Лабораторная работа №5

Модель эпидемии (SIR)

Гузева Ирина Николаевна.

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

Докладчик

- Гузева Ирина Николаевна
- студентка НФИбд-01-22
- Российский университет дружбы народов
- 1132226441@pfur.ru
- https://inguzeva.github.io/ru/

Цель работы

Построить модель SIR в *xcos* и OpenModelica.

Задание

1. Реализовать модель SIR в *xcos*;
2. Реализовать модель SIR с помощью блока Modelica в *xcos*;
3. Реализовать модель SIR в OpenModelica;
4. Реализовать модель SIR с учётом процесса рождения / гибели особей в xcos (в том числе и с использованием блока Modelica), а также в OpenModelica;
5. Построить графики эпидемического порога при различных значениях параметров модели (в частности изменяя параметр μ);
6. Сделать анализ полученных графиков в зависимости от выбранных значений параметров модели.

$$\begin{cases} \dot{s} = -\beta s(t) i(t); \\ \dot{i} = \beta s(t) i(t) - \nu i(t); \\ \dot{r} = \nu i(t), \end{cases}$$

где β – скорость заражения, ν – скорость выздоровления.

Зафиксируем начальные данные:

$\beta = 1,\ \nu = 0,3, s(0) = 0,999,\ i(0) = 0,001,\ r(0) = 0.$

Реализация модели в xcos

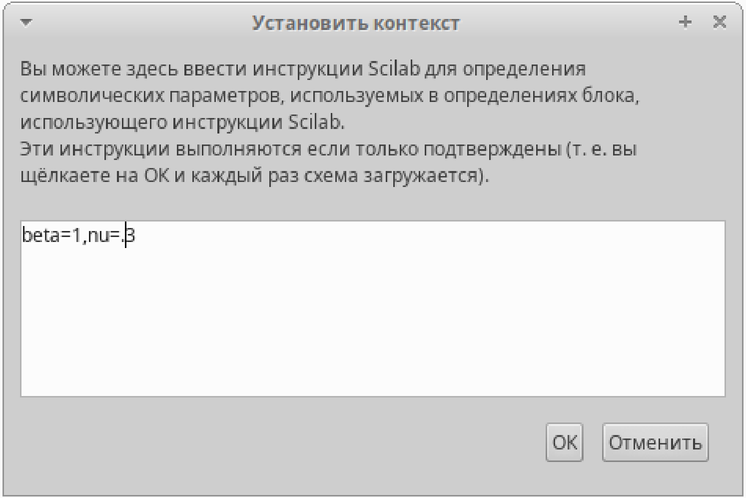


