Lengoaiak, Konputazioa eta Sistema Adimendunak

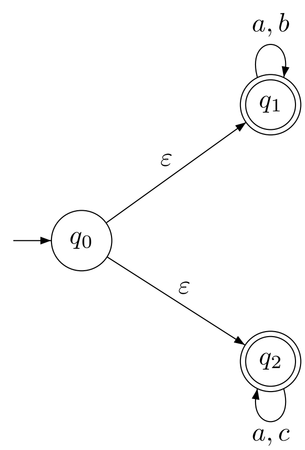
3. gaiko bigarren zatia
Bilboko IITUE
1,3 puntu
Ebazpena

2014-12-11

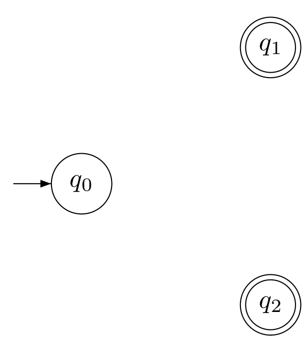
1 ε-AFED bati dagokion AFED-a kalkulatu (0,300 puntu)

$A = \{a, b, c\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako ε-AFED honen baliokidea den AFED-a kalkulatu klasean aurkeztutako era jarraituz:

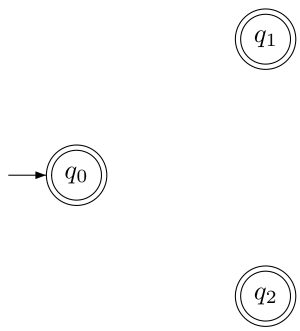
E



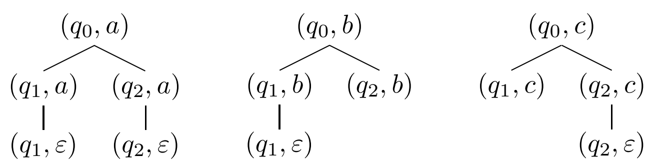
E ε-AFED-ari dagokion AFED-ak egoera-kopuru bera izango du eta gainera E ε-AFED-an bi zirkulu dituzten egoerak AFED-an ere bi zirkuludunak izango dira:



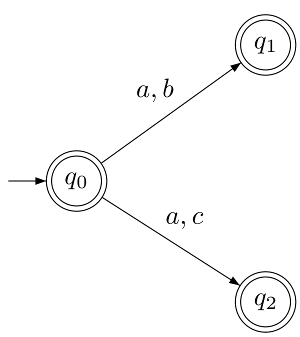
Jarraian q_0 egoerak bi zirkulu izango al dituen erabaki behar da. q_0 egoeratik abiatuz, ε trantsizioak jarraituz bi zirkulu dituen egoeraren batera iristea baldin badago, orduan q_0 egoerak bi zirkulu izango ditu. Kasu honetan q_0 egoeratik abiatuz eta bakarrik ε trantsizioak jarraituz bi zirkulu dituen egoera batera irits gaitezke: q_1 eta q_2-ra hain zuzen ere. Ondorioz q_0 egoerak bi zirkulu izango ditu.



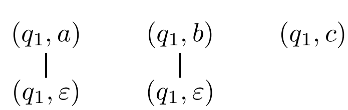
Orain egoera bakoitzetik sinbolo bakoitzarekin zein egoeretara iritsi gaitezkeen kalkulatu beharko da. q_0-tik hasiko gara:



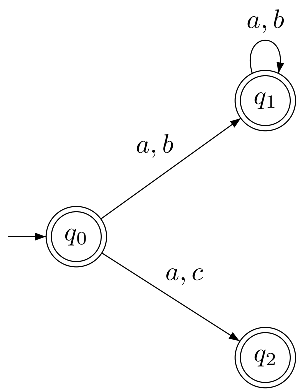
ε duten konfigurazioetako egoeretara ipini beharko da gezia. Beraz q_0-tik a sinboloarekin bi gezi aterako dira, bata q_1-era eta bestea q_2-ra. b sinboloarekin gezi bakarra aterako da q_0-tik, q_1-era doana hain zuzen ere. c-rekin ere gezi bakarra aterako da, q_2-ra doana:



Orain q_1 egoera aztertuko dugu:



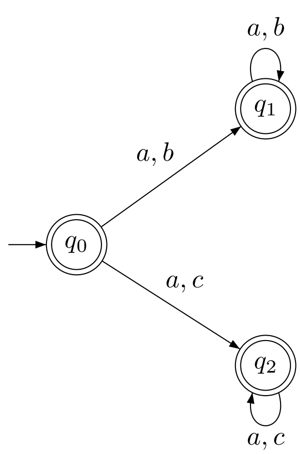
ε duten konfigurazioetako egoeretara ipini beharko da gezia. Beraz q_1-etik a-rekin eta b-rekin q_1-era joango gara eta c-rekin inora ere ez:



Orain q_2 egoera aztertuko dugu:

$$\begin{array}{ccc} (q_2, a) & (q_2, b) & (q_2, c) \\ | & & | \\ (q_2, \varepsilon) & & (q_2, \varepsilon) \end{array}$$

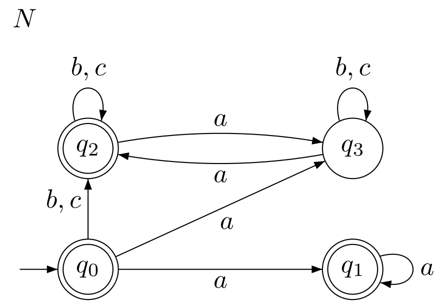
ε duten konfigurazioetako egoeretara ipini beharko da gezia. Beraz q_2-tik a-rekin eta c-rekin q_2-ra joango gara:



Eta hori da emaitza.

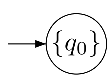
2 AFED bati dagokion AFD-a kalkulatu (0,300 puntu)

$A = \{a, b, c\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako AFED honen baliokidea den AFD-a kalkulatu klasean aurkeztutako era jarraituz:

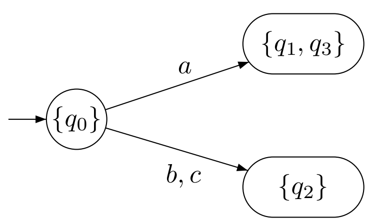


Jarraian AFED horri dagokion AFD-a kalkulatuko da. Urratsez urrats egingo da, urrats bakoitzean sortzen diren egoerak azalduz. Bukaeran egoerak berrizendatu egingo dira:

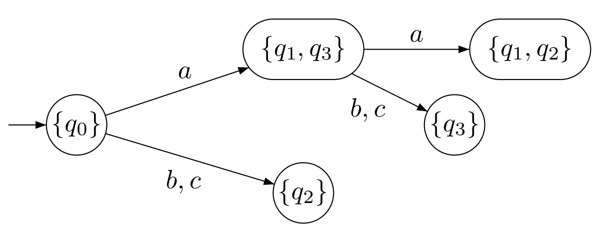
- Beti bezala, hasierako egoera $\{q_0\}$ izango da.



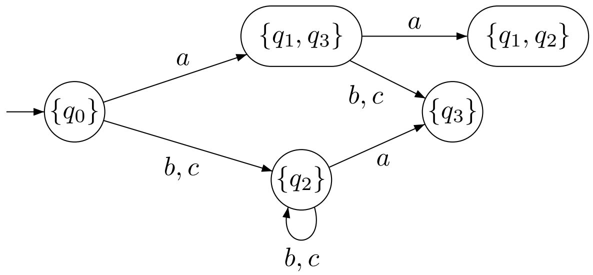
- $\nu^*(\{q_0\}, a) = \{q_1, q_3\}$, $\nu^*(\{q_0\}, b) = \{q_2\}$ eta $\nu^*(\{q_0\}, c) = \{q_2\}$



