

Контрольная работа №1

Задача №1

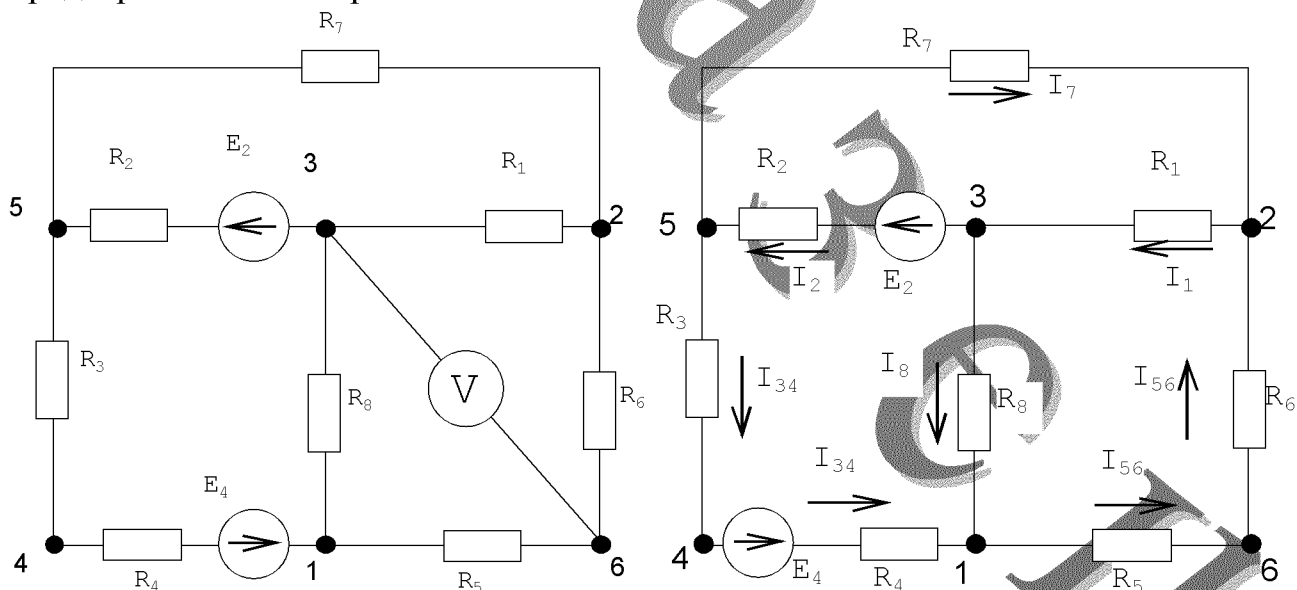
По заданных в таблице источниках ЭДС E и приемников с сопротивлением R на-
чертить электрическую схему и выполнить следующее:

1. сложить систему уравнений, необходимых для определения токов по первому и второму закону Кирхгофа;
2. найти все токи, используя метод контурных токов;
3. методом эквивалентного генератора определить ток, отмеченный в колонке 20;
4. определить показания вольтметра, включенного между пунктами схемы, определен-
ленной в колонке 20;
5. сложить баланс мощностей для заданной схемы;
6. построить в масштабе потенциальную диаграмму.

									R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7	R_8	E_2	E_4	U	I
	1	2	3	4	5	6	7	8	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	В	В	В	А
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
	23	35	54	41	16	62	52	31	610	140	450	510	320	230	350	540	400	500	63	I_5

Составим электрическую схему

Для составления уравнений по первому и второму закону Кирхгофа обозначим
предварительные направления токов в ветвях.



1) Составим для узлов №5, 3 и 2 считая приходящие токи положительными, а вы-
ходящие отрицательными

$$I_2 - I_7 - I_{34} = 0 \quad (1)$$

$$I_1 - I_8 - I_2 = 0 \quad (2)$$

$$I_7 - I_1 + I_{56} = 0 \quad (3)$$

Недостающие уравнения составим по второму закону Кирхгофа для контуров
35413, 23162, 5325, приняв за положительное направление обход против часовой стрелки

$$R_2 I_2 + (R_3 + R_4) I_{34} - R_8 I_8 = E_2 + E_4 \quad (4)$$

$$R_1 I_1 + (R_5 + R_6) I_{56} + R_8 I_8 = 0 \quad (5)$$

$$R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_7 I_7 = E_2 \quad (6)$$

Уравнения (1)-(6) представляют собой систему из 6 уравнений с 6 неизвестными

2) Для определения токов по методу контурных токов, обозначим на схеме контурные токи для тех же контуров и запишем уравнения по второму закону Кирхгофа для контурных токов

$$(R_3 + R_4 + R_2 + R_8)I_I - R_8 I_{II} - R_2 I_{III} = E_2 + E_4 \quad (1)$$

$$(R_5 + R_6 + R_1 + R_8)I_{II} - R_8 I_I - R_1 I_{III} = 0 \quad (2)$$

$$(R_1 + R_2 + R_7)I_{III} - R_2 I_I - R_1 I_{II} = -E_2 \quad (3)$$

Систему уравнения с тремя неизвестными можно решить методом Крамера. Представим уравнение в матричной форме

$$\begin{pmatrix} R_2 + R_3 + R_4 + R_8 & -R_8 & -R_2 \\ -R_8 & R_1 + R_5 + R_6 + R_8 & -R_1 \\ -R_2 & -R_1 & R_1 + R_2 + R_7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_I \\ I_{II} \\ I_{III} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_2 + E_4 \\ 0 \\ -E_2 \end{pmatrix}$$

или

$$\begin{pmatrix} 1640 & -540 & -140 \\ -540 & 1700 & -610 \\ -140 & -610 & 1100 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_I \\ I_{II} \\ I_{III} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 900 \\ 0 \\ -400 \end{pmatrix}$$

Найдем определители первой матрицы

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1640 & -540 & -140 \\ -540 & 1700 & -610 \\ -140 & -610 & 1100 \end{vmatrix} = 2.010244 \cdot 10^9 \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} 900 & -540 & -140 \\ 0 & 1700 & -610 \\ -400 & -610 & 1100 \end{vmatrix} = 1.12115 \cdot 10^9$$

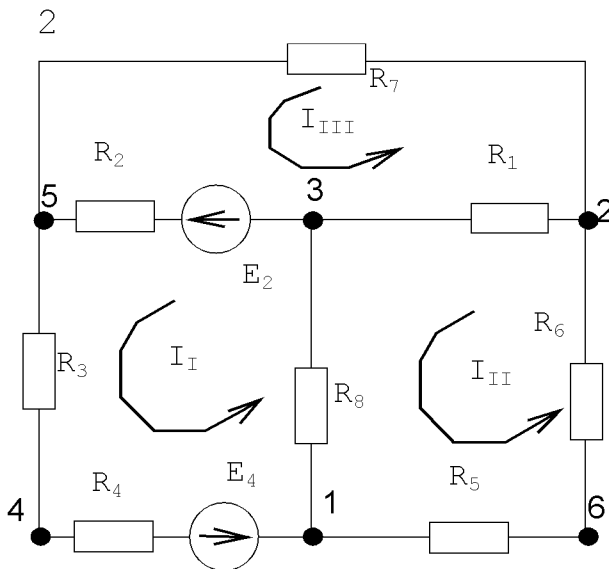
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1640 & -540 & 900 \\ -540 & 1700 & 0 \\ -140 & -610 & 1100 \end{vmatrix} = 1.8106 \cdot 10^8 \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} 1900 & -560 & 0 \\ -560 & 1520 & 500 \\ -160 & -410 & -1100 \end{vmatrix} = -4.879 \cdot 10^8$$

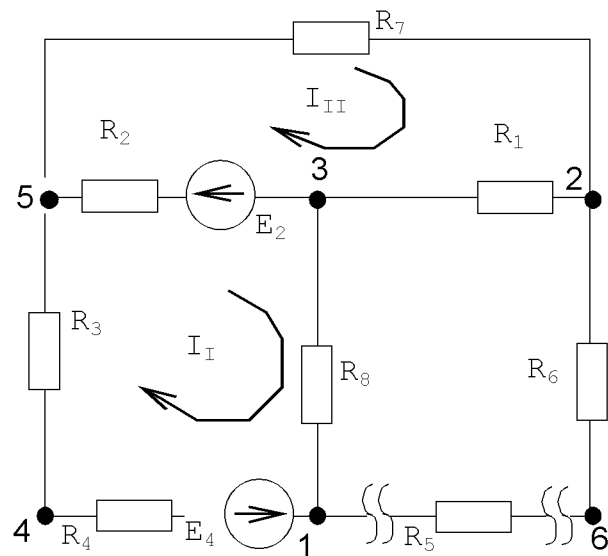
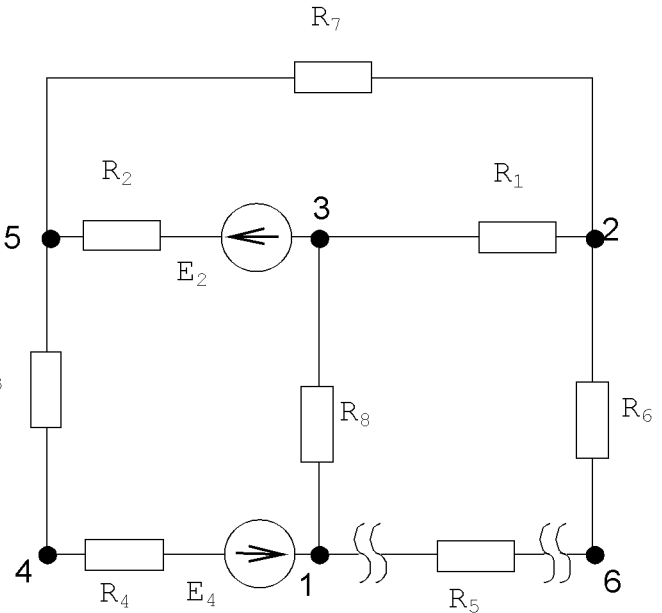
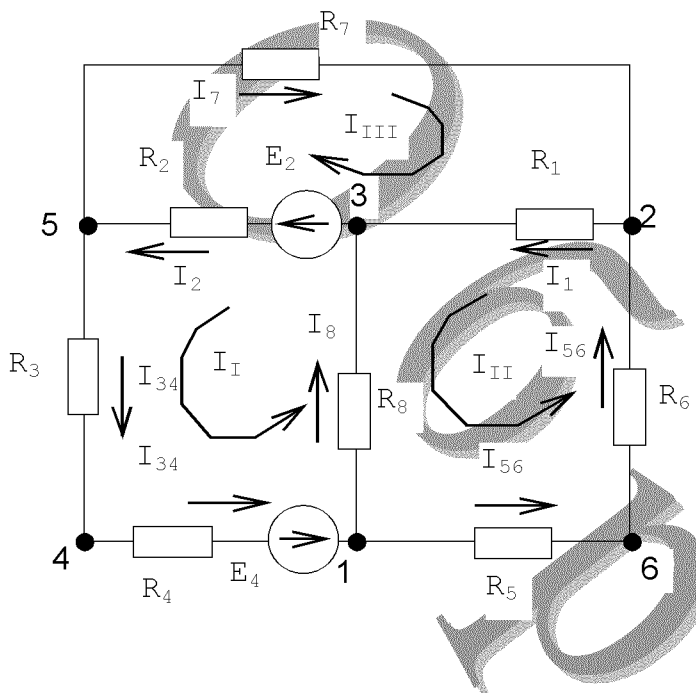
Найдем значения контурных токов

$$I_I = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 0.557718 \text{ A}; \quad I_{II} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 0.090069 \text{ A}; \quad I_{III} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = -0.242707 \text{ A}.$$

