Unidad I. Los Números Reales Parte II

R. M.

Matemáticas, UASD

2025

Tabla de Contenido

1. Potenciación
2. Notación Científica
3. Radicación
4. Exponentes Racionales y Racionalización

a) Definición de n-ésima Potencia

Definición

La **potencia n-ésima** de un número a es el resultado de multiplicar ese número por sí mismo n veces.

$a \in \mathbb{R}, \quad n \in \mathbb{Z}$

a) Definición de n-ésima Potencia

Definición

La **potencia n-ésima** de un número a es el resultado de multiplicar ese número por sí mismo n veces.

$a \in \mathbb{R}, \quad n \in \mathbb{Z}$

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ veces}}$$

a) Definición de n-ésima Potencia

Definición

La **potencia n-ésima** de un número a es el resultado de multiplicar ese número por sí mismo n veces.

$a \in \mathbb{R}, \quad n \in \mathbb{Z}$

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ veces}}$$

Elementos:

$$a^n$$

- a: **Base**. Es el número que se multiplica.
- n: **Exponente**. Indica cuántas veces se multiplica la base.
- a^n: **Potencia**. Es el resultado de la

b) Ejemplos de Potencias

Examples

- $5^3 =$

b) Ejemplos de Potencias

Examples

- $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$
  - Base: 5
  - Exponente: 3
  - Potencia: 125
- $(-2)^4 =$

b) Ejemplos de Potencias

Examples

- $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$
  - Base: 5
  - Exponente: 3
  - Potencia: 125
- $(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$
  - Base: -2
  - Exponente: 4
  - Potencia: 16
- $\left(\frac{1}{2}\right)^2 =$

b) Ejemplos de Potencias

Examples

- $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$
  - Base: 5
  - Exponente: 3
  - Potencia: 125
- $(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$
  - Base: -2
  - Exponente: 4
  - Potencia: 16
- $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
  - Base: $1/2$
  - Exponente: 2
  - Potencia: $1/4$

c) Propiedades de los Exponentes

1. **Producto de potencias de igual base:** $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
   Ejemplo: $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$

c) Propiedades de los Exponentes

1. **Producto de potencias de igual base:** $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
   Ejemplo: $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$

c) Propiedades de los Exponentes

1. **Producto de potencias de igual base:** $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
   Ejemplo: $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$
2. **Cociente de potencias de igual base:** $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
   Ejemplo: $\frac{3^5}{3^3} =$

c) Propiedades de los Exponentes

1. **Producto de potencias de igual base:** $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
   Ejemplo: $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$
2. **Cociente de potencias de igual base:** $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
   Ejemplo: $\frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2 = 9$

c) Propiedades de los Exponentes

1. **Producto de potencias de igual base:** $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
   Ejemplo: $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$
2. **Cociente de potencias de igual base:** $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
   Ejemplo: $\frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2 = 9$
3. **Potencia de una potencia:** $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
   Ejemplo: $(4^2)^3 =$

c) Propiedades de los Exponentes

1. **Producto de potencias de igual base:** $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
   Ejemplo: $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$
2. **Cociente de potencias de igual base:** $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
   Ejemplo: $\frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2 = 9$
3. **Potencia de una potencia:** $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
   Ejemplo: $(4^2)^3 = 4^{2 \cdot 3} = 4^6 = 4096$

c) Propiedades de los Exponentes

1. **Producto de potencias de igual base:** $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
   Ejemplo: $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$
2. **Cociente de potencias de igual base:** $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
   Ejemplo: $\frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2 = 9$
3. **Potencia de una potencia:** $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
   Ejemplo: $(4^2)^3 = 4^{2 \cdot 3} = 4^6 = 4096$
4. **Potencia de un producto:** $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
   Ejemplo: $(2 \cdot 3)^3 =$

c) Propiedades de los Exponentes

1. **Producto de potencias de igual base:** $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
   Ejemplo: $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$
2. **Cociente de potencias de igual base:** $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
   Ejemplo: $\frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2 = 9$
3. **Potencia de una potencia:** $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
   Ejemplo: $(4^2)^3 = 4^{2 \cdot 3} = 4^6 = 4096$
4. **Potencia de un producto:** $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
   Ejemplo: $(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3 = 8 \cdot 27 = 216$

