

Nama: Ingwer Ludwig Benjamin N  
 NIM: 19051204104  
 Prodi: ST Teknik Informatika

1. a.  $v = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$$T(v) = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & +2(2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

b.  $v = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$T(v) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

c.  $w = \begin{pmatrix} -1 \\ 11 \end{pmatrix}$

$$T(v) = \begin{pmatrix} -1 \\ 11 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} v_1 - v_2 \\ v_1 + 2v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 11 \end{pmatrix}$$

$$-3v_2 = -12$$

$$v_2 = 4 \quad v_1 = 3$$

2.  $T \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 - v_2 \\ v_1 + 2v_2 \end{pmatrix}$

\* misal  $u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$  dan  $v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$

$$* T(u+v) = T(u) + T(v)$$

$$\begin{aligned} * T \begin{pmatrix} u_1 + v_1 \\ u_2 + v_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} u_1 - v_2 \\ u_1 + 2v_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 - v_2 \\ v_1 + 2v_2 \end{pmatrix} \\ &= T(u) + T(v) \text{ (Terbukti)} \end{aligned}$$

$$* T(cu) = c T(u)$$

$$\begin{aligned} * T \begin{pmatrix} ku_1 \\ ku_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} ku_1 - ku_2 \\ ku_1 + 2ku_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k(u_1 - u_2) \\ k(u_1 + 2u_2) \end{pmatrix} \\ &= k \begin{pmatrix} