) konfigurazioa lortu delako eta bestea q_0-ra (q_0, ε) konfigurazioa lortu delako. Gezi horiek c sinboloa izango dute:



Orain q_3 egoera aztertuko dugu:

$$\begin{array}{ccc} (q_3, a) & (q_3, b) & (q_3, c) \\ | & | & | \\ (q_0, a) & (q_0, b) & (q_0, c) \\ | & & \\ (q_1, \varepsilon) & & \end{array}$$

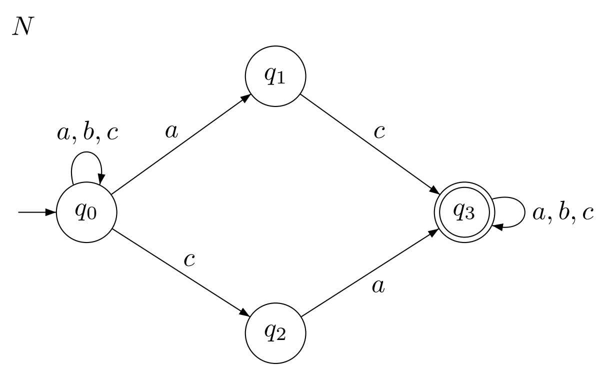
ε duten konfigurazioetako egoeretara ipini beharko da gezia. Beraz q_3-tik gezi bakarra aterako da. Gezi hori q_1-era joango da (q_1, ε) konfigurazioa lortu delako. Gezi horrek a sinboloa izango du:



Eta hori da lortu nahi genuen AFED-a.

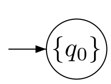
2 AFED bati dagokion AFD-a kalkulatu (0,300 puntu)

$A = \{a, b, c\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako AFED honen baliokidea den AFD-a kalkulatu klasean aurkeztutako era jarraituz:

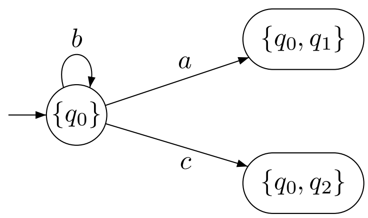


Jarraian AFED horri dagokion AFD-a kalkulatuko da. Urratsez urrats egingo da, urrats bakoitzean sortzen diren egoerak azalduz. Bukaeran egoerak berrizendatu egingo dira:

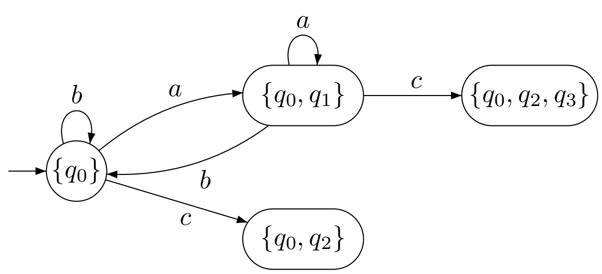
- Beti bezala, hasierako egoera $\{q_0\}$ izango da.



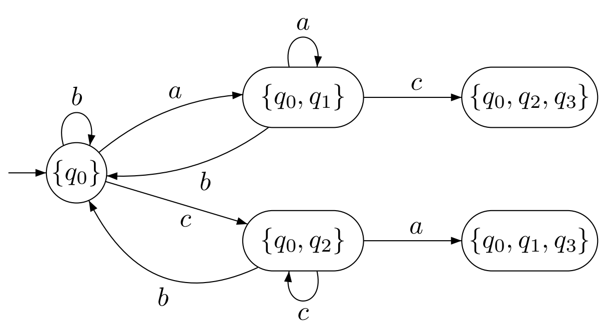
- $\{q_0\}$ egoeratik aterako diren trantsizioak kalkulatuko dira orain:
  $\nu^*(\{q_0\}, a) = \{q_0, q_1\}$, $\nu^*(\{q_0\}, b) = \{q_0\}$ eta $\nu^*(\{q_0\}, c) = \{q_0, q_2\}$



