Département automatique
2002-2003
HEI3 TC
REGULATION INDUSTRIELLE

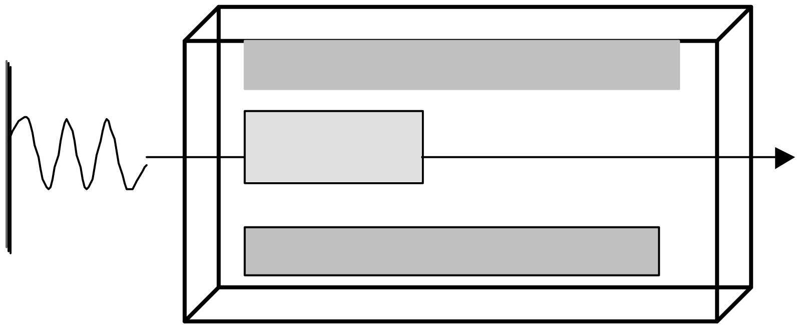
TRAVAUX DIRIGES, EXERCICES, ANNALES DS

TRAVAUX DIRIGES

TD N°1 DE REGULATION INDUSTRIELLE

EXECICE N°1 : Positionnement d'une tête de lecture d'un disque dur

Un moteur linéaire est composé d'une bobine mobile guidée par translation sur un circuit magnétique. Des aimants permanents assurent le flux magnétique. Une tête de lecture (non représentée) est entraînée par la bobine mobile. Un ressort de raideur k positionne la partie mobile en x=0.



On donne :

R : Résistance électrique de la bobine mobile
e : f c e m due au déplacement de la bobine
$\boldsymbol{a}$: coefficient de la f.c.e.m
k : coefficient de raideur du ressort
m : masse de l'ensemble mobile (bobine + tête de lecture).
$\boldsymbol{b}$ Coefficient de la force appliquée àla bobine et le courant i qui la parcourt
x : position de la bobine

On considère que : $\boxed{e = \boldsymbol{a}\dfrac{dx}{dt}}$ et $\boxed{fa = \boldsymbol{b}\, i}$

On néglige l'influence de l'inductance et du frottement visqueux. On suppose que les conditions initiales sont nulles.

1. On applique une tension **u(t)** aux bornes de la bobine. Ecrire l'équation électrique régissant le système.

2 Ecrire l'équation fondamentale de la dynamique appliquée au système.

3 Que deviennent ces deux équations après transformation de Laplace ? Donner le schéma bloc.

4. Calculer la fonction de transfert

5. On mesure les valeurs numériques suivantes : **R=8W, k=50N/m, m=200g,** $\boldsymbol{a} = 5Vs/m^2$**,** $\boldsymbol{b} = 5N/A$**.**

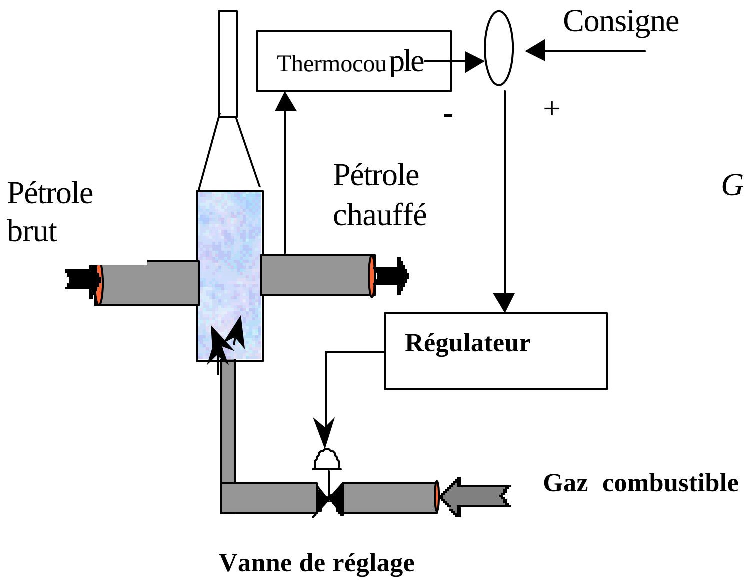
5.1 Ecrire numériquement la fonction de transfert.

5.2 Donner les valeurs de la pulsation propre non amorti et le coefficient d'amortissement. En déduire la pseudo-période du système, le dépassement, le temps de réponse et la bande passante du système. Conclure.

5.3 Donner la réponse impulsionnelle de **x(t)**.

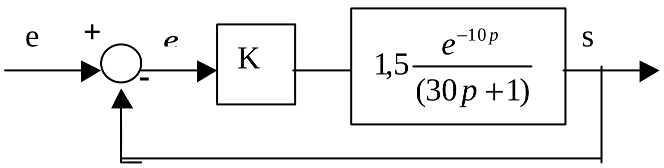
<u>EXERCICE N°2 :</u> Réglage de la température d'un four

Un four industriel identifié en boucle ouverte a été modélisé par la fonction de transfert :



$$G(p)=\frac{s(p)}{e(p)}=1{,}5\frac{e^{-10p}}{(30p+1)}$$

A ce système, on associe un gain K=2 en série et on boucle le système comme le montre la figure suivante :



1.. Calculer le module et l'argument de la F.T.B.O pour plusieurs valeurs de w convenablement choisies. On mettra les résultats sous forme d'un tableau.

2. Tracer le diagramme de Nyquist de la F.T.B.O.

3. Tracer le diagramme de Black Nichols pour les valeurs de w données précédemment.

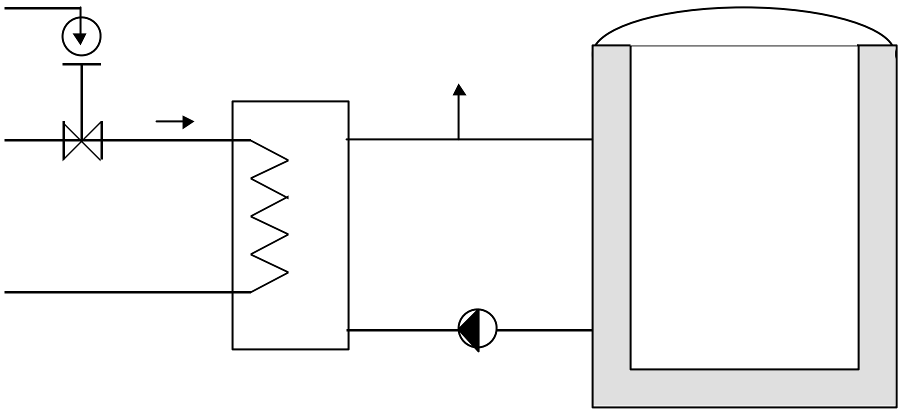
4. Déterminer le module et l'argument pour chaque valeur de w de la fonction de transfert en boucle fermée en utilisant l'abaque de Black Nichols.

5. Déduire graphiquement la pulsation de résonance w_r et le facteur de résonance Q.

TD N°2 DE REGULATION INDUSTRIELLE

Régulation de la température d'une enceinte à chauffage indirecte.

On désire réguler la température θ d'une enceinte à chauffage indirecte représentée par la figure suivante :



u(t) représente la tension de commande de la vanne, *q(t)* le débit dans l'échangeur et θ_1 la température en sortie de l'échangeur.

On donne les relations suivantes : $\begin{cases} q(t) = k_o \cdot \int_0^t u(\tau).d\tau \qquad \theta_1(t) + \tau_1 \cdot \dfrac{d\theta_1(t)}{dt} = k_1 \cdot q(t) \\ \theta(t) + \tau_2 \cdot \dfrac{d\theta(t)}{dt} = k_2 \cdot \theta_1(t) \end{cases}$

On suppose que toutes les conditions initiales sont nulles. Pour les applications numériques, on prendra **:** τ_1=600s, τ_2=6000s, k_2=1, k_1=20 S.I., k_o=2.10^{-4} S.I. On posera $\lambda = k_o.k_1.k_2$**.**

1. Donner le schéma bloc du système et en déduire la fonction de transfert du système d'entrée u et de sortie θ qu'on notera H(p).

2. Etude d'une régulation proportionnelle

u(t) =Kε(t)= K.(θ_{ref} (t) - θ(t)) où θ_{ref} (t) est la température de consigne.

2.1 Représenter le schéma bloc du système

2.2 Pour déterminer k, on va négliger un des pôles du système.

2.2.1 A partir des valeurs numériques, quel est le pôle à négliger ?

2.2.2 Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte approchée H_{BOa}.

2.2.3 Calculer à partir de H_{BOa}. la fonction de transfert en boucle fermée approchée H_{BFa}.

2.3.4 On écrira H_{BFa} sous forme d'un second ordre normalisé : $\dfrac{1}{\dfrac{1}{\omega_0^2}p^2+2\dfrac{\xi}{\omega_0}p+1}$. Donner ω_0 et ξ .

2.2.5 Calculer la valeur de K pour avoir un coefficient d'amortissement $\xi=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Application numérique.

2.2.6 Déterminer le temps de réponse à 5% du système asservi (faire l'application numérique).

2.2.7 Calculer la valeur finale et le dépassement en réponse à un échelon de θ_{ref} de 10° et représenter l'allure de la courbe.

Dans la suite du problème, on ne fait plus d'approximations pour H_{BO}.

2.4 La valeur de K étant égale à 0,02 , on va regarder ce qui se passe pour le système sans approximation.

2.4.1 Déterminer la marge de gain. Conclure ?

3. Etude d'une régulation proportionnelle et dérivée : $u(p)=K(1+T_d p)(\theta_{ref}(p)-\theta(p))$.

On compense T_d par la plus grande constante de temps.

3.1 Représenter le système sous forme d'un schéma bloc.

3.2 Calculer la fonction de transfert en boucle fermée.

3.3 Calculer la valeur de K, pour avoir un amortissement $\xi=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

3.4 Déterminer le temps de réponse à 5% du système asservi. (faire l'application numérique).

3.5 Calculer la valeur finale et le dépassement en réponse à un échelon de 10° et représenter l'allure de la courbe.

3.6 Conclure sur l'avantage par rapport au régulateur proportionnel.

4. Etude d'un régulateur cascade.

On asservit d'abord la température θ_1 avec un régulateur PD : $u(p) = K.(1+T_d.p).(\theta_{1ref}(p) - \theta_1(p))$.

4.1 Représenter le schéma bloc de cette partie du système.

4.2 Choisir T_d de façon que $\dfrac{\theta_1(p)}{\theta_{1ref}(p)}$ soit un système du premier ordre.

4.3 Choisir K pour avoir un temps de réponse de $\theta_1(t)$ égale à τ_1 lorsque $\theta_{1ref}(t)$ est un échelon.

4.4 On réalise une deuxième boucle avec un régulateur PI. $\theta_{1ref}(p)=K_i\cdot\dfrac{(1+T_i\cdot p)}{p}\cdot\left(\theta_{ref}(p)-\theta(p)\right)$

4.4.1 Représenter le schéma bloc de l'ensemble de l'installation.

4.4.2 On choisit $T_i=\tau_2$. Réduire ce schéma bloc.

4.4.3 Montrer que le système est un second ordre.

4.4.4 Calculer la valeur de k_i, pour avoir un amortissement $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

4.4.5 Déterminer le temps de réponse à 5% du système asservi (faire l'application numérique).

4.4.6 Calculer valeur finale et dépassement en réponse à un échelon de 10° et représenter l'allure de la courbe.

4.5 Conclure sur l'avantage de cette régulation cascade.

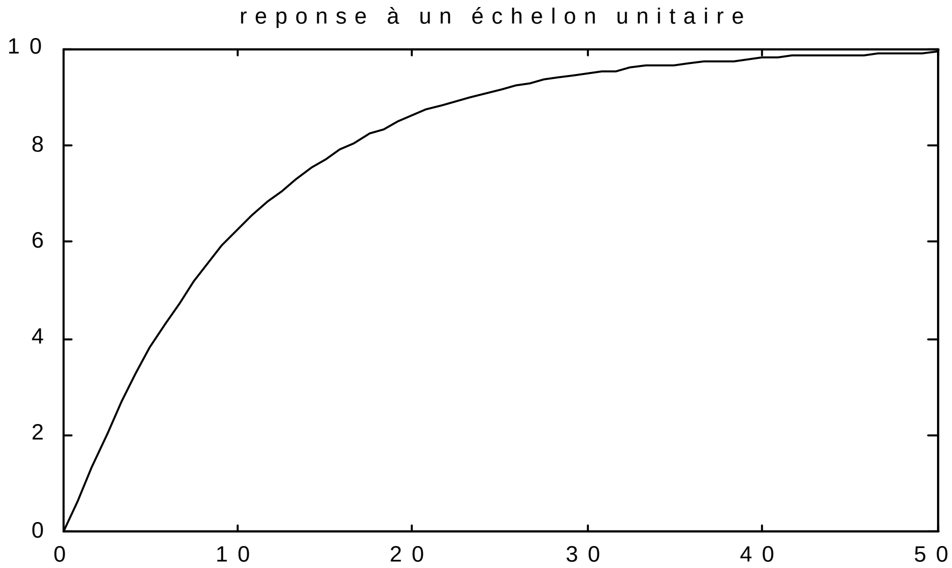
EXERCICES DE REGULATION INDUSTRIELLE

EXERCICE N°1 : Régulation PID d'un système .

On désire asservir un système noté S d'entrée e(t) et de sortie s(t) avec les objectifs suivants:

- suppression de l'erreur statique,
- pas de dépassement en réponse à un échelon,
- choix du temps de réponse.

Pour connaître le système on applique à son entrée un échelon d'amplitude 1, on obtient en sortie le résultat de la figure suivante :



1. Dans une première étape, on modélise le système par une fonction de transfert G(p). Calculer G(p) (on arrondira la valeur de la constante de temps T_1 au nombre entier de seconde le plus proche).

2. On décide de boucler le système avec un correcteur intégrateur $R(p) = \frac{k_i}{p}$

2.1 Montrer que l'erreur statique est nulle

2.2 Montrer que si l'on s'impose le dépassement alors on ne peut plus choisir le temps de réponse.

3. On utilise alors un régulateur PI: $\boxed{R_i(p) = G_r \, \frac{1+T_i p}{p}}$

3.1 Montrer qu'il est possible de choisir T_i de façon que le système bouclé soit un premier ordre.

3.2 Choisir G_r de façon à avoir un temps de réponse de **0,2 secondes.**

4. On effectue alors un essai du régulateur avec le correcteur $R_i(p)$. On constate avec surprise que le système présente un dépassement important en réponse à un échelon.

Montrer qu'un modèle d'ordre 2 pour le système S permet d'expliquer le phénomène.

5. Pour déterminer la deuxième constante de temps du système S, on le boucle avec le régulateur intégral de la question 2. On augmente alors lentement le gain et on constate que le système est instable pour **G_r=0,51**. Calculer alors la deuxième constante de temps T_2 du système S.

6. On asservi le système avec un correcteur PID :

$$\boxed{R_{pid}(p) = G_r \cdot \frac{(1+T_i p)\cdot(1+T_d p)}{p} \text{avec} \quad T_d = T_2 \quad \text{et} \quad T_i = T_1}$$

6.1 Est-il possible théoriquement de choisir G_r très grand?

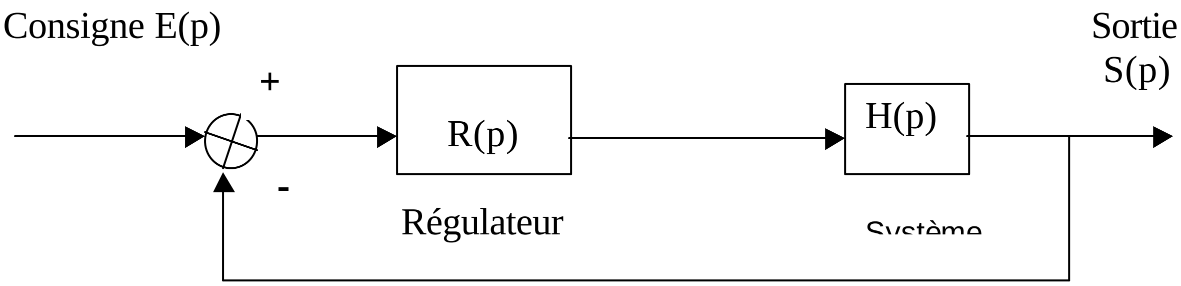
6.2 Que devient alors le temps de réponse du système? Est-ce raisonnable en pratique?

EXERCICE N°2 : ASSERVISSEMENT D'UN SYSTEME DU TROISIEME ORDRE

La fonction de transfert G(p) d'un système d'entrée E(p) et de sortie S(p) est une fonction de troisième ordre, de gain statique K_0 positif et de constante de temps θ positive :

$$\boxed{G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{K_0}{(1+\theta p)^3}}$$

Ce système est inséré dans une boucle de régulation comme le montre le schéma suivant:



A.1. ASSERVISSEMENT PROPORTIONNEL

On choisit un régulateur de type proportionnel $R(p) = G_r$. (G_r>0).

☛ ***A.1.1.*** Déterminer la valeur du gain G_r qui donne la limite de stabilité par deux méthodes différentes:

a) par le critère de Routh-Hurwitz
b) par le critère de Nyquist

On notera cette valeur critique G_{rC}. Quelle remarque peut-on faire sur cette valeur ?

☛ **A.1.2.** *Pour quelle valeur du gain G_r, le système présente une marge de phase de 45°. Comparer cette valeur àla valeur critique.*
☛ **A.1.3.** *Pour la valeur du gain G_r qui donne une marge de phase de 45°, calculer l'erreur statique de position en % pour une variation de consigne en échelon unité. Conclure ?*
☛ **A.1.4** *Calculer la valeur de G_r qui donne une erreur statique de position de 20%. En déduire la marge de phase? Conclure*.

A.2. ASSERVISSEMENT PROPORTIONNEL-INTEGRAL-DERIVEE

On remplace le régulateur proportionnel par un régulateur PID de fonction de transfert :

$$\boxed{R(p) = G_r\,(1+\frac{1}{T_i\,p}+T_d\,p)}.$$

On veut calculer les paramètres du régulateur G_r, T_i et T_d par deux méthodes différentes : méthode de Ziegler-Nichols et méthode de compensation.

☛ ***A.2.1. <u>Méthode de Ziegler-Nichols</u>***.

Calculer les paramètres G_r,T_i et T_d .

☛ ***A.2.2. <u>Méthode de Compensation</u>***

On pose $T_i = 2\theta$ *et* $T_d = \frac{\theta}{2}$. Donner la fonction de transfert en boucle ouverte simplifiée et calculer la valeur du gain G_r qui donne une marge de phase de 45°.

☛ **A.2.4.** Les résultats obtenus précédemment sont regroupés sur le tableau suivant:

	G_r	***T_i***	***T_d***
Ziegler-Nichols			
Compensation			

Commentez les résultats obtenus. Parmi ces deux régulateurs, quel est celui que vous choisirez? Justifiez votre réponse.

<u>EXERCICE N°3 : Etude d'une régulation de la température d'une pièce</u>

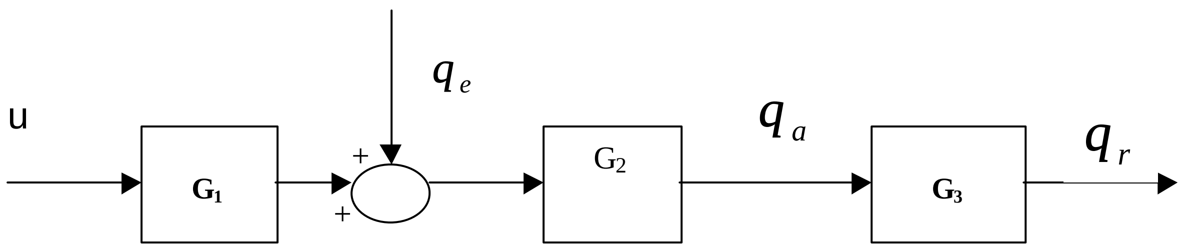
Une pièce d'une unité d'habitation est chauffée par un radiateur électrique. Une partie de la puissance fournie par le radiateur est perdue par fuites thermiques vers le milieu extérieur, par les fenêtres et les murs. La puissance non perdue permet d'échauffer l'air de la pièce et les murs.