Определим значения токов ветвей

$$I_1 = I_{II} - I_{III} = 0.33278 \text{ A}; \quad I_2 = I_I - I_{III} = 0.80043 \text{ A}; \quad I_{34} = I_I = 0.55772 \text{ A}; \\ I_{56} = I_{II} = 0.090069 \text{ A}; \quad I_7 = -I_{III} = 0.242707 \text{ A}; \quad I_8 = I_I - I_{II} = 0.46765 \text{ A}.$$





3. Методом эквивалентного генератора определить ток I_6

Для определения тока по методу эквивалентного генератора разорвем цепь, в которой необходимо определить ток у сопротивления R_6 .

Определим токи в ветвях, где возможно протекание электрического тока для определения напряжения эквивалентного генератора используя метод контурных токов.

Уравнения по второму закону Кирхгофа будут иметь вид

$$\begin{aligned} (R_3 + R_4 + R_1 + R_8) I_I - R_2 I_{II} &= E_2 + E_4 \\ (R_1 + R_2 + R_7) I_{II} - R_2 I_I &= -E_2 \end{aligned}$$

В матричной форме уравнения будут

иметь вид

$$\begin{pmatrix} R_2 + R_3 + R_4 + R_8 & -R_2 \\ -R_2 & R_1 + R_2 + R_7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_I \\ I_{II} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_2 + E_4 \\ -E_2 \end{pmatrix}$$

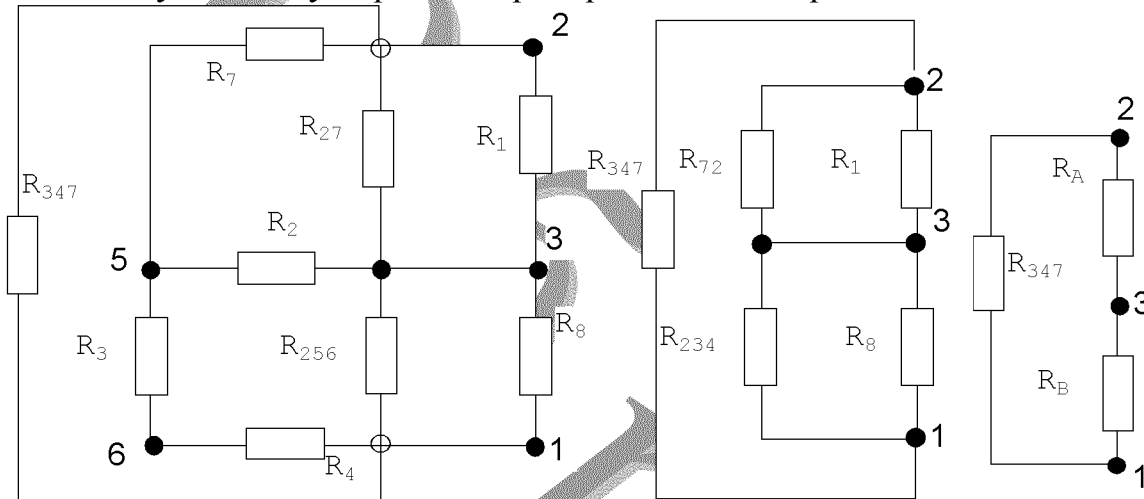
или

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 1640 & -140 \\ -140 & 1100 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_I \\ I_{II} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 900 \\ -400 \end{pmatrix}; \Delta = \begin{vmatrix} 1640 & -140 \\ -140 & 1100 \end{vmatrix} = 1784400; \\ \Delta_1 &= \begin{vmatrix} 900 & -140 \\ -400 & 1100 \end{vmatrix} = 934000; \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1640 & 900 \\ -140 & -400 \end{vmatrix} = -530000; \end{aligned}$$

$$I_I = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 0,52343 \text{ A}; \quad I_{II} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -0,29702 \text{ A}.$$

Тогда токи $I_8 = I_I$, $I_1 = -I_{II}$, а напряжение эквивалентного генератора $E_{\text{экв}} = I_8 R_8 + I_1 R_1 = 101,468 \text{ В}$.