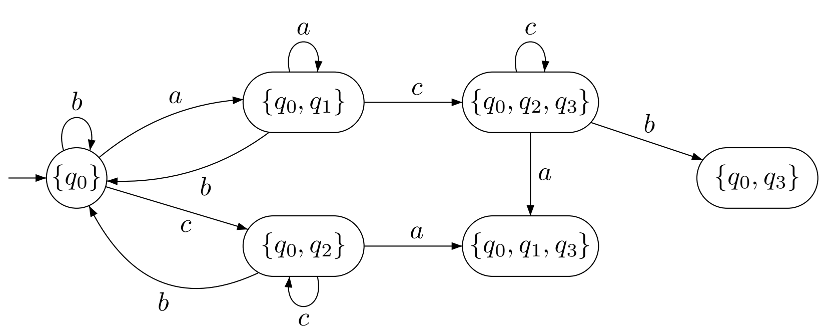
- Lehenengo $\{q_0, q_1\}$ egoera aztertuko dugu eta hor alde batetik $\nu^*(\{q_0, q_1\}, a) = \nu(q_0, a) \cup \nu(q_1, a) = \{q_0, q_1\} \cup \varnothing$, hau da, $\{q_0, q_1\}$ da. Beste aldetik, $\nu^*(\{q_0, q_1\}, b) = \nu(q_0, b) \cup \nu(q_1, b) = \{q_0\} \cup \varnothing$, hau da, $\{q_0\}$. Azkenik, $\nu^*(\{q_0, q_1\}, c) = \nu(q_0, c) \cup \nu(q_1, c) = \{q_0, q_2\} \cup \{q_3\}$, hau da, $\{q_0, q_2, q_3\}$



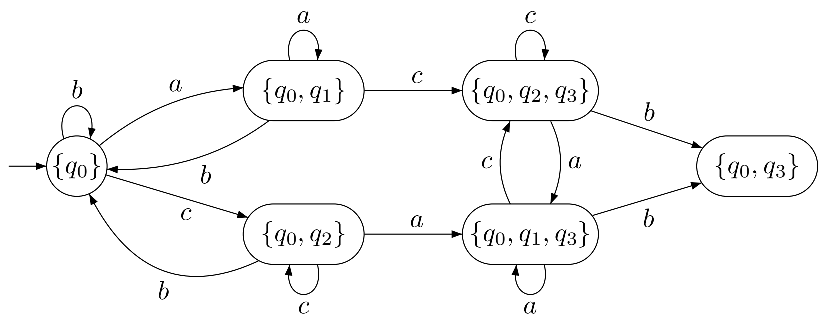
- Orain $\{q_0, q_2\}$ egoera hartuz, $\nu^*(\{q_0, q_2\}, a) = \nu(q_0, a) \cup \nu(q_2, a) = \{q_0, q_1\} \cup \{q_3\}$, hau da, $\{q_0, q_1, q_3\}$. Bestalde, $\nu^*(\{q_0, q_2\}, b) = \nu(q_0, b) \cup \nu(q_2, b) = \{q_0\} \cup \varnothing$, hau da, $\{q_0\}$. Eta c-ren kasuan, $\nu^*(\{q_0, q_2\}, c) = \nu(q_0, c) \cup \nu(q_2, c) = \{q_0, q_2\} \cup \varnothing$, hau da, $\{q_0, q_2\}$.



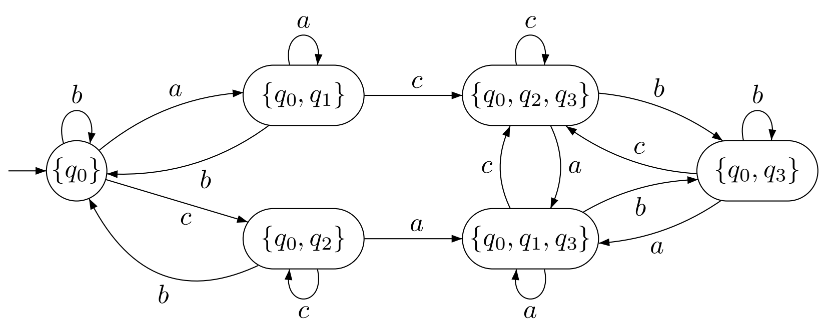
- Jarraian $\{q_0, q_2, q_3\}$ egoera hartuz, alde batetik $\nu^*(\{q_0, q_2, q_3\}, a) = \nu(q_0, a) \cup \nu(q_2, a) \cup \nu(q_3, a) = \{q_0, q_1\} \cup \{q_3\} \cup \{q_3\}$, beraz, $\{q_0, q_1, q_3\}$. Bestalde, $\nu^*(\{q_0, q_2, q_3\}, b) = \nu(q_0, b) \cup \nu(q_2, b) \cup \nu(q_3, b) = \{q_0\} \cup \varnothing \cup \{q_3\} = \{q_0, q_3\}$. Gainera, $\nu^*(\{q_0, q_2, q_3\}, c) = \nu(q_0, c) \cup \nu(q_2, c) \cup \nu(q_3, c) = \{q_0, q_2\} \cup \varnothing \cup \{q_3\}$, hau da, $\{q_0, q_2, q_3\}$.



