Учреждение образования

«Белорусский государственный технологический университет»

Факультет информационных технологий

Кафедра информационных систем и технологий

«Решение задачи коммивояжера метода ветвей и границ»

Вариант 3

Выполнил:

Студент 2 курса 7 группы

Бобрович Глеб Сергеевич

Минск 2022

**Цель работы:** освоить общие принципы решения задач методом ветвей и границ, решить задачу о коммивояжере данным методом, сравнить полученное решение задачи с комбинаторным методом перестановок.

**Условие:**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** | INF | 6 | 24 | INF | 3 |
| **2** | 3 | INF | 18 | 65 | 81 |
| **3** | 5 | 15 | INF | 86 | 52 |
| **4** | 20 | 55 | 12 | INF | 9 |
| **5** | 90 | 69 | 52 | 16 | INF |

**Ход решения:**

1) Приводим матрицу по строкам

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **ai** |
| **1** | INF | 6 | 24 | INF | 3 | 3 |
| **2** | 3 | INF | 18 | 65 | 81 | 3 |
| **3** | 5 | 15 | INF | 86 | 52 | 5 |
| **4** | 20 | 55 | 12 | INF | 9 | 9 |
| **5** | 90 | 69 | 52 | 16 | INF | 16 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** | INF | 3 | 21 | INF | 0 |
| **2** | 0 | INF | 15 | 62 | 78 |
| **3** | 0 | 10 | INF | 81 | 47 |
| **4** | 11 | 46 | 3 | INF | 0 |
| **5** | 74 | 53 | 36 | 0 | INF |

Сумма констант приведения: 36

2) Приводим матрицу по столбцам

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** | INF | 3 | 21 | INF | 0 |
| **2** | 0 | INF | 15 | 62 | 78 |
| **3** | 0 | 10 | INF | 81 | 47 |
| **4** | 11 | 46 | 3 | INF | 0 |
| **5** | 74 | 53 | 36 | 0 | INF |
| **aj** | 0 | 3 | 3 | 0 | 0 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** | INF | 0 | 18 | INF | 0 |
| **2** | 0 | INF | 12 | 62 | 78 |
| **3** | 0 | 7 | INF | 81 | 47 |
| **4** | 11 | 43 | 0 | INF | 0 |
| **5** | 74 | 50 | 33 | 0 | INF |

Сумма констант приведения: 6

3) Вычисление нижней границы

4) Определяем ребро ветвления

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **ai** |
| **1** | INF | 0(25) | 18 | INF | 0(65) | 18 |
| **2** | 0(23) | INF | 12 | 62 | 78 | 12 |
| **3** | 0(18) | 7 | INF | 81 | 47 | 7 |
| **4** | 11 | 43 | 0(23) | INF | 0(58) | 11 |
| **5** | 74 | 50 | 33 | 0(95) | INF | 33 |
| **aj** | 11 | 7 | 12 | 62 | 47 | - |

d(2,1) = 0 + 23 = 23;

d(1,2) = 0 + 25 = 25;

d(1,5) = 0 + 65 =65;

d(4,3) = 0 + 23 = 6;

d(3,1) = 18 + 0 = 18;

d(4,5) = 58 + 0 = 58;

d(5,4) = 0+95 = 95;

Наибольшая сумма констант приведения для ребра (5,4) = 95

При включении ребра (5,4) исключаем все элементы 5 строки и 4 столбца и заменяем элемент a(4,5) на бесконечность для исключения образования негамильтоного цикла.

