

Lengoiak, Konputazioa eta Sistema Adimendunak

2. gaia: Lengoiak – 0,9 puntu – Soluzioa – Bilboko IITUE

2013-10-31

1 A^* zenbagarria da eta 2^{A^*} zenbaezina da (0,325 puntu)

- 1.1. (0,025 puntu) Har dezagun $A = \{a, b\}$ alfabetoa. A^* -ko hitzak zenbatuz joateko era egokia zein den zehaztu. Horretarako, lau sinboloz osatutako lehenengo hitzera arteko hitz denak orden egokian eman (lau sinboloz osatutako lehenengo hitza ere eman).

$$[\varepsilon, a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, aab, aba, abb, baa, bab, bba, bbb, aaaa, \dots]$$

- 1.2. (0,300 puntu) Har dezagun edozein A alfabeto. Kontraesanaren teknika erabiliz, 2^{A^*} zenbaezina dela frogatu.

2 Lengoiaren definizioa (0,575 puntu)

Har dezagun $A = \{a, b, c\}$ alfabetoa:

- 2.1. (0,025 puntu) Luzera bikoitia eta a eta c sinboloak kopuru berean dituzten hitzez osatutako L_1 lengoiaren definizio formala eman. Adibidez, $aacbbacbc$, $aacc$, ε , $bbbb$ eta $cbbabb$ hitzak L_1 lengoiakoak dira baina cba , aa eta aaa ez dira L_1 lengoiakoak.

$$L_1 = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \bmod 2 = 0 \wedge |w|_a = |w|_c\}$$

- 2.2. (0,100 puntu) Hutsak ez diren eta abc hitza nahi adina aldiz elkartzat eratzen diren hitzez osatutako L_2 lengoiaren definizio formala eman. Adibidez, abc , $abcabc$ eta $abcabcabc$ lengoiakoak dira baina ε , $abba$, $cccc$ eta $abcc$ ez dira L_2 lengoiakoak.

$$L_2 = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists k(k \geq 1 \wedge w = (abc)^k)\}$$

Otra opción:

$$\begin{aligned} L_2 = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \neq 0 \wedge |w| \bmod 3 = 0 \wedge w(1) = a \wedge \\ \forall k((1 \leq k \leq |w| - 1 \wedge w(k) = a) \rightarrow w(k+1) = b) \wedge \\ \forall k((1 \leq k \leq |w| - 1 \wedge w(k) = b) \rightarrow w(k+1) = c) \wedge \\ \forall k((1 \leq k \leq |w| - 1 \wedge w(k) = c) \rightarrow w(k+1) = a)\} \end{aligned}$$

- 2.3. (0,100 puntu) Hutsak ez diren eta a bakoitzaren ondoren gutxienez c bat duten hitzez osatutako L_3 lengoiaren definizio formala eman. Adibidez, $bebbccac$, ccc eta $ccbcb$ lengoiakoak dira baina ε , aa , abc , $acbcc$ eta ab ez dira L_3 lengoiakoak.

$$L_3 = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \neq 0 \wedge w(|w|) \neq a \wedge \forall k((1 \leq k \leq |w| - 1 \wedge w(k) = a) \rightarrow w(k+1) = c)\}$$

- 2.4. (0,075 puntu) aaa azpikatea gutxienez behin duten hitzez osatutako L_4 lengoiaren definizio formala eman. Adibidez, $ccaaaaa$, $aaabacbccb$, $accaaab$, $ccbbaabaaab$ eta $aaaaa$ L_4 lengoiakoak dira baina ε , $bacbcc$ eta $aabbaa$ ez dira L_4 lengoiakoak.

$$L_4 = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u, v (u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge w = uaaav)\}$$

Beste aukera bat:

$$L_4 = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \geq 3 \wedge \exists k (1 \leq k \leq |w| - 2 \wedge w(k) = a \wedge w(k+1) = a \wedge w(k+2) = a)\}$$

- 2.5.** (0,050 puntu) a eta c sinboloen agerpen-kopuru bera, luzera bikoitia eta aaa azpikatea duten hitzez osatutako L_5 lengoaiaren definizio formalak eman. Adibidez, $baaabcccc$, $abcaaabccbc$ eta $cbaaaccc$ hitzak L_5 lengoaiakoak dira baina ε , $abcbbb$, $baaabb$ eta $aaabccc$ ez dira L_5 lengoaiakoak.

$$L_5 = L_1 \cap L_4$$

- 2.6.** (0,075 puntu) a eta c sinboloen agerpen-kopuru bera eta luzera bikoitia duten baina aaa azpikatea ez duten hitzez osatutako L_6 lengoaiaren definizio formalak eman. Adibidez, ε , $aababccc$, ac eta $bbbb$ hitzak L_6 lengoaiakoak dira. Bestalde, $ccbbcaaa$, $aacbc$ eta $aabccc$ hitzak ez dira L_6 lengoaiakoak.

$$L_6 = L_1 \setminus L_4$$

Beste aukera bat:

$$L_6 = L_1 \cap \overline{L_4}$$

- 2.7.** (0,050 puntu) Lehenengo sinbolo bezala a edo bukaerako sinbolo bezala a duten hitzez osatutako L_7 lengoaiaren definizio formalak eman. Adibidez, a , aba , $aabccc$ eta $bbba$ hitzak L_7 lengoaiakoak dira baina $babb$, $cbbcc$, ε eta ccc ez dira L_7 lengoaiakoak.

$$L_7 = \{w \mid w \in A^* \wedge |w| \geq 1 \wedge (w(1) = a \vee w(|w|) = a)\}$$

Beste aukera bat:

$$L_7 = \{w \mid w \in A^* \wedge \exists u (u \in A^* \wedge (w = au \vee w = ua))\}$$

- 2.8.** (0,050 puntu) Ez hasierako sinbolo bezala eta ez bukaerako sinbolo bezala a ez duten hitzez osatutako L_8 lengoaiaren definizio formalak eman. Adibidez, ε , b , $cccc$, cb eta $bbcc$ hitzak L_8 lengoaiakoak dira baina a , $acbbcc$, bba eta aaa ez dira L_8 lengoaiakoak.

$$L_8 = \overline{L_7}$$

Beste aukera bat:

$$L_8 = \{w \mid w \in A^* \wedge (|w| = 0 \vee (|w| \geq 1 \wedge w(1) \neq a \wedge w(|w|) \neq a))\}$$

Beste aukera bat:

$$L_8 = \{w \mid w \in A^* \wedge \neg \exists u (u \in A^* \wedge (w = au \vee w = ua))\}$$

- 2.9.** (0,050 puntu) Baldin badaude, L_1 lengoaiakoak izanda L_2 -koak ere badiren bi hitz eta L_2 -koak bai baina L_1 -ekoak ez diren bi hitz eman.

L_1 -ekoak izanda L_2 -koak ez diren bi hitz: bb eta $abbcac$

L_2 -koak badiren baina L_1 -ekoak ez diren bi hitz: abc eta $abcabcabc$