c) Propiedades de los Exponentes

1. **Producto de potencias de igual base:** $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
   Ejemplo: $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$
2. **Cociente de potencias de igual base:** $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
   Ejemplo: $\frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2 = 9$
3. **Potencia de una potencia:** $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
   Ejemplo: $(4^2)^3 = 4^{2\cdot 3} = 4^6 = 4096$
4. **Potencia de un producto:** $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
   Ejemplo: $(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3 = 8 \cdot 27 = 216$
5. **Potencia de un cociente:** $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
   Ejemplo: $\left(\frac{5}{2}\right)^2 =$

c) Propiedades de los Exponentes

1. **Producto de potencias de igual base:** $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
   Ejemplo: $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$
2. **Cociente de potencias de igual base:** $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
   Ejemplo: $\frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2 = 9$
3. **Potencia de una potencia:** $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
   Ejemplo: $(4^2)^3 = 4^{2\cdot 3} = 4^6 = 4096$
4. **Potencia de un producto:** $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
   Ejemplo: $(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3 = 8 \cdot 27 = 216$
5. **Potencia de un cociente:** $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
   Ejemplo: $\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{5^2}{2^2} = \frac{25}{4}$

c) Propiedades de los Exponentes

1. **Producto de potencias de igual base:** $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
   Ejemplo: $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$
2. **Cociente de potencias de igual base:** $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
   Ejemplo: $\frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2 = 9$
3. **Potencia de una potencia:** $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
   Ejemplo: $(4^2)^3 = 4^{2 \cdot 3} = 4^6 = 4096$
4. **Potencia de un producto:** $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
   Ejemplo: $(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3 = 8 \cdot 27 = 216$
5. **Potencia de un cociente:** $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
   Ejemplo: $\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{5^2}{2^2} = \frac{25}{4}$
6. **Exponente cero:** $a^0 = 1$ (para $a \neq 0$)
   Ejemplo: $125^0 =$

c) Propiedades de los Exponentes

1. **Producto de potencias de igual base:** $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
   Ejemplo: $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$
2. **Cociente de potencias de igual base:** $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
   Ejemplo: $\frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2 = 9$
3. **Potencia de una potencia:** $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
   Ejemplo: $(4^2)^3 = 4^{2 \cdot 3} = 4^6 = 4096$
4. **Potencia de un producto:** $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
   Ejemplo: $(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3 = 8 \cdot 27 = 216$
5. **Potencia de un cociente:** $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
   Ejemplo: $\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{5^2}{2^2} = \frac{25}{4}$
6. **Exponente cero:** $a^0 = 1$ (para $a \neq 0$)
   Ejemplo: $125^0 = 1$

c) Propiedades de los Exponentes

1. **Producto de potencias de igual base:** $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
   Ejemplo: $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$
2. **Cociente de potencias de igual base:** $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
   Ejemplo: $\frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2 = 9$
3. **Potencia de una potencia:** $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
   Ejemplo: $(4^2)^3 = 4^{2\cdot 3} = 4^6 = 4096$
4. **Potencia de un producto:** $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
   Ejemplo: $(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3 = 8 \cdot 27 = 216$
5. **Potencia de un cociente:** $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
   Ejemplo: $\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{5^2}{2^2} = \frac{25}{4}$
6. **Exponente cero:** $a^0 = 1$ (para $a \neq 0$)
   Ejemplo: $125^0 = 1$
7. **Exponente negativo:** $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
   Ejemplo: $3^{-2} =$

c) Propiedades de los Exponentes

1. **Producto de potencias de igual base:** $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
   Ejemplo: $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$
2. **Cociente de potencias de igual base:** $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
   Ejemplo: $\frac{3^5}{3^3} = 3^{5-3} = 3^2 = 9$
3. **Potencia de una potencia:** $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
   Ejemplo: $(4^2)^3 = 4^{2 \cdot 3} = 4^6 = 4096$
4. **Potencia de un producto:** $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
   Ejemplo: $(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3 = 8 \cdot 27 = 216$
5. **Potencia de un cociente:** $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
   Ejemplo: $\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{5^2}{2^2} = \frac{25}{4}$
6. **Exponente cero:** $a^0 = 1$ (para $a \neq 0$)
   Ejemplo: $125^0 = 1$
7. **Exponente negativo:** $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
   Ejemplo: $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

Otros Ejemplos utilizando las propiedades

1. $2^3 \cdot 2^2 =$

Otros Ejemplos utilizando las propiedades

1. $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$
2. $\frac{5^4}{5^2} =$

Otros Ejemplos utilizando las propiedades

1. $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$
2. $\frac{5^4}{5^2} = 5^{4-2} = 5^2 = 25$
3. $(3^2)^3 = 3^{2 \cdot 3} =$