Для нахождения сопротивления эквивалентного генератора необходимо преобразовать схему используя правило преобразования сопротивления из звезды в треугольник.



$$R_{72} = R_7 + R_2 + (R_7 R_2) / (R_3 + R_4) = 541.042 \text{ Ом};$$

$$R_{234} = R_3 + R_4 + R_2 + ((R_3 + R_4) R_1) / R_7 = 1484 \text{ Ом};$$

$$R_{347} = R_3 + R_4 + R_7 + ((R_3 + R_4) R_7) / R_2 = 3710 \text{ Ом}; \quad R_A = R_{72} R_1 / (R_{72} + R_1) = 286.728 \text{ Ом};$$

$$R_B = R_{234} R_8 / (R_{234} + R_8) = 395.929 \text{ Ом}; \quad R_{\text{экв}} = (R_A + R_B) R_{347} / (R_A + R_B + R_{347}) = 576.566 \text{ Ом};$$

Тогда искомый ток I_6 можно найти как

$$I_5 = I_{56} = \frac{E_{\text{экв}}}{R_{\text{экв}} + R_5 + R_6} = 0.090069 \text{ А}, \text{ что соответствует найденному значению из}$$

метода контурных токов.

5. Сложить баланс мощностей

Для любой замкнутой системы должно соблюдаться условие равенства потребления электрической мощности N_1 на приемниках выделяемой мощности источников N_2

Просуммируем мощности потребляемые приемниками

$$N_1 = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 (R_3 + R_4) + I_5^2 (R_5 + R_6) + I_7^2 R_7 + I_8^2 R_8 = \\ = 67.55 + 89.695 + 298.608 + 4.462 + 20.617 + 118.096 = 599.03 \text{ Вт}$$

$$N_2 = I_1 E_1 + I_2 E_2 = 252.531 + 278.86 = 599.03 \text{ Вт}$$

Равенство мощностей $N_1 = N_2$ подтверждает правильность наших расчетов.

4. Определить показание вольтметра включенного между точками 36

Так как

$$V_6 - V_1 = -I_{56} R_5 = -28.822; \quad V_1 - V_3 = I_8 R_8 = 252.531, \text{ то}$$

$$V_6 - V_3 = -I_5 R_5 + I_8 R_8 = 223.709 \text{ В}$$

6. Построение в масштабе потенциальной диаграммы для внешнего контура

Пускай потенциал точки 2 равен 0 и координата равна 0, тогда потенциал точки 7. Потенциал точки 5 будет равен $V_5 = V_7 - I_7 R_7 = 84.947$ при том же значении по оси абсцисс равным сопротивлению $R_7 = 350 \text{ Ом}$. Потенциал точки 4 равен $V_4 = V_5 - I_{34} R_3 = -166.026$, а координата 800. Потенциал точки между сопротивлением R_4 и E_4 будет равен $V_1 = V_4 - I_{34} R_4 = -450.462$, а координата 1310 Ом. Потенциал точки 1 равен $V_{1a} = V_1 + E_4 = 49.538$, а координата 1310 Ом. Потенциал точки 6 равен

$V_6 = V_1 - I_{56}R_5 = 20.716$, а координата 1630 Ом. Потенциал точки 2 равен $V_2 = V_4 - I_{56}R_6 = 0$, а координата 1860 Ом.

φ	0	85	-166	-450	49,54	20.711	0
R	0	350	800	1310	1310	1630	1860