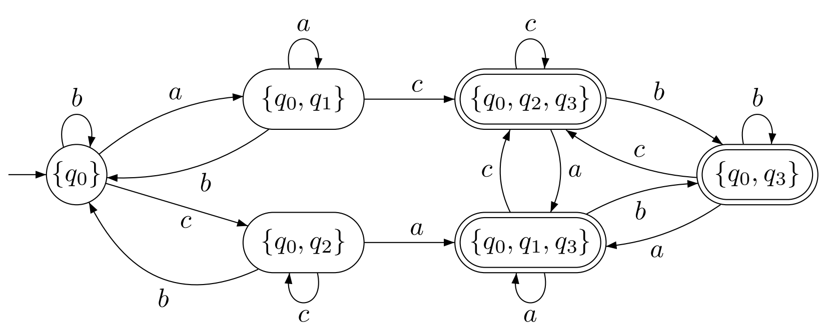
- Jarraian $\{q_0, q_1, q_3\}$ egoera hartuz, alde batetik $\nu^*(\{q_0, q_1, q_3\}, a) = \nu(q_0, a) \cup \nu(q_1, a) \cup \nu(q_3, a) = \{q_0, q_1\} \cup \varnothing \cup \{q_3\}$, beraz, $\{q_0, q_1, q_3\}$. Bestalde, $\nu^*(\{q_0, q_1, q_3\}, b) = \nu(q_0, b) \cup \nu(q_1, b) \cup \nu(q_3, b) = \{q_0\} \cup \varnothing \cup \{q_3\} = \{q_0, q_3\}$. Gainera, $\nu^*(\{q_0, q_1, q_3\}, c) = \nu(q_0, c) \cup \nu(q_1, c) \cup \nu(q_3, c) = \{q_0, q_2\} \cup \{q_3\} \cup \{q_3\}$, hau da, $\{q_0, q_2, q_3\}$.



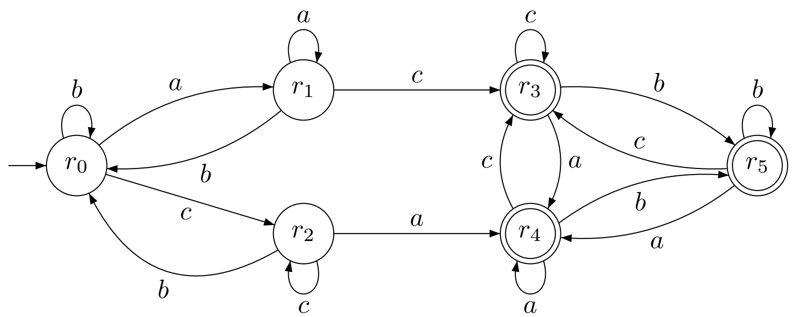
- Orain $\{q_0, q_3\}$ osatu behar da. Hor $\nu^*(\{q_0, q_3\}, a) = \nu(q_0, a) \cup \{q_3, a\} = \{q_0, q_1\} \cup \{q_3\} = \{q_0, q_1, q_3\}$ betetzen da. Bestalde, $\nu^*(\{q_0, q_3\}, b) = \nu(q_0, b) \cup \{q_3, b\} = \{q_0\} \cup \{q_3\} = \{q_0, q_3\}$ eta $\nu^*(\{q_0, q_3\}, c) = \nu(q_0, c) \cup \{q_3, c\} = \{q_0, q_2\} \cup \{q_3\} = \{q_0, q_2, q_3\}$.



- Trantsizio denak ipini ditugunez, bi zirkulu izango dituzten egoerak zein izango diren zehaztea geratzen da. Hain zuzen ere, hasierako AFED-an bi zirkulu dituen egoeraren bat duten egoerak izango dira bi zirkuludunak AFD honetan. Beraz, $\{q_0, q_2, q_3\}$, $\{q_0, q_1, q_3\}$ eta $\{q_0, q_3\}$ egoerak q_3 dutelako osagai bezala.