On appelle : θ_a la température moyenne de l'air de la pièce, θ_e la température moyenne du milieu extérieur.

Le radiateur électrique qui sert au chauffage de la pièce absorbe une puissance électrique qui est entièrement dissipée sous forme de chaleur par la résistance chauffante.

Le radiateur est muni d'une cavité de mesure dans laquelle on a placé une sonde (thermistance) pour la mesure de la température θ_r .

Le schéma bloc du modèle global radiateur-pièce-mesure est donné par la figure suivante :



Avec

$$\boxed{\begin{array}{lll} G_1(p) = K_1 & G_2(p) = \dfrac{1}{1+T_2 p} & G_3(p) = \dfrac{1}{1+T_3 p} \\ K_1 = 25°C & T_2 = 450\,s & T_3 = 150\,s \end{array}}$$

1. Régulation PID

Le correcteur utilisé est un proportionnel-intégral-dérivée de fonction de transfert :

$$\boxed{R(p) = \frac{G_r(1+T_i p)(1+T_d p)}{T_i p}}$$

On suppose que dans cette question $\theta_e(p) = 0$.

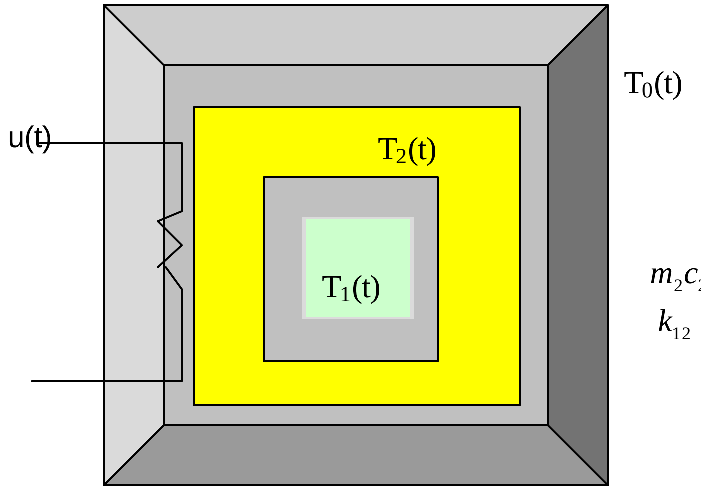
1.1 On choisit la constante d'intégration de R(p) de manière à compenser la plus grande constante de temps de la fonction de transfert en boucle ouverte du système. Donner le paramètre T_i de la fonction de transfert en boucle fermée.

1.2 Déterminer les paramètres G_r et T_d de manière à obtenir en boucle fermée un système du deuxième ordre de pulsation propre $w_0 = 0{,}01 rad/s$ et de coefficient d'amortissement $\xi = 0{,}7$.

1.3 Déterminer le temps de réponse à 5% ainsi que la précision statique en boucle fermée. Que peut-on conclure?

EXERCICE N°4:

On désire contrôler la température $T_1(t)$ d'une enceinte 1(masse et coefficient spécifique m_1, c_1) située à l'intérieur d'une enceinte 2 (masse et coefficient spécifique m_2, c_2) de température $T_2(t)$ alimentée par une résistance de chauffage de puissance u(t). L'ensemble est soumis à la température ambiante $T_0(t)$. k_{ij} sont les coefficients de conductances thermiques .



$$m_2 c_2 = 1 \quad m_1 c_1 = 0{,}5$$
$$k_{12} = 1 \quad k_{20} = 0{,}5$$

I. *MODELISATION DE LA PARTIE A COMMANDER*

☛***I.1.*** Montrer que l'expression de la transformée de Laplace de la température de sortie $T_1(p)$ en fonction des valeurs numériques proposées s'écrit :

$$\boxed{T_1(p) = \frac{1}{p^2+3{,}5p+1}T_0(p) + \frac{2}{p^2+3{,}5p+1}U(p)}$$

☛***I.2.***Par la suite, on s'intéresse àl'asservissement de la température T_1 . Donner la fonction de transfert G(p) sous la forme :

$$\boxed{G(p) = \frac{T_1(p)}{U(p)} = \frac{K}{(q_1 p+1)(q_2 p+1)}}$$

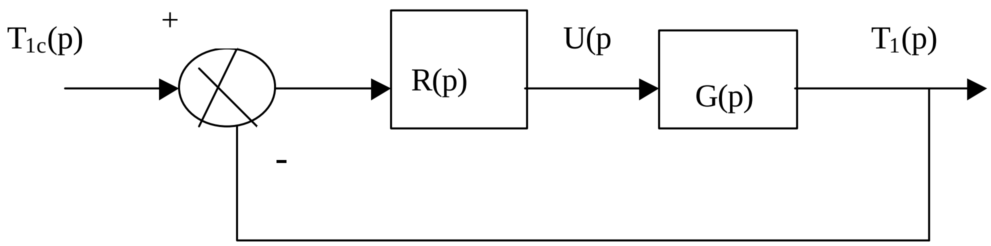
On donnera les valeurs de K, q_1 et q_2 avec $q_1 > q_2$

☛***I.3*** Pour simplifier les calculs, la fonction de transfert G(p) est approximée par :

$$\boxed{G(p) = \frac{T_1(p)}{U(p)} = \frac{1}{(qp+1)^2}}$$

où $q = q_1$ la plus grande constante de temps.

II. ***ASSERVISSEMENT PROPORTIONEL***



On choisit $\boxed{R(p) = G_{r1}}$.

☛ ***II.1*** *Déterminer G_{r1} pour que le système asservi d'entrée T_{1c} et de sortie T_1 présente une marge de phase de 45°.*

☛ ***II.2*** *Pour cette valeur du gain, calculer l'erreur statique de position quand la consigne T_{1c} est un échelon unité de 1°C.*

☛ ***II.3*** *On ramène cette erreur à 5%. Calculer le nouveau gain K_1. Déterminer la marge de phase correspondante. Conclure?*

III. ***ASSERVISSEMENT PROPORTIONEL-INTEGRAL***

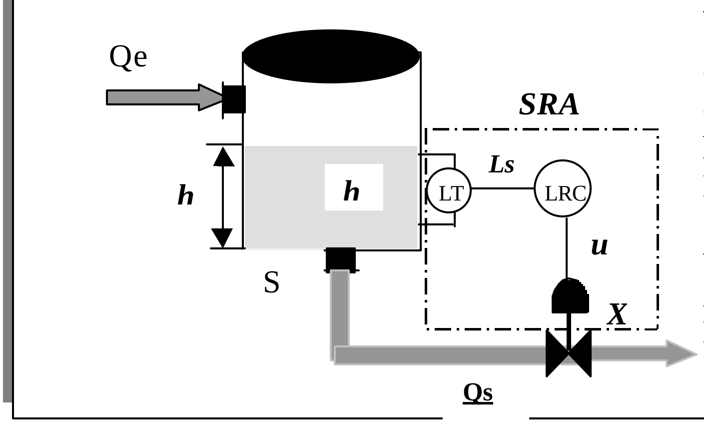
On prend un correcteur proportionnel-intégral $\boxed{R(p) = G_{r2}\frac{(1+T_i p)}{T_i p}}$ avec T_i égale à la constante de temps q du système.

☛ ***III.1*** *Déterminer G_{r2} pour que le système asservi d'entrée T_{1c} et de sortie T_1 présente une marge de phase de 45°.*

☛ ***III.2*** *Pour cette valeur du gain, calculer l'erreur de traînage quand la consigne* T_{1c} *est un échelon de vitesse (rampe) de 1 °C/s. Conclure ?*

EXERCICE N°5: Système de Régulation de niveau d'un réservoir.

Le système de régulation automatique de niveau d'un réservoir ouvert est représenté par la figure ci dessous.



Légende

Qe : Débit d'entrée (m^3/s)
Qs : Débit de sortie (m^3/s)
h : Niveau (m)
Ls : Sortie du capteur de niveau (Level Transmetter)
u : Action de commande
X : Déplacement du clapet de la vanne
LRC: Level Regulator Control
S : surface du Réservoir

I. *FONCTION DE TRANSFERT DU CAPTEUR DE NIVEAU*

La fonction de transfert du capteur de niveau $W_{LT}(p)$ dont la structure est de forme

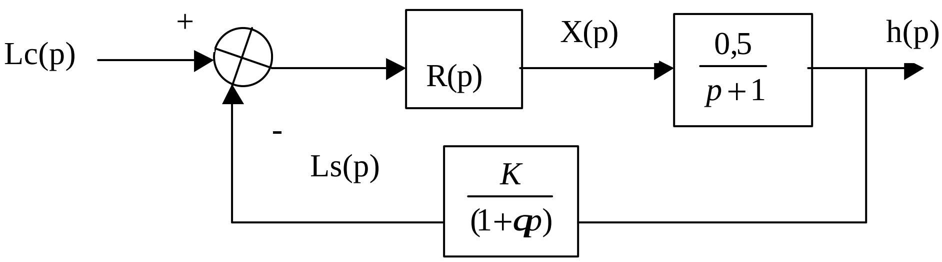
$$\boxed{W_{LT}(p) = \frac{Ls(p)}{h(p)} = \frac{K}{1+\theta p}}$$

est déterminée par identification. Les essais expérimentaux ont montré qu'àun échelon du niveau unitaire, la sortie du capteur atteint 63 % de sa valeur finale au bout de 2 secondes et que la valeur finale de la sortie du capteur est de 2 .

Déterminez alors le gain K et la constante de temps θ de la fonction de transfert du capteur de niveau $W_{LT}(p)$.

II. *REGULATION PROPORTIONELLE*

On régule le niveau dans la cuve à l'aide d'un régulateur proportionnel de fonction de transfert $R(p) = G_r$. Le schéma bloc de régulation de niveau est donné par la figure suivante*:*



☛ ***II.1*** *Mettre le schéma bloc de régulation de niveau sous la forme d'une boucle unitaire**.***

☛ **II.2** Montrez que le système est toujours stable quel que soit le gain G_r du régulateur positif.

☛ **II.3.** Déterminez l'erreur statique en fonction de G_r suite à une *entrée de consigne sous la forme d'un* échelon : **L_c(p) = 1/p.** Commentez.

III.REGULATION PROPORTIONELLE ET INTEGRALE

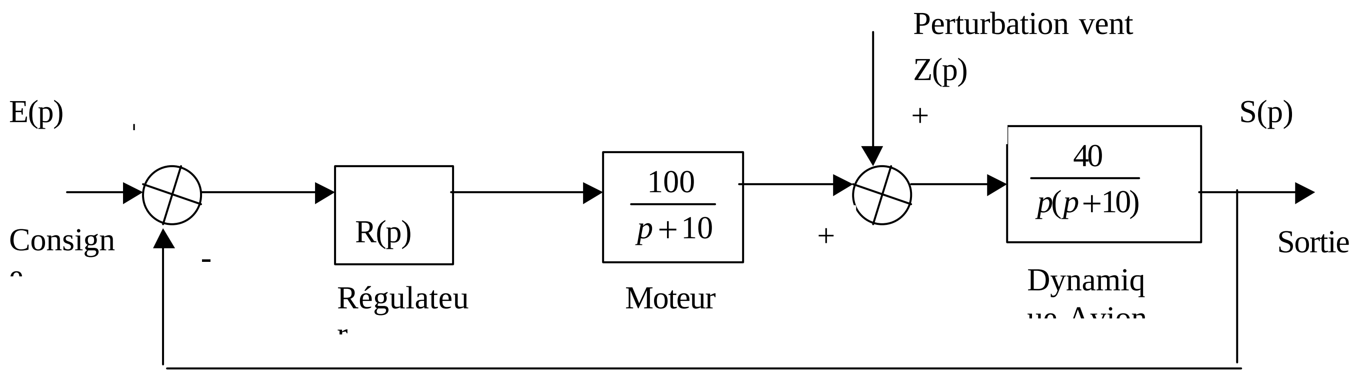
On rajoute une action intégrale au régulateur. On a alors: $\boxed{R(p) = \dfrac{G_r(1+T_i p)}{T_i p}}$.

☛ **III..1.** Déterminez l'erreur statique suite à une entrée de consigne en échelon : (**L_c(p) = 1/p**).Commentez.

☛ **II.3.2** Déterminez le domaine des valeurs de T_i et G_r pour lequel le système en boucle fermée est stable.

EXERCICE n°6: Commande d'un hydravion.

La commande d'un hydravion est représentée par le schéma bloc suivant :



I. REGULATION PROPORTIONELLE

☛ ***I.1*** *Calculer la fonction de transfert en boucle fermée par rapport à la perturbation S(p)/Z(p) lorsque le correcteur R(p) est un régulateur proportionnel de gain G_r .*

☛ ***I.2*** *Déterminer la valeur minimale du gain G_r du correcteur R(p) telle que l'erreur statique vis à vis de la perturbation Z(p)=1/p est égale à 5% (gain statique en boucle fermée par rapport à la perturbation est égal à 0,05).*

☛ ***I.3*** Pour quelles valeurs de G_r le système est stable? La valeur de G_r trouvée en I.2 satisfait-elle cette condition?

☛ ***I.4*** *Pour la valeur G_r donnant le pompage, calculer l'erreur statique vis à vis d'une perturbation en échelon et la pulsation w_p qui donne ce pompage.*

☛ ***I.5*** Pour la valeur de $G_r = 0{,}4$, calculer l'erreur statique vis àvis de la perturbation et la marge de phase Δj en degrés.

☛ ***I.6*** Calculer G_r pour avoir une marge de phase de 45°. En déduire l'erreur statique vis àvis de la perturbation.

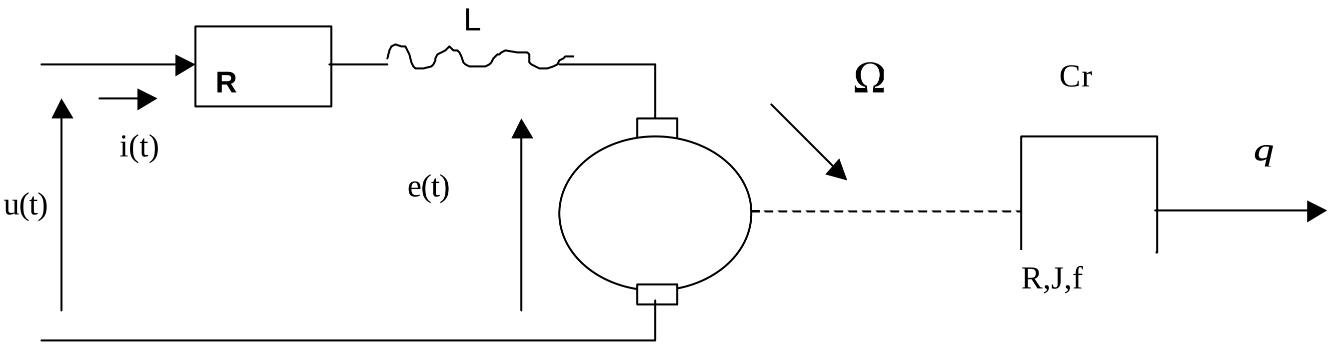
☛ ***I.7*** *En reprenant, les résultats obtenus aux questions précédentes, remplissez le tableau suivant :*

Gr	Erreur statique %	Marge de phase Δj (en degrés)	Pulsation w (en rad/s)	stabilité
	5	indéterminée	indéterminée	
		0		pompage
0,4				
		45		

Commentez les résultats.

EXERCICE N°7

On étudie l'asservissement de position d'un moteur àcourant continu commandé par l'induit :



Le moteur est caractérisé par les données suivantes :

R : résistance totale du circuit d'induit
L : inductance totale du circuit d'induit
J : inertie de l'ensemble mécanique en rotation
k : constante de f.c.e.m ou de couple de la machine
f : coefficient de frottement
r : coefficient du couple de rappel
C_m : couple moteur
C_r : couple perturbateur
q : position angulaire
Ω : vitesse angulaire

1. Si on considère que le couple perturbateur $C_r(t) = 0$, montrer que la fonction de transfert du système s'écrit

$$\boxed{G_m(p) = \frac{q(p)}{U(p)} = \frac{k}{(R+Lp)(Jp^2 + fp+r)+k^2 p}}$$

2. Si on considère que la tension u(t) = 0., montrer que la fonction de transfert du système s'écrit :

$$\boxed{G_r(p) = \frac{q(p)}{C_r(p)} = -\frac{R+Lp}{(R+Lp)(Jp^2 + fp + r) + k^2 p}}$$

3. Donner le schéma bloc global de ce moteur.

3. On considère que $C_r(t)=0$. Sachant que R = 10 Ω , L = 20 mH , J = $5 10^{-3}$ kg.m² , k = 0,1 , f = 0 et r = 0.
Calculer la fonction de transfert. Que peut-on en conclure quant àla stabilité de ce système?

EXERCICE N°8 : Régulation d'un système du deuxième ordre avec intégrateur

Un essai expérimental en boucle ouverte a permis de déterminer la fonction de transfert d'un système :

$$\boxed{G(p) = \frac{0{,}1}{p(p+1)(5p+1)}}$$

1. On veut corriger le système en boucle fermée par un régulateur àaction proportionnelle de gain G_r.

1.1 Discuter la stabilité suivant les valeurs du gain G_r du système bouclé?

1.2 Quelle est la valeur du gain G_r qui donne une marge de phase de 45°? En déduire la marge de gain.

2. La correction précédente n'étant pas satisfaisante, on améliore les performances du système bouclé en remplaçant le correcteur proportionnel par un correcteur proportionnel-dérivée dont la fonction de transfert est :

$$\boxed{R(p) = G_r(1 + T_d p).}$$

On veut maintenir la même robustesse que précédemment c'est àdire une marge de phase de 45°. Pour cela, on compense l'action dérivée par la plus grande constante de temps.

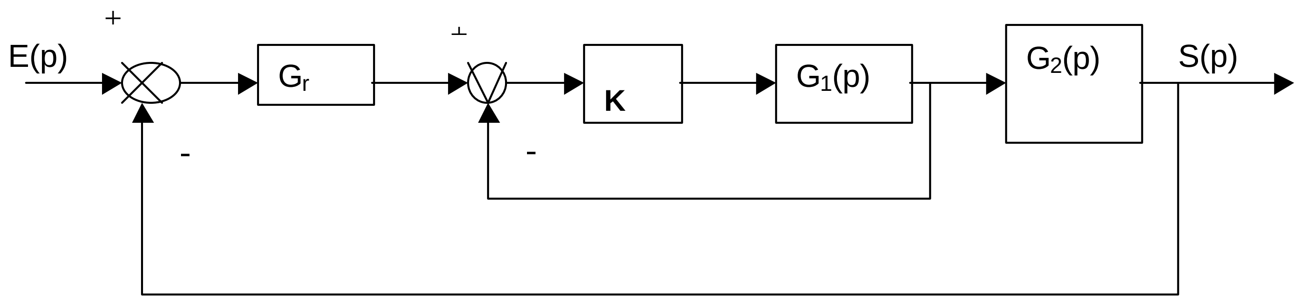
2.1 En déduire le gain du régulateur G_r.

2.2 Donner la dynamique du système: coefficient d'amortissement (ξ), pulsation naturelle (ω_0), et le temps de réponse à5% (tr).

2.3 Conclure quant àl'apport de cette action dérivée sur la rapidité du système.

EXERCICE N°9

Le schéma fonctionnel d'une régulation d'une grandeur physique est donnée par la figure suivante :



Avec

$$\boxed{G_1(p) = \frac{1}{0{,}2p^2 + 1{,}2p + 1} \text{ et } G_2(p) = \frac{1}{4p+1}}$$

1. Etude de la boucle secondaire

1.1 Calculer le gain K pour avoir une marge de phase de 45°.
1.2 Le gain K étant fixé àla valeur trouvée précédemment, l'entrée x1 se comportant comme un échelon unitaire, quelle est l'erreur statique (%).
1.3 L'erreur trouvée précédemment étant trop élevée, on veut la réduire à1%. Calculer la nouvelle marge de phase et conclure.

2 Etude de la boucle principale

On fixe K=1. Quelle est la valeur du gain proportionnel G_r lorsqu'on se donne une marge de phase de 45°. En déduire la marge de gain et conclure.

EXERCICE N°10 : Asservissement de position d'un pont roulant.

Un système représentant un pont roulant constitué d'un chariot de masse M= 1000 Kg, d'une charge de masse m = 4000 Kg, d'un bras de levier de longueur l = 10 m est schématisé par la figure 1 :

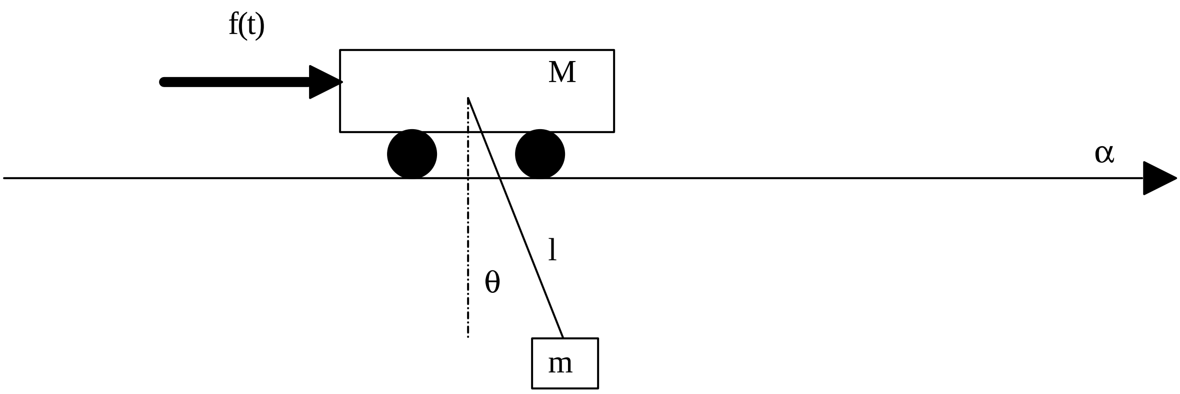


Figure 1

L'étude du système s'effectue avec les conventions de la figure 2. A un instant quelconque, on repère la position de l'ensemble mobile par les variables α (déplacement horizontal) et θ (position angulaire).

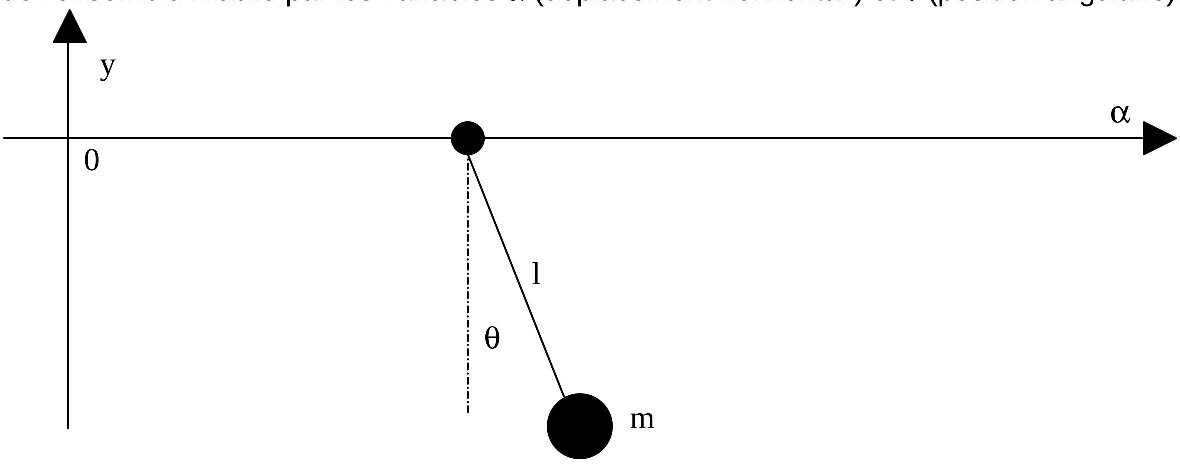


Figure 2

Dans l'hypothèse des petits mouvements (θ<10°), la modélisation simplifiée en vue de la stabilisation à la verticale du pont roulant conduit aux équations différentielles du mouvement suivantes :

$$\boxed{\begin{cases} (M+m)\dfrac{d^2\alpha}{dt^2} + ml\dfrac{d^2\theta}{dt^2} = f(t) \\[2ex] l\dfrac{d^2\theta}{dt^2} + \dfrac{d^2\alpha}{dt^2} + g\theta = 0 \end{cases}}$$

où g représente l'accélération de la pesanteur égale à 10 $m.s^{-2}$.

A.1 *Commande du système linéarisé en boucle ouverte*

A.1.1 Donner l'équation différentielle régissant la position angulaire θ indépendante de α.

A.1.2 On suppose que les conditions initiales sont nulles sauf l'inclinaison initiale qu'on notera θ_0. Donner l'expression de $\theta(p)$. En déduire l'évolution de $\theta(t)$ pour une commande nulle (*f(t)=0*). Quelle conclusion en tirez-vous?

A.1.3 Les conditions initiales sont maintenant toutes nulles. Montrer que la fonction de transfert $G_1(p)$ s'écrit :

$$\boxed{G_1(p) = \frac{\theta(p)}{f(p)} = \frac{-1}{Mlp^2 + (M+m)g}}$$

A.1.4 Calculer la fonction de transfert :

$$\boxed{G_2(p) = \frac{\alpha(p)}{\theta(p)}}$$

A.1.5 Donner l'expression temporelle de l'inclinaison en réponse à une entrée *f(t)* en échelon unitaire.

A.1.6 En déduire la réponse temporelle de l'inclinaison pour une perturbation impulsionnelle sur l'entrée *f(t)*.

A.2 *Etude de la commande en boucle fermée de l'inclinaison*

On réalise une commande en boucle fermée pour maintenir une inclinaison nulle de la charge. Pour cela, on propose le schéma fonctionnel de la figure 3 (P*f* est une entrée de perturbation).

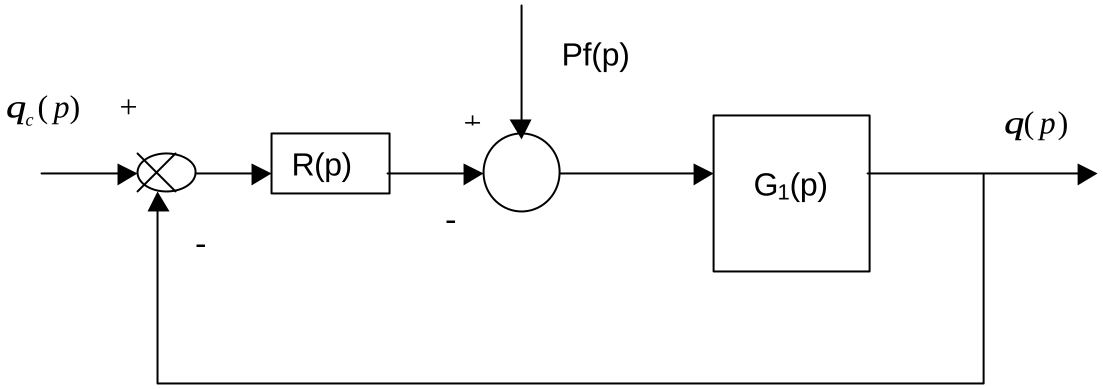


Figure 3

A.2.1 Quelle doit être la consigne $\theta_c(p)$.

A.2.2 Calculer la fonction de transfert $\frac{\theta(p)}{Pf(p)}$ pour un correcteur proportionnel *R(p)*= *K*. Pour quelles valeurs de K le système est àla limite de stabilité (pompage).

A.2.3 On propose maintenant de corriger le système par une boucle tachymétrique (parallèle), la vitesse angulaire est mesurée par un capteur de gain unitaire. Le schéma fonctionnel de cette commande est donné àla figure 4 :

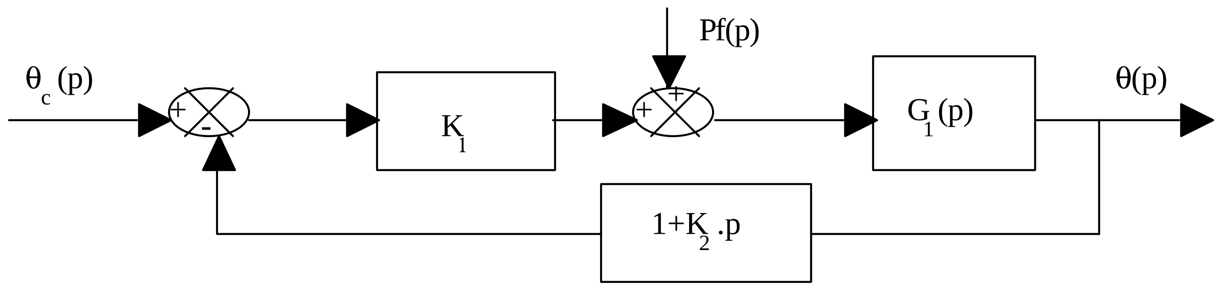


Figure 4

A.2.3.1 Calculer la nouvelle fonction de transfert $\frac{\theta(p)}{Pf(p)}$.

A.2.3.2 Déterminer les gains K_1 et K_2 pour obtenir un système en boucle fermée du deuxième ordre de coefficient d'amortissement ξ=1 et de pulsation ω_0 =3 rad/s.

A.2.3.3 Pour le réglage précédent, déterminer la réponse temporelle pour une perturbation P*f* impulsionnelle. Comparer avec le résultat de la question A.1.6.

A.3*. Etude simplifiée de l'asservissement de position.*

On assimile la fonction de transfert obtenue avec la commande de la question A.2.3, à son gain statique. On effectue une seconde simplification en prenant $\boxed{G_2(p) = \frac{-g}{p^2}}$.

A.3.1 Avec ces simplifications, déterminer la fonction de transfert $\boxed{G_3(p) = \frac{\alpha(p)}{\theta_c(p)}}$.

A.3.2 On commande le système avec un correcteur proportionnel de gain K_3 et une boucle tachymétrique de gain K_4 selon la figure 5. On appelle α_c la consigne de position.

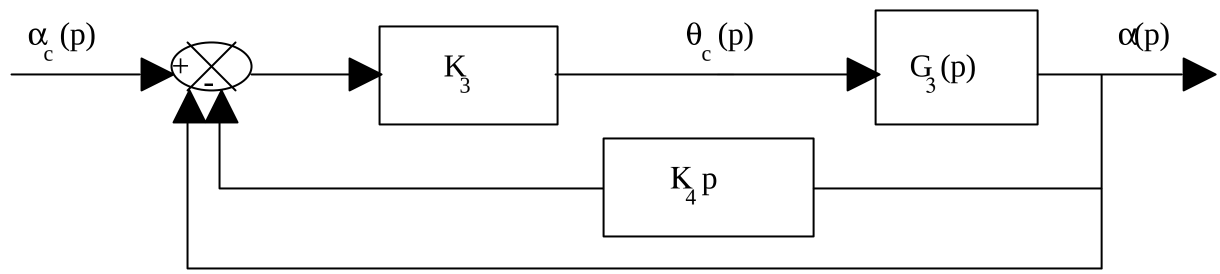


Figure 5

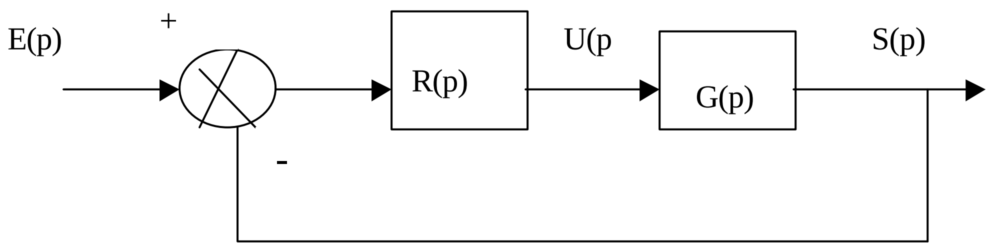
Calculer les gains K_3 et K_4 pour avoir en boucle fermée un système du deuxième ordre de coefficient d'amortissement $\xi = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et de pulsation $\omega_0 = \sqrt{2}$ rad/s .

Exercice 11 : Régulation d'un système du premier ordre retardé.

Un essai expérimental en boucle ouverte a permis de déterminer la fonction de transfert d'un système :

$$\boxed{G(p) = \frac{e^{-4p}}{1+10p}}$$

On veut corriger ce système à l'aide d'un correcteur de fonction de transfert R(p) comme le montre la figure suivante :



1. Correction Proportionnelle

On prend **R(p)=G$_r$**

1.1 Choisir G_r pour que le système ait une marge de phase de 45°. (La pulsation de croisement ω_c qui donne un gain unité ait comprise entre 0,1 et 0,2 rad/s).

1.2 Calculer les différentes grandeurs en régime permanent pour une variation de consigne en échelon unitaire (Gain statique en boucle fermée, erreur statique, grandeur de commande u). Quelles conclusions en tirez-vous ?

1.3 Etudier la stabilité selon les valeurs de $G_r > 0$. Dans le cas où le critère de Routh est choisi, on prendra comme approximation du retard pur la formule de Padé à l'ordre 2.

$$\boxed{e^{-tp} = \frac{2 - tp + \frac{t^2}{2}p^2}{2 + tp + \frac{t^2}{2}p^2}}.$$

2. Correcteur à action proportionnelle intégrale

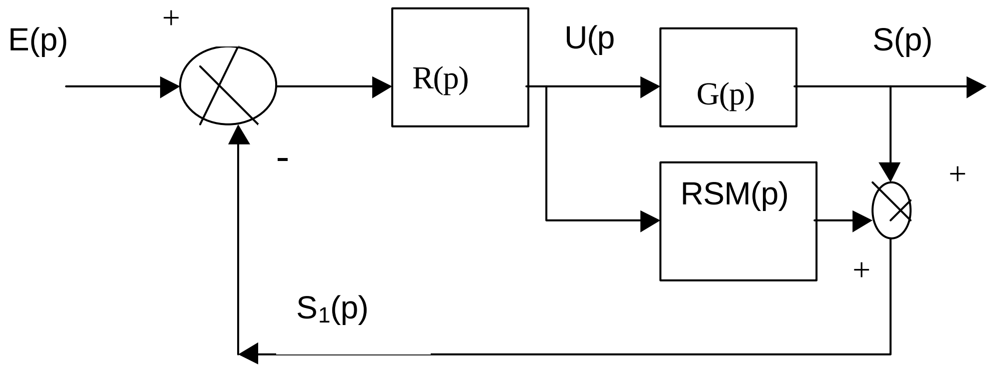
2.1. On choisit un correcteur $\boxed{R(p) = G_r \frac{1+T_i p}{T_i p}}$

On prend T_i = 10 s. Pour quelle valeur de G_r le système possède une marge de phase de 45°.

2.2. Quelles améliorations apportent le correcteur PI par rapport au correcteur P. Prouvez-le sur ce système.

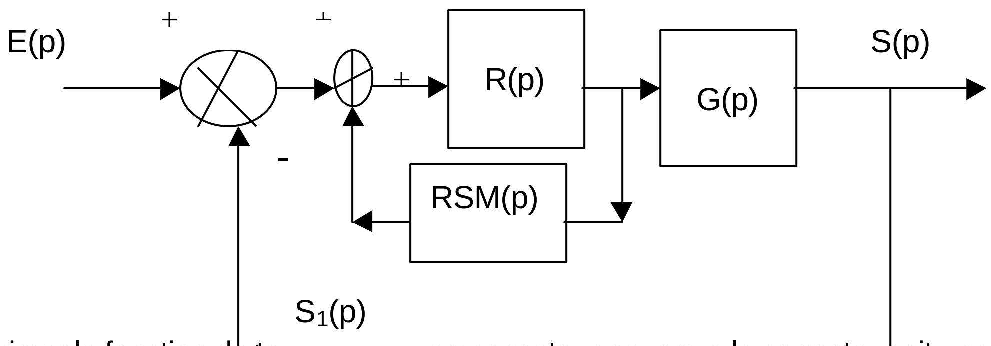
3. Compensation du retard pur (Compensateur de Smith)

3.1 Le retard pur d'un système peut le destabiliser.
On peut compenser ce défaut grâce à un ***compensateur de temps mort***, appelé **compensateur de Smith** comme le montre la figure suivante :



3.1.1 Exprimer la fonction de transfert notée **RSM(p)** du compensateur si on désire que le signal $S_1(p)$ ne soit plus retardé.
3.1.2 Exprimer la fonction de transfert en BF du système qu'on notera F(p).
3.1.3 Dans ce cas d'un régulateur à action proportionnelle déterminer le réglage qui permettrait d'obtenir un temps de montée de **10 s** en régime d'échelon de position.

3.2. <u>Compensation par l'entrée " plus " du correcteur</u>



Exprimer la fonction de transfert du compensateur pour que le correcteur ait une image non retardée.

<u>EXERCICE N°12 : Régulation de température d'une alimentation en eau chaude</u>

On envisage l'étude de la régulation de température d'une alimentation en eau chaude destinée à un procédé industriel.

Une première régulation permet de maintenir constante la température du circuit primaire grâce à l'action sur la vanne de débit de gaz.

Une deuxième régulation qui fait l'objet de ce problème permet de maintenir constante la température de sortie de l'échangeur grâce à l'action sur la vanne "By-pass".

Un essai expérimental en boucle ouverte a permis de déterminer la fonction de transfert du système :

$$\boxed{G(p) = \frac{0{,}1}{p(1+2p)(1+3p)}}$$

1. On veut corriger le système en boucle fermée (retour unitaire) par un régulateur à action proportionnelle de gain G_r>0.

1.1 Discuter la stabilité selon le critère algébrique de Routh suivant les valeurs du gain G_r du système bouclé?

1.2 Quelle est la valeur du gain G_r qui donne une marge de phase de 60°? En déduire la marge de gain. Quelles conclusions en tirez-vous?

2. La correction précédente n'étant pas satisfaisante, on améliore les performances du système bouclé en remplaçant le correcteur proportionnel par un autre correcteur. Quel type de régulateur peut convenir et dites pourquoi?

3. On corrige le système en boucle fermée par un régulateur à action proportionnelle-dérivée de type:

$$R(p)= G_r(1 + T_d p).$$

On veut maintenir la même robustesse que précédemment c'est à dire une marge de phase de 60°. Pour cela, on compense l'action dérivée par la grande constante de temps.

3.1 Calculer la F.T.B.O.

3.2 En déduire le gain du régulateur G_r.

3.3 Donner les paramètres du système en Boucle fermée : coefficient d'amortissement, pulsation propre non amortie et le temps de réponse à 5%.

