

# Lengoiak, Konputazioa eta Sistema Adimendunak

## 6. gaia – Soluzioa

Bilboko IITUE

1,5 puntu

2013-01-09

### 1 DNF monotonoen algoritmoa (0,500 puntu)

Demagun erabiltzaileak DNF monotonoa den honako  $g$  formula hau duela buruan:

$$g = x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_5$$

Aldagai kopurua 5 dela jakinda, hau da,  $n = 5$  dela jakinda, algoritmoak  $g$ -ren baliokidea den  $h$  formula bat eraiki arte erabiltzailearen eta algoritmoaren artean gertatuko den elkarrekintza urratsez-urrats zehaztu. Beraz adibide osoa garatu beharko da eta prozesu horretan algoritmoarentzat pista edo laguntza izango diren balorazio egokiak asmatu beharko dira.

*True* eta *False* idatzi beharrean  $T$  eta  $F$  idatziko da.

E:  $n = 5$ , ( $g = x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_5$ )

A:  $h = F$ ,  $h \leftrightarrow g$ ?

E: **Ez**.  $v = (T, F, F, T, F)$  balorazioarekin  $g = T$  da eta  $h = F$  da.

A: ( $v$ -tik abiatuta inplikatzailerik lehena kalkulatu da)  $v_1 = (\underline{F}, F, F, T, F)$ -rekin  $g = T$  al da?

E: Ez.

A: (Berriz  $v$  hartu eta bigarren  $T$ -a aldatu)  $v_2 = (T, F, F, \underline{F}, F)$ -rekin  $g = T$  al da?

E: Bai.

A: (Beraz aldaketa hori behin betikoa izango da. Beste aldaketarik ezin denez egin, inplikatzailerik lehena  $v_2 = (T, F, F, F, F)$  da. Orain,  $v_2$  balorazioan  $T$  balioa duten aldagaiak kontuan hartuz, algoritmoak  $h$  eguneratuko du)  $h = F \vee x_1$ ,  $h \leftrightarrow g$ ?

E: **Ez**.  $v = (F, T, F, F, F)$ -rekin  $g = T$  da eta  $h = F$  da.

A: ( $v$ -tik abiatuta inplikatzailerik lehena kalkulatu da)  $v_1 = (F, \underline{F}, F, F, F)$ -rekin  $g = T$  al da?

E: Ez.

A: (Berriz  $v$  hartu behar da. Beste aldaketarik ezin denez egin, inplikatzailerik lehena  $v = (F, T, F, F, F)$  da. Orain,  $v$  balorazioan  $T$  balioa duten aldagaiak kontuan hartuz, algoritmoak  $h$  eguneratuko du)  $h = F \vee x_1 \vee x_2$ ,

$h \leftrightarrow g$ ?

E: **Ez**.  $v = (F, F, T, T, F)$ -rekin  $g = T$  da eta  $h = F$  da.

A: ( $v$ -tik abiatuta inplikatzailerik lehena kalkulatu da)  $v_1 = (F, F, \underline{F}, T, F)$ -rekin  $g = T$  al da?

E: Ez.

A: (Berriz  $v$  hartu eta bigarren  $T$ -a aldatu)  $v_2 = (F, F, T, \underline{F}, F)$ -rekin  $g = T$  al da?

E: Bai.

A: (Beraz aldaketa hori behin betikoa izango da. Beste aldaketarik ezin denez egin, inplikatzailerik lehena  $v_2 = (F, F, T, F, F)$  da. Orain,  $v_2$  balorazioan  $T$  balioa duten aldagaiak kontuan hartuz, algoritmoak  $h$  eguneratuko du)  $h = F \vee x_1 \vee x_2 \vee x_3$ ,  $h \leftrightarrow g$ ?

E: **Ez**.  $v = (F, F, F, F, T)$ -rekin  $g = T$  da eta  $h = F$  da.

A: ( $v$ -tik abiatuta inplikatzailerik lehena kalkulatu da)  $v_1 = (F, F, F, F, \underline{F})$ -rekin  $g = T$  al da?

E: Ez.

A: (Berriz  $v$  hartu behar da. Beste aldaketarik ezin denez egin, inplikatzaile lehena  $v = (F, F, F, F, T)$  da. Orain,  $v$  balorazioan  $T$  balioa duten aldagaiak kontuan hartuz, algoritmoak  $h$  eguneratuko du)  $h = F \vee x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_5$ ,  $h \leftrightarrow g$ ?

E: **Bai** (erabiltzaileak buruan zuen  $g$  formularen baliokidea den  $h$  formula eraikitzea lortu du algoritmoak. Gogoan izan  $F \vee \psi \equiv \psi$  betetzen dela,  $\psi$  edozein formula izanda).

