# Potencias, Radicales y Notación Científica

Dr. Grok

Universidad xAI

11 de junio de 2025

# Índice

# Definición de n-ésima potencia

La n-ésima potencia de un número $a$ se define como:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ veces}}$$

- **Base**: $a$, el número que se multiplica.
- **Exponente**: $n$, indica cuántas veces se multiplica la base.
- **Potencia**: $a^n$, el resultado de la operación.

# Ejemplos de potencias

1. $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
2. $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$
3. $(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81$

# Propiedades de los exponentes

1. **Producto de potencias**: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
2. **Cociente de potencias**: $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, $(a \neq 0)$
3. **Potencia de una potencia**: $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
4. **Potencia de un producto**: $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
5. **Potencia de un cociente**: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, $(b \neq 0)$
6. **Exponente cero**: $a^0 = 1$, $(a \neq 0)$
7. **Exponente negativo**: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, $(a \neq 0)$

# Ejemplos de propiedades

1. $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$
2. $\frac{5^4}{5^2} = 5^{4-2} = 5^2 = 25$
3. $(3^2)^3 = 3^{2\cdot 3} = 3^6 = 729$
4. $(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$
5. $\left(\frac{4}{2}\right)^3 = \frac{4^3}{2^3} = \frac{64}{8} = 8$
6. $7^0 = 1$
7. $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$

# Ejemplo 1: Simplificación de potencias

Simplificar: $\frac{2^5 \cdot 3^2 \cdot 2^{-3}}{3^4 \cdot 2^2}$

$$= \frac{2^{5-3} \cdot 3^{2-4}}{2^2} = \frac{2^2 \cdot 3^{-2}}{2^2} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

# Ejemplo 2: Simplificación de potencias

Simplificar: $(2^2 \cdot 3^{-1})^2 \cdot 3^3$

$$= (2^2 \cdot 3^{-1})^2 \cdot 3^3 = 2^{2\cdot2} \cdot 3^{-1\cdot2} \cdot 3^3 = 2^4 \cdot 3^{-2+3} = 2^4 \cdot 3^1 = 16 \cdot 3 = 48$$

# Ejemplo 1: Potencias con variables

Simplificar: $\frac{x^3 \cdot y^2 \cdot x^{-1}}{y^4 \cdot x^2}$

$$= \frac{x^{3-1-2} \cdot y^{2-4}}{1} = x^0 \cdot y^{-2} = \frac{1}{y^2}$$

# Ejemplo 2: Potencias con variables

Simplificar: $(a^2 b^{-3})^2 \cdot a^{-1} b^4$

$$= a^{2\cdot 2} \cdot b^{-3\cdot 2} \cdot a^{-1} \cdot b^4 = a^{4-1} \cdot b^{-6+4} = a^3 \cdot b^{-2} = \frac{a^3}{b^2}$$

# Definición de notación científica

Un número en **notación científica** se expresa como:

$$a \times 10^n$$

donde $1 \leq |a| < 10$ y $n$ es un entero.

# Ejemplos de notación científica

1. **Número pequeño**: $0{,}000345 = 3{,}45 \times 10^{-4}$
2. **Número grande**: $123, 456, 000 = 1{,}23456 \times 10^{8}$

# Definición de raíz n-ésima

La raíz n-ésima de un número $a$ se define como:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \text{tal que} \quad b^n = a$$

- **Radicando**: $a$, el número del cual se extrae la raíz.
- **Índice**: $n$, indica el tipo de raíz.
- **Raíz**: $\sqrt[n]{a}$, el resultado.

# Ejemplos de raíces

1. $\sqrt[2]{16} = 4$, porque $4^2 = 16$
2. $\sqrt[3]{27} = 3$, porque $3^3 = 27$

# Propiedades de los radicales

1. **Producto**: $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$, $(a, b \geq 0)$
2. **Cociente**: $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$, $(b \neq 0)$
3. **Raíz de raíz**: $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$
4. **Potencia**: $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$

# Ejemplos de propiedades de radicales

1. $\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$
2. $\sqrt{\frac{16}{4}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{4}} = \frac{4}{2} = 2$
3. $\sqrt[2]{\sqrt[3]{8}} = \sqrt[2\cdot 3]{8} = \sqrt[6]{8}$
4. $\sqrt[3]{8^2} = (\sqrt[3]{8})^2 = 2^2 = 4$

# Ejemplo 1: Suma de radicales

Simplificar: $3\sqrt{8} + 2\sqrt{18}$

$$3\sqrt{8} = 3 \cdot \sqrt{4 \cdot 2} = 3 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$
$$2\sqrt{18} = 2 \cdot \sqrt{9 \cdot 2} = 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$
$$6\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

# Ejemplo 2: Resta de radicales

Simplificar: $5\sqrt{50} - 3\sqrt{2}$

$$5\sqrt{50} = 5 \cdot \sqrt{25 \cdot 2} = 5 \cdot 5 \cdot \sqrt{2} = 25\sqrt{2}$$
$$25\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = (25 - 3)\sqrt{2} = 22\sqrt{2}$$

# Definición de exponentes racionales

Un exponente racional se define como:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

donde $a \geq 0$ si $n$ es par, y $n \neq 0$.

# Ejemplo 1: Exponentes racionales con variables

Simplificar: $x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{1}{3}}$

$$x^{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}} = x^{\frac{2+1}{3}} = x^{\frac{3}{3}} = x^1 = x$$

# Ejemplo 2: Exponentes racionales con variables

Simplificar: $\frac{a^{\frac{5}{2}} \cdot b^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{3}{4}}}$

$$= a^{\frac{5}{2}-\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{4}-\frac{3}{4}} = a^{\frac{5-1}{2}} \cdot b^{\frac{1-3}{4}} = a^{\frac{4}{2}} \cdot b^{-\frac{2}{4}} = a^2 \cdot b^{-\frac{1}{2}} = \frac{a^2}{b^{\frac{1}{2}}}$$

# Definición de racionalización

La racionalización consiste en eliminar el radical del denominador de una fracción multiplicando por una forma adecuada del número 1.

# Ejemplos de racionalización

1. $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
2. $\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$
3. $\frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{2}{\sqrt{3}+1} \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{3-1} = \sqrt{3} - 1$