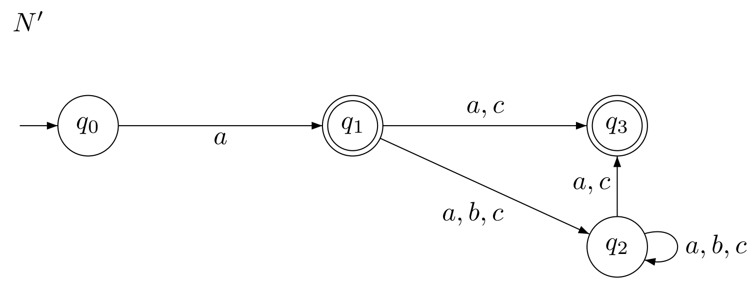


- Bukatzeko, egoerak berrizendatuko ditugu: $r_0 = \{q_0\}$, $r_1 = \{q_0, q_1\}$, $r_2 = \{q_0, q_2\}$, $r_3 = \{q_0, q_2, q_3\}$, $r_4 = \{q_0, q_1, q_3\}$ eta $r_5 = \{q_0, q_3\}$

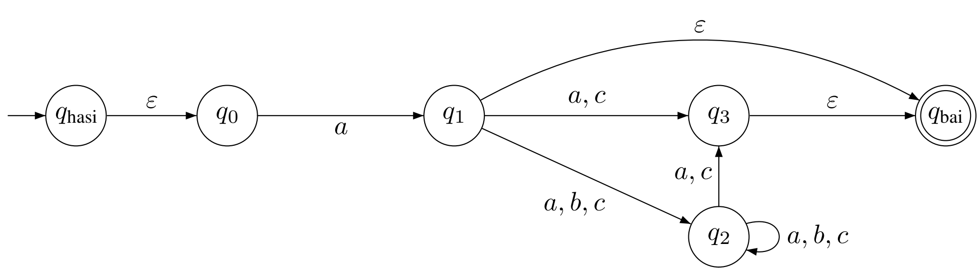


3 Automata finitu bati dagokion lengoaia erregularra kalkulatu (0,300 puntu)

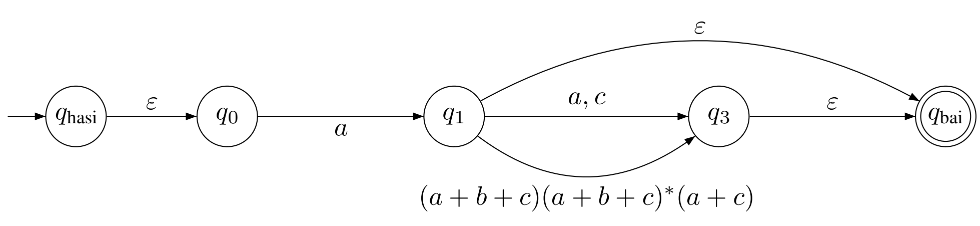
$A = \{a, b, c\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako AF honi dagokion lengoaia erregularra kalkulatu klasean aurkeztutako metodoa jarraituz:



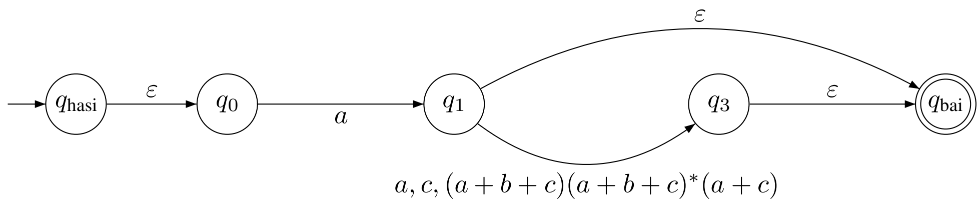
Lehenengo urrats bezala q_{hasi} eta q_{bai} egoerak ipiniko ditugu.