## 2 k-CNF-en algoritmoa (0,500 puntu)

Demagun erabiltzaileak 2-CNF-a den honako  $g$  formula hau duela buruan:

$$g = (\neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3)$$

Aldagai kopurua 3 dela jakinda, hau da,  $k = 2$  eta  $n = 3$  direla jakinda, algoritmoak  $g$ -ren baliokidea den  $h$  formula bat eraiki arte erabiltzailearen eta algoritmoaren artean gertatuko den elkarrekintza urratsez-urrats zehaztu. Beraz adibide osoa garatu beharko da eta prozesu horretan algoritmoarentzat pista edo laguntza izango diren balorazio egokiak asmatu beharko dira.

E:  $k = 2$  eta  $n = 3$ , ( $g = (\neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3)$ ). Hiru aldagai daudenez,  $g$  formulari dagokion taula honako hau da:

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$g$
1	$T$	$T$	$T$	$F$
2	$T$	$T$	$F$	$F$
3	$T$	$F$	$T$	$F$
4	$T$	$F$	$F$	$T$
5	$F$	$T$	$T$	$F$
6	$F$	$T$	$F$	$T$
7	$F$	$F$	$T$	$T$
8	$F$	$F$	$F$	$T$

Erabiltzaileak algoritmoari eman beharko dizkion balorazioetan,  $g$ -ren balioak  $T$  eta  $h$ -ren balioak  $F$  izan beharko dute. Hori dela eta, 1, 2, 3 eta 5 kasuak hasieratik baztertu ditzakegu.

A:

$$h = x_1 \wedge \neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_3 \wedge (x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (x_2 \vee x_3) \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3)$$

$$h \leftrightarrow g?$$

E: **Ez**.  $v = (T, F, F)$ -rekin  $g = T$  da eta  $h = F$  da (dibide bezala taulako 4. balorazioa eman du erabiltzaileak.)

A: ( $v = (T, F, F)$  balorazioarentzat  $h$  eta  $g$ -ren balioa berdina izan dadin, balorazio horrekin  $F$  diren  $h$ -ren osagaiak ezabatuko dira)

$$h = x_1 \wedge \neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_3 \wedge (x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (x_2 \vee x_3) \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3)$$

Beraz,  $h$  berria honako hau izango da:

$$h = x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3 \wedge (x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3)$$

$$h \leftrightarrow g?$$

E: **Ez**.  $v = (F, T, F)$ -rekin  $g = T$  da eta  $h = F$  da. (Adibide bezala taulako 6. balorazioa eman du erabiltzaileak.)

A: ( $v = (F, T, F)$  balorazioarentzat  $h$  eta  $g$ -ren balioa berdina izan dadin, balorazio horrekin  $F$  diren  $h$ -ren osagaiak ezabatuko dira.)

$$h = \frac{x_1 \wedge \neg x_2 \wedge \neg x_3 \wedge (x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3)}{(x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3)}$$

Beraz,  $h$  berria honako hau izango da:

$$h = \neg x_3 \wedge (x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3)$$

$$h \leftrightarrow g?$$

E: **Ez**.  $v = (F, F, T)$ -rekin  $g = T$  da eta  $h = F$  da. (Adibide bezala taulako 7. balorazioa eman du erabiltzaileak.)

A: ( $v = (F, F, T)$  balorazioarentzat  $h$  eta  $g$ -ren balioa berdina izan dadin, balorazio horrekin  $F$  diren  $h$ -ren osagaiak ezabatuko dira.)

$$h = \frac{\neg x_3 \wedge (x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3)}{(x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3)}$$

Beraz,  $h$  berria honako hau izango da:

$$h = (\neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3)$$

$$h \leftrightarrow g?$$

E: **Bai**. (erabiltzaileak buruan zuen  $g$  formularen baliokidea den  $h$  formula eraikitzea lortu du algoritmoak). Kasu honetan  $g$  formula era zehatzean lortu da. Gainera taulako 8. balorazioaren beharrik ez da egon.

### 3 k-DNF-en algoritmoa (0,500 puntu)

Demagun erabiltzaileak 2-DNF-a den honako  $g$  formula hau duela buruan:

$$g = (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3)$$

Aldagai kopurua 3 dela jakinda, hau da,  $k = 2$  eta  $n = 3$  direla jakinda, algoritmoak  $g$ -ren baliokidea den  $h$  formula bat eraiki arte erabiltzailearen eta algoritmoaren artean gertatuko den elkarrekintza urratsez-urrats zehaztu. Beraz adibide osoa garatu beharko da eta prozesu horretan algoritmoarentzat pista edo laguntza izango diren balorazio egokiak asmatu beharko dira.