Otros Ejemplos utilizando las propiedades

1. $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$
2. $\frac{5^4}{5^2} = 5^{4-2} = 5^2 = 25$
3. $(3^2)^3 = 3^{2 \cdot 3} = 3^6 = 729$
4. $(2 \cdot 3)^2 =$

Otros Ejemplos utilizando las propiedades

1. $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$
2. $\frac{5^4}{5^2} = 5^{4-2} = 5^2 = 25$
3. $(3^2)^3 = 3^{2\cdot 3} = 3^6 = 729$
4. $(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$
5. $\left(\frac{4}{2}\right)^3 =$

Otros Ejemplos utilizando las propiedades

1. $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$
2. $\frac{5^4}{5^2} = 5^{4-2} = 5^2 = 25$
3. $(3^2)^3 = 3^{2\cdot 3} = 3^6 = 729$
4. $(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$
5. $\left(\frac{4}{2}\right)^3 = \frac{4^3}{2^3} = \frac{64}{8} = 8$
6. $7^0 =$

Otros Ejemplos utilizando las propiedades

1. $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$
2. $\frac{5^4}{5^2} = 5^{4-2} = 5^2 = 25$
3. $(3^2)^3 = 3^{2\cdot 3} = 3^6 = 729$
4. $(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$
5. $\left(\frac{4}{2}\right)^3 = \frac{4^3}{2^3} = \frac{64}{8} = 8$
6. $7^0 = 1$
7. $4^{-2} =$

Otros Ejemplos utilizando las propiedades

1. $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$
2. $\frac{5^4}{5^2} = 5^{4-2} = 5^2 = 25$
3. $(3^2)^3 = 3^{2\cdot 3} = 3^6 = 729$
4. $(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$
5. $\left(\frac{4}{2}\right)^3 = \frac{4^3}{2^3} = \frac{64}{8} = 8$
6. $7^0 = 1$
7. $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$

d) Ejemplos de Simplificación Numérica I

d) Ejemplos de Simplificación Numérica II

Ejemplo 1

Simplificar la expresión $\frac{(2^3)^4 \cdot 2^5}{2^{10}}$:

$$\frac{(2^3)^4 \cdot 2^5}{2^{10}} = \frac{2^{3\cdot 4} \cdot 2^5}{2^{10}} \quad \text{Potencia de una potencia}$$

$$= \frac{2^{12} \cdot 2^5}{2^{10}} \quad \text{Multiplicar exponentes}$$

$$= \frac{2^{12+5}}{2^{10}} \quad \text{Producto de potencias}$$

$$= \frac{2^{17}}{2^{10}} \quad \text{Sumar exponentes}$$

$$= 2^{17-10} \quad \text{Cociente de potencias}$$

$$= 2^7 = 128 \quad \text{Resultado final}$$

e) Ejemplos de Simplificación con Variables

Ejemplo 1

Simplificar $\frac{(x^2y^3)^4}{x^5y^{15}}$:

e) Ejemplos de Simplificación con Variables

Ejemplo 1

Simplificar $\frac{(x^2y^3)^4}{x^5y^{15}}$:

$$\frac{(x^2y^3)^4}{x^5y^{15}} = \frac{(x^2)^4(y^3)^4}{x^5y^{15}} \quad \text{Potencia de un producto}$$

$$= \frac{x^8y^{12}}{x^5y^{15}} \quad \text{Potencia de una potencia}$$

$$= x^{8-5}y^{12-15} \quad \text{Cociente de potencias}$$

$$= x^3y^{-3} \quad \text{Restar exponentes}$$

$$= \frac{x^3}{y^3} \quad \text{Exponente negativo}$$

e) Ejemplos de Simplificación con Variables

Ejemplo 1

Simplificar $\frac{(x^2y^3)^4}{x^5y^{15}}$:

$$\begin{aligned}
\frac{(x^2y^3)^4}{x^5y^{15}} &= \frac{(x^2)^4(y^3)^4}{x^5y^{15}} && \text{Potencia de un producto}\\
&= \frac{x^8y^{12}}{x^5y^{15}} && \text{Potencia de una potencia}\\
&= x^{8-5}y^{12-15} && \text{Cociente de potencias}\\
&= x^3y^{-3} && \text{Restar exponentes}\\
&= \frac{x^3}{y^3} && \text{Exponente negativo}
\end{aligned}$$

f) Notación Científica I

Definición

La **notación científica** es una forma de escribir números muy grandes o muy pequeños de manera compacta. Un número se escribe en notación científica si tiene la forma:

$$a \times 10^n$$

donde $1 \leq |a| < 10$ y n es un número entero.

f) Notación Científica II

Examples

- **Número grande:** La distancia de la Tierra al Sol es aproximadamente 149,600,000 km.

$$149,600,000 = 1{,}496 \times 10^{8} \text{ km}$$

El punto decimal se movió 8 lugares a la izquierda, por lo que el exponente es positivo.