Рис. 1: Задание переменных окружения в xcos

Реализация модели в xcos

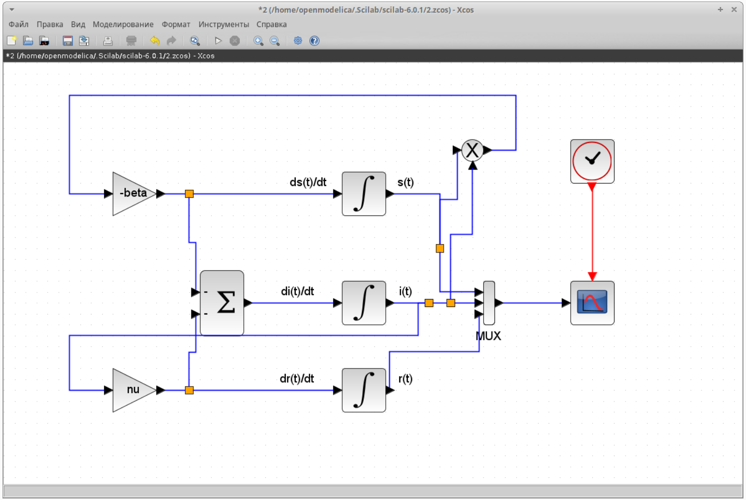


Рис. 2: Модель SIR в xcos

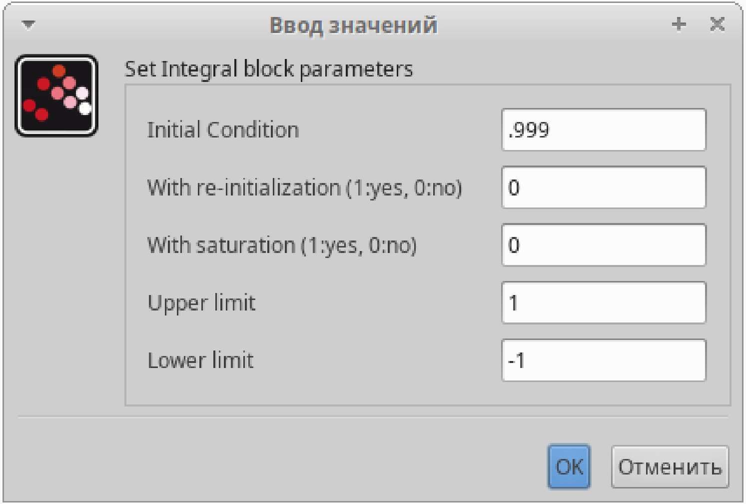


Рис. 3: Задание начальных значений в блоках интегрирования

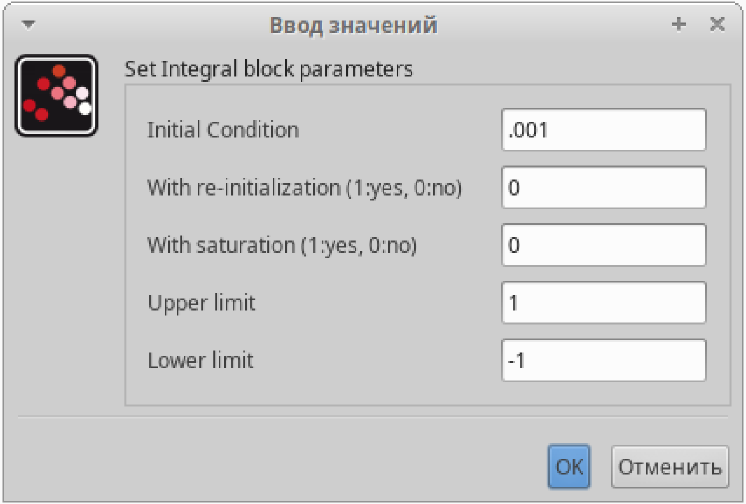


Рис. 4: Задание начальных значений в блоках интегрирования

Реализация модели в xcos

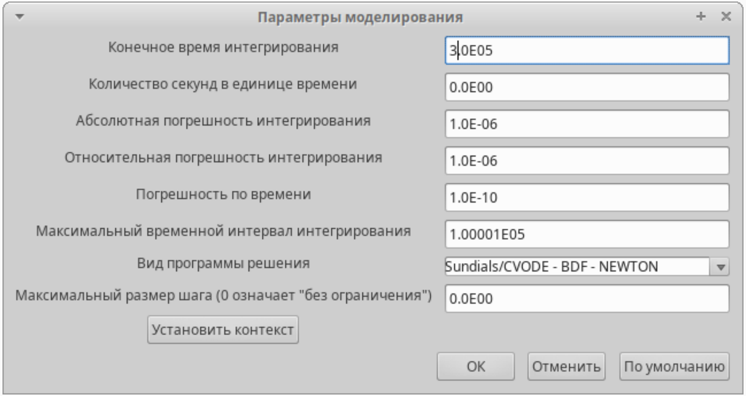


Рис. 5: Задание конечного времени интегрирования в xcos

Реализация модели в xcos

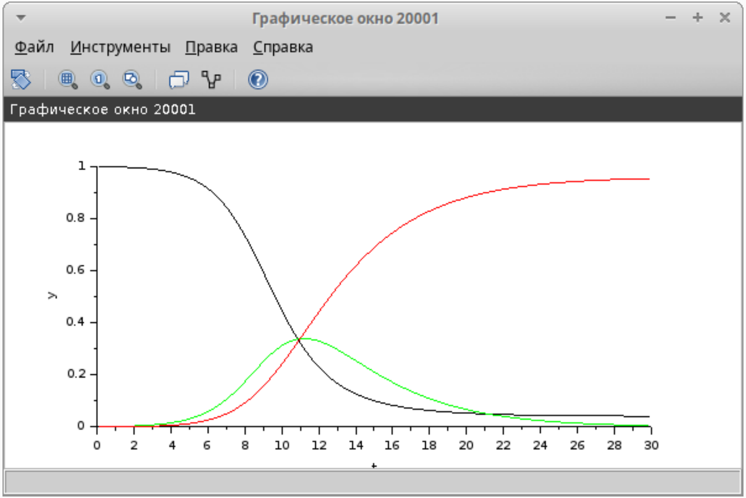
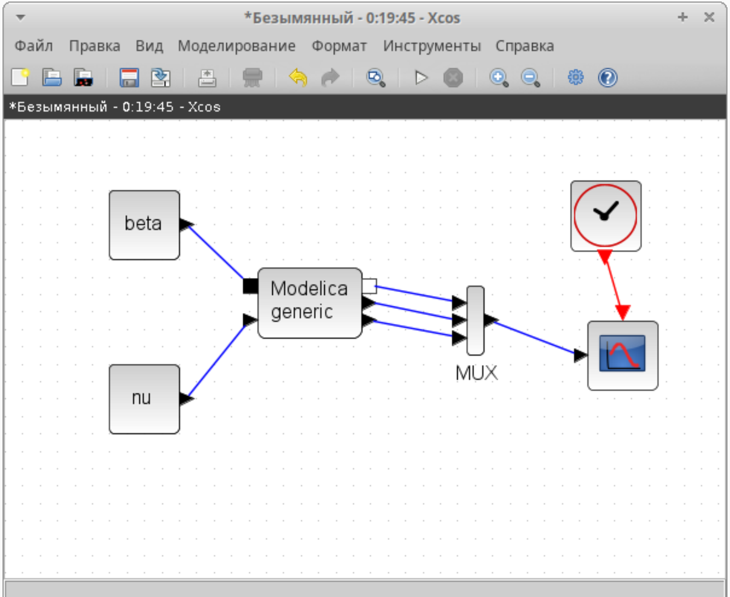


