

Ecuaciones de Valores Equivalentes en Interés Compuesto

Matemática Financiera

MAT 143 Sec 01

MATUASD

Escuela de Matemática,
F. C.
UASD

2025

Contenido

① Variables y Notación

② Concepto y Diferencias

③ Fórmulas Básicas en Compuesto

④ Ejemplos

⑤ Cierre

① Variables y Notación

② Concepto y Diferencias

③ Fórmulas Básicas en Compuesto

④ Ejemplos

⑤ Cierre

Variables y Notación

- C : Capital o valor presente
- M : Monto o valor futuro
- j : Tasa nominal anual
- i : Tasa por periodo de capitalización ($i = \frac{j}{m}$)
- m : Frecuencia de capitalización por año
- t : Tiempo en años
- n : Número total de periodos ($n = mt$)

① Variables y Notación

② Concepto y Diferencias

③ Fórmulas Básicas en Compuesto

④ Ejemplos

⑤ Cierre

Simple vs. Compuesto: Diferencias Clave

- **Interés simple:** crecimiento *lineal*.

$$M = C(1 + i_{\text{simple}} t)$$

- **Interés compuesto:** crecimiento *exponencial* con capitalización discreta.

$$M = C(1 + i)^n, \quad i = \frac{j}{m}, \quad n = mt$$

- **Equivalencia:** en simple se usan factores lineales, en compuesto se usan potencias de $(1 + i)$ al mover valores entre fechas.
- La **elección de la fecha focal** es libre; todas las cantidades deben llevarse coherenteamente a esa fecha.

① Variables y Notación

② Concepto y Diferencias

③ Fórmulas Básicas en Compuesto

④ Ejemplos

⑤ Cierre

Mover valores entre fechas (interés compuesto)

- **Capitalizar** desde n_0 hasta $n_1 > n_0$:

$$V(n_1) = V(n_0) (1 + i)^{n_1 - n_0}$$

- **Descontar** desde n_1 hasta $n_0 < n_1$:

$$V(n_0) = \frac{V(n_1)}{(1 + i)^{n_1 - n_0}}$$

- **Equivalencia** en fecha focal n^* :

$$\sum_k \text{Pago}_k (1 + i)^{n^* - n_k} = \sum_\ell \text{Pago}'_\ell (1 + i)^{n^* - n'_\ell}$$

① Variables y Notación

② Concepto y Diferencias

③ Fórmulas Básicas en Compuesto

④ Ejemplos

⑤ Cierre

Ejemplo 1: Equivalencia Monto–Capital

Problema

Un inversionista debe elegir entre recibir \$10,000 hoy o \$13,500 dentro de 3 años. Si la tasa nominal anual es $j = 8\%$ capitalizable semestralmente ($m = 2$), ¿cuál opción es mejor?

Cálculo

Calculamos el valor presente del monto futuro y lo comparamos con el valor actual.

La tasa por periodo: $i = \frac{j}{m} = \frac{0,08}{2} = 0,04$.

El número de periodos: $n = mt = 2 \times 3 = 6$.

El valor presente equivalente de \$13,500:

$$C = \frac{13,500}{(1 + i)^n} = \frac{13,500}{(1,04)^6} \approx \frac{13,500}{1,265319} \approx \$10,670,56$$

Como \$10,670.56 (valor presente de la opción futura) es mayor que los \$10,000 ofrecidos hoy, la segunda opción es más ventajosa.

Ejemplo 2: Equivalencia en Fecha Intermedia

Problema

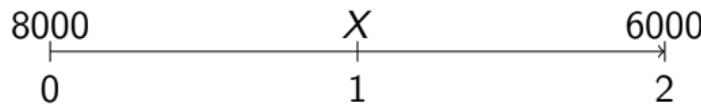
Encuentre el valor X al final del año 1 equivalente a \$8,000 hoy (año 0) y \$6,000 al final del año 2. Use $j = 10\%$, $m = 2$ (semestral).