- **Número pequeño:** El diámetro de un átomo de hidrógeno es aproximadamente 0.000000000106 metros.

$$0{,}000000000106 = 1{,}06 \times 10^{-10} \text{ m}$$

El punto decimal se movió 10 lugares a la derecha, por lo que el exponente es negativo.

g) Definición de Raíz n-ésima

Definición

La **raíz n-ésima** de un número a es un número b tal que $b^n = a$. Se denota como:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \Leftrightarrow \quad b^n = a$$

Si n es par, debemos tener $a \geq 0$ y $b \geq 0$.

Elementos:

$$\sqrt[n]{a}$$

- n: **Índice**.
- a: **Radicando** o cantidad subradical.
- $\sqrt{}$: **Símbolo radical**.
- b: **Raíz**.

Continuación

Examples

- $\sqrt[3]{8} =$

Continuación

Examples

- $\sqrt[3]{8} = 2$ porque $2^3 = 8$.
- $\sqrt[4]{81} =$

Continuación

Examples

- $\sqrt[3]{8} = 2$ porque $2^3 = 8$.
- $\sqrt[4]{81} = 3$ porque $3^4 = 81$.
- $\sqrt[3]{-27} =$

Continuación

Examples

- $\sqrt[3]{8} = 2$ porque $2^3 = 8$.
- $\sqrt[4]{81} = 3$ porque $3^4 = 81$.
- $\sqrt[3]{-27} = -3$ porque $(-3)^3 = -27$.

h) Propiedades de los Radicales

1. **Raíz de un producto:** $\sqrt[n]{a \cdot b} =$

h) Propiedades de los Radicales

1. **Raíz de un producto:** $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
   Ejemplo: $\sqrt{9 \cdot 4}$

h) Propiedades de los Radicales

1. **Raíz de un producto:** $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
   Ejemplo: $\sqrt{9 \cdot 4} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{4} = 3 \cdot 2 = 6$
2. **Raíz de un cociente:** $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} =$

h) Propiedades de los Radicales

1. **Raíz de un producto:** $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
   Ejemplo: $\sqrt{9 \cdot 4} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{4} = 3 \cdot 2 = 6$
2. **Raíz de un cociente:** $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

   Ejemplo: $\sqrt[3]{\frac{64}{8}} =$

h) Propiedades de los Radicales

1. **Raíz de un producto:** $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
   Ejemplo: $\sqrt{9 \cdot 4} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{4} = 3 \cdot 2 = 6$
2. **Raíz de un cociente:** $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
   Ejemplo: $\sqrt[3]{\frac{64}{8}} = \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{4}{2} = 2$
3. **Raíz de una raíz:** $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} =$

h) Propiedades de los Radicales

1. **Raíz de un producto:** $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
   Ejemplo: $\sqrt{9 \cdot 4} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{4} = 3 \cdot 2 = 6$
2. **Raíz de un cociente:** $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
   Ejemplo: $\sqrt[3]{\frac{64}{8}} = \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{4}{2} = 2$
3. **Raíz de una raíz:** $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$
   Ejemplo: $\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[3 \cdot 2]{64} = \sqrt[6]{64} = 2$
4. $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a| & \text{si } n \text{ es par} \\ a & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$

i) Simplificación de Sumas y Restas de Radicales I

Importante

Solo se pueden sumar o restar directamente los **radicales semejantes**, es decir, aquellos que tienen el mismo índice y el mismo radicando.

i) Simplificación de Sumas y Restas de Radicales II

Ejemplo 1: Suma

Simplificar $3\sqrt{50} + 2\sqrt{8}$:

$$
\begin{aligned}
3\sqrt{50} + 2\sqrt{8} &= 3\sqrt{25 \cdot 2} + 2\sqrt{4 \cdot 2} && \text{Descomponer} \\
&= 3(\sqrt{25}\sqrt{2}) + 2(\sqrt{4}\sqrt{2}) && \text{Raíz de un producto} \\
&= 3(5\sqrt{2}) + 2(2\sqrt{2}) && \text{Calcular raíces exactas} \\
&= 15\sqrt{2} + 4\sqrt{2} && \text{Multiplicar} \\
&= (15 + 4)\sqrt{2} = 19\sqrt{2} && \text{Sumar términos semejantes}
\end{aligned}
$$