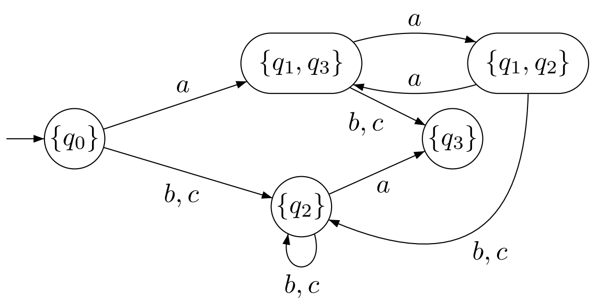
- Jarraian $\{q_1, q_3\}$ egoera aztertuko dugu. Alde batetik $\nu^*(\{q_1, q_3\}, a) = \nu(q_1, a) \cup \nu(q_3, a) = \{q_1\} \cup \{q_2\}$, hau da, $\{q_1, q_2\}$. Beste aldetik, $\nu^*(\{q_1, q_3\}, b) = \nu(q_1, b) \cup \nu(q_3, b) = \varnothing \cup \{q_3\}$, hau da, $\{q_3\}$. Bukatzeko, $\nu^*(\{q_1, q_3\}, c) = \nu(q_1, c) \cup \nu(q_3, c) = \varnothing \cup \{q_3\}$, hau da, $\{q_3\}$



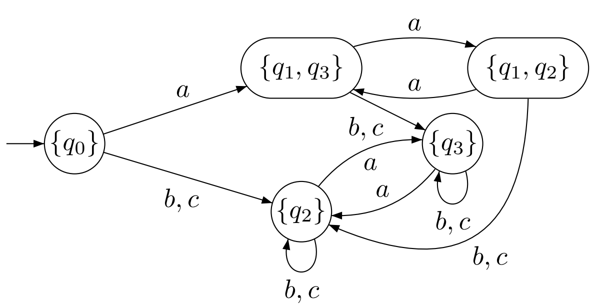
- Orain $\{q_2\}$ egoera hartuz, honako hau dugu: $\nu^*(\{q_2\}, a) = \nu(q_2, a) = \{q_3\}$, $\nu^*(\{q_2\}, b) = \nu(q_2, b) = \{q_2\}$ eta $\nu^*(\{q_2\}, c) = \nu(q_2, c) = \{q_2\}$.



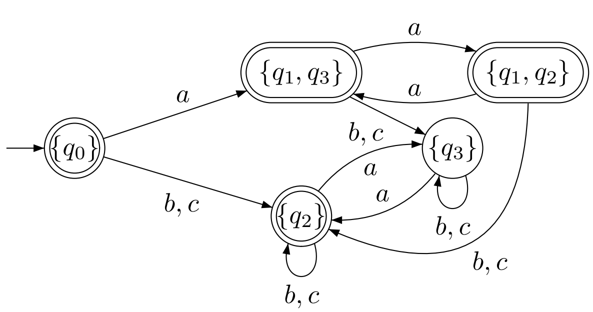
- $\{q_1, q_2\}$ egoeraren kasuan $\nu^*(\{q_1, q_2\}, a) = \nu(q_1, a) \cup \nu(q_2, a) = \{q_1\} \cup \{q_3\} = \{q_1, q_3\}$. Bestalde, $\nu^*(\{q_1, q_2\}, b) = \nu(q_1, b) \cup \nu(q_2, b) = \varnothing \cup \{q_2\} = \{q_2\}$. Eta c sinboloa hartuz, $\nu^*(\{q_1, q_2\}, c) = \nu(q_1, c) \cup \nu(q_2, c) = \varnothing \cup \{q_2\} = \{q_2\}$.