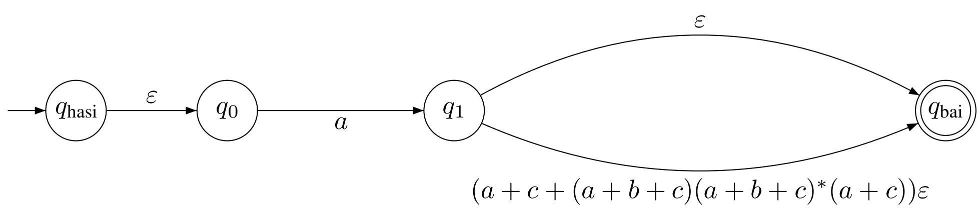
Orain q_2 ezabatuko dugu:



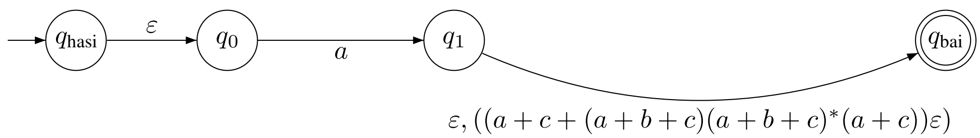
Bi egoeren artean bi gezi edo gehiago ditugunean, gezi bakarra ipini ohi dugu, sinboloak komaz bereiztuz:



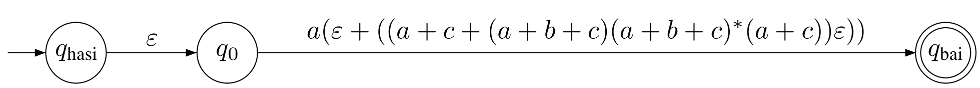
Jarraian q_3 ezabatuko dugu:



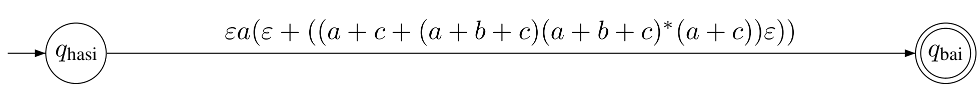
Hasteko q_1 eta q_{bai} egoeren artean gezi bakarra ipiniko dugu, aukera desberdinak komaz bereiztuz:



Orain q_1 ezabatuko da:



Bukatzeko q_0 ezabatuko da:



Beraz $\varepsilon a(\varepsilon + ((a + c + (a + b + c)(a + b + c)^*(a + c))\varepsilon))$ lengoaia lortu da. Sinplifikatuz,

$$a(\varepsilon + a + c + (a + b + c)(a + b + c)^*(a + c))$$

4 Lengoaia erregularra dela frogatu (0,100 puntu)

$A = \{a, b, c\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako lengoaia hau erregularra dela frogatu klasean aurkeztutako bidea jarraituz:

$$\{w|w \in A^* \wedge \exists u(u \in A^* \wedge |u|_a = 0 \wedge w = aaau)\}$$

Adibidez, aaa, $aaabbbbb$, $aaacc$, $aaacbbcb$, $aaabbcccb$, $aaabbbbccc$ eta $aaaccbbb$ hitzak lengoaia horretakoak dira baina ε, aa, ccc, bcc, $abbbacc$, $aaaaaabbbccb$ eta $aaabbaccc$ hitzak ez dira lengoaia horretakoak.

Lengoaia hori erregularra da bilkura ($+$), kateaketa eta itxidura ($*$) erabiliz adierazi daitekeelako:

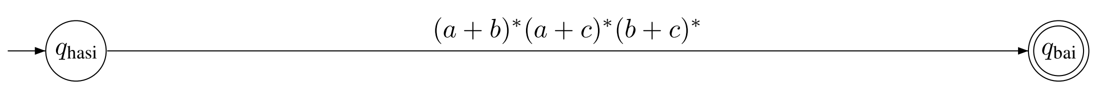
$$aaa(b + c)^*$$

5 Lengoaia erregular bati dagokion automata finitua kalkulatu (0,300 puntu)

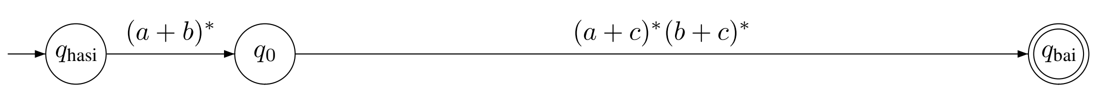
$A = \{a, b, c\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako lengoaia erregular honi dagokion automata finitua kalkulatu klasean aurkeztutako prozedura jarraituz:

$$(a + b)^*(a + c)^*(b + c)^*$$

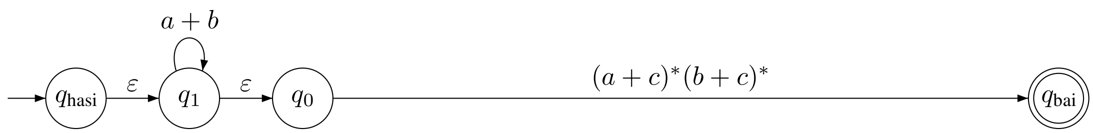
Hasteko, q_{hasi} eta q_{bai} egoerak sortu eta bien arteko gezian espresio osoa ipini:



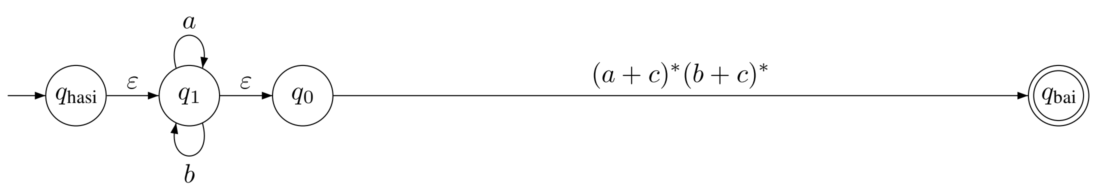
Orain espresio horretan kateatuta dauden bi zati bereiztuko ditugu: $(a + b)^*$ eta $(a + c)^*(b + c)^*$



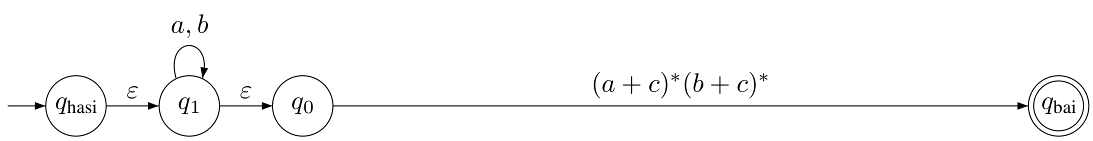
Orain $(a + b)^*$ espresioa garatuko dugu:



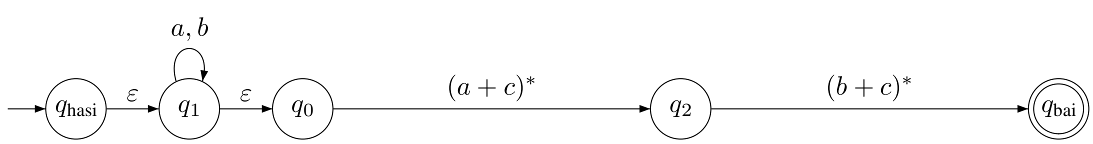
$a+b$ espresioak bi gezi sortuko lituzke:



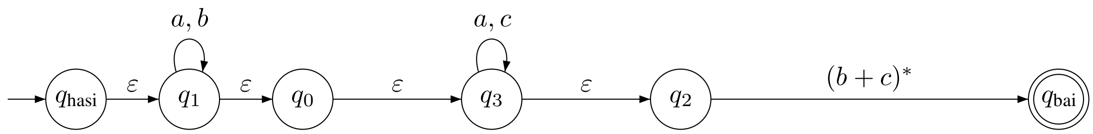
Baina espresio sinpleak direnez eta gehiago garatu beharrik ez dagoenez, gezi bakarra ipiniko dugu, sinboloak komaz bereiztuz:



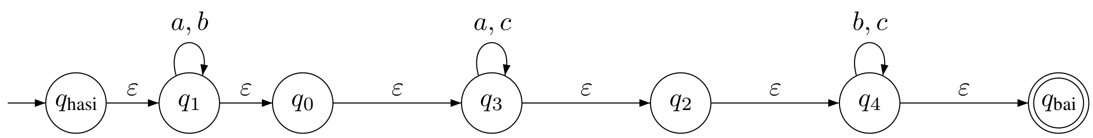
Orain $(a+c)^*(b+c)^*$ espresioa hartuko dugu, eta hasteko $(a+c)^*$ eta $(b+c)^*$ espresioak bereiztuko ditugu:



Jarraian $(a+c)^*$ espresioari dagokion begizta sortuko dugu:



Bukatzeko, $(b + c)^*$ espresioari dagokion begizta sortuko dugu:



Eta hor daukagu emaitza.