i) Simplificación de Sumas y Restas de Radicales III

Ejemplo 2: Resta

Simplificar $4\sqrt{12} - 2\sqrt{75}$:

$$
\begin{aligned}
4\sqrt{12} - 2\sqrt{75} &= 4\sqrt{4 \cdot 3} - 2\sqrt{25 \cdot 3} && \text{Descomponer} \\
&= 4(\sqrt{4}\sqrt{3}) - 2(\sqrt{25}\sqrt{3}) && \text{Raíz de un producto} \\
&= 4(2\sqrt{3}) - 2(5\sqrt{3}) && \text{Calcular raíces exactas} \\
&= 8\sqrt{3} - 10\sqrt{3} && \text{Multiplicar} \\
&= (8 - 10)\sqrt{3} = -2\sqrt{3} && \text{Restar términos semejantes}
\end{aligned}
$$

j) Definición de Exponentes Racionales

Definición

Un **exponente racional** es un exponente que se expresa como una fracción m/n. Representa una conexión directa entre potencias y radicales:

$$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

Donde m es el exponente y n es el índice del radical.

j) Definición de Exponentes Racionales

Definición

Un **exponente racional** es un exponente que se expresa como una fracción m/n. Representa una conexión directa entre potencias y radicales:

$$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

Donde m es el exponente y n es el índice del radical.

Examples

- $8^{2/3} =$

j) Definición de Exponentes Racionales

Definición

Un **exponente racional** es un exponente que se expresa como una fracción m/n. Representa una conexión directa entre potencias y radicales:

$$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$$

Donde m es el exponente y n es el índice del radical.

Examples

- $8^{2/3} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 4$
- $x^{1/2} =$

j) Definición de Exponentes Racionales

Definición

Un **exponente racional** es un exponente que se expresa como una fracción m/n. Representa una conexión directa entre potencias y radicales:

$$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

Donde m es el exponente y n es el índice del radical.

Examples

- $8^{2/3} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 4$
- $x^{1/2} = \sqrt[2]{x^1} = \sqrt{x}$

k) Simplificación con Exponentes Racionales

Ejemplo 1

Simplificar $(x^{1/2} \cdot y^{2/3})^6$:

k) Simplificación con Exponentes Racionales

Ejemplo 1

Simplificar $(x^{1/2} \cdot y^{2/3})^6$:

$$
\begin{aligned}
(x^{1/2} \cdot y^{2/3})^6 &= (x^{1/2})^6 \cdot (y^{2/3})^6 && \text{Potencia de un producto} \\
&= x^{(1/2)\cdot 6} \cdot y^{(2/3)\cdot 6} && \text{Potencia de una potencia} \\
&= x^3 y^4 && \text{Resultado final}
\end{aligned}
$$

k) Simplificación con Exponentes Racionales (Cont.)

Ejemplo 2

Simplificar $\frac{(a^{3/4}b^{-1/2})^4}{a^2b^3}$:

$$\frac{(a^{3/4}b^{-1/2})^4}{a^2b^3} = \frac{a^{(3/4)\cdot 4}b^{(-1/2)\cdot 4}}{a^2b^3}$$ Potencia de un producto

$$= \frac{a^3b^{-2}}{a^2b^3}$$ Simplificar exponentes

$$= a^{3-2}b^{-2-3}$$ Cociente de potencias

$$= a^1b^{-5}$$ Restar exponentes

$$= \frac{a}{b^5}$$ Exponente negativo

I) Racionalización I

Definición

La **racionalización** es el proceso de eliminar radicales del denominador de una fracción. Esto se logra multiplicando el numerador y el denominador por una expresión adecuada que elimine la raíz.

- **Caso 1: Raíz cuadrada simple.**
  Racionalizar $\frac{5}{\sqrt{3}}$:

$$\frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

I) Racionalización II

- **Caso 2: Binomio con raíz (conjugado).**
  Racionalizar $\frac{4}{2+\sqrt{5}}$: (El conjugado de $2+\sqrt{5}$ es $2-\sqrt{5}$)

$$
\begin{aligned}
\frac{4}{2+\sqrt{5}} &= \frac{4}{2+\sqrt{5}} \cdot \frac{2-\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}} \\
&= \frac{4(2-\sqrt{5})}{2^2-(\sqrt{5})^2} \qquad \text{Suma por diferencia} \\
&= \frac{8-4\sqrt{5}}{4-5} = \frac{8-4\sqrt{5}}{-1} \\
&= -8+4\sqrt{5}
\end{aligned}
$$