Рис. 6: Эпидемический порог модели SIR при $\beta = 1, \nu = 0.3$

Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos



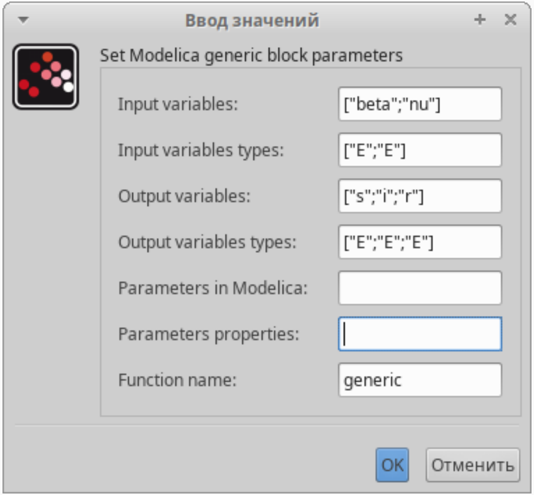


Рис. 8: Параметры блока Modelica для модели SIR

Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos

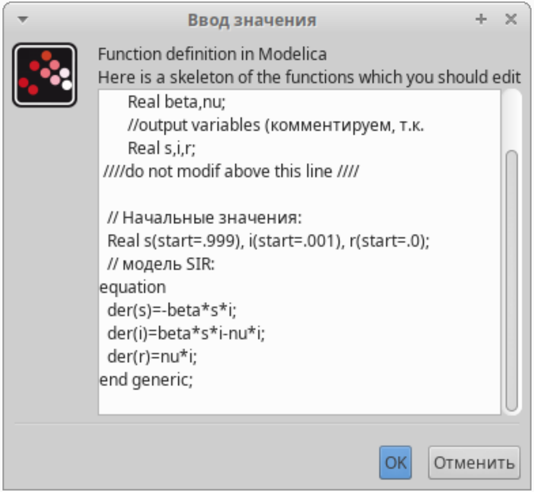


Рис. 9: Параметры блока Modelica для модели SIR

Реализация модели с помощью блока Modelica в xcos

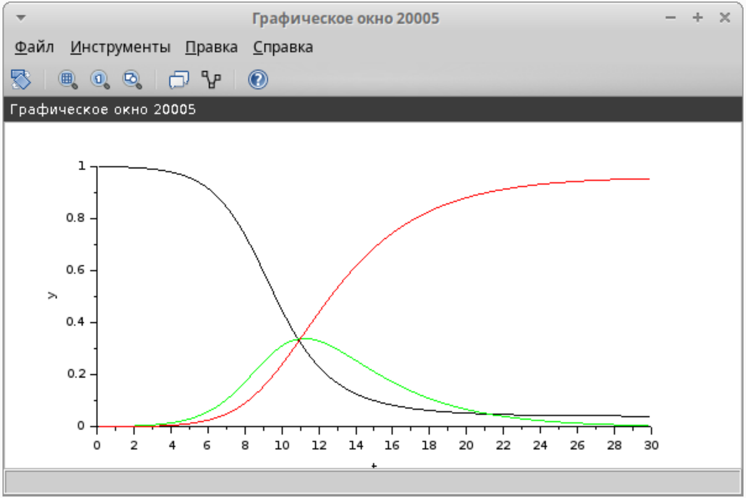


Рис. 10: Эпидемический порог модели SIR при $\beta = 1, \nu = 0.3$

Упражнение

```
  parameter Real I_0 = 0.001;
  parameter Real R_0 = 0;
  parameter Real S_0 = 0.999;
  parameter Real beta = 1;
  parameter Real nu = 0.3;
  parameter Real mu = 0.5;
  Real s(start=S_0);
  Real i(start=I_0);
  Real r(start=R_0);

equation
  der(s)=-beta*s*i;
  der(i)=beta*s*i-nu*i;
  der(r)=nu*i;
```

Упражнение

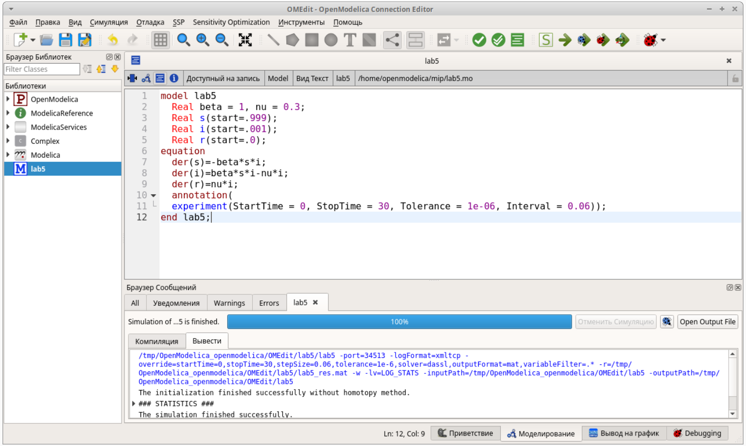


Рис. 11: Эпидемический порог модели SIR при $\beta = 1, \nu = 0.3$

Задание для самостоятельного выполнения

$$\begin{cases} \dot{s} = -\beta s(t)i(t) + \mu(N - s(t)); \\ \dot{i} = \beta s(t)i(t) - \nu i(t) - \mu i(t); \\ \dot{r} = \nu i(t) - \mu r(t), \end{cases}$$

где μ — константа, которая равна коэффициенту смертности и рождаемости.