3.4 Conclure quant à l'apport de cette action dérivée pour la rapidité du système sachant que dans le cas du régulateur proportionnel le temps de réponse est de l'ordre de 30 secondes.

<u>EXERCICE N°13 : Régulation de la température d'un four</u>

On régule la température d'un four industriel d'entrée u et de sortie s dont la fonction de transfert est :

$$\boxed{G(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{1}{0{,}1p^2 + 1{,}1p + 1}}$$

On corrige ce système àl'aide d'un régulateur proportionnel R(p)=G_r

1. Calculer le gain G_r pour avoir une marge de phase de 45°.

2. Le gain G_r étant fixé à la valeur trouvée précédemment, on soumet le système à une entrée en échelon unitaire. Quelle est l'erreur permanente du système asservi (en %).

3. L'erreur trouvée précédemment étant trop élevée, on veut une précision de l'ordre de 1%.
On demande de calculer la valeur du gain G_r, la nouvelle marge de phase et de conclure.

4. Pour la valeur de G_r trouvée au 3°, donner la réponse indicielle du système asservi.

On donnera les caratéristiques d'un système d'ordre normalisé c'est à dire la pulsation propre non amortie, le coefficient d'amortissement, le dépassement, le temps de réponse à 5%, l'instant du premier dépassement, la pseudo-période, la bande passante à 3dB, la pulsation de résonnance et le coefficient de surtension . Conclure ?

On rappelle que : $\tan(\mathrm{A} \pm \mathrm{B}) = \dfrac{\tan\mathrm{A} \pm \tan\mathrm{B}}{1 \mp \tan\mathrm{A} \times \tan\mathrm{B}}$,

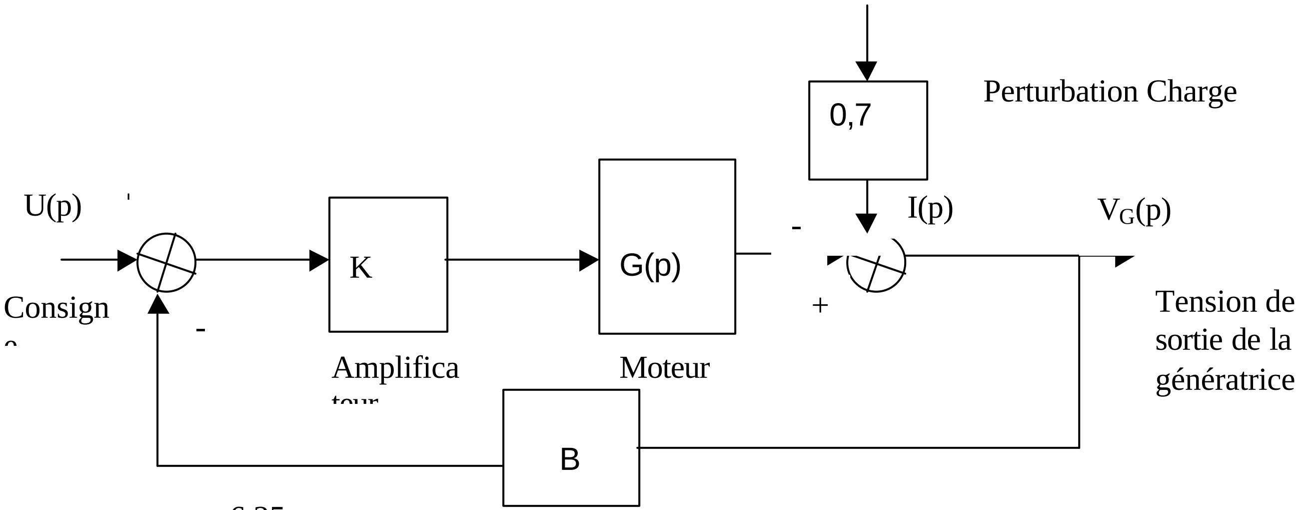
Pour $x < 1$ on a :

$$tpic = \frac{p}{w_0\sqrt{1-x^2}} \qquad t_r = \frac{3}{xw_0} \qquad w_r = w_0\sqrt{1-2x^2} \qquad D\% = \frac{e^{-px}}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$w_c = w_0\sqrt{1-2x^2+\sqrt{1+(1-2x^2)^2}} \qquad Q = \frac{1}{2x\sqrt{1-x^2}}$$

EXERCICE N°14 : Régulation de tension d'une génératrice à courant continu de type shunt

Le schéma bloc d'une régulation de tension de sortie d'une génératrice à courant continu de type shunt entraînée à vitesse constante est :



avec $G(p) = \dfrac{6,25}{p+5}$

K et B sont des constantes.

1.1 Calculer $V_G(p)$.

1.2 En déduire la transmittance reliant la tension de sortie V_G au courant de charge I.

1.3 Quelle est l'expression de cette transmittance en régime permanente $(p \to 0)$.

2. Pour une tension de sortie de 250 V à vide, il y a une diminution de 0,1 V pour un courant de charge I égal à 20 A.

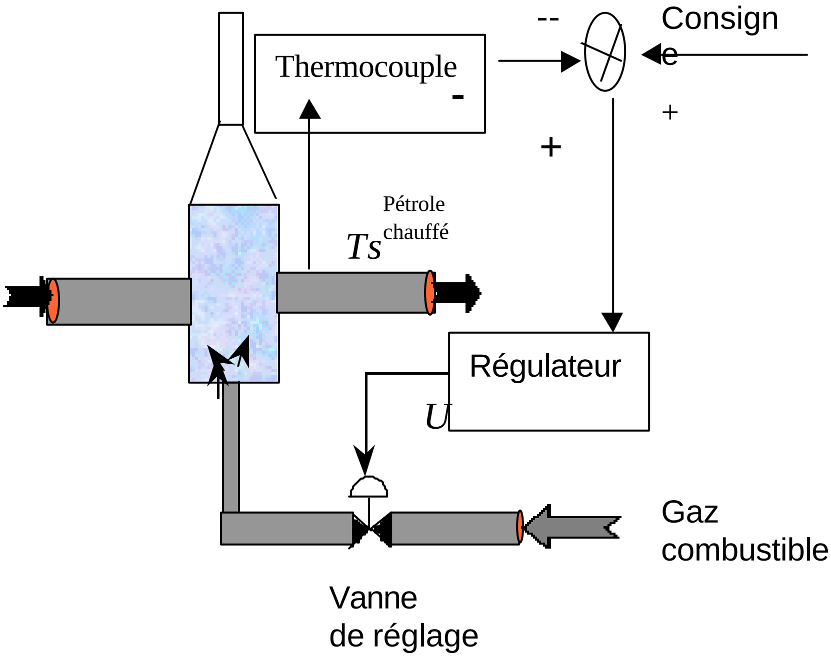
2.1 Calculer le produit KxB.
2.2 Quelle est le relation qui existe en régime permanent entre la tension de sortie à vide et la tension de référence.

2.3 En déduire K et B sachant que U = 85 V.

3. L'ensemble régulation-génératrice tournant à vide, on applique un échelon de courant d'amplitude 20 A, donner la réponse indicielle de la tension de sortie V_G de la génératrice.

EXERCICE N°15 : Régulation de température de pétrole

On veut réguler la température du pétrole dont le shéma de principe est donné par la figure suivante



La fonction de transfert de la température a été identifiée :

$$\boxed{G(p) = \frac{1}{(p+1)^3}}$$

1. Analyse harmonique du process

1.1 Tracer de façon succinte le diagramme de Nyquist de cette fonction de transfert.

1.2 Calculer la marge de gain de ce système. Conclusions ? Que vaut la marge de phase ?

2. Correction proportionnelle

Le régulateur utilisé est de type P de gain G_r.

2.1 Pour quelle valeur de G_r le système entre en pompage.

2.2 Pour une valeur de Gr égale à la moitié de celle calculée au pompage, calculer l'erreur statique de position lorsqu'on fait varier la consigne en échelon unitaire. Quelles remarques faites-vous sur cette erreur ?

2.3. On veut ramener cette erreur à 5%. Calculer le nouveau gain G_r et les nouvelles marges de gain et de phase sachant que la plusation de croisement est $w_{cr} = 2{,}47\,rad/s$ (pulsation qui donne une intersection de la courbe avec le cercle unité). Conclure sur ses nouvelles marges.

2.4 En réalité, la fonction de transfert du système est :

$$G(p)=\frac{e^{-p}}{(p+1)^2}$$

Pour la valeur de G_r=2, tracer le diagramme de Black-Nichols sur le document annexe pour des valeurs de pulsation bien choisies.En déduire sur l'abaque de Black-Nichols, la valeur du gain en boucle fermée par les courbes des isogains pour les pulsations précédentes. En déduire la pulsation de résonnance w_r , le coefficient de surtension Q.

, tracer le diagramme de Black-Nichols sur le document annexe pour des valeurs de pulsation bien choisies.En déduire sur l'abaque de Black-Nichols, la valeur du gain en boucle fermée par les courbes des isogains pour les pulsations précédentes. En déduire la pulsation de résonnance w_r , le coefficient de surtension Q.

2.5 En déduire de w_r et Q, le coefficient d'amortissement x et la pulsation naturelle w_0 d'un système du deuxième ordre normalisé.

On rappelle que $x=\sqrt{\dfrac{1-\sqrt{1-\dfrac{1}{Q^2}}}{2}}$ $\qquad$ $w_0=\dfrac{w_r}{\sqrt{1-2x^2}}$

3. Correction proportionnelle intégrale

On corrige le système avec un régulateur PI série $R(p)=G_r\,\dfrac{1+T_i p}{T_i p}$

3.1 Sachant que Ti compense la constante de temps, en déduire la valeur du gain G qui permet d'avoir une marge de phase de 45°. Conclure sur l'apport de cette action intégrale et sur la rapidité du système.

3.2 On réduit le modèle de la fonction de transfert et on prend :

$$G(p)=\frac{1}{(1{,}5p+1)^2}$$

3.2.1 Sachant que T_i compense la constante de temps dominante, calculer la valeur du gain G_r qui permet d'avoir une marge de phase de 45°. Conclure ?

3.2.2 Calculer le coefficient d'amortissement, la pulsation propre non amortie (w_0), le dépassement (D%) et le temps de réponseà5 % (t_r). Conclure ?

3. Correction proportionnelle – Intégrale – Dérivée

On utilise un régulateur PID série de fonctiont de transfert

$$R(p)=G_r\,\frac{(1+T_i p)(1+T_d p)}{T_i p}$$

Dans cette question, on prend $\boxed{G(p) = \dfrac{1}{(p+1)^3}}$

Sachant que T_d et T_i compensent les constantes de temps, calculer G_r pour avoir les mêmes paramètres qu'àla question **3.2.2**. Conclusions ?

EPREUVES DE SYNTHESE DE REGULATION INDUSTRIELLE

École des HAUTES ÉTUDES INDUSTRIELLES
Département : AUTOMATIQUE

Durée de l'épreuve : 3 heures

Mardi 27 Mars 2001

H.E.I. 3 Tronc commun

Documents et calculatrice autorisés

ÉPREUVE DE SYNTHÈSE DE RÉGULATION INDUSTRIELLE

Ce sujet comporte un problème et un exercice indépendant. Ce document contient 6 pages.

Il est rappelé aux élèves qu'ils :

- Indiquer clairement votre génie,
- Doivent rédiger sur des feuilles séparées le problème et l'exercice,
- Doivent séparer et répéter clairement les questions,
- Utiliser les notations indiquées dans le texte ou sur les figures,
- Présenter clairement les calculs,
- Dégager et encadrer les résultats relatifs à chaque question référencée dans le sujet.

PROBLEME : ETUDE DE L'ASSERVISSEMENT DE TEMPERATURE D'UNE GELIFIEUSE

L'étude proposée porte sur un équipement de l'usine Solvay à travaux (Jura) nommée gélifeuse (double vis ZSK). Celle ci est associée à la granulatrice qui est une Kombiplast de la marque Werner&Pfeiderer (Figure 1).

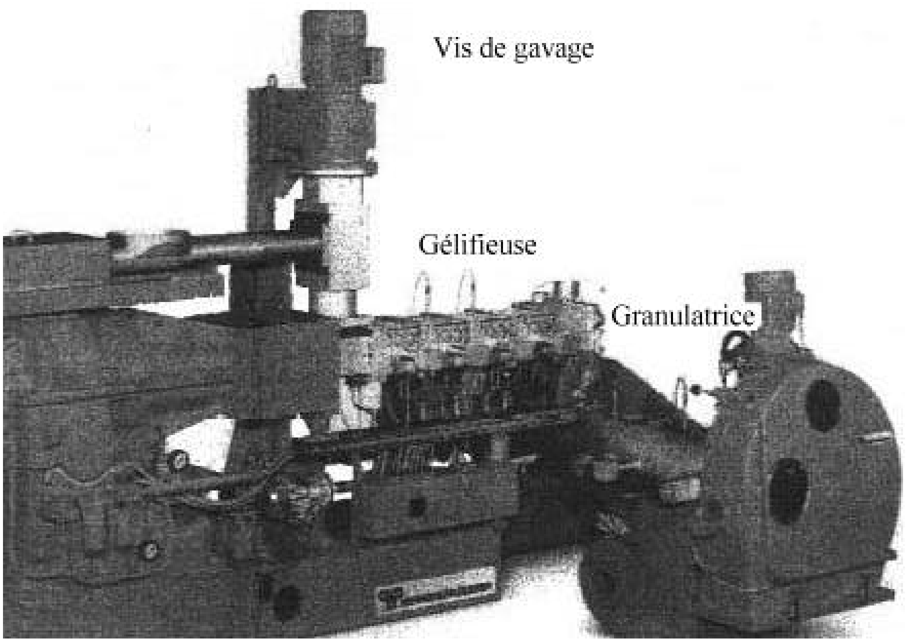


Figure 1 : Gélifieuse granulatrice Kombiplast 133 Werner & Pfleiderer

La gélifeuse réalise le cisaillement du PVC solide, la gélification et l'homogénéisation de la matière. Pour chaque produit est définie une formule qui comprend qui comprend les additifs à incorporer, la température de travail et la vitesse de la vis. La qualité du semi-produit fini est étroitement liée à la précision obtenue par le contrôle de la température de gélification et la tolérance est de $\pm$ **0,5°C.**

Le fourreau est constitué de trois éléments modulaires en acier nitruré. Le conditionnement thermique s'effectue par des coquilles de chauffage électrique et par un système de canaux forés pour le refroidissement d'eau.

La température du PVC dans chaque élément est contrôlée par un régulateur industriel et maintenu à une consigne fixée par la formule. Le débit de matière, réglé par un gavage de la machine agit comme une perturbation sur la température du PVC. En effet, les opérations de cisaillement et de gélification représentent 80% de l'apport calorifique.

L'objectif de cette étude est l'asservissement de la température pendant la gélification. Plus précisément, on étudiera la précision en mode d'asservissement et en mode régulation avec une régulation Proportionnelle puis proportionnelle Intégrale enfin avec une régulation de tendance de la perturbation introduite par le réglage du débit matière.

La Figure 2 représente le modèle de comportement de cet asservissement et régulation de température.

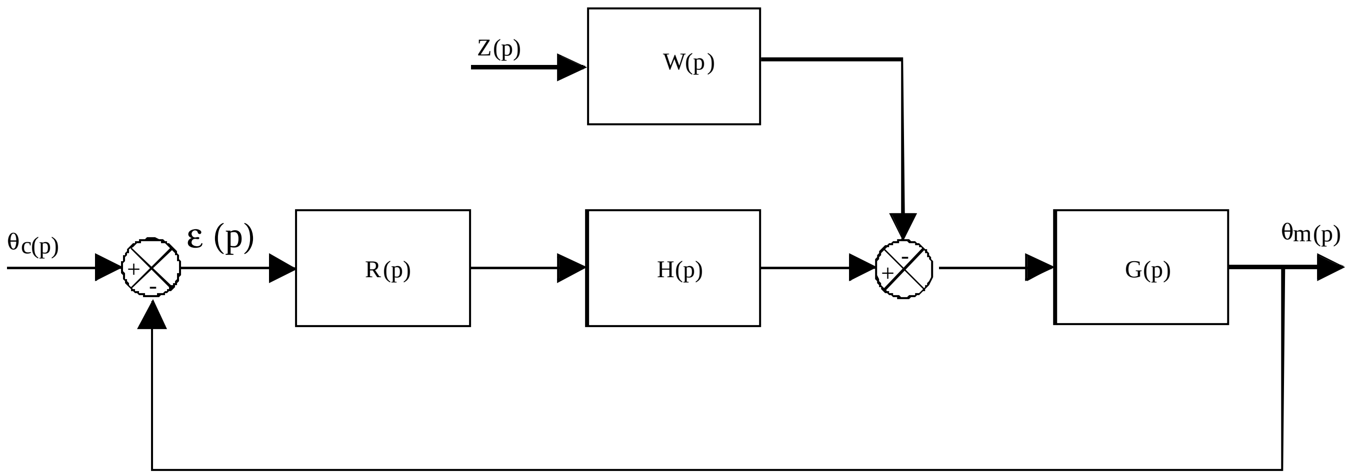


Figure 2 : Schéma bloc de l'asservissement de température de la gélifeuse

Sur cette figure, $\theta_c(p)$ représente la variation de la consigne de température, $\theta_m(p)$ la variation de la température du PVC, z(p) la variation du débit matière et R(p) la fonction de transfert du régulateur, H(p) la fonction de transfert de la régulation chaud froid, G(p) la fonction de transfert du comportement thermique de la matière et W(p) la fonction de transfert vis à vis du réglage du débit perturbateur (débit matière). Les différentes fonctions de transfert s'écrivent :

$$\boxed{H(p) = \frac{k_1}{(1+\tau_1 p)}} \qquad \boxed{G(p) = \frac{k_2}{(1+\tau_2 p)}} \qquad \boxed{W(p) = \frac{k_3}{(1+\tau_3 p)}}$$

Données numériques : $k_1 = 500$ $k_2 = 0{,}025$ $k_3 = 2500$ en unités S.I

$\tau_1 = 10 \qquad \tau_2 = 100 \qquad \tau_3 = 50$ en secondes

1. Régulation Proportionnelle P

Pour cette étude, prendre $\boxed{R(p) = k_c}$, gain proportionnel constant.

1.1 Étude de la précision en mode asservissement (variation perturbation nulle z(p)=0).

Question 1 : exprimer $\boxed{H_{BO}(p) = \dfrac{\theta_m(p)}{\theta_c(p)}}$ la fonction de transfert en boucle ouverte en fonction des paramètres du système.

Question 2 : exprimer $\boxed{H_{BF}(p) = \dfrac{\theta_m(p)}{\theta_c(p)}}$ la fonction de transfert en boucle fermée en fonction des paramètres du système.

Question 3 : exprimer $\boxed{H_{prec}(p) = \dfrac{e(p)}{\theta_c(p)}}$ la fonction de transfert de précision en fonction des paramètres du système.

Question 4 : la précision souhaitée étant de 0,5 degré sur un échelon de consigne θ_c de 40 degrés, quelle valeur donner au gain k_c pour assurer cette précision ?

1.2 Étude de la précision en mode de régulation (variation consigne nulle $\theta_c(p) = 0$)

Question 5 : donner l'expression de $\boxed{H_z(p) = \dfrac{e(p)}{z(p)}}$.

Question 6 : avec le réglage de k_c obtenu à la question 4, quelle est la précision sur la température du PVC lors d'un échelon unitaire de débit?

1.3 Étude de la stabilité vis à vis de la consigne $\theta_c(p)$ (perturbation nulle)

Question 7 : pour quelles valeurs de k_c le système est stable ? Avec le réglage obtenu à la question 4, les conditions de stabilité sont-elles satisfaisantes ? Quelle est la marge de phase ainsi obtenue pour cette valeur de gain.

