वेन आरेख

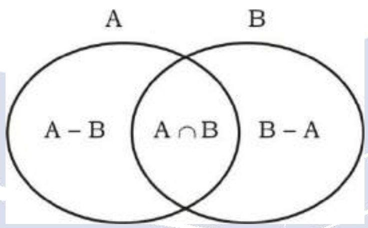
परिचय

सेट का सचित्र प्रतिनिधित्व सेट और उनके गुणों के बारे में अधिकांश विचार भाषा के रूप में दिए गए सेटों के प्रतिनिधित्व की तुलना में बहुत आसान तरीके से देता है। यह सचित्र प्रतिनिधित्व आरेख के माध्यम से किया जाता है, जिसे वेन आरेख के नाम से जाना जाता है।

एक सेट में ऑब्जेक्ट्स को सेट के **सदस्य** या **तत्व** कहा जाता है।

यदि A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, तो 1, 2, 3, 4, 5 और 6 सेट A के सदस्य या तत्व हैं।

यदि B = {*x:* x 5 और x< 25} या, B = {5, 10, 15, 20}, तो 5, 10, 15 और 20 सेट B के तत्व हैं द्वारा एक सकारात्मक पूर्णांक विभाजक है.



A ∩ B (read as set A intersection set B) is the set having the common elements of both the sets A and B.

A ∪ B (read as set A union set B) is the set having all the elements of the sets A and B.

A - B (read as set A minus set B) is the set having those elements of set A which are not in set B.

In other words, A - B represents the set A exclusively, ie A – B have the elements which are only in A.

Similarly, B - A represents the set B exclusively. We keep it in mind that $n(A \cup B) = n(B \cup A)$ and $n(A \cap B) = n(B \cap A)$.

The number of elements of a set A is represented by n(A), but $n(A - B) \neq n(B - A)$

Now, by the above Venn diagram it is obvious that

$n(A) = n(A - B) + n(A \cap B)$ .... (1)

$n(B) = n(B - A) + n(A \cap B)$ .... (2)

$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$.......(i)

Adding (1) and (2) we get,

$n(A) + n(B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B) + n(A \cap B)$

or, $n(A) + n(B) - n(A \cap B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B)$.........(ii)

From (i) and (ii), we have

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ (3)

आइए देखें कि नीचे दिए गए कुछ उदाहरण तैयार किए गए हैं:

हल किए गए उदाहरण

Ex. 1: 70 छात्रों की एक कक्षा में, 40 एक निश्चित पत्रिका की तरह और 37 एक और कुछ पत्रिका की तरह । दोनों पत्रिकाओं को एक साथ पसंद करने वाले छात्रों की संख्या का पता लगाएं।

Sol: हमारे पास है, $n(A \cup B) = 70$,

$n(A) = 40$, $n(B) = 37$

अब, $70 = 40 + 37 – n(A \cap B)$

$\therefore$ $n(A \cap B) = 77 - 70 = 7$.

Ex. 2: 64 व्यक्तियों के समूह में 26 चाय पीते हैं लेकिन कॉफी नहीं पीते और 34 चाय पीते हैं। पता लगाएं कि कितने पेय (i) चाय और कॉफी दोनों, (ii) कॉफी लेकिन चाय नहीं।

Sol: (i) $n(T \cup C) = 64$, $n(T - C) = 26$, $n(T) = 34$
हमारे पास है, $n(T) = n(T - C) + n(T \cap C)$
or, $34 = 26 + n(T \cap C)$
$\therefore$ $n(T \cap C) = 34 - 26 = 8$

(ii) फिर, हमारे पास
$n(T \cup C) = n(T) + n(C) - n(T \cap C)$ or,
$64 = 34 + n(C) - 8$
$\therefore$ $n(C) = 38$
अब, $n(C) = n(C - T) + n(T \cap C)$ or,
$38 = n(C - T) + 8$
$\therefore$ $n(C - T) = 38 - 8 = 30$

Ex. 3: 30 छात्रों की एक कक्षा में 16 ने गणित का विकल्प चुना है और 12 ने गणित का विकल्प चुना है लेकिन जीव विज्ञान नहीं। उन छात्रों की संख्या का पता लगाएं जिन्होंने जीव विज्ञान का विकल्प चुना है लेकिन गणित नहीं।