Задание для самостоятельного выполнения

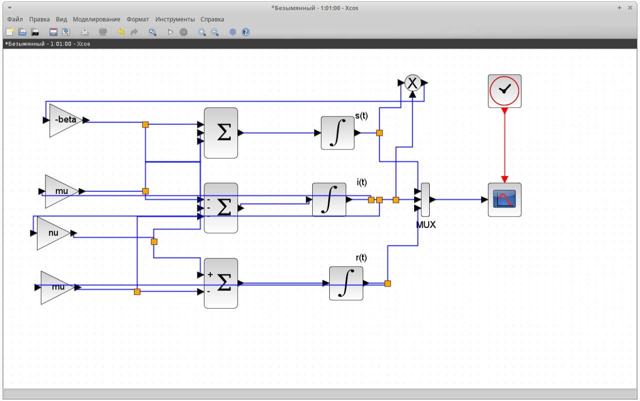


Рис. 12: Модель SIR с учетом демографических процессов в xcos

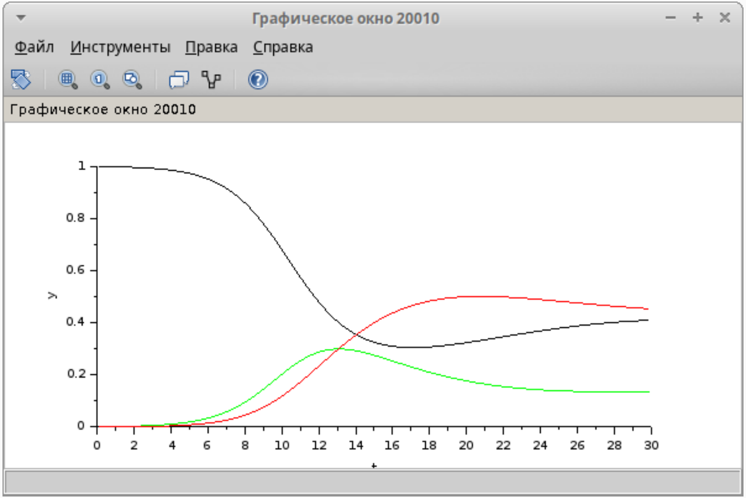
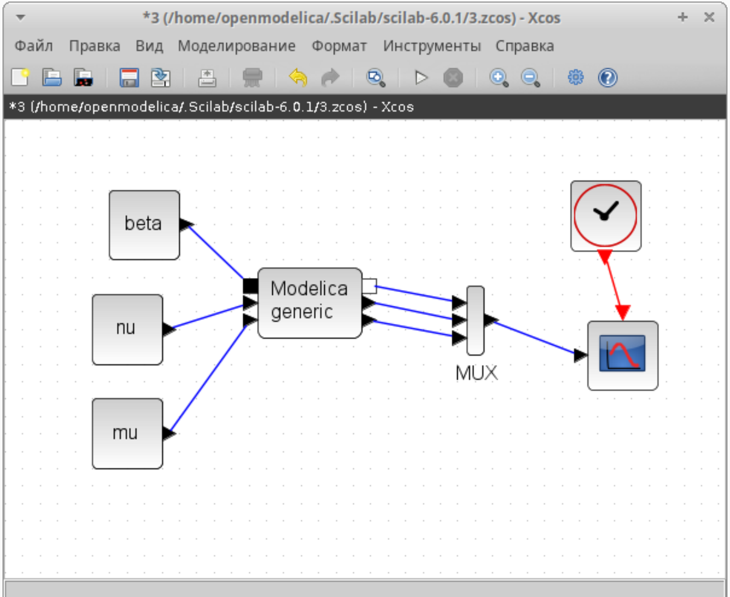