Question 8 : en prenant comme critère une marge de phase de 45 degrés, quelle valeur faut-il donner à $\boldsymbol{k_c}$?

2. Régulation Proportionnelle et Intégrale PI.

Pour cette étude, prendre $\boxed{R(p) = k_c \dfrac{(1+T_i\, p)}{T_i\, p}}$, k_c gain et T_i constante d'intégration.

2.1 Réglage du régulateur PI

Pour assurer la précision de 0,5 degré, le régulateur est réglé mode PI. Le réglage se fait par compensation du pôle dominant et par obtention d'une fonction de transfert en boucle fermée équivalente à un deuxième ordre normalisé de pulsation propre ω_0 et de coefficient d'amortissement $\xi = \dfrac{1}{5}$.

Question 9 : donner la valeur de T_i choisie et calculer le gain k_c.

2.2 Précision en mode de régulation

Dans la conduite du processus, la consigne de température est constante et fixée par la formule du PVC. Le mode général de conduite est donc une régulation. Le débit matière, réglé par l'opérateur, agit directement sur la température de la matière. Les sollicitations sur cette entrée sont peu brutales et l'on considère que la montée au débit maximum (de 0 à 1) est linéaire et dure 200 s.

Question 10 : quelle est l'expression de z(p) ?

Question 11 : calculer la nouvelle fonction de transfert de $\boxed{H_z(p) = \dfrac{e(p)}{z(p)}}$.

Question 12 : quelle est l'expression littérale de cette erreur de traînage introduite par cette entrée ? Donner sa valeur . La précision est-elle assurée ?

3 . Régulation de tendance.

La perturbation z(p) est complètement connue, et il est possible d'agir en amont pour améliorer le comportement global de l'ensemble. La structure de cette correction est donnée par la figure 3.

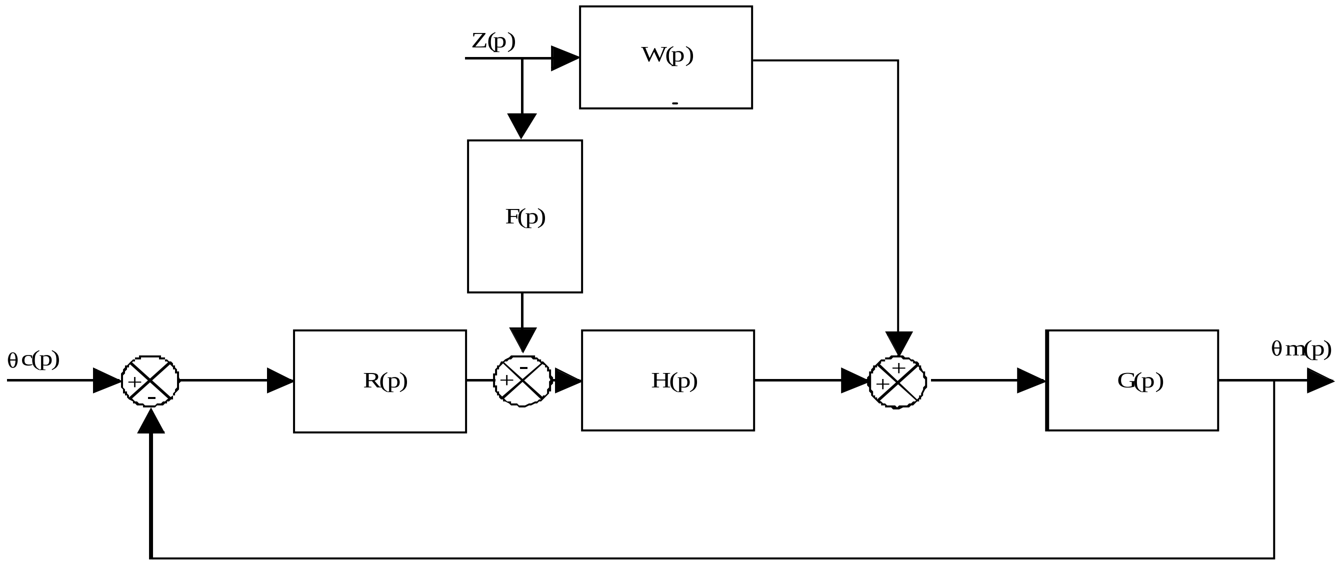


Figure 3 : Régulation de tendance

Question 13 : A partir du schéma bloc, calculer la fonction de transfert F(p) qui permet d'annuler les effets de cette perturbation sur la sortie $q_m(p)$?

Reconnaître ce qui vous manque, ne pas oublier ce que l'on a pu apprendre, c'est cela aimer étudier. <u>Zixia, disciple de Confucius</u>.

4 . Exercice : Asservissement de la position d'un laser chirugical

Les lasers ont été utilisés en chirurgie de l'œil depuis plus de 25 ans. Ils peuvent couper les tissus ou aider à la coagulation. Les lasers permettent à l'ophtalmologiste d'appliquer des soins à une zone précise de l'œil d'une façon précise et contrôlée.

Le contrôle automatique de la position (Figure 1) permet à l'ophtalmologiste d'indiquer au système où l'opération doit être effectuée. Le contrôleur va alors employer une caméra en utilisant la rétine du patient comme mire pour déterminer la bonne position du dispositif.

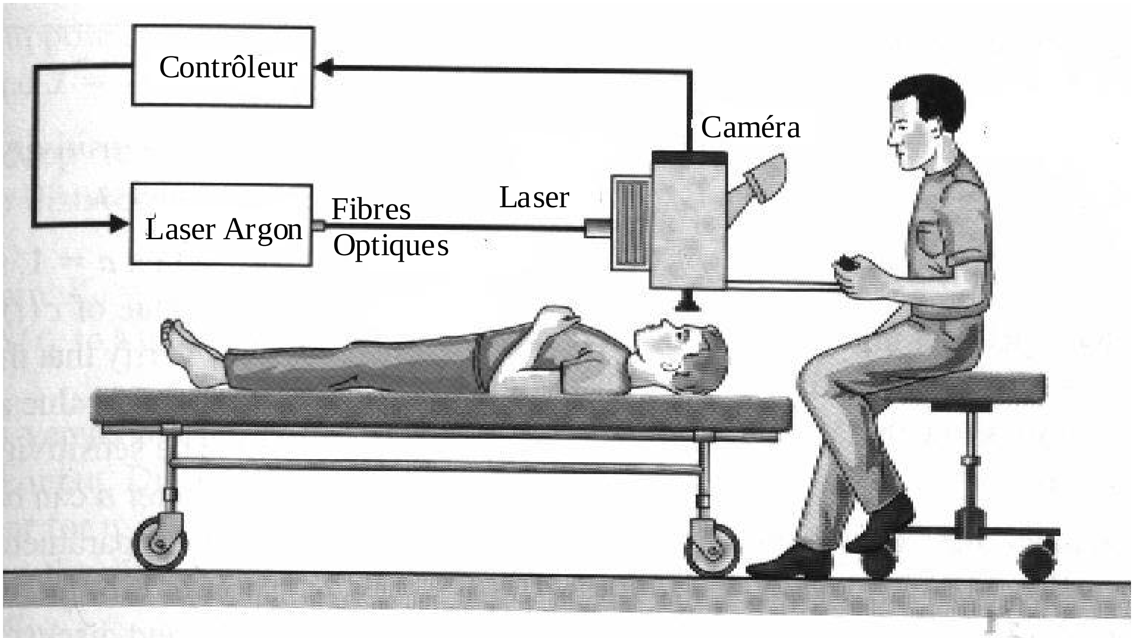


Figure 1 : Dispositif de l'asservissement de position du laser

La Figure 2 représente le modèle de comportement de cet asservissement de position :

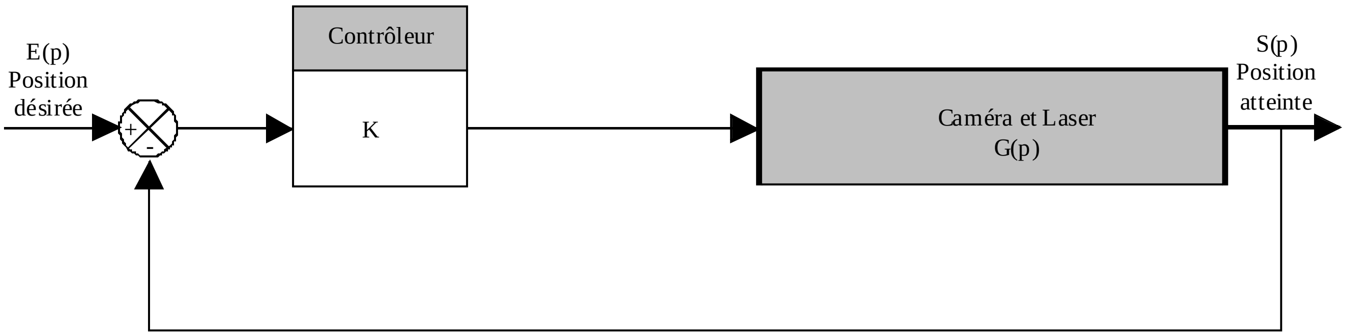


Figure 2 : Schéma bloc de l'asservissement position du laser

Sur cette figure, E(p) représente la variation de consigne de position, S(p) la variation de position, G(p) la fonction de transfert du processus constitué par la caméra et le laser, K le gain du contrôleur. La fonction de transfert du processus s'écrit :

$$\boxed{G(p) = \frac{1}{p(p+1)(p+2)}}$$

Question 1 : déterminer l'importance de chacun des critères de performance (précision, stabilité et précision) d'un système asservi par rapport au problème actuel.

Question 2 : pour quelles valeurs de K le système est stable (Routh ou Nyquist).

Question 3 : comment déterminez-vous la précision du système asservi ? Identifiez le niveau de précision du système en position (échelon unitaire) et en vitesse (rampe unitaire).

Question 4 : déterminer la marge de gain en dB dans le cas où le gain K est égal à 2. Qu' en déduisez-vous ?

Question 5 : tracer l'allure du lieu de Nyquist pour K=2 (on prendra des pulsations remarquables).

"Keep it simple: as simple as possible,

but no simpler"

Albert Einstein

Bonne Chance

Good Luck

Guten Glück

Buena Suerte

Buona Fortuna

Had Saïd

HEI 3 TC

2000-2001

Recommandations des correcteurs

sur l'épreuve de Synthèse de Régulation Industrielle

- *Malgré les recommandations données aux élèves, on observe un certain nombre de copies ayant une présentation **désastreuse** et certains élèves n'ont pas numéroté leurs copies*.
- *Malgré les recommandations données aux élèves, 11 élèves n'ont pas donné des copies séparées pour le problème et l'exercice.*
- *Certains élèves osent encore **parachuter** des résultats sans aucune démonstration ! ! !*
- *Certains élèves donnent des résultats globaux d'un cours et oublient de l'**appliquer** au problème posé.*
- *Beaucoup d'élèves se sont trompés sur l'étude de la stabilité du système du deuxième ordre en boucle fermée. Il fallait répondre tout simplement q'un système du deuxième ordre en Boucle fermée est àstabilité absolue, donc le gain est positif.*
- *Le pôle dominant est l'opposé de l'inverse de la plus grande constante de temps, donc il fallait compenser la **plus grande constante de temps** et non la plus petite.*
- *Le calcul de la marge de phase se fait en fréquentiel en **boucle ouverte** ; certains élèves ont fait les calculs en boucle fermée ! ! ! La marge de gain d'un système d'ordre 2 est infinie.*
- *Encore des élèves qui **rechignent** à effectuer des **applications numériques** et se contentent d'une expression littérale parfois même **non simplifiée**.*

Les correcteurs ont constaté un effort de présentation des copies chez un certain nombre d'élèves. Il convient toutefois de rappeler que cet effort doit porter à la fois sur la présentation générale mais aussi sur la qualité des explications et sur une présentation concise de la démarche. Les copies d'élèves dont les qualités de présentation sont jugées insuffisantes n'ont pas été pénalisées cette fois ci mais …

*En conclusion, malgré toutes ses remarques, il semble que le cours de régulation ait été assimilé par la **majorité** des élèves.*

Correcteurs
Problème (13 points) : **A. AITOUCHE**
Exercice (7 points) : **F. VIENNE**

N°Questions Problème	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Barème	1	1	1	1	0,5	0,5	2	2	1,5	0,5	0,5	0,5	1
N°Questions Exercice	1	2	3	4	5								
Barème	1	1	2	2	1								

	TC	GE	II	GC	BTP	CM
Moyenne	**10,66**	10,93	10,07	10,83	10,26	**11,33**
Maximum	**19,50**	18,50	17,50	**19,50**	17,00	17,00
Minimum	**02,50**	05,00	05,00	03,50	**02,50**	05,00

Année scolaire 2000-2001, HEI 3 TC.

Correction de l'Epreuve de Synthèse de Régulation Industrielle

PROBLEME : Asservissement de température d'une gélifeuse

Question 1 : $\boxed{H_{BO}(p) = \dfrac{k_c k_1 k_2}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}}$

Question 2 :

$$\boxed{H_{BF}(p) = \frac{k_c k_1 k_2}{\tau_1 \tau_2 p^2 + (\tau_1 + \tau_2)p + 1 + k_c k_1 k_2}}$$

Question 3 : $H_{prec}(p) = \dfrac{1}{1 + H_{BO}(p)}$

$$\boxed{H_{prec}(p) = \frac{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}{\tau_1 \tau_2 p^2 + (\tau_1 + \tau_2)p + 1 + k_c k_1 k_2}}$$

Question 4 : $\theta_c(p) = \dfrac{40}{p}$ $\varepsilon(\infty) = 0,5$

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{p \to 0} p\varepsilon(p) = \frac{40}{1 + k_c k_1 k_2} = 0,5 \Rightarrow \boxed{k_c = 6,32}$$

Question 5 : $H_z(p) = \dfrac{W(p)G(p)}{1 + R(p)H(p)G(p)}$

$$\boxed{H_z(p) = \frac{\varepsilon(p)}{z(p)} = \frac{k_3 k_2 (1+\tau_1 p)}{(1+\tau_3 p)(\tau_1 \tau_2 p^2 + (\tau_1 + \tau_2)p + 1 + k_c k_1 k_2)}}$$

Question 6 : $z(p) = \dfrac{1}{p}$

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{p \to 0} p\varepsilon(p) = \frac{k_3 k_2}{1 + k_c k_1 k_2} \Rightarrow \boxed{\varepsilon(\infty) = 0,78°C}$$

Question 7 :

- La F.T.B.F est du deuxième ordre, la condition de stabilité est donc :

$$1 + k_c k_1 k_2 > 0 \Rightarrow \boxed{k_c > \frac{-1}{k_1 k_2}}$$

- Pour ***k_c=6,32*** la stabilité est satisfaite**.**

- Le gain et la phase sont :

$$H_{BO}(\omega) = \frac{k_c k_1 k_2}{\sqrt{(1+\tau_1^2 \omega^2)(1+\tau_2^2 \omega^2)}}$$

$$\varphi(\omega) = -\arctan(\tau_1 \omega) - \arctan(\tau_2 \omega)$$

Pour trouver la marge de phase, on résout le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} H_{BO}(\omega_c) = \dfrac{k_c k_1 k_2}{\sqrt{(1+\tau_1^2 \omega_c^2)(1+\tau_2^2 \omega_c^2)}} = 1 \\ \varphi_m = \pi - \arctan(\tau_1 \omega_c) - \arctan(\tau_2 \omega_c) \end{cases}$$

L'équation du gain donne :

$$\tau_1^2 \tau_2^2 \omega_c^4 + (\tau_1^2 + \tau_2^2)\omega_c^2 + 1 - (k_c k_1 k_2)^2 = 0$$

$$\omega_c \approx \frac{1}{\tau_1 \tau_2} \sqrt{\frac{-(\tau_1^2 + \tau_2^2) + \sqrt{(\tau_1^2 + \tau_2^2)^2 + (k_c k_1 k_2 \tau_1 \tau_2)^2}}{2}}$$

$$\omega_c \approx 0,272\, rad/s \Rightarrow \boxed{\varphi_m = 22,3°}$$

Question 8 :

$$\begin{cases} \varphi_m = \dfrac{\pi}{4} = \pi - \arctan(\tau_1 \omega_c) - \arctan(\tau_2 \omega_c) \\ H_{BO}(\omega_c) = \dfrac{k_c k_1 k_2}{\sqrt{(1+\tau_1^2 \omega_c^2)(1+\tau_2^2 \omega_c^2)}} = 1 \end{cases}$$

L'équation de la phase donne : $\tan \gamma(\dfrac{3\pi}{4}) = \dfrac{\tau_1 \omega_c + \tau_2 \omega_c}{1 - \tau_1 \tau_2 \omega_c^2}$

$$\tau_1 \tau_2 \omega_c^2 - (\tau_1 + \tau_2)\omega_c - 1 = 0$$

$$\omega_c = \frac{-(\tau_1 + \tau_2) + \sqrt{(\tau_1 + \tau_2)^2 + 4\tau_1 \tau_2}}{2\tau_1 \tau_2} \Rightarrow$$

$$\omega_c = 0,118\, rad/s$$

$$k_c = \frac{\sqrt{(1+\tau_1^2 \omega_c^2)(1+\tau_2^2 \omega_c^2)}}{k_1 k_2} \Rightarrow \boxed{k_c = 1,47}$$

Question 9 : - $\boxed{T_i = \tau_2}$

- $H_{BO}(p) = \dfrac{k_c k_1 k_2}{\tau_2 p(1+\tau_1 p)}$

$$H_{BF}(p) = \frac{1}{\dfrac{\tau_1 \tau_2}{k_c k_1 k_2} p^2 + \dfrac{\tau_2}{k_c k_1 k_2} p + 1} = \frac{1}{\dfrac{1}{\omega_0} p^2 + \dfrac{2\xi}{\omega_0} p + 1}$$

$$\boxed{k_c = \frac{\tau_2}{4\xi^2 \tau_1 k_1 k_2}} \Rightarrow \boxed{k_c = 5}$$

Question 10 : $\boxed{z(p) = \dfrac{1}{200\,p^2}}$

Question 11 :

$$\boxed{H_z(p) = \frac{k_3 k_2 \tau_2 p(1+\tau_1 p)}{(1+\tau_3 p)(1+\tau_2 p)(\tau_1\tau_2 p^2 + \tau_2 p + k_c k_1 k_2)}}$$

Question 12 : $\boxed{\varepsilon(\infty) = \dfrac{k_3\tau_2}{200\,k_c k_1}} \Rightarrow \boxed{\varepsilon(\infty) = 0{,}5°C}$

La précision est assurée.

Question 13 :

$$\theta_m(p) = \frac{R(p)H(p)G(p)}{1+R(p)H(p)G(p)}\theta_c(p) + \frac{(W(p)-F(p)H(p))G(p)}{1+R(p)H(p)G(p)}z(p)$$

La perturbation s'annule ssi : $W(p) - F(p)H(p) = 0$

$$F(p) = \frac{W(p)}{H(p)} \Rightarrow \boxed{F(p) = \frac{k_3(1+\tau_3 p)}{k_1(1+\tau_1 p)}}$$

EXERCICE : Asservissement de position d'un laser chirurgical

Question 1: . Le système est précis car présence d'un intégrateur
dans la boucle ouverte. La stabilité et la rapidité du système
dépendent du gain du correcteur K. Plus K est grand, plus le
système est rapide mais risque que le système devienne instable.