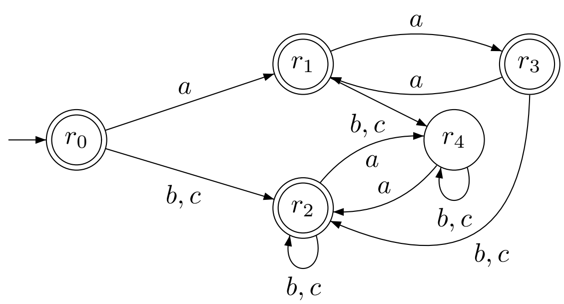
- Jarraian $\{q_3\}$ aztertuko dugu: $\nu^*(\{q_3\}, a) = \nu(q_3, a) = \{q_2\}$, $\nu^*(\{q_3\}, b) = \nu(q_3, b) = \{q_3\}$ eta $\nu^*(\{q_3\}, c) = \nu(q_3, c) = \{q_3\}$.



- Trantsizio denak ipini ditugunez, bi zirkulu izango dituzten egoerak zein izango diren zehaztea geratzen da. Hain zuzen ere, hasierako AFED-an bi zirkulu dituen egoeraren bat duten egoerak izango dira bi zirkuludunak AFD honetan. Beraz, $\{q_0\}$, $\{q_1, q_3\}$, $\{q_1, q_2\}$ eta $\{q_2\}$.

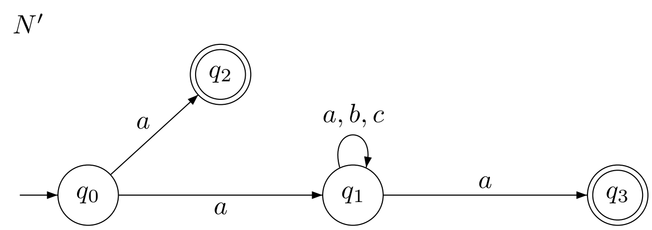


- Bukatzeko egoerak berrizendatuko ditugu: $r_0 = \{q_0\}$, $r_1 = \{q_1, q_3\}$, $r_2 = \{q_2\}$, $r_3 = \{q_1, q_2\}$ eta $r_4 = \{q_3\}$. Azkenean honako AFD hau geratu zaigu:

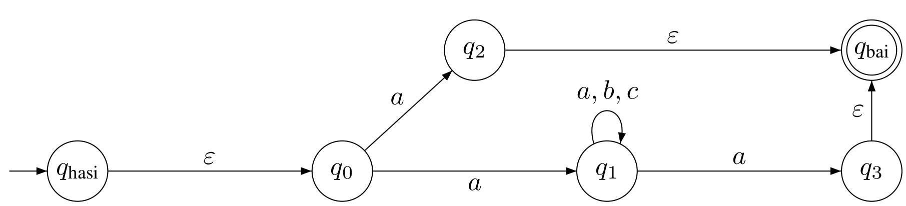


3 Automata finitu bati dagokion lengoaia erregularra kalkulatu (0,300 puntu)

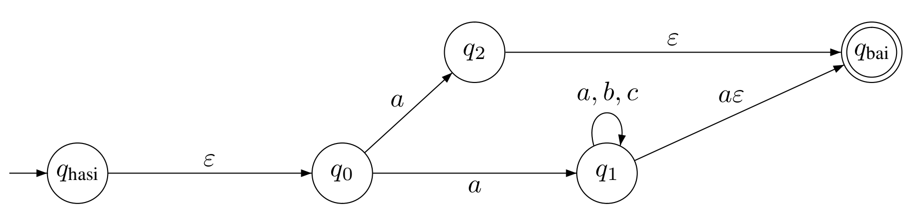
$A = \{a, b, c\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako AF honi dagokion lengoaia erregularra kalkulatu klasean aurkeztutako metodoa jarraituz:



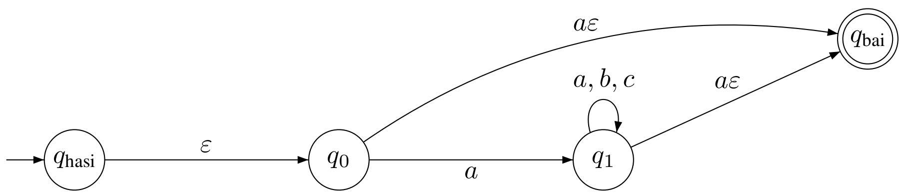
Lehenengo urrats bezala q_{hasi} eta q_{bai} egoerak ipiniko ditugu.



