

# **Лабораторная работа №2**

**Задача о погоне**

Гузева Ирина Николаевна

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>7</b>
4.1	Случай 1: Катер находится на расстоянии 11,5 км от лодки в начальном момент времени. . . . .	8
4.1.1	Начальные условия . . . . .	8
4.2	Случай 2: Катер находится на расстоянии 11,5 км от лодки, но в противоположном направлении. . . . .	9
4.3	Построение модели . . . . .	9
4.4	Итоговые результаты . . . . .	11
<b>5</b>	<b>Выводы</b>	<b>12</b>
5.1	Список литературы . . . . .	12

## Список иллюстраций

4.1	Уравнение движения . . . . .	8
4.2	Уравнение . . . . .	8
4.3	Начальные условия . . . . .	8
4.4	Начальные условия . . . . .	9
4.5	Траектория движения катера в 1 случае . . . . .	10
4.6	Траектория движения катера и лодки . . . . .	11

# 1 Цель работы

Построить математическую модель для выбора правильной стратегии при решении примера задачи о погоне.

## 2 Задание

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 11,5 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,5 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найти точку пересечения траектории катера и лодки

### 3 Теоретическое введение

Кривая погони — кривая, представляющая собой решение задачи о «погоне», которая ставится следующим образом. Пусть точка  $A$  равномерно движется по некоторой заданной кривой. Требуется найти траекторию равномерного движения точки  $P$  такую, что касательная, проведённая к траектории в любой момент движения, проходила бы через соответствующее этому моменту положение точки  $A$ .

## 4 Выполнение лабораторной работы

Формула для выбора варианта:  $(1132226441\%70)+1 = 32$  вариант.

Запишем уравнение описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).

Принимем за  $t_0 = 0, x_0 = 0$  – место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения,  $x_{k0} = k$  – место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров  $x_{k0}$  ( $\theta = x_{k0} = 0$ ), а полярная ось  $r$  проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса  $\theta$ , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

Скорость катера в 3,5 раза больше скорости лодки. Обозначим скорость лодки как  $(v)$ , тогда скорость катера будет  $(3,5v)$ .

## 4.1 Случай 1: Катер находится на расстоянии 11,5 км от лодки в начальный момент времени.

Уравнение движения катера в полярных координатах (рис. 4.1):

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{(3.5v)^2 - v^2} = \sqrt{12.25v^2 - v^2} = \sqrt{11.25}v \end{cases}$$

Рис. 4.1: Уравнение движения

Исключая время ( t ), получаем (рис. 4.2):

$$\begin{cases} \frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{11,25}} \end{cases}$$

Рис. 4.2: Уравнение

### 4.1.1 Начальные условия

Начальные условия для 1 случая (рис. 4.3):

$$\{\theta_0 = 0, \quad r_0 = 11,5 \text{ км}\}$$

Рис. 4.3: Начальные условия



## 4.2 Случай 2: Катер находится на расстоянии 11,5 км от лодки, но в противоположном направлении.

Уравнение движения катера остается таким же, но начальные условия меняются (рис. 4.4):

$$\{\theta_0 = -\pi, \quad r_0 = 11,5 \text{ км}\}$$

Рис. 4.4: Начальные условия

## 4.3 Построение модели

```
using DifferentialEquations, Plots
```

```
# Начальные условия для первого случая
```

```
r0 = 11.5 / 4.5
```

```
theta0 = (0.0, 2*pi)
```

```
# Функция, описывающая движение катера
```

```
f(r, p, t) = r / sqrt(11.25)
```

```
# Постановка задачи и решение
```

```
prob = ODEProblem(f, r0, theta0)
```

```
sol = solve(prob, saveat = 0.01)
```

```
# Построение траектории движения катера
```

```
plot(sol.t, sol.u, proj=:polar, lims=(0, 15), label = "Траектория движения катера")
```

В результате получаем такой рисунок (рис. 4.5):

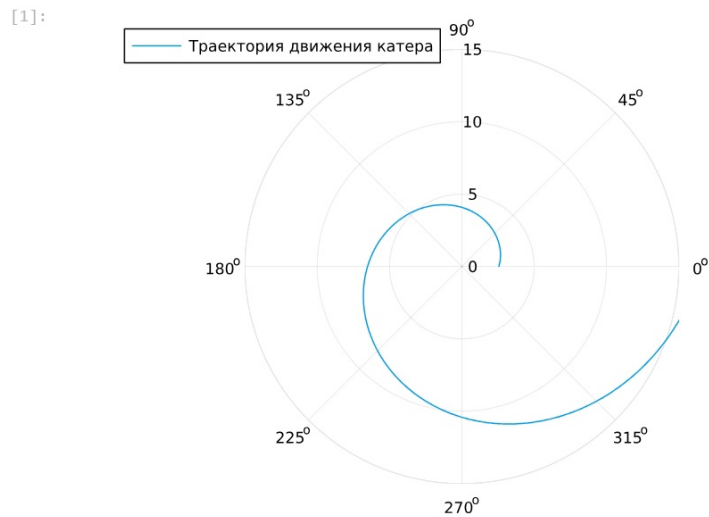


Рис. 4.5: Траектория движения катера в 1 случае

```
# Начальные условия для второго случая
```

```
r0_2 = 11.5 / 2.5
```

```
theta0_2 = (-pi, pi)
```

```
# Постановка задачи и решение
```

```
prob_2 = ODEProblem(f, r0_2, theta0_2)
```

```
sol_2 = solve(prob_2, saveat = 0.01)
```

```
# Построение траектории движения катера
```

```
plot(sol_2.t, sol_2.u, proj=:polar, lims=(0, 15), label = "Траектория движения ка
```

В результате получаем такой рисунок (рис. 4.6):

[2]:

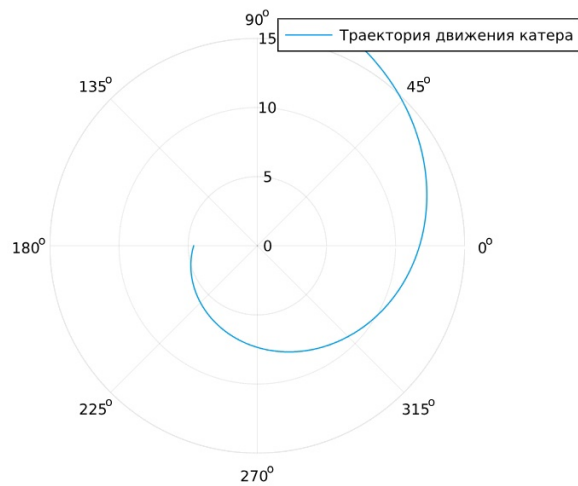


Рис. 4.6: Траектория движения катера и лодки

## 4.4 Итоговые результаты

1. В первом случае катер перехватит лодку на расстоянии 6.532 км под углом 60 градусов (1.047 радиан).
2. Во втором случае катер перехватит лодку на расстоянии 9.798 км под углом 120 градусов (2.094 радиан).

## 5 Выводы

В процессе выполнения данной лабораторной работы я построила математическую модель для выбора правильной стратегии при решении примера задачи о погоне.

### 5.1 Список литературы

1. Кривая погони [Электронный ресурс]. URL: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Кривая\\_погони](https://ru.wikipedia.org/wiki/Кривая_погони).