После сокращения матрица будет иметь вид:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **5** | **ai** |
| **1** | INF | 0 | 18 | 0 | 0 |
| **2** | 0 | INF | 12 | 78 | 0 |
| **3** | 0 | 7 | INF | 47 | 0 |
| **4** | 11 | 43 | 0 | INF | 0 |
| **aj** | 0 | 0 | 0 | 0 | - |

Нижняя граница подмножества (5,4) равна

H(5\*,4\*) = 95 +42 = 137

Так как H(5,4) < H(5\*,4\*), то ребро (5,4) включаем данный маршрут с новой границей H = 42

4) Определяем следующее ребро ветвления

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **5** | **ai** |
| **1** | INF | 0(7) | 18 | 0(47) | 0 |
| **2** | 0(23) | INF | 12 | 78 | 12 |
| **3** | 0(58) | 7 | INF | 47 | 47 |
| **4** | 11 | 43 | 0(61) | INF | 43 |
| **aj** | 11 | 7 | 18 | 47 | - |

d(1,2) = 0 + 7 = 7;

d(2,1) = 0 + 23 = 23;

d(1,5) = 0 + 47 = 47;

d(3,1) = 0 + 58 = 58;

d(4,3) = 0 + 61 = 61;

Наибольшая сумма констант приведения для ребра (4,3) = 61

При включении ребра (4,3) исключаем все элементы 4 строки и 3 столбца.

После сокращения матрица будет иметь вид:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **5** | **ai** |
| **1** | INF | 0 | 0 | 0 |
| **2** | 0 | INF | 78 | 0 |
| **3** | INF | 7 | 47 | 7 |
| **aj** | 0 | 0 | 0 | - |

Нижняя граница подмножества (4,3) равна

H(4\*,3\*) = 42 + 61 = 103

Так как H(4,3) < H(4\*,3\*), то ребро (4,3) включаем данный маршрут с границей H = 42

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **5** | **ai** |
| **1** | INF | 0 | 0 | 0 |
| **2** | 0 | INF | 78 | 0 |
| **3** | 0 | 7 | 47 | 7 |
| **aj** | 0 | 0 | 0 | - |

Сумма констант приведения: 42 + 7 = 49

Приводим таблицу по строке:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **5** | **ai** |
| **1** | INF | 0 | 0 | 0 |
| **2** | 0 | INF | 78 | 0 |
| **3** | 0 | 0 | 40 | 0 |
| **aj** | 0 | 0 | 0 | - |

5) Определяем следующее ребро ветвления

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **5** | **ai** |
| **1** | INF | 0(0) | 0(40) | 0 |
| **2** | 0(78) | INF | 78 | 78 |
| **3** | 0(0) | 0(0) | 40 | 0 |
| **aj** | 0 | 0 | 40 | - |

d(1,2) = 0 + 0 = 0;

d(1,5) = 0 + 40 = 40;

d(2,1) = 78 + 0 = 78;

d(3,1) = 0 + 0 = 0;

Наибольшая сумма констант приведения для ребра (2,1) = 78

Следовательно, при исключении этого ребра нижняя граница подмножества (2\*,1\*) будет составлять H(2\*,1\*) = 49 + 78 = 127

При включении ребра (2,1) исключаем все элементы 2 строки и 1 столбца.

После сокращения матрица будет иметь вид:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **2** | **5** | **ai** |
| **1** | 0 |  | 0 |
| **3** | 0 | 40 | 0 |
| **aj** | 0 | 0 | - |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **2** | **5** | **ai** |
| **1** | 0 | (40) | 0 |
| **3** | 0(40) | 40 | 40 |
| **aj** | 0 | 0 | - |

Нижняя граница подмножества (3,2) равна

H(3\*,2\*) = 49 + 40= 89

Так как H(3,2) < H(3\*,2\*), то ребро (3,2) включаем данный маршрут с границей H = 49

В соответствии с полученной матрицей в гамильтонов маршрут добавляем ребра (3,2), (1,5)

Граф решения данной задачи представлен ниже:

**H = 42 +7=49**

**H =49+0=49**

**H = 36 + 6 =42**

**H = 42 + 0=42**

**H = 49+0=49**

**H= 49+0=49**

**H\* = 42 + 95=137**

**H = 42 +61=103**

**H= 49+78=127**

**H =49 +40=89**

**Решение:**

В результате по дереву ветвлений гамильтонов цикл образуют ребра:

(5,4), (4,3), (2,1), (3,2), (1,5)

Длина маршрута равна H = 49