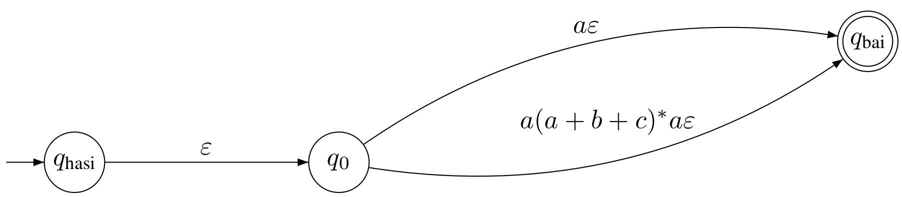
Hasteko q_3 egoera ezabatuko dugu:



Jarraian q_2 ezabatuko dugu:

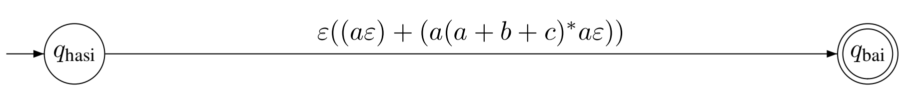


Ondoren q_1 ezabatuko dugu:



Bi egoeren artean bi gezi edo gehiago ditugunean, gezi bakarra ipini ohi dugu, sinboloak edo espresioak komaz bereiztuz:

Bukatzeko q_0 egoera azabatuko dugu:



Beraz, N' AF-ari dagokion lengoaia honako hau da:

$$\varepsilon((a\varepsilon) + (a(a+b+c)^*a\varepsilon))$$

Beharrezkoak ez diren ε-en agerpenak kenduz honako hau geratzen da:

$$a + (a(a+b+c)^*a)$$

4 Lengoaia erregularra dela frogatu (0,100 puntu)

$A = \{a, b, c\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako lengoaia hau erregularra dela frogatu klasean aurkeztutako bidea jarraituz:

$$\{w | w \in A^* \wedge \exists u, v(u \in A^* \wedge v \in A^* \wedge ((|u| = |u|_b \wedge |v| = |v|_b) \vee (|u| = |u|_c \wedge |v| = |v|_c)) \wedge w = auava)\}$$

Adibidez, $abbbabba$, $accacccca$, aaa, $abbbaa$, $aabbba$, $accccaa$ eta $aaca$ hitzak lengoaia horretakoak dira baina ε, aa, ccc, bcc, $abbbacca$, $acccabbba$, $abbbacc$ eta $acbbaccb$ hitzak ez dira lengoaia horretakoak.

Lengoaia hori erregularra da bilkura $(+)$, kateaketa eta itxidura $(*)$ erabiliz adierazi daitekeelako:

$$(a(b^*)a(b^*)a) + (a(c^*)a(c^*)a)$$

Parentesi gutxiago erabiliz honela idatz dezakegu:

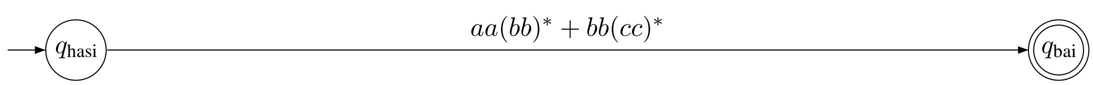
$$ab^*ab^*a + ac^*ac^*a$$

5 Lengoaia erregular bati dagokion automata finitua kalkulatu (0,300 puntu)

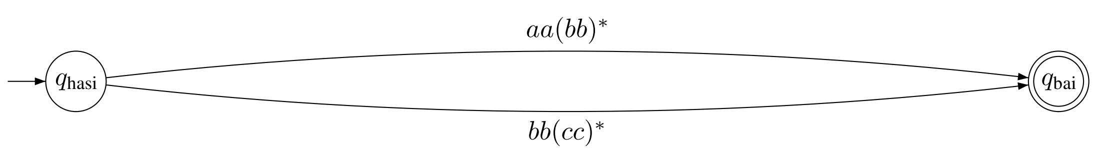
$A = \{a, b, c\}$ alfabetoaren gainean definitutako honako lengoaia erregular honi dagokion automata finitua kalkulatu klasean aurkeztutako prozedura jarraituz:

$$aa(bb)^* + bb(cc)^*$$

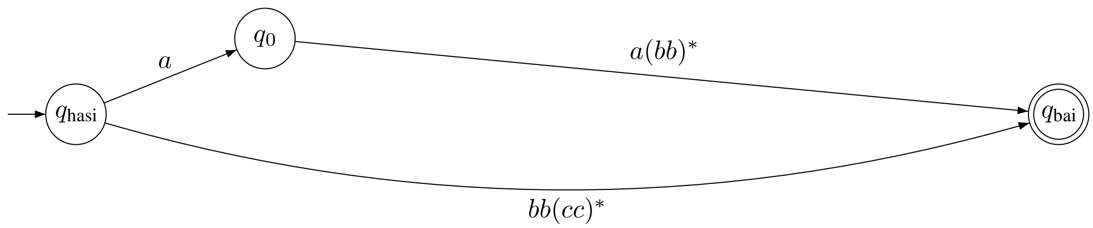
Hasteko q_{hasi} eta q_{bai} egoerak sortu eta bien arteko gezian espresio osoa ipini:



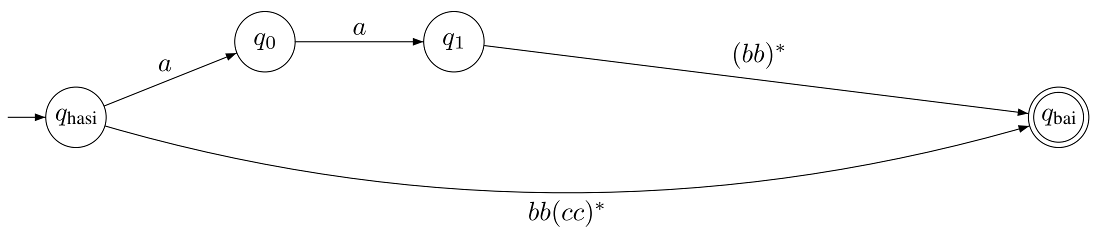
Orain bilkuraren bidez elkartutako bi zatiak bereiztuko ditugu: $aa(bb)^*$ eta $bb(cc)^*$. Ondorio bezala bi trantsizio paralelo sortuko dira



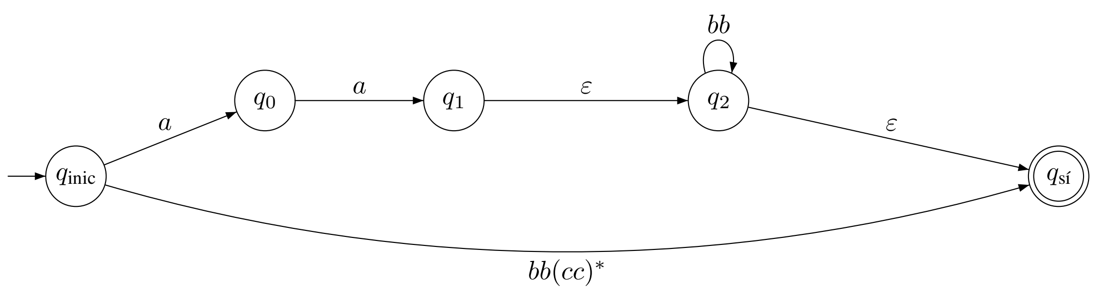
Jarraian $aa(bb)^*$ espresioa garatuko dugu. Lehenengo urrats bezala kateaketaren bidez lotuta dauden a eta $a(bb)^*$ zatiak bereiztuko ditugu:



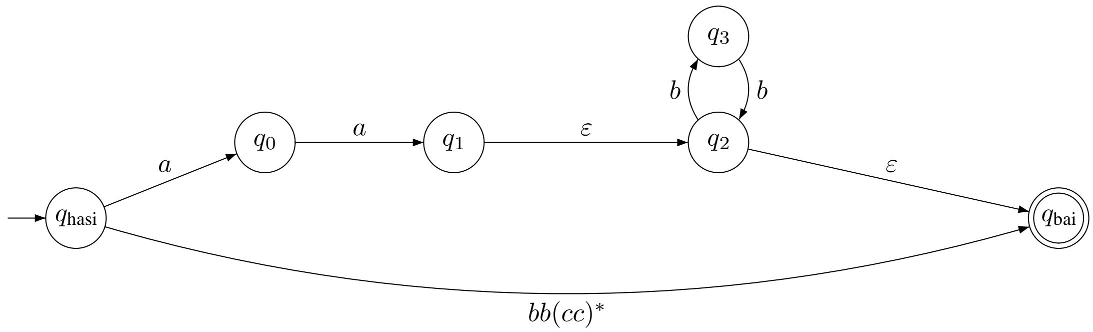
Jarraian $a(bb)^*$ espresioa garatuko dugu, horretarako a eta $(bb)^*$ zatiak bereiztuz:



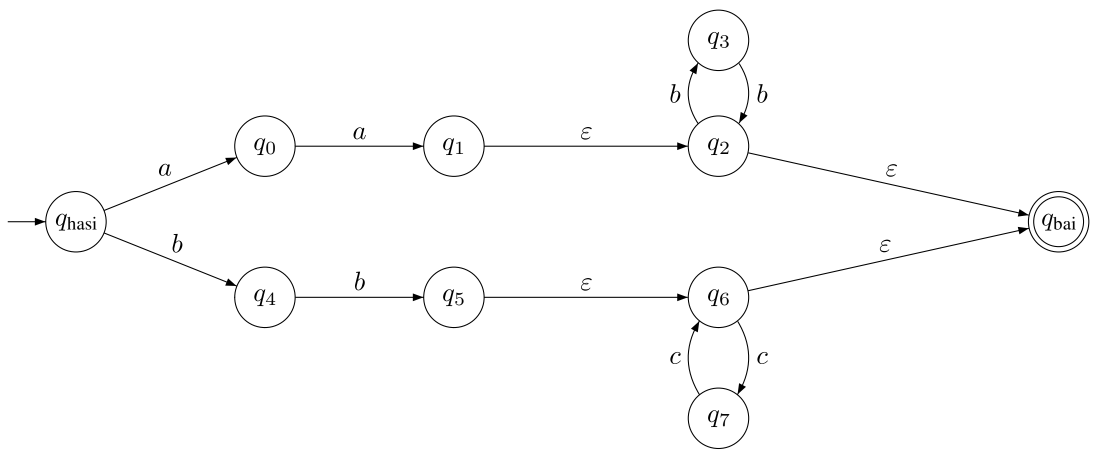
Orain $(bb)^*$ espresioarekin goaz. Begiztadun egoera berri bat sortu beharko da. Egoera berri hori ε trantsizioen bidez edo trantsizio hutsen bidez lotuko da q_1 eta q_{bai} egoerekin:



Orain begiztako bi b horiek bereiztuz, begiztako espresioa garatuko dugu:



Bukatzeko, $bb(cc)^*$ espresioa duen trantsizioa edo gezia garatzea gelditzen da. Oraintxe garatu dugun $aa(bb)^*$ espresioak duen egitura bera duenez, automata finituaren barnean ere egitura bera sortuko du. Horregatik, urrats denak eman beharrean, bukaerako emaitza bakarrik aurkeztuko dugu:



Eta bukatu dugu.