U:  $k = 2$  eta  $n = 3$ , ( $g = (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3)$ ). Hiru aldagai daudenez,  $g$  formulari dagokion taula honako hau da:

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$g$
1	$T$	$T$	$T$	$F$
2	$T$	$T$	$F$	$F$
3	$T$	$F$	$T$	$F$
4	$T$	$F$	$F$	$T$
5	$F$	$T$	$T$	$F$
6	$F$	$T$	$F$	$T$
7	$F$	$F$	$T$	$T$
8	$F$	$F$	$F$	$T$

Erabiltzaileak algoritmoari eman beharko dizkion balorazioetan,  $g$ -ren balioak  $F$  eta  $h$ -ren balioak  $T$  izan beharko dute. Hori dela eta, 4, 6, 7 eta 8 kasuak hasieratik baztertu ditzakegu.

A:

$$\begin{aligned}
 h = & x_1 \vee \neg x_1 \vee x_2 \vee \neg x_2 \vee x_3 \vee \neg x_3 \vee \\
 & (x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge \neg x_2) \vee (x_1 \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\
 & (\neg x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge x_3) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\
 & (x_2 \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_2 \wedge x_3) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3)
 \end{aligned}$$

$h \leftrightarrow g?$

E: **Ez**.  $v = (T, T, T)$  balorazioarekin  $g = F$  da eta  $h = T$  da (Adibide bezala taulako 1. balorazioa eman du erabiltzaileak.)

A: ( $v = (T, T, T)$  balorazioarentzat  $h$  eta  $g$ -ren balioa berdina izan dadin, balorazio horrekin  $T$  diren  $h$ -ren osagaiak ezabatuko dira.)

$$\begin{aligned}
 h = & \underline{x_1} \vee \neg x_1 \vee \underline{x_2} \vee \neg x_2 \vee \underline{x_3} \vee \neg x_3 \vee \\
 & (\underline{x_1} \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\underline{x_1} \wedge x_3) \vee (x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\
 & (\neg x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge x_3) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\
 & (\underline{x_2} \wedge x_3) \vee (x_2 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_2 \wedge x_3) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3)
 \end{aligned}$$

Beraz,  $h$  berria honako hau izango da:

$$\begin{aligned}
 h = & \neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3 \vee \\
 & (x_1 \wedge \neg x_2) \vee (x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\
 & (\neg x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge x_3) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\
 & (x_2 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_2 \wedge x_3) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3)
 \end{aligned}$$

$h \leftrightarrow g?$

E: **Ez**.  $v = (T, T, F)$  balorazioarekin  $g = F$  da eta  $h = T$  da (Adibide bezala taulako 2. balorazioa eman du erabiltzaileak.)

A: ( $v = (T, T, F)$  balorazioarentzat  $h$  eta  $g$ -ren balioa berdina izan dadin, balorazio horrekin  $T$  diren  $h$ -ren osagaiak ezabatuko dira.)

$$\begin{aligned}
 h = & \neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \underline{\neg x_3} \vee \\
 & (x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\underline{x_1 \wedge \neg x_3}) \vee \\
 & (\neg x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge x_3) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\
 & (\underline{x_2 \wedge \neg x_3}) \vee (\neg x_2 \wedge x_3) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3)
 \end{aligned}$$

Beraz,  $h$  berria honako hau izango da:

$$\begin{aligned}
 h = & \neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \\
 & (x_1 \wedge \neg x_2) \vee \\
 & (\neg x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge x_3) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_3) \vee \\
 & (\neg x_2 \wedge x_3) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3)
 \end{aligned}$$

$$h \leftrightarrow g?$$

E: **Ez**.  $v = (T, F, T)$  balorazioarekin  $g = F$  da eta  $h = T$  da (Adibide bezala taulako 3. balorazioa eman du erabiltzaileak.

A: ( $v = (T, F, T)$  balorazioarentzat  $h$  eta  $g$ -ren balioa berdina izan dadin, balorazio horrekin  $T$  diren  $h$ -ren osagaiak ezabatuko dira.)

$$h = \frac{\neg x_1 \vee \neg x_2}{(x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge x_3) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_2 \wedge x_3) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3)}$$

Beraz,  $h$  berria honako hau izango da:

$$h = \frac{\neg x_1}{(\neg x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge x_3) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3)}$$

$$h \leftrightarrow g?$$

E: **Ez**.  $v = (F, T, T)$  balorazioarekin  $g = F$  da eta  $h = T$  da (Adibide bezala taulako 3. balorazioa eman du erabiltzaileak.

A: ( $v = (F, T, T)$  balorazioarentzat  $h$  eta  $g$ -ren balioa berdina izan dadin, balorazio horrekin  $T$  diren  $h$ -ren osagaiak ezabatuko dira.)

$$h = \frac{\neg x_1}{(\neg x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge x_3) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3)}$$

Beraz,  $h$  berria honako hau izango da:

$$h = \frac{(\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3)}{(\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge \neg x_3) \vee (\neg x_2 \wedge \neg x_3)}$$

$$h \leftrightarrow g?$$

E: **Bai**. (Erabiltzaileak buruan zuen  $g$  formularen baliokidea den  $h$  formula eraikitzea lortu du algoritmoak)