Question 2 : $H_{BF}(p) = \dfrac{K}{p3 + 3p^2 + 2p + K}$

C'est un système d'ordre 3, d'après le critère de Routh, le système
est stable ssi :K>0 6-K>0 $\Rightarrow$ K<6 d'où :

$$\boxed{0 < K < 6}$$

Question 3 : $\varepsilon(p) = \dfrac{1}{1+H_{BO}(p)}E(p)$

$$\boxed{\varepsilon(\infty) = \lim_{p\to 0} p\frac{p(p+1)(p+2)}{p^3+3p^2+2p+K}E(p)}$$

- $E(p) = \dfrac{1}{p} \Rightarrow \boxed{\varepsilon(\infty) = 0}$ (présence d'un intégrateur)

- $E(p) = \dfrac{1}{p^2} \Rightarrow \boxed{\varepsilon(\infty) = \dfrac{2}{K}}$

Question 4 : Le module et la phase sont :

$$\begin{cases} H_{BO}(\omega) = \dfrac{k_c k_1 k_2}{\omega\sqrt{(1+\omega^2)(4+\omega^2)}} \\ \varphi(\omega) = -\dfrac{\pi}{2} - \arctan(\omega) - \arctan(\dfrac{\omega}{2}) \end{cases}$$

Pour déterminer la marge de gain, on résout les équations :

$$\begin{cases} G_m = \dfrac{\omega_p\sqrt{(1+\omega_p^2)(4+\omega_p^2)}}{K} \\ \varphi(\omega_p) = -\pi = -\dfrac{\pi}{2} - \arctan(\omega_p) - \arctan(\dfrac{\omega_p}{2}) \end{cases}$$

De l'équation de la phase, on a la relation suivante :

$$1 - \frac{\omega_p^2}{2} = 0 \Rightarrow \omega_p = \sqrt{2}\,rad/s$$

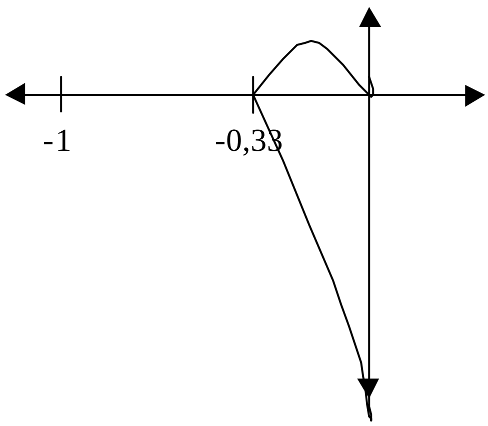
$$G_m = \frac{\sqrt{2}\sqrt{(1+2)(4+2)}}{2} = 3 \Rightarrow \boxed{G_m dB = 9{,}54}$$

La marge de gain est satisfaisante.

Question 5 : On remplit le tableau suivant **:**

ω (rad/s)	0	1	$\sqrt{2}$	2	∞
$H_{BO}(\omega)$	∞	0,63	0,33	0,16	0
$\varphi(\omega)$ °	-90	-161,6	-180	-198,4	-270

On trace l'allure du diagramme de Nyquist



École des HAUTES ÉTUDES INDUSTRIELLES

Département : AUTOMATIQUE

Enseignants: Abdel AÏ TOUCHE, Patrick DEBAY, Fabrice VIENNE

Lundi 2 Juillet 2001

H.E.I. 3 TRONC COMMUN

Durée de l'épreuve : 3h

Documents et calculatrice autorisés

ÉPREUVE DE RATTRAPAGE DE REGULATION INDUSTRIELLE

Ce document contient 6 pages.

L'épreuve se compose d'un problème composée de trois parties repérées A, B et C et d'un exercice. Les élèves sont invités à lire entièrement l'énoncé avant de composer.

Il est rappelé aux élèves qu'ils doivent impérativement :

- ***Numéroter** les copies,*
- *Rédiger de manière **claire et lisible,***
- *Indiquer **avec soin le numéro** de la question,*
- *Utiliser les **notations indiquées** dans le texte et sur les figures,*
- *Présenter les **calculs clairement**,*
- *Dégager et **encadrer** les résultats relatifs à chaque question,*
- ***Justifier** les réponses.*

*Il sera tenu compte de la **présentation des copies**.*

PROBLEME : ETUDE D'UN ASSERVISSEMENT

A. CALCUL DE LA TRANSMITTANCE DE LA POSITION DU CAP

Le Schéma bloc du modèle de position du cap d'un sous marin est donné par la figure 1 :

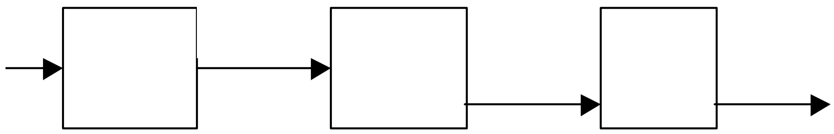


Figure 1: Schéma Bloc en Boucle Ouverte de la position du Cap

u(p) représente l'entrée de cap donnée par la barre du sous-marin (radians), α l'angle donnant la position du gouvernail (radians), Ω la vitesse de rotation (rad/s), θ le cap effectif du sous-marin (radians).

Question 1 : *Donner la transmittance $H_1(p)$ sachant qu'elle représente un système du premier ordre de gain statique* ***1*** *et de constante de temps* ***1 seconde****.*

Question 2 : *L'équation différentielle liant la position du gouvernail $\alpha(t)$ et la vitesse de rotation du sous-marin Ω est :*

$$\boxed{10\frac{d\Omega(t)}{dt} + \Omega(t) = -\frac{d\alpha(t)}{dt} + \alpha(t)}$$

Déduire la fonction de transfert H_2 (p).

Question 3 : *Donner la fonction de transfert $H_3(p)$ de gain statique unitaire liant la vitesse de rotation $\Omega(t)$ à sa position angulaire $\theta(t)$.*

Question 4 : *Montrer que la fonction de transfert globale du système en boucle ouverte notée H(p) s'écrit :*

$$\boxed{H(p) = \frac{K(1-p)}{p(1+10p)(1+p)}}$$

On donnera la valeur du gain statique K.

B. ETUDE D'UN ASSERVISSEMENT PROPORTIONNEL

Afin d'améliorer les performances de ce système, on rajoute un correcteur de type proportionnel de gain G.

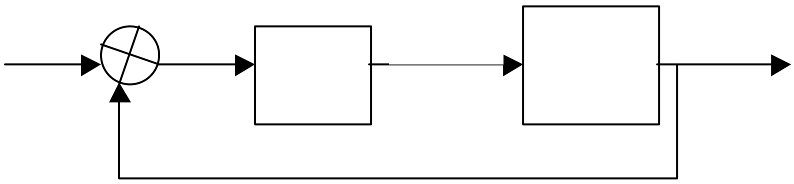


Figure 2 : Schéma bloc de l'asservissement proportionnel

Question 5 : *Etudier la stabilité de ce système par le critère de Routh. On donnera la valeur du gain G qui donne la limite de stabilité.*

Question 6 : Un retard pur t d'un système peut *être modélisé par la formule de Padé du premier ordre :*

$$\boxed{e^{-tp} = \frac{1-\frac{t}{2}p}{1+\frac{t}{2}p}}$$

Donner la nouvelle fonction de transfert H(p) en fonction du retard que l'on donnera.

Par la suite on prendra la fonction de transfert H(p) avec retard.

Question 7 : *Etudier la stabilité de ce système par le critère de Nyquist. On donnera la valeur du gain G qui donne la limite de stabilité.*

Question 8 : *Comparer la valeur de G obtenue par les deux méthodes. Pourquoi ne trouve-t-on pas la même valeur?*

.

Question 9 : *Tracer l'allure du diagramme de Nyquist pour* ***G=0.2*** *et pour* ***w=0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, ∞ (rad /s).***

Question 10 : *Proposer un schéma d'implémentation analogique avec des éléments passifs (résistances) et d'amplificateurs opérationnels de cet asservissement proportionnel. Proposer des valeurs des résistances pour la valeur de G obtenue àla question 6.*

C. Etude d'un asservissement INTEGRAL avec REtour proportionnel DERIVEE

L'objectif de cet asservissement est d'améliorer les performances dynamiques de la boucle de position en utilisant une loi de commande ″action intégrale avec retour proportionnel dérivé″. Le principe de cet asservissement est donné par la figure 3.

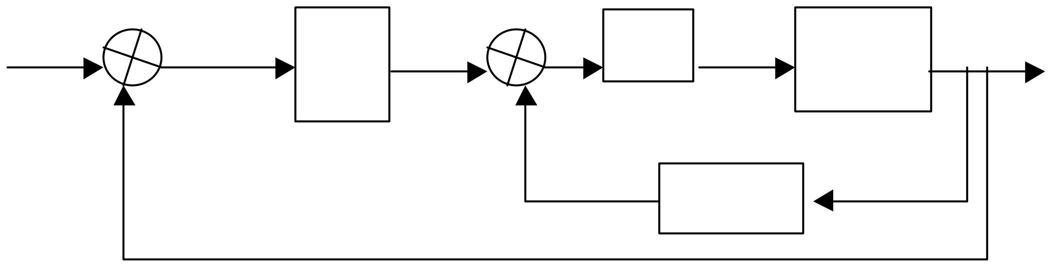


Figure 3 : Schéma de la loi de commande ″action intégrale avec retour proportionnel dérivé″

La fonction de transfert globale du système H(p) est approximée par $H_n(p)$ qui s'obtient en négligeant le retard pur :

$$\boxed{H_n(p) = \frac{1}{p(1+10p)}}$$

Question 11 : *Donner la fonction de transfert* $\frac{q(p)}{v(p)}$ *de la boucle secondaire en fonction des gains* K_d *et* T_d*.*

Question 12 : *En déduire la fonction de transfert en boucle fermée en fonction des gains* K_i*,* K_d *et* T_d*. On écrira la fonction de transfert en boucle fermée sous la forme :*

$$\boxed{H_{BF}(p) = \frac{q(p)}{q_c(p)} = \frac{1}{1+b_1 p + b_2 p^2 + b_3 p^3}}$$

Question 13 : *La détermination des gains* K_i*,* K_d *et* T_d *sera faite par placement de pôles en vue de minimiser le critère I.T.A.E (**I**ntégral **T**ime **A**bsolute **E**rror). Ce critère impose à la fonction de transfert en boucle fermée* $H_{BF}(p)$ *un dénominateur caractéristique D(p) qui minimise l'expression :* $\int_0^\infty t.\left|e(t)\right|dt$

Calculer alors les expressions des trois gains K_i, K_d et T_d en fonction de la pulsation propre non amortie w_0 sachant que le dénominateur de la fonction de transfert en boucle fermée désiré s'écrit sous la forme :

$$\boxed{D(p) = \frac{1}{w_0^3}p^3 + \frac{1{,}75}{w_0^2}p^2 + \frac{2{,}15}{w_0}p + 1}$$

Question 14 : *Cette pulsation propre non amortie ω_0 est fixée à 0,5 rad/s. Calculer alors les valeurs numériques des coefficients G, K_d et T_d.*

EXERCICE : ASSERVISSEMENT D'UN SYSTEME

DU TROISIEME ORDRE A POLE TRIPLE

La fonction de transfert H(p) d'un système d'entrée U(p) et de sortie Y(p) est une fonction de troisième ordre, de gain statique K positif et de constante de temps θ positive :

$$\boxed{H(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{K}{(1+\theta p)^3}}$$

Ce système est inséré dans une boucle de régulation comme le montre la figure 1 :

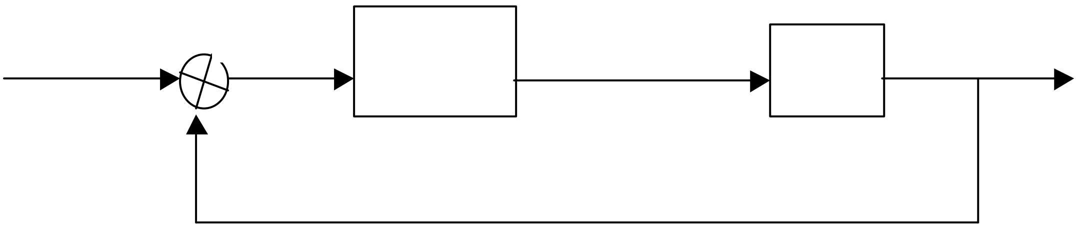


Figure 1 : Asservissement du système

On choisit un régulateur de type proportionnel $R(p) = G$. (G>0).

Question 1 : Déterminer la valeur du gain G qui donne la limite de stabilité.

On notera cette valeur critique G_C. **Quelle remarque peut-on faire sur cette valeur ?**

Question 2 : *Pour quelle valeur du gain G, le système présente une marge de phase de 45°. Comparer cette valeur à la valeur critique* valeur du gain G qui donne la limite de stabilité.

Question 3 : ***Pour la valeur du gain G qui donne une marge de phase de 45°, calculer l'erreur statique de position en % pour une variation de consigne en échelon unité. Conclure ?***

On remplace le régulateur proportionnel par un régulateur PID mixte de fonction de transfert : $R(p) = G(1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p)$. *On veut calculer les paramètres du régulateur G, T_i et T_d*

par deux méthodes différentes : la méthode de Ziegler-Nichols et la méthode de compensation.

Question 4 : Calculer les paramètres G,T_i et T_d par la méthode de **Ziegler-Nichols**.

Question 5 : On **compense** T_i *par* $2q$ *et* T_d *par* $\frac{q}{2}$. Donner la fonction de transfert en boucle ouverte simplifiée et calculer la valeur du gain G qui donne une marge de phase de 45°.

Question 6 : Regrouper les résultats obtenus précédemment dans le tableau suivant :

Méthode	G	T_i	T_d
Ziegler-Nichols			
Compensation			

Commentez les résultats obtenus. Parmi ces deux régulateurs, quel est celui que vous choisirez?

Justifiez votre réponse.

Année scolaire 2000-2001, HEI 3 TC.

Correction de l'Epreuve de Rattrapage de Synthèse de Régulation Industrielle

PROBLEME : Asservissement de position du cap d'un sous marin

Question 1 : $\boxed{H_1(p) = \dfrac{1}{1+p}}$

Question 2 : $\boxed{H_2(p) = \dfrac{(1-p)}{(1+10p)}}$

Question 3 : $\boxed{H_3(p) = \dfrac{1}{p}}$

Question 4 : $H(p) = H_1(p)H_2(p)H_3(p)$

$$\boxed{H(p) = \frac{(1-p)}{(1+p)(1+10p)}\frac{1}{p}}$$

On déduit que le gain statique $\boxed{K = 1}$.

Question 5 : L'équation caractéristique s'écrit:

$$\boxed{10p^3 + 11p^2 + (1-G)p + G = 0}$$

Condition nécessaire : G<1 et G>0.

Condition suffisante déduite par le tableau de Routh

$$G < \frac{11}{21} \Rightarrow G < 0{,}524$$

d'où : $\boxed{0 < G < 0{,}524}$

La limite de stabilité est donnée par $\boxed{G=0{,}524}$.

Question 6 : $e^{-2p} = \dfrac{1-\frac{2p}{2}}{1+\frac{2p}{2}} = \dfrac{1-p}{1+p}$

Le retard vaut 2 s.

Question 7 : La F.T.B.O en fréquentiel s'écrit :

$$H_{BO}(j\omega) = \frac{Ge^{-2j\omega}}{j\omega(1+10j\omega)}$$

$$|H_{BO}(j\omega)| = \frac{G}{\omega\sqrt{100\omega^2+1}} \quad \varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - 2\omega - a\tan(10\omega)$$

La pulsation ω_p qui donne une phase de -180° est :

$$-\frac{\pi}{2} - 2\omega_p - a\tan(10\omega_p) = -\pi$$

On trouve $\omega_p \approx 0{,}215\, rad/s$. Le gain vaudra :

$$G = \omega_p\sqrt{100\omega_p^2+1} \Rightarrow \boxed{G \approx 0{,}510}$$

Question 8 :

ω	0	0,1	0,2	0,216	0,3
$G(\omega)$	∞	1,41	0,45	0,39	0,21
$\varphi(\omega)$	-90°	-146,5°	-176,4°	-180°	-195,9
ω	0,4	0,5	1	∞	
$G(\omega)$	0,12	0,08	0,02	0	
$\varphi(\omega)$	-211,8°	-226°	-289°	$-\infty$	

Question 9 : $\boxed{\dfrac{\theta(p)}{\nu(p)} = \dfrac{K_d}{10p^2 + K_dT_dp + K_d}}$

Question 10 :

$$\boxed{H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_i}p + \frac{(K_dT_d+1)}{K_dK_i}p^2 + \frac{10}{K_dK_i}p^3}}$$

Question 11 : Par identification on obtient :

$$\boxed{K_i = \frac{\omega_0}{2{,}15} \qquad K_d = 21{,}5\omega_0^2 \qquad T_d = \frac{17{,}5\omega_0 - 1}{21{,}5_0^2}}$$

Question 12 : on obtient

$$\boxed{K_i = 0{,}2326 s^{-1} \quad K_d = 5{,}375 \quad T_d = 1{,}4419 s}$$

EXERCICE : Asservissement d'un système du troisième ordre à pôles multiples

Question 1 : . D'après le critère de Routh, on a :

$$\begin{cases} 1+GK > 0 \Rightarrow GK > -1 \\ (1+GK) - 9 > 0 \Rightarrow G < \dfrac{8}{K} \end{cases} \Rightarrow 0 < G < \frac{8}{K} \Rightarrow \boxed{G_c = \frac{8}{K}}$$

Question 2 : La F.T.B.O en fréquentiel s'écrit :

$$H_{BO}(j\omega) = \frac{GK}{(1+j\theta\omega)^3}$$

$$|H_{BO}(j\omega)| = \frac{GK}{(1+\theta^2\omega^2)^{\frac{3}{2}}} \qquad \varphi(\omega) = -3a\tan(\theta\omega)$$

La pulsation ω_c qui donne une phase de 45° est :

$$\frac{\pi}{4} = \pi - 3a\tan(\theta\omega_c) \Rightarrow \boxed{\omega_c = \frac{1}{\theta}}$$

Le gain G est : $\boxed{G = \dfrac{2{,}828}{K}}$

Question 3 :

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{p\to 0} \frac{1}{1+H_{BO}(p)} \Rightarrow \varepsilon(\infty) = \frac{1}{1+GK}$$

Pour GK=2,828 $\Rightarrow$ $\boxed{\varepsilon(\infty) = 26{,}12\,\%}$.

Erreur importante qui peut être diminuée en augmentant G.

Question 4 : La méthode de Ziegler-Nichols donne : $G = 0{,}6G_c$, $T_i = \dfrac{T_0}{2}$ et $T_d = \dfrac{T_0}{8}$. G_c étant le gain critique et T_0 la période des oscillations.

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_p} \Rightarrow avec\, \omega_p = \sqrt{3} rad/s \Rightarrow T_o = \frac{2\pi}{\sqrt{3}}$$

$$G_c = \frac{8}{K}$$

$$G = \frac{4{,}8}{K} \qquad T_i = \frac{\pi}{\sqrt{3}}\sec \quad T_d = \frac{\pi}{4\sqrt{3}}\sec$$

École des HAUTES ÉTUDES INDUSTRIELLES

Jeudi 24 Janvier 2002

H.E.I. 3 TRONC COMMUN

Département : AUTOMATIQUE

Enseignants: Abdel AÏ   TOUCHE, Aymeric GILLET, Nicolas VANDENBROUCKE

Durée de l'épreuve : 3h

Documents et calculatrice autorisés

ÉPREUVE DE SYNTHESE DE REGULATION INDUSTRIELLE

Ce document contient 12 pages.

L'épreuve se compose de trois Exercices dont un QCM. Les élèves sont invités àlire attentivement les énoncés avant de composer.

