

Lengoiak, Konputazioa eta Sistema Adimendunak

6. gaia: Sistema Adimendunak

Soluzioa
Bilboko IITUE
0,9 puntu

2013-12-04

1 DNF monotonoen algoritmoa (0,300 puntu)

Demagun erabiltzaileak DNF monotonoa den honako g formula hau duela buruan:

$$g = x_1 \vee (x_2 \wedge x_4) \vee x_5$$

Aldagai kopurua 5 dela jakinda, hau da, $n = 5$ dela jakinda, algoritmoak g -ren baliokidea den h formula bat eraiki arte erabiltzailearen eta algoritmoaren artean gertatuko den elkarrekintza urratsez-urrats zehaztu. Beraz adibide osoa garatu beharko da eta prozesu horretan algoritmoarentzat pista edo laguntza izango diren balorazio egokiak asmatu beharko dira.

True eta *False* idatzi beharrean *T* eta *F* idatziko da.

E: $n = 5$, $(g = x_1 \vee (x_2 \wedge x_4) \vee x_5)$

A: $h = F$, $h \leftrightarrow g?$

E: **Ez**. $v = (T, F, F, T, F)$ balorazioarekin $g = T$ da eta $h = F$ da.

A: (v -tik abiatuta inplikatzailerik lehena kalkulatu da) $v_1 = (\underline{E}, F, F, T, F)$ -rekin $g = T$ al da?

E: Ez.

A: (Berriz v hartu eta bigarren T -a aldatu) $v_2 = (T, F, F, \underline{E}, F)$ -rekin $g = T$ al da?

E: Bai.

A: (Beraz aldaketa hori behin betikoa izango da. Beste aldaketarik ezin denez egin, inplikatzailerik lehena $v_2 = (T, F, F, F, F)$ da. Orain, v_2 balorazioan T balioa duten aldagaiak kontuan hartuz, algoritmoak h eguneratuko du) $h = F \vee x_1$, $h \leftrightarrow g?$

E: **Ez**. $v = (F, T, F, T, F)$ -rekin $g = T$ da eta $h = F$ da.

A: (v -tik abiatuta inplikatzailerik lehena kalkulatu da) $v_1 = (F, \underline{E}, F, T, F)$ -rekin $g = T$ al da?

E: Ez.

A: (Berriz v hartu behar da eta T balioaren bigarren agerpena F balioaz ordezkatu dugu). $v_2 = (F, T, F, \underline{E}, F)$ -rekin $g = T$ al da?

E: Ez.

A: (Berriz v hartu behar da. Beste aldaketarik ezin denez egin, inplikatzailerik lehena $v = (F, T, F, T, F)$ da. Orain, v balorazioan T balioa duten aldagaiak kontuan hartuz, algoritmoak h eguneratuko du) $h = F \vee x_1 \vee (x_2 \wedge x_4)$, $h \leftrightarrow g?$

E: **Ez**. $v = (F, F, T, F, T)$ -rekin $g = T$ da eta $h = F$ da.

A: (v -tik abiatuta inplikatzailerik lehena kalkulatu da) $v_1 = (F, F, \underline{E}, F, T)$ -rekin $g = T$ al da?

E: Bai.

A: (Beraz aldaketa hori behin betikoa izango da.) $v_2 = (F, F, F, F, \underline{E})$ -rekin $g = T$ al da?

E: Ez.

A: (Berriz v_1 hartu behar da. Beste aldaketarik ezin denez egin, inplikatzailerik lehena $v_1 = (F, F, F, F, T)$ da. Orain, v_1 balorazioan T balioa duten aldagaiak kontuan hartuz, algoritmoak h eguneratuko du) $h = F \vee x_1 \vee (x_2 \wedge x_4) \vee x_5$, $h \leftrightarrow g?$

E: **Bai** (erabiltzaileak buruan zuen g formularen baliokidea den h formula eraikitzea lortu du algoritmoak. Gogoan izan $F \vee \psi \equiv \psi$ betetzen dela, ψ edozein formula izanda).

2 k-CNF-en algoritmoa (0,300 puntu)

Demagun erabiltzaileak 2-CNF-a den honako g formula hau duela buruan:

$$g = (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (x_3)$$

Aldagai kopurua 3 dela jakinda, hau da, $k = 2$ eta $n = 3$ direla jakinda, algoritmoak g -ren baliokidea den h formula bat eraiki arte erabiltzailearen eta algoritmoaren artean gertatuko den elkarrekintza urratsez urrats zehaztu. Beraz adibide osoa garatu beharko da eta prozesu horretan algoritmoarentzat pista edo laguntza izango diren balorazio egokiak asmatu beharko dira.