Рис. 13: График модели SIR с учетом демографических процессов

Задание для самостоятельного выполнения



Задание для самостоятельного выполнения

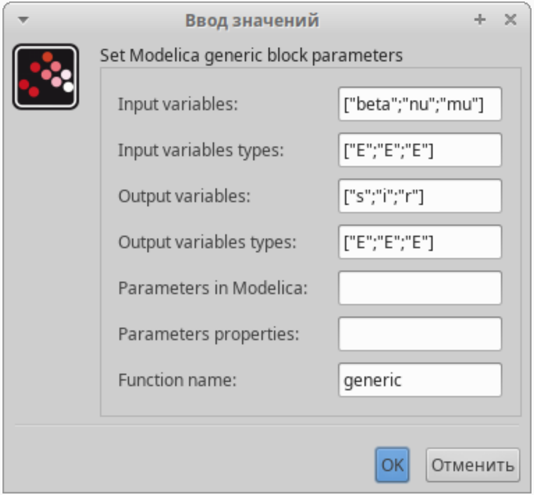


Рис. 15: Параметры блока Modelica для модели SIR с учетом демографических процессов

Задание для самостоятельного выполнения

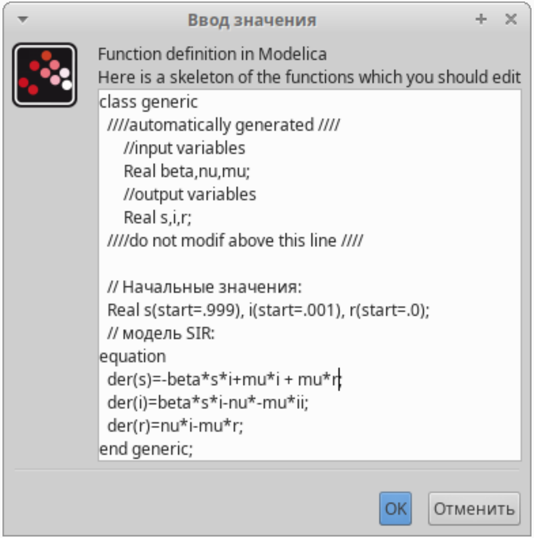


Рис. 16: Параметры блока Modelica для модели SIR с учетом демографических процессов

Задание для самостоятельного выполнения

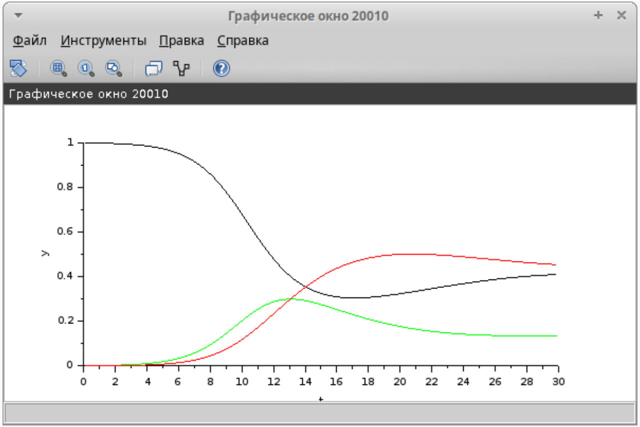


Рис. 17: График модели SIR с учетом демографических процессов

Задание для самостоятельного выполнения

```
  parameter Real I_0 = 0.001;
  parameter Real R_0 = 0;
  parameter Real S_0 = 0.999;
  parameter Real beta = 1;
  parameter Real nu = 0.3;
  parameter Real mu = 0.5;
  Real s(start=S_0);
  Real i(start=I_0);
  Real r(start=R_0);

equation
  der(s)=-beta*s*i + mu*i + mu*r;
  der(i)=beta*s*i-nu*i - mu*i;
  der(r)=nu*i - mu*r;
```