Sol: $n(M \cup B) = 30$, $n(M) = 16$, $n(M - B) = 12$, $n(B - M) = ?$
हमारे पास है, $n(M) = n(M - B) + n(M \cap B)$
or, $16 = 12 + n(M \cap B)$
$\therefore$ $n(M \cap B) = 16 - 12 = 4$
फिर, हमारे पास, $n(M \cup B) = n(M) + n(B) - n(M \cap B)$ or,
$30 = 16 + n(B) - 4$
or, $n(B) = 30 - 12 = 18$
अब, $n(B) = n(B - M) + n(M \cap B)$ or,
$18 = n(B - M) + 4$
$\therefore$ $n(B - M) = 18 - 4 = 14$

Ex. 4: 70 छात्रों की एक कक्षा में, 40 एक निश्चित पत्रिका की तरह और 37 एक और की तरह जबकि 7 न तो की तरह।

***(i)* उन छात्रों की संख्या का पता लगाएं जो दो पत्रिकाओं में से कम से कम एक को पसंद करते हैं।**

***(ii)* एक साथ दोनों पत्रिकाओं को पसंद करने वाले छात्रों की संख्या का पता लगाएं.**

Sol: हमारे पास कुल छात्रों की संख्या = 70 जिसमें 7 पत्रिकाओं में से किसी को पसंद नहीं है।

पत्रिकाओं की पसंद के बारे में हमारे विचार के लिए, हम (70 - 7 =) 63 छात्रों के साथ छोड़ दिया जाता है.

इस प्रकार, $n(A \cup B) = 63$, $n(A) = 40$, $n(B) = 37$

(i) दो पत्रिकाओं में से कम से कम एक छात्रों की संख्या = $n(A \cup B) = 63$.

(ii) दोनों पत्रिकाओं को एक साथ पसंद करने वाले छात्रों की संख्या= $n(A \cap B) = ?$

(iii)हमारे पास है, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
or, $63 = 40 + 37 - n(A \cap B)$
$\therefore$ $n(A \cap B) = 77 - 63 = 14$

Ex. 5: एक स्कूल में 45 फीसद छात्र क्रिकेट खेलते हैं, 30 फीसद हॉकी खेलते हैं और 15 फीसद दोनों खेलते हैं। किस प्रतिशत छात्र न तो क्रिकेट खेलते हैं और न ही हॉकी?

Sol: $n(C) = 45$, $n(H) = 30$, $n(C \cap H) = 15$

$\therefore$ n(C $\cup$ H) = 45 + 30 - 15 = 60

यानी, 60% छात्र या तो क्रिकेट या हॉकी या दोनों खेलते हैं।

इसलिए, शेष (100 - 60 =) 40% छात्र न तो क्रिकेट खेलते हैं और न ही हॉकी।

Ex. 6: एक क्लब में 360 संगीतकारों की कुल में से 15% सभी तीन उपकरणों - गिटार, वायलिन और बांसुरी खेल सकते हैं। उपरोक्त वाद्ययंत्रों में से दो और केवल दो ही खेलने वाले संगीतकारों की संख्या 75 है। अकेले गिटार बजाने वाले संगीतकारों की संख्या 73 है।

(i) अकेले वायलिन और बांसुरी अकेले खेल सकते हैं, जो संगीतकारों की कुल संख्या का पता लगाएं।

(ii) यदि संगीतकारों की संख्या है जो अकेले वायलिन खेल सकते है संगीतकारों जो अकेले गिटार खेल सकते है की संख्या के रूप में ही हो, तो संगीतकारों जो बांसुरी खेल सकते है की संख्या मिल .

Sol: (i) संगीतकारों की कुल संख्या = 360

360 = 54 संगीतकारों के 15% तीनों उपकरणों खेल सकते हैं। यह देखते हुए

कि $x + y + z = 75$

अब, $73 + f + v + (x + y + z =) 75 + 54 = 360$

$\therefore v + f = 360 - (73 + 75 + 54) = 158$

(ii) अब हमारे पास $v = 73$ है

संगीतकारों की संख्या, जो अकेले बांसुरी बजा सकते हैं,

$f = (v + f) - v = 158 - 73 = 85$

और संगीतकारों की संख्या जो बांसुरी खेल सकते हैं =

$f + x + y + 54 = 85 + 54 + (x + y)$ हमारे पास है $x + y + z = 75$, $x + y = 75 - z$.

चूंकि या तो $x + y$ या z अज्ञात है, इसलिए हम उन संगीतकारों की संख्या का पता नहीं लगा सकते जो बांसुरी बजा सकते हैं। इसलिए, डेटा अपर्याप्त है.