E: $k = 2$ eta $n = 3$, ($g = (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (x_3)$). Hiru aldagai daudenez, g formulari dagokion taula honako hau da:

	x_1	x_2	x_3	g
1	T	T	T	F
2	T	T	F	F
3	T	F	T	F
4	T	F	F	F
5	F	T	T	T
6	F	T	F	F
7	F	F	T	T
8	F	F	F	F

Erabiltzaileak algoritmoari eman beharko dizkion balorazioetan, g -ren balioak T eta h -ren balioak F izan beharko dute. Hori dela eta, 1, 2, 3, 4, 6 eta 8 kasuak hasieratik baztertu ditzakegu. Beraz, 5 eta 7 kasuak bakarrik interesatzen zaizkigu.

A:

$$\begin{aligned} h = & x_1 \wedge \neg x_1 \wedge x_2 \wedge \neg x_2 \wedge x_3 \wedge \neg x_3 \wedge \\ & (x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \neg x_3) \wedge \\ & (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge \\ & (x_2 \vee x_3) \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3) \end{aligned}$$

$$h \leftrightarrow g?$$

E: **Ez**. $v = (F, T, T)$ -rekin $g = T$ da eta $h = F$ da (adibide bezala taulako 5. balorazioa eman du erabiltzaileak.)

A: ($v = (F, T, T)$ balorazioarentzat h eta g -ren balioa berdina izan dadin, balorazio horrekin F diren h -ren osagaiak ezabatuko dira)

$$\begin{aligned} h = & \underline{x_1} \wedge \neg x_1 \wedge x_2 \wedge \underline{\neg x_2} \wedge x_3 \wedge \underline{\neg x_3} \wedge \\ & (x_1 \vee x_2) \wedge \underline{(x_1 \vee \neg x_2)} \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge \underline{(x_1 \vee \neg x_3)} \wedge \\ & (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge \\ & (x_2 \vee x_3) \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee x_3) \wedge \underline{(\neg x_2 \vee \neg x_3)} \end{aligned}$$

Beraz, h berria honako hau izango da:

$$\begin{aligned} h = & \neg x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge \\ & (x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge \\ & (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge \\ & (x_2 \vee x_3) \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee x_3) \end{aligned}$$

$$h \leftrightarrow g?$$

E: **Ez**. $v = (F, F, T)$ -rekin $g = T$ da eta $h = F$ da. (Adibide bezala taulako 7. balorazioa eman du erabiltzaileak.)

A: ($v = (F, F, T)$ balorazioarentzat h eta g -ren balioa berdina izan dadin, balorazio horrekin F diren h -ren osagaiak ezabatuko dira.)

$$h = \frac{\neg x_1 \wedge \underline{x_2} \wedge x_3 \wedge (x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (x_2 \vee x_3) \wedge \underline{(x_2 \vee \neg x_3)} \wedge (\neg x_2 \vee x_3)}{(x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (x_2 \vee x_3) \wedge \underline{(x_2 \vee \neg x_3)} \wedge (\neg x_2 \vee x_3)}$$

Beraz, h berria honako hau izango da:

$$h = \frac{\neg x_1 \wedge x_3 \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee x_3)}{(x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee x_3)}$$

$$h \leftrightarrow g?$$

E: **Bai**. (erabiltzaileak buruan zuen g formularen baliokidea den h formula eraikitzea lortu du algoritmoak). Kasu honetan g formula ez da era zehatzean lortu, baliokidea eta luzeagoa den formula bat lortu da.

Ariketa honetan ikus dezakegun bezala, algoritmoak g -ren baliokidea den formula bat lortzen du beti baina ez du beti g formula bera lortzen.