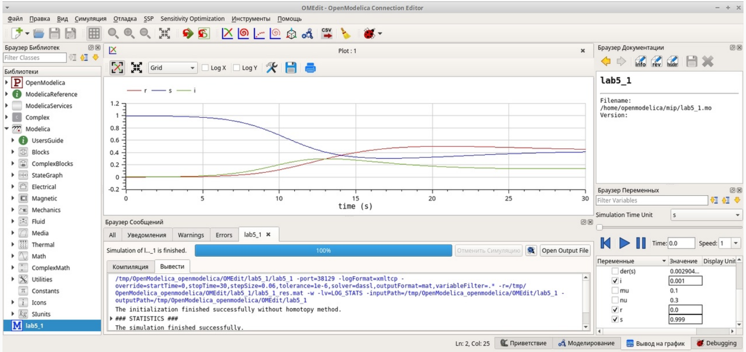


Рис. 18: График модели SIR с учетом демографических процессов

$$\beta = 1, \nu = 0.3, \mu = 0.1$$

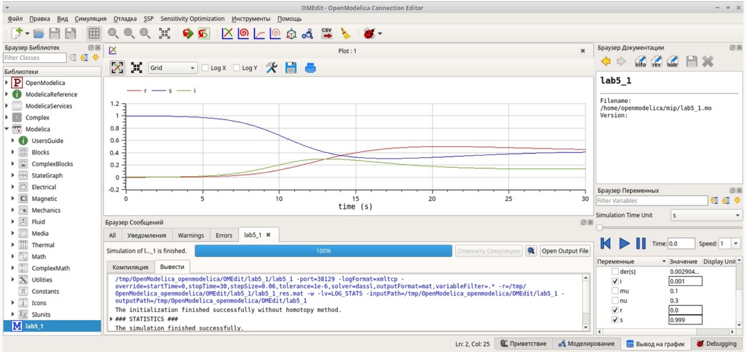


Рис. 19: График модели SIR с учетом демографических процессов

$\mu = 0.3$

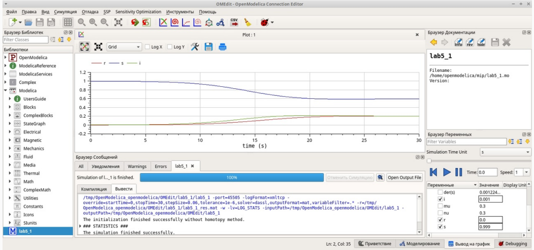


Рис. 20: График модели SIR с учетом демографических процессов

$\mu = 0.5$

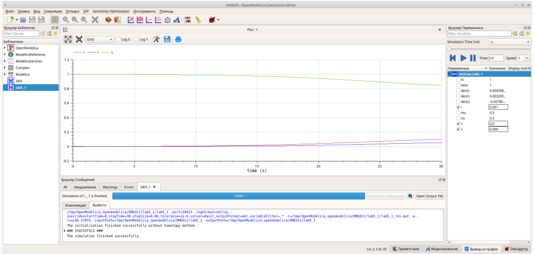


Рис. 21: График модели SIR с учетом демографических процессов

$$\beta = 1, \nu = 0.1, \mu = 0.1$$

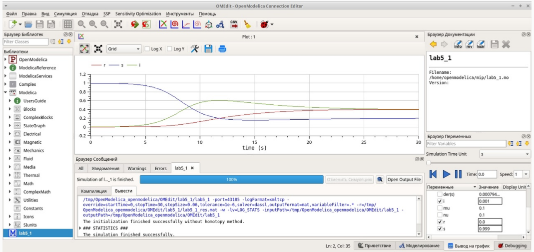


Рис. 22: График модели SIR с учетом демографических процессов

Выводы по графикам

Исходя из анализа графиков, можно сделать вывод, что чем выше значение любого из параметров, тем быстрее система достигает стационарного состояния. При высоком коэффициенте заражения β система быстро проходит через пик развития эпидемии и достигает стационарного состояния.

Выводы

В процессе выполнения данной лабораторной работы была построена модель SIR в *xcos* и OpenModelica.