Cálculo

$i = \frac{0,10}{2} = 0,05$. Un año equivale a $n = 2$ periodos.

$$X = 8000(1 + i)^2 + \frac{6000}{(1 + i)^2} = 8000(1,05)^2 + \frac{6000}{(1,05)^2}$$

$$X = 8000(1,1025) + \frac{6000}{1,1025} \approx 8820,00 + 5444,44 = \boxed{\$14,264,44}$$



Ejemplo 3: Flujo Mixto a Pago Único Futuro

Problema

Tres pagos: \$3,000 a los 0.5 años, \$4,000 a los 1.5 años, y \$5,000 a los 2 años. Halle el pago único equivalente al final del año 3. Use $j = 12\%$, $m = 4$.

Cálculo

$i = \frac{0,12}{4} = 0,03$. En trimestres, las fechas son 2, 6, 8 y la focal 12.

$$M_3 = 3000(1,03)^{10} + 4000(1,03)^6 + 5000(1,03)^4$$

$$(1,03)^{10} \approx 1,343916, \quad (1,03)^6 \approx 1,194052, \quad (1,03)^4 \approx 1,125509$$

$$M_3 \approx 3000(1,343916) + 4000(1,194052) + 5000(1,125509) \approx \$14,435,50$$



Ejemplo 4: Determinación del Tiempo

Problema

¿En cuántos meses n es equivalente \$9,000 hoy a \$12,000 en interés compuesto con $j = 15\%$, $m = 12$?

Cálculo

$i = \frac{0,15}{12} = 0,0125$. Se impone $9000(1 + i)^n = 12000$:

$$n = \frac{\ln(12000/9000)}{\ln(1 + i)} = \frac{\ln(4/3)}{\ln(1,0125)} \approx \frac{0,287682}{0,012422} \approx 23,16 \text{ meses.}$$

Si se requieren períodos enteros, tomar $n = 24$ meses (redondeo hacia arriba). En años:

$$t = \frac{n}{m} \approx \frac{23,16}{12} \approx 1,93 \text{ años.}$$

Ejemplo 5: Pago Intermedio equivalente a dos flujos

Problema

Se tienen dos valores: \$5,000 dentro de 6 meses y \$8,000 dentro de 18 meses. ¿Qué valor único M pagado dentro de 12 meses será equivalente a ambos valores usando $j = 18\%$, $m = 12$?

Cálculo

Convertimos todo a meses y usamos $i = \frac{0,18}{12} = 0,015$. Igualamos los valores llevados a la fecha focal en 12 meses:

$$5000(1,015)^{12-6} + 8000(1,015)^{12-18} = M$$

$$5000(1,015)^6 + 8000(1,015)^{-6} = M$$

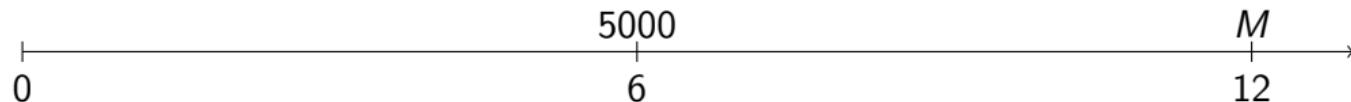
Calculamos los factores:

$$(1,015)^6 \approx 1,093443, \quad (1,015)^{-6} \approx 0,914797$$

Cont.

$$M \approx 5000 \times 1,093443 + 8000 \times 0,914797$$

$$M \approx 5467,22 + 7318,38 = \boxed{\$12,785,60}$$



① Variables y Notación

② Concepto y Diferencias

③ Fórmulas Básicas en Compuesto

④ Ejemplos

⑤ Cierre

Conclusiones

- La equivalencia en interés compuesto se basa en trasladar todos los valores a una **misma fecha focal** usando potencias de $(1 + i)$.
- La **elección de la fecha focal** es arbitraria, pero el resultado debe ser consistente.
- En comparación con interés simple, el **crecimiento exponencial** en compuesto hace crítica la correcta conversión $i = j/m$ y $n = mt$.

Referencias

- Díaz Mata, A. (2019). *Matemáticas Financieras*. McGraw-Hill.
- Ayres, F. (2015). *Matemáticas Financieras*. McGraw-Hill.
- Villalobos, J. L. (2017). *Matemáticas Financieras*. 5^a Ed. Pearson.