- Hasteko, $g = (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (x_3)$ formula berez $\neg x_1 \wedge x_3$ formularen baliokidea da. Izan ere, $(\alpha \vee \beta) \wedge \gamma \equiv (\alpha \wedge \gamma) \vee (\beta \wedge \gamma)$ baliokidetasuna kontuan hartuz, $g = (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (x_3) \equiv (\neg x_1 \wedge x_3) \vee (\neg x_3 \wedge x_3)$ betetzen da. Baina $(\neg x_3 \wedge x_3) \equiv False$ denez, $(\neg x_1 \wedge x_3) \vee False$ geratzen da, eta $\psi \vee False \equiv \psi$ denez, azkenean $(\neg x_1 \wedge x_3)$ geratzen zaigu.
- h eta g baliokideak direla ikusteko, alde batetik, $\alpha \equiv \alpha \wedge (\beta \vee \alpha)$ baliokidetasuna dela eta, x_3 eta $x_3 \wedge (x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_3) \wedge (x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee x_3)$ baliokideak dira. Beraz, $(x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_3) \wedge (x_2 \vee x_3) \wedge (\neg x_2 \vee x_3)$ ezin da ezabatu.
- h eta g baliokideak direla ikusten jarraituz, $\alpha \equiv \alpha \wedge (\alpha \vee \beta)$ baliokidetasuna dela eta $\neg x_1$ eta $\neg x_1 \wedge (\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3)$ ere baliokideak dira. Ondorioz, $(\neg x_1 \vee x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee x_3) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3)$ ezin da ezabatu, baina h eta g baliokideak dira.

3 k-DNF-en algoritmoa (0,300 puntu)

Demagun erabiltzaileak 1-DNF-a den honako g formula hau duela buruan:

$$g = (\neg x_1) \vee (\neg x_3) \vee (\neg x_5)$$

Aldagai kopurua 5 dela jakinda, hau da, $k = 1$ eta $n = 5$ direla jakinda, algoritmoak g -ren baliokidea den h formula bat eraiki arte erabiltzailearen eta algoritmoaren artean gertatuko den elkarrekintza urratsez-urrats zehaztu. Beraz, adibide osoa garatu beharko da eta prozesu horretan algoritmoarentzat pista edo laguntza izango diren balorazio egokiak asmatu beharko dira.

U: $k = 1$ eta $n = 5$, ($g = (\neg x_1) \vee (\neg x_3) \vee (\neg x_5)$).

A:

$$h = (x_1) \vee (\neg x_1) \vee (x_2) \vee (\neg x_2) \vee (x_3) \vee (\neg x_3) \vee (x_4) \vee (\neg x_4) \vee (x_5) \vee (\neg x_5)$$

$$h \leftrightarrow g?$$

E: **Ez**. $v = (T, T, T, T, T)$ balorazioarekin $g = F$ da eta $h = T$ da (Adibidea asmatzerakoan, g formularen ukatuta agertzen direnak *True* ipini behar dira eta ukatu gabe daudenak *False*, g ere *False* izan dadin. Bestalde, g formularen agertzen ez diren aldagaiei edozein balio eman diezaiekegu.)

A: ($v = (T, T, T, T, T)$ balorazioarentzat h eta g -ren balioa berdina izan dadin, balorazio horrekin T diren h -ren osagaiak ezabatuko dira.)

$$h = \underline{(x_1)} \vee (\neg x_1) \vee \underline{(x_2)} \vee (\neg x_2) \vee \underline{(x_3)} \vee (\neg x_3) \vee \underline{(x_4)} \vee (\neg x_4) \vee \underline{(x_5)} \vee (\neg x_5)$$

Beraz, h berria honako hau izango da:

$$h = (\neg x_1) \vee (\neg x_2) \vee (\neg x_3) \vee (\neg x_4) \vee (\neg x_5)$$

$$h \leftrightarrow g?$$

E: **Ez**. $v = (T, F, T, F, T)$ balorazioarekin $g = F$ da eta $h = T$ da

A: ($v = (T, F, T, F, T)$ balorazioarentzat h eta g -ren balioa berdina izan dadin, balorazio horrekin T diren h -ren osagaiak ezabatuko dira.)

$$h = (\neg x_1) \vee \underline{(\neg x_2)} \vee (\neg x_3) \vee \underline{(\neg x_4)} \vee (\neg x_5)$$

Beraz, h berria honako hau izango da:

$$h = (\neg x_1) \vee (\neg x_3) \vee (\neg x_5)$$

$$h \leftrightarrow g?$$

E: **Bai**. (Erabiltzaileak buruan zuen g formularen baliokidea den h formula eraikitzea lortu du algoritmoak)