

# Lengoaiak, Konputazioa eta Sistema Adimendunak

2. gaia: Lengoaiak – 0,9 puntu – Soluzioa – Bilboko IITUE

2014-01-13

## 1 $A^*$ zenbagarria da eta $2^{A^*}$ zenbaezina da (0,325 puntu)

- 1.1. (0,025 puntu) Har dezagun  $A = \{a, b\}$  alfabetoa.  $A^*$ -ko hitzak zenbatuz joateko era egokia zein den zehaztu. Horretarako, lau elementuz osatutako lehenengo hitzera arteko hitz denak orden egokian eman (lau elementuz osatutako lehenengo hitza ere eman).

$$[\varepsilon, a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, aab, aba, abb, baa, bab, bba, bbb, aaaa, \dots]$$

- 1.2. (0,300 puntu) Har dezagun edozein  $A$  alfabeto. Kontraesanaren teknika erabiliz,  $2^{A^*}$  zenbaezina dela frogatu.

## 2 Lengoaien definizioa (0,575 puntu)

Har dezagun  $A = \{a, b, c\}$  alfabetoa:

- 2.1. (0,050 puntu) Posizio bikoiti denetan  $c$  sinboloa duten hitzez osatutako  $L_1$  lengoaiaren definizio formala eman. Dena den, posizio bakoitietan ere  $c$  ager daiteke. Ezkerreko ertzean dagoen elementua 1 posizioan dagoela kontsideratu behar da. Adibidez,  $bcacbc$ ,  $bcacbc$ ,  $\varepsilon$ ,  $ccc$ ,  $cccc$ ,  $ccacbc$ ,  $a$ ,  $b$  eta  $ccbcb$  hitzak  $L_1$  lengoaiakoak dira baina  $cba$ ,  $aa$ ,  $cabbbc$  eta  $aaa$  ez dira  $L_1$  lengoaiakoak.

$$L_1 = \{w \mid w \in A^* \wedge \forall k((1 \leq k \leq |w| \wedge k \bmod 2 = 0) \rightarrow w(k) = c)\}$$

- 2.2. (0,100 puntu) Hutsak ez diren eta  $abc$  hitza nahi adina aldiz elkartuz eratzen diren hitzez osatutako  $L_2$  lengoaiaren definizio formala eman. Adibidez,  $abc$ ,  $abcabc$  eta  $abcabcabc$  lengoaiakoak dira baina  $\varepsilon$ ,  $abba$ ,  $cccc$  eta  $abcc$  ez dira  $L_2$  lengoaiakoak.

$$L_2 = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists k(k \geq 1 \wedge w = (abc)^k)\}$$

Beste aukera bat:

$$\begin{aligned} L_2 = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \neq 0 \wedge |w| \bmod 3 = 0 \wedge w(1) = a \wedge \\ \forall k((1 \leq k \leq |w| - 1 \wedge w(k) = a) \rightarrow w(k+1) = b) \wedge \\ \forall k((1 \leq k \leq |w| - 1 \wedge w(k) = b) \rightarrow w(k+1) = c) \wedge \\ \forall k((1 \leq k \leq |w| - 1 \wedge w(k) = c) \rightarrow w(k+1) = a)\} \end{aligned}$$

- 2.3. (0,100 puntu) Hutsak ez diren eta  $a$  bakoitzaren jarraian gutxienez  $a$ -ren desberdinak diren bi elementu dituzten hitzez osatutako  $L_3$  lengoaiaren definizio formala eman. Adibidez,  $bcbbccc$ ,  $abc$ ,  $ccc$ ,  $abbbacabb$ ,  $baccbbac$  eta  $ccbcb$  lengoaiakoak dira baina  $\varepsilon$ ,  $aa$ ,  $aba$ ,  $acbcc$  eta  $ab$  ez dira  $L_3$  lengoaiakoak.

$$L_3 = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \neq 0 \wedge \forall k((1 \leq k \leq |w| \wedge w(k) = a) \rightarrow (k \leq |w| - 2 \wedge w(k+1) \neq a \wedge w(k+2) \neq a))\}$$

- 2.4. (0,075 puntu)  $abc$  azpikatea gutxienez behin duten hitzez osatutako  $L_4$  lengoaiaren definizio formala eman. Adibidez,  $ccabcaa$ ,  $aaabacabcccb$ ,  $accabcaab$ ,  $ccbaabcaab$  eta  $aabcaaa$   $L_4$  lengoaiakoak dira baina  $\varepsilon$ ,  $bacbcc$  eta  $aabbaa$  ez dira  $L_4$  lengoaiakoak.

$$L_4 = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v (u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge w = uabcv)\}$$

Beste aukera bat:

$$L_4 = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \geq 3 \wedge \exists k (1 \leq k \leq |w| - 2 \wedge w(k) = a \wedge w(k+1) = b \wedge w(k+2) = c)\}$$

- 2.5.** (0,050 puntu)  $abc$  azpikatea gutxienez behin duten eta  $a$  bakoitzaren jarraian gutxienez  $a$ -ren desberdinak diren bi elementu dituzten hitzez osatutako  $L_5$  lengoaiaren definizio formala eman. Adibidez,  $babccc$ ,  $abcaccacbabccbc$  eta  $ccabccccc$  hitzak  $L_5$  lengoaiakoak dira baina  $\varepsilon$ ,  $abcbba$ ,  $baaabb$  eta  $aaabccc$  ez dira  $L_5$  lengoaiakoak.

$$L_5 = L_4 \cap L_3$$

Beste aukera bat:

$$L_5 = L_4 \setminus \overline{L_3}$$

- 2.6.** (0,075 puntu)  $abc$  azpikatea ez duten hitzez osatutako  $L_6$  lengoaiaren definizio formala eman. Adibidez,  $\varepsilon$ ,  $aababccc$ ,  $ac$  eta  $bbbb$  hitzak  $L_6$  lengoaiakoak dira. Bestalde,  $ccbcbacaa$ ,  $aabcbc$  eta  $aabccc$  hitzak ez dira  $L_6$  lengoaiakoak.

$$L_6 = \overline{L_4}$$

- 2.7.** (0,050 puntu) Osagai denak  $a$  edo bestela  $a$ -rik ez duten hitzez osatutako  $L_7$  lengoaiaren definizio formala eman. Adibidez,  $a$ ,  $aaa$ ,  $cbbbbc$ ,  $\varepsilon$ ,  $c$ ,  $bbc$ ,  $ccc$  eta  $aaaa$  hitzak  $L_7$  lengoaiakoak dira baina  $babb$ ,  $cbbcac$  eta  $caacc$  ez dira  $L_7$  lengoaiakoak.

$$L_7 = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \neq 0 \wedge (|w|_a = |w| \vee |w|_a = 0)\}$$

- 2.8.** (0,075 puntu) Hiru edo handiagoa den luzera bakoitia eta  $a$  sinboloa hasierako, erdiko eta azkeneko posizioetan bakarrik duten hitzez osatutako  $L_8$  lengoaiaren definizio formala eman. Adibidez,  $aaa$ ,  $abaca$ ,  $ababa$  eta  $accbaccca$  hitzak  $L_8$  lengoaiakoak dira baina  $a$ ,  $acbbcc$ ,  $bba$ ,  $\varepsilon$ ,  $b$  eta  $aaabccc$  ez dira  $L_8$  lengoaiakoak.

$$L_8 = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \bmod 2 \neq 0 \wedge |w| \geq 3 \wedge |w|_a = 3 \wedge w(1) = a \wedge w(|w|) = a \wedge w((|w| \div 2) + 1) = a\}$$