Il est rappelé aux élèves qu'ils doivent impérativement :

- ***Numéroter** les copies,*
- *Indiquer le **Génie ,***
- *Ecrire sur des feuilles **séparées** les exercices 2 et 3,*
- *Rédiger de manière **claire et lisible,***
- *Indiquer **avec soin le numéro** de la question,*
- *Utiliser les **notations indiquées** dans le texte et sur les figures,*
- *Présenter les **calculs clairement**,*
- *Dégager et **encadrer** les résultats relatifs àchaque question,*
- ***Justifier** les réponses.*

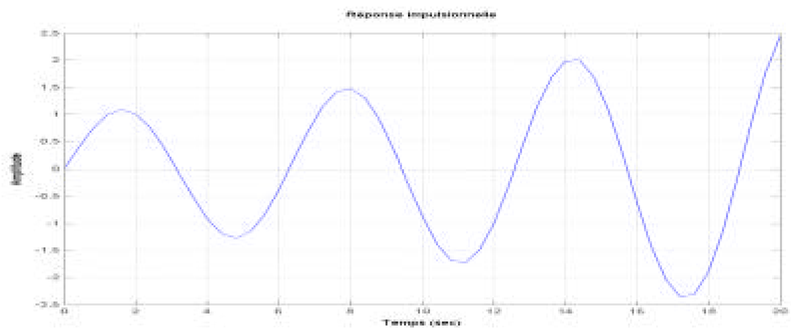
Il sera tenu compte de la ***présentation des copies***. (Correct : +1, Moyen :0, **Médiocre : -1**)

EXERCICE 1 : QCM

Cet exercice est un questionnaire àcoefficients multiples. La règle consiste àdonner une réponse parmi les trois possibles. Une réponse **correcte** (**note entière**), pas de réponse (**zéro**), une réponse **incorrecte** (**note négative**). Les élèves doivent remettre **obligatoirement le document en Annexe 1** en cochant une seule réponse par question.

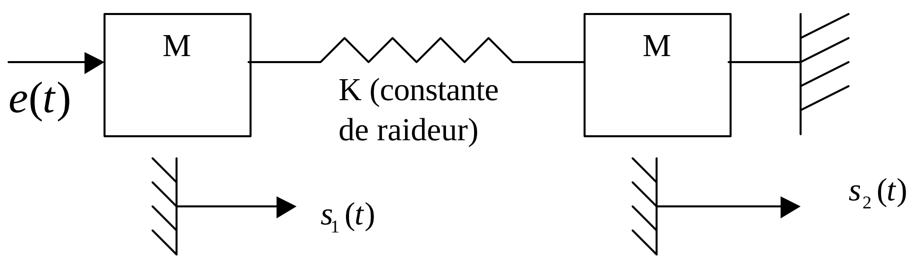
1. Dans le cas d'un système bouclé àretour unitaire, l'erreur statique est nulle si le gain statique en boucle fermée est
    a. égale àzéro
    b. égale àl'unité
    c. supérieur àzéro

2. Quelle est l'erreur statique du système asservi en réponse àune rampe unité du système représenté par la fonction de transfert du procédé suivante : $G(p) = \dfrac{p+3}{p(p+2)(p+6)}$
    a. nulle
    b. infinie
    c. 4
3. Le système régit par l'équation différentielle d'entrée e(t) et de sortie s(t) :
    $2\dfrac{d^2s}{dt^2} - 4\dfrac{ds}{dt} + 2s = u$ est :
    a. stable
    b. instable
    c. limite de stabilité
4. La réponse impulsionnelle d'un système du deuxième ordre est donnée par la figure suivante :



Sachant que a et b >0, les pôles de ce système sont :
    a. $\pm aj$
    b. $-a \pm jb$
    c. $a \pm jb$
5. La Fonction de transfert G(p) du système d'entrée e(t) et de sortie $s_2(t)$:

est :

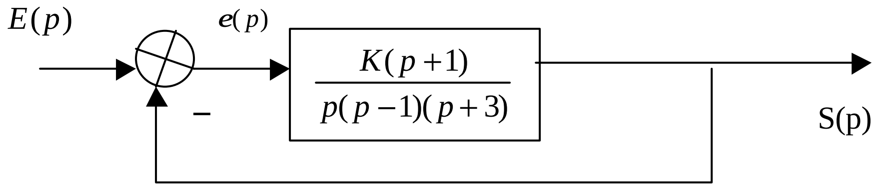


a. $G(p) = \dfrac{K}{p^2 (M^2 p^2 + 2KM)}$

b. $G(p) = \dfrac{1}{p \ (M^2 p^2 + 2KM)}$

c. $G(p) = \dfrac{K}{M^2 p^4 + 2M^2 p^2 + KM}$

6. Pour quelles valeurs de K le système bouclé suivant est stable :



a. $K > 0$
b. $0 < K < 6$
c. $K > 6$

7. La Marge de gain du système de fonction de transfert $G(p) = \dfrac{3}{(2p+1)^2}$

a. nulle
b. infinie
c. égale à3

8. La Marge de phase du système de fonction de transfert $G(p) = \dfrac{3}{(2p+1)^2}$ est :

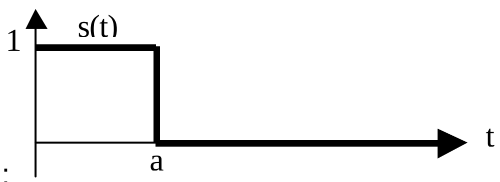
a. 70,5°
b. infinie
c. 180°

9. Soit un système de F.T.B.O : $HBO(p) = \dfrac{K}{(p+1)^4}$

La valeur de K pour laquelle la pulsation de coupure à0 dB du système est 1 rad/s, est égale à

a. 1
b. infinie
c. 4

10. La réponse impulsionnelle d'un système appelé Bloqueur d'ordre zéro est donnée par la figure suivante :



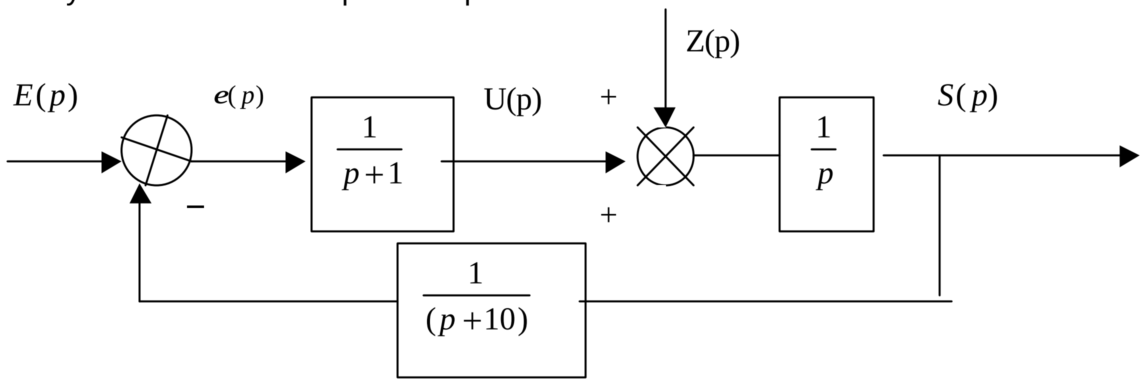
La Fonction de transfert est :

a. $\dfrac{a}{p}$

b. $\dfrac{e^{-ap}}{p}$

c. $\dfrac{1-e^{-ap}}{p}$

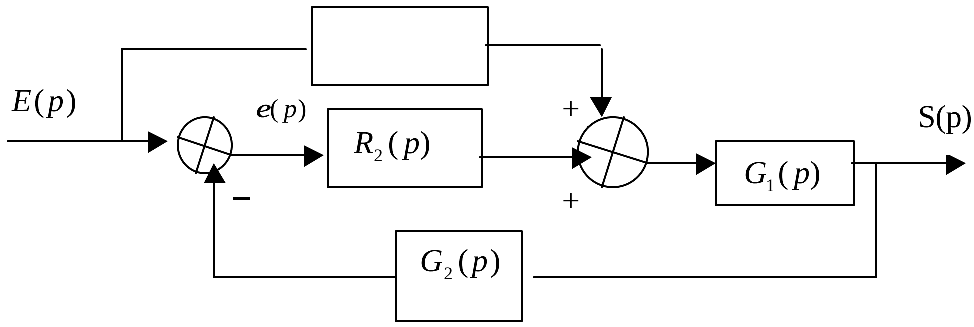
11. Un système asservi est représenté par le schéma suivant :



La valeur en régime permanent de la sortie s(t), sachant que le système est soumis simultanément à une variation de consigne en échelon unité et àune variation de perturbation en échelon d'amplitude 0,1 est égale :

a. un
b. 4
c. 0,1

12. Un correcteur par anticipation par rapport àla consigne de fonction de transfert $R_1(p)$ est un système asservi dont le rôle est de compenser l'erreur par rapport àl'entrée de consigne. Son Schéma bloc est donné par la figure suivante :



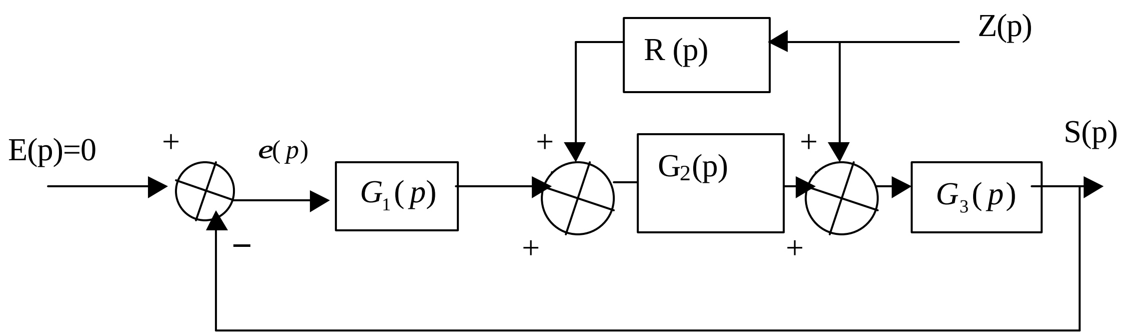
La Fonction de transfert en boucle fermée est :

a. $\dfrac{G_1 G_2 R_1 R_2}{1+G_1 G_2 R_1 R_2}$

b. $\dfrac{G_1 G_2 R_2}{1+G_1 G_2 R_1 R_2}$

c. $\dfrac{G_1(R_1+R_2)}{1+G_1 G_2 R_2}$

13. Un correcteur par anticipation par rapport àla perturbation de fonction de transfert $R(p)$ est un système asservi dont le rôle est de compenser l'erreur par rapport àla perturbation. Son Schéma bloc est donné par la figure suivante :



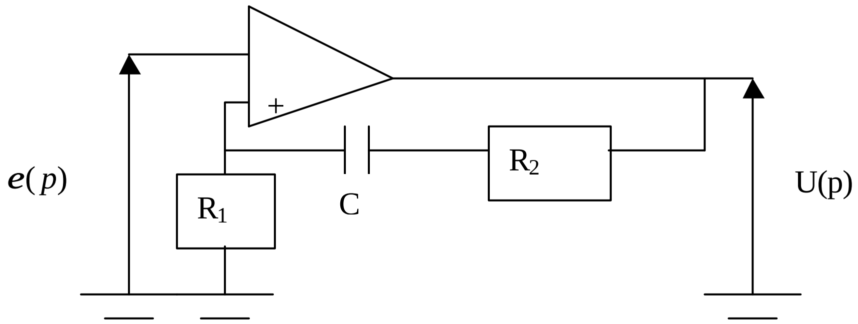
La Fonction de transfert par rapport àla perturbation Z(p) est :

a. $\frac{S(p)}{Z(p)} = \frac{G_3(1+RG_2)}{1+G_1G_2G_3}$

b. $\frac{S(p)}{Z(p)} = \frac{RG_2G_3}{1+G_1G_2G_3R}$

c. $\frac{S(p)}{Z(p)} = \frac{G_3G_2R}{1+G_2G_3R}$

14. Un régulateur PI est représenté par le schéma àamplificateur opérationnel idéal constitué de deux résistances et d'une capacité



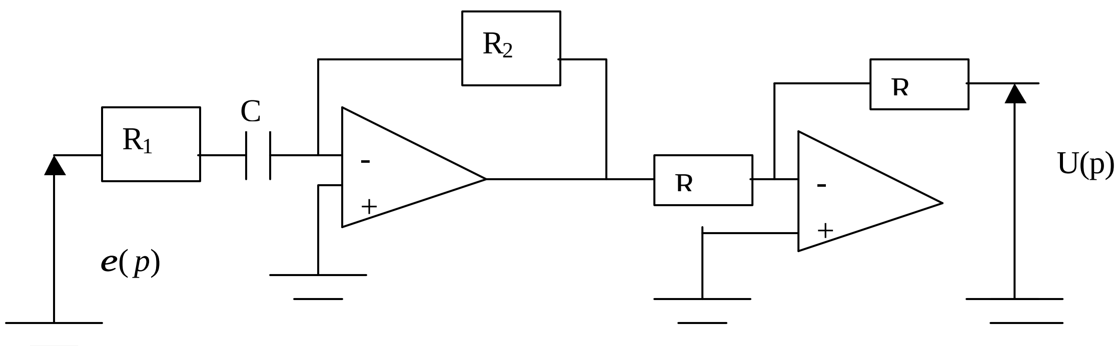
La fonction de transfert de ce régulateur est :

a. $R(p) = \frac{R_1+R_2}{R_1} + \frac{1}{R_2Cp}$

b. $R(p) = \frac{R_1+R_2}{R_1}(1+\frac{1}{(R_1+R_2)Cp})$

c. $R(p) = \frac{R_2}{R_1}(1+\frac{1}{R_2Cp})$

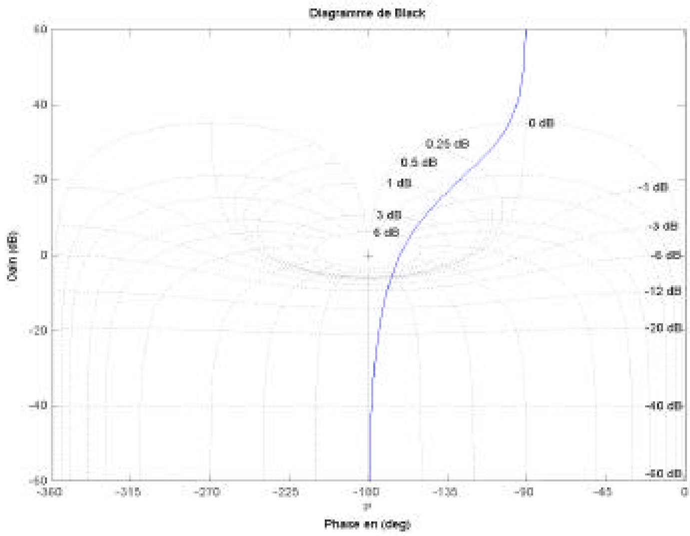
15. Un régulateur représenté par le schéma àamplificateurs opérationnels idéaux constitués de trois résistances et d'une capacité :



Ce régulateur représente : :

a. Une action dérivée simple
b. Une action dérivée filtrée par un filtre passe bas
c. Une action proportionnelle dérivée

16. Le diagramme de Black d'un système en Boucle ouverte est donné par la figure suivante :



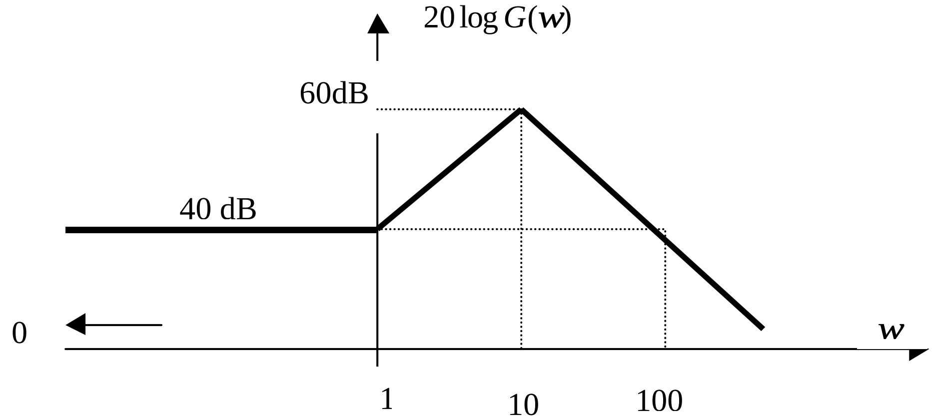
Ce diagramme représente la fonction de transfert en B.O d'un système de type:

a. $\dfrac{K}{Tp+1}$

b. $\dfrac{K}{(T_1 p+1)(T_2 p+1)}$

c. $\dfrac{K}{(Tp+1)\,p}$

17. Quelle fonction de transfert est représentée par le diagramme de Bode asymptomatique suivant :

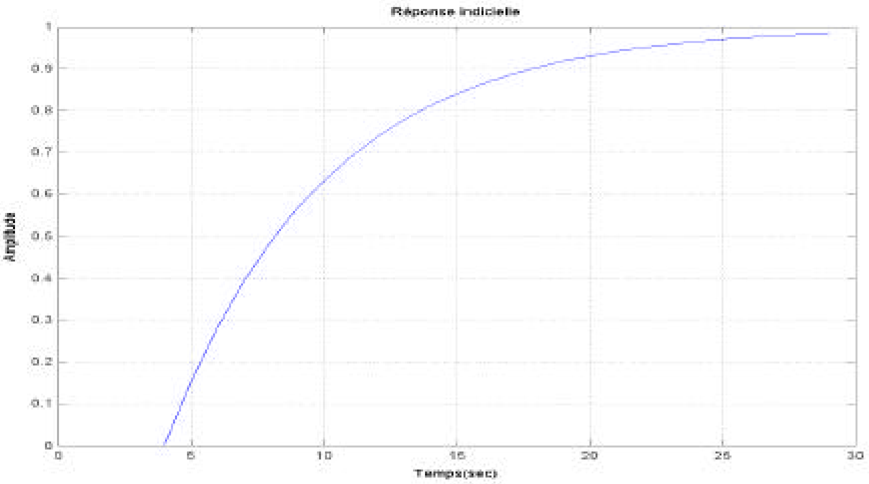


a. $G(p)=\dfrac{10}{(p+1)^2}$

b. $G(p)=\dfrac{10^4(p+1)}{(p+10)^2}$

c. $G(p)=\dfrac{10(p+1)}{(p+100)}$

18. La réponse indicielle d'un système est donnée par



La réponse indicielle est :

a. $1-e^{-\frac{t-4}{6}}$
b. $e^{-5t}-e^{-4t}$
c. $1-e^{-\frac{t}{6}}$

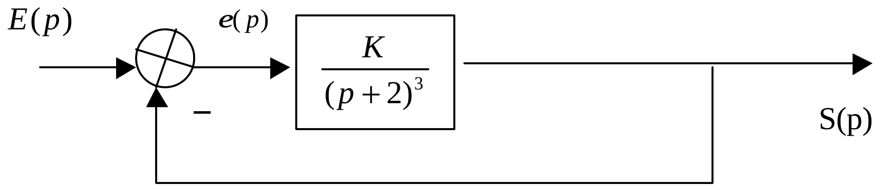
19. Un système a pour fonction de transfert en boucle ouverte

$$H_{BO}(p)=\frac{(p+1)K(1+T_i p)(1+T_d p)}{T_i p^2(2p-1)(3p+1)(6p+1)}$$

Quelles sont les valeurs de T_i et T_d que vous choissez en utilisant la méthode de compensation de pôles :

a. $Ti = 6, Td = 3$
b. $Ti = 3, Td = 6$
c. $Ti = 3, Td = 2$

20. Un système est représenté par la figure suivante :

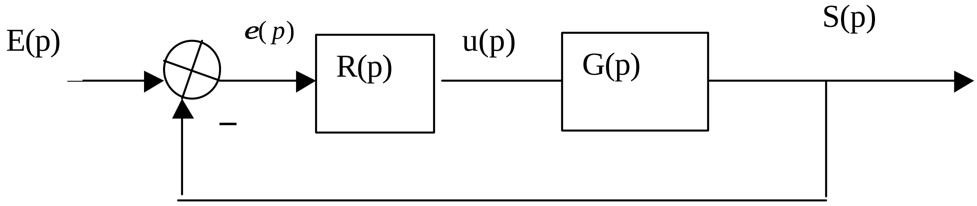


Donner la valeur K qui assure un coefficient d'amortissement de 0,6 en boucle fermée. On rappelle que la marge de phase est approximativement égale à100 fois le coefficient d'amortissement

a. K=15,4
b. K=17,8
c. K=12,7

EXERCICE 2 : PILOTAGE D'UN SYSTEME DU DEUXIEME ORDRE

Un système asservi a pour schéma fonctionnel.



$G(p) = \dfrac{1}{(1+2p)^2}$ Fonction de transfert du process àréguler. On Choisit R(p)=K

Question 1 : *Donner la fonction de transfert en Boucle fermée notée F(p).*

Question 2 : Calculer la valeur de ***K*** pour que le système en boucle fermée se comporte comme un système du deuxième ordre normalisé de coefficient d'amortissement égal à 0,4. Montrer que le temps de réponse est indépendant du coefficient d'amortissement noté ξ et de la pulsation propre non amortie notée ω_0.

Question 3 : *Pour cette valeur de K, donner le Dépassement en %, le temps du Premier Dépassement, la pulsation de résonance, le coefficient de surtension en dB et en valeur numérique. Tracer approximativement l'allure de la réponse impulsionnelle.*

Question 4 : *Tracer le lieu de transfert.* de la F.T.B.O, T(p) dans le diagramme de Black (Annexe 2) pour les pulsations ***ω=0, 0.1, 0.2, 0.5, 0.7, 0.8, 1, 1.5, 2, 5, ∞ (rad /s)*** *et* pour la valeur de K trouvée précédemment. En déduire graphiquement et calculer numériquement la marge de phase.

Question 5: A partir du lieu de transfert en B.O, tracer le lieu de transfert en boucle fermée dans le diagramme de Black de l'Annexe 2.

Question 6 : En déduire le coefficient de surtension Q en dB, la pulsation de résonance, le coefficient d'amortissement, la pulsation propre non amortie, le Dépassement Comparer avec les résultats de la question 3.

Pour les questions 2 et 6, on n'utilisera pas les formules mais le tableau des valeurs numériques suivants:

ξ	$t_{pic}\omega_0$	D%	$\dfrac{\omega_r}{\omega_0}$	Q_{dB}
0,1	3,16	73	0,99	14
0,2	3,21	53	0,96	8,13
0,3	3,29	37	0,91	4 ,8
0,4	3,43	25	0,82	2,7
0,5	3,63	16	0,71	1,2
0,6	3,93	9,5	0,53	0,3
0,7	4,40	4,6	0,14	0

Pour les questions 4 et 5, on présentera les résultats sous forme d'un tableau :

	0	0,1	0,2	0,5	0,7	0,8	1	1,5	2	5	∞
$\lvert T(j\omega)\rvert$											
$\lvert T(j\omega)\rvert_{dB}$											
$Arg(T(j\omega)\ en\ °$											
$\lvert F(j\omega)\rvert_{dB}$											

EXERCICE 3 : REGULATION DE NIVEAU DANS UN CONDENSEUR

Avant d'être traité, le gaz naturel est séparé par décantation de ses condensats. Le schéma simplifié du système de régulation et l'instrumentation de ce process est montré par la figure suivante.

DONNEES

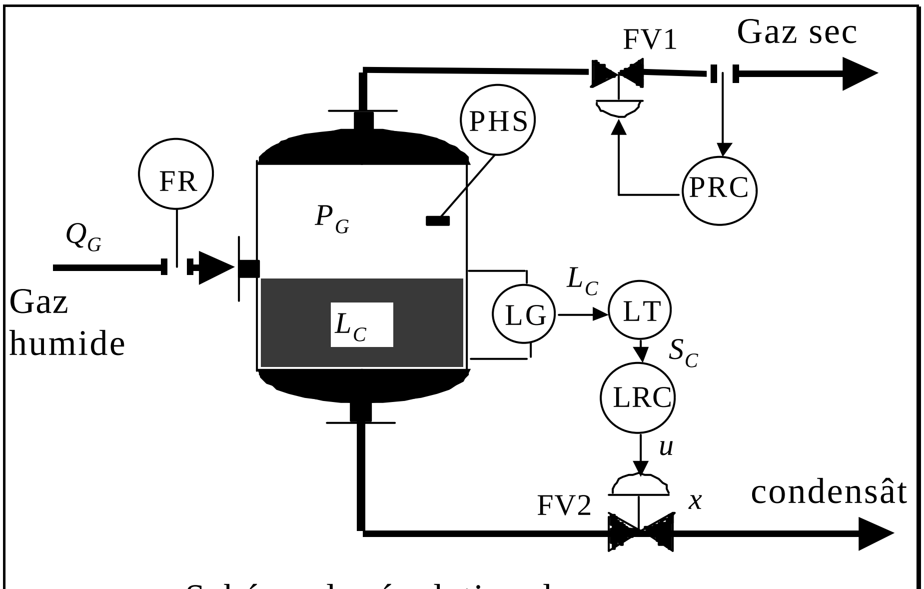


Schéma de régulation du processus

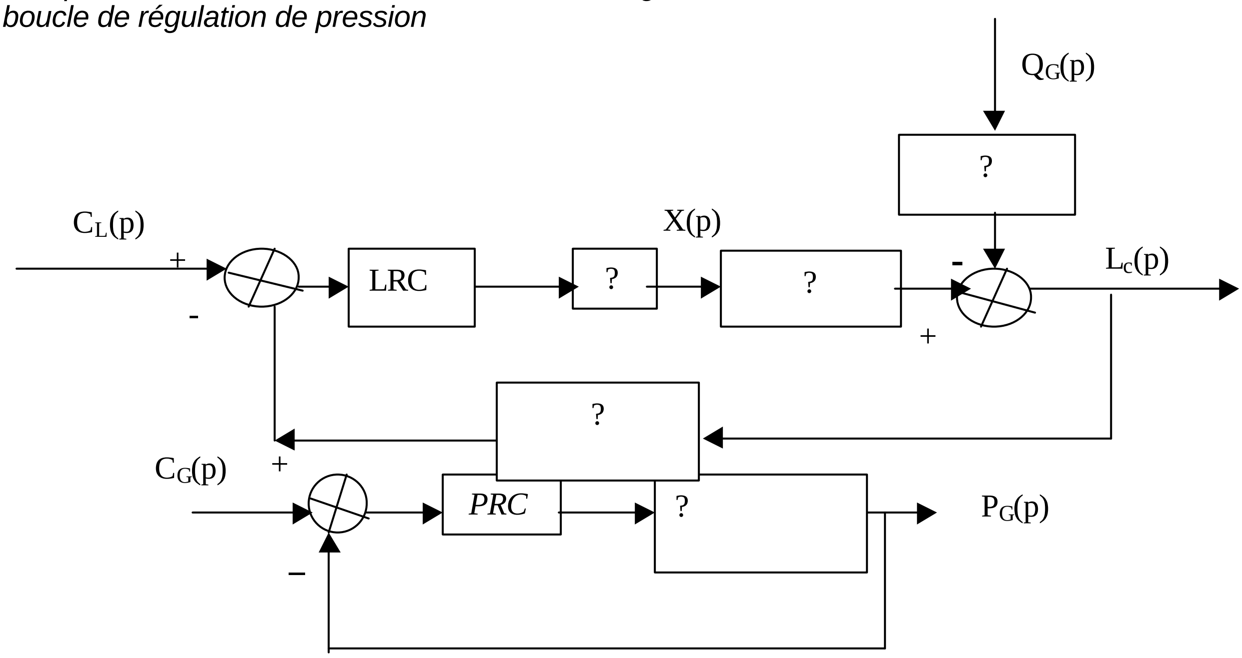
1. Les boucles de régulation de pression et de niveau sont indépendantes.
2. Les paramètres à régler sont : la pression P_G (bar) du gaz, le niveau L_C (m) du condensât.
   La perturbation est uniquement le débit à l'entrée du séparateur du gaz humide Q_G (m^3/s)
3. Les valeurs de consignes de la pression et du niveau sont : C_G = 4bars, C_L = 2m.
4. La vanne F_{V2} est décrite par un modèle mathématique liant l'entrée u (signal de commande) et la sortie x (déplacement du clapet de la vanne) suivant : $0{,}5u = \frac{dx(t)}{dt} + 0{,}5x(t)$
5. La fonction de transfert du capteur transmetteur de niveau : $G_{CT}(p) = \frac{S_C(p)}{L_C(p)} = \frac{1}{p+1}$
6. Les fonction de transfert du séparateur G_S(p) (influence de X(p) sur le niveau) et la fonction de transfert de la perturbation G_{ZL}(p) (influence du débit Q_G(p)sur le niveau) sont respectivement :

$$G_S(p) = \frac{2}{6p+1}, \qquad G_{ZL}(p) = 4$$

7. La fonction de transfert équivalente du système à commander de la boucle de pression : est :$G_{PG}(p) = \frac{1}{p^2+4p+1}$

QUESTIONS

1. *Donner la signification des différents symboles de régulation indiqués sur le schéma du processus de régulation.*
2. *Remplir le schéma fonctionnel de la boucle de régulation du niveau et le schéma fonctionnel de la boucle de régulation de pression*



Par la suite on ne s'intéresse **qu'à la régulation de niveau.** $C_L(p)=0$.

3. On utilise pour le réglage du niveau un *P - Régulateur : LRC(p) = G_r. (G_r>0)*

3.1. *Analyser l'influence du gain G_r sur la précision du système lorsque la perturbation varie en échelon unité?*

3.2 *Analyser l'influence du gain sur la stabilité du système en boucle fermée (utilisez le critère de Routh). On appellera G_{rc} le gain donnant la limite de stabilité.*

3.3. *Commentez le dilemme stabilité précision ? Que signifie physiquement l'instabilité de ce système ?*

3.4. *En utilisant la méthode pratique de Ziegler -Nichols et en supposant que le régulateur est de type série, quel gain affichez vous ?*

4. *On utilise pour le réglage du niveau un PI série -* $LRC(p)=\frac{G_r(1+T_i p)}{T_i p}$

Sachant que la pulsation au pompage w_p est égale $\frac{\sqrt{3}}{2}$ rad/s, calculer les paramètres T_i et G_r par la méthode pratique de réglage Ziegler - Nichols . Conclure ?

ANNEXE 1.

QUESTIONNAIRE de l'Exercice 1

Document à remettre obligatoirement

Nom :
Prénom :
Promotion :
Orientation :

Réponse / N° Question	a	b	c
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			

Année scolaire 2001-2002, HEI 3 TC.

Correction de l'Epreuve de Synthèse de Régulation Industrielle

EXERCICE 1 : QCM

1. **b** ($e(\infty)=\lim_{p\to 0}(1-H_{BF}(p))E(p)=0 \Rightarrow H_{BF}(0)=1$

2.**c** $e(\infty)=\lim_{p\to 0}\dfrac{p^2(p+2)(p+6)}{p^2[p(p+2)(p+6)+(p+3)]}=4$

3.b $\dfrac{S(p)}{U(p)}=\dfrac{1}{2-p-1)^2} \Rightarrow pôles\ instables$

4. c $a \pm jb$

5. a $\begin{cases} e+K(s_2-s_1)=M\ddot{s}_1 \\ -K(s_2-s_1)=M\ddot{s}_2 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{S_2(p)}{E(p)}=\dfrac{K}{p^2(M^2p^2+2KM)}$

6. c $p^3+2p^2+p(K-3)+K=0$

$2(K-3)-K>0 \Rightarrow K>6$

7. b $j(w_p)=-2arctg(2w_p)=-p \Rightarrow w_p=\infty$

$G_m=\dfrac{4w_p^2+1}{3} \Rightarrow G_m=\infty$

8. a

$\dfrac{3}{4w_c^2+1}=1 \Rightarrow w_c=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$j_m=\dfrac{180°}{p}(p-2arctg(\dfrac{2}{\sqrt{2}}))=70{,}5°$

9. c $\dfrac{K}{(w_c^2+1)^2}=1 \Rightarrow K=4$

10. c $\dfrac{1}{p}-\dfrac{e^{-ap}}{p}$

11. a

$s(\infty)=\lim_{p\to 0}\dfrac{(p+10)+0{,}1(p+1)(p+10)}{[p(p+1)(p+10)+1]}=11$

12. c $e=E-G_2S \qquad S=G1(R_2e+R_1E) \Rightarrow$

$\dfrac{S}{E}=\dfrac{G_1(R_1+R_2)}{1+G_1G_2R_2}$

13. a $e=-S \quad (G_1e+RZ)G_2+Z)G_3=S \Rightarrow$

$\dfrac{S(p)}{Z(p)}=\dfrac{G_3(1+RG_2)}{1+G_1G_2G_3}$

14.b $R(p)=\dfrac{U(p)}{e(p)}=1+\dfrac{R_2+\dfrac{1}{C_2p}}{R_1} \Rightarrow$

$R(p)=\dfrac{R_1+R_2}{R_1}(1+\dfrac{1}{(R_1+R_2)Cp})$

15. b $\dfrac{U(p)}{e(p)}=-\dfrac{R_2}{R_1+\dfrac{1}{Cp}}.(-\dfrac{R}{R})=\dfrac{R_2Cp}{1+R_1Cp}$

16. c la phase démarre à –90° et tend à –180°. Donc c'est un premier ordre avec intégrateur.

17. b On peut comparer pour w=0, b a gain de 40 dB, a a gain de 20dB et c a un gain de –20 dB.

18. a La réponse indicielle présente un retard de 4s suivie d'un premier ordre . Donc s(t)= $1-e^{-\frac{t-4}{6}}$

19. a T_i et T_d compensent les pôles stables c'est à dire 3 et 6. L'action intégrale est toujours supérieure à l'action dérivée. Donc $Ti = 6, Td = 3$

20. b $j_m=\dfrac{p}{3}=p-3arctg(\dfrac{w_c}{2})=-p \Rightarrow w_c=1{,}68rad/s$

$K=(w_c^2+1)^{\frac{3}{2}} \Rightarrow K=17{,}8$

EXERCICE 2 :

Question 1 : $T(p)=\dfrac{K}{(1+2p)^2} \to F(p)=\dfrac{T(p)}{1+T(p)}=\dfrac{K}{4p^2+4p+K+1}$

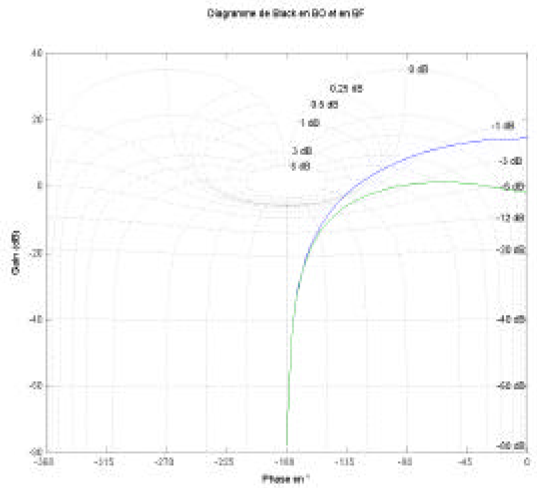
Question 2 : $K=\dfrac{1}{z^2}-1 \Rightarrow K=5{,}25$

Question 3 : $w_0=\dfrac{1}{2z} \Rightarrow t_r$ ***est*** *indépendant de* w_0 *et*

$z \Rightarrow t_r$*= 6 s ; D% = 25,4 % ; Q = 1.36 ;* t_{pic}*= 2.74 s ;* $ù_r$ *= 1,03 rad* s^{-1}

Question 4 : *Marge de phase numérique= 51,75 °*
Marge de phase pratique : 52°

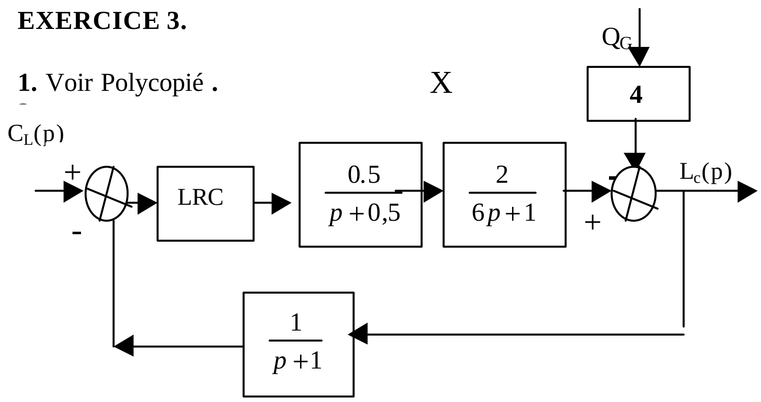
Question 6 : Q_{dB}*= 1,2-(-1,5)=2,7 dB soit Q=1,36 ,* $ù_r$ *= 1rad ,* $z=0{,}4$ *;* $ù_0$ *= 1,21 rad* s^{-1} *;*

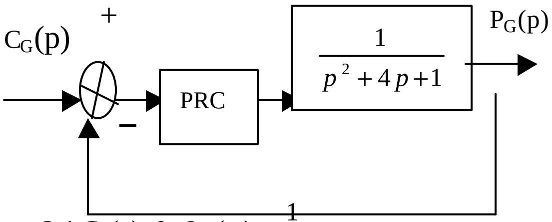


s^{-1}

EXERCICE 3.

1. Voir Polycopié **.**





3.1 $C_L(p)=0$. $Q_G(p)=\frac{1}{p}$

$$\varepsilon(p)=\frac{2(p+1)(p+0,5)}{(p+1)(6p+1)(p+0,5)+G_r}Q_G(p)$$

$$\varepsilon(\infty)=\lim_{p\to 0} p\varepsilon(p)=\frac{1}{0,5+G_r}$$

$$G_r\to\infty\Rightarrow\varepsilon(\infty)=0$$

3.2 Le dénominateur de la fonction de transfert en boucle fermée s' »crit :

$$D(p)=(6p+1)(p+0,5)(p+1)+G_r$$

$$D(p)=6p^3+10p^2+4,5p+0,5+G_r$$

$$45-6(0,5+G_r)>0\Rightarrow G_r<7$$

$$G_r>0\Rightarrow 0<G_r<7\,\textit{systèmestable}$$

Si $G_r=7$, limite de stabilité et si $G_r>7$, instable

3.3 Si on augmente le gain la précision augmente mais on diminue la stabilité . Physiquement la vanne oscille fortement et le niveau déborde.

3.4 D'après le tableau de Zieler-Nichols pour un régulateur proportionnel $Gr=\frac{G_{rc}}{2}=3,50$

4. On détermine la période des oscillations :

$$T_0=\frac{2\pi}{\omega_\pi}=\frac{4\pi}{\sqrt{3}}\approx 7,26s$$

D'après le tableau de ZielerNichols pour un PI série on a :

$$T_i=\frac{T_0}{1,2}\approx 6s$$

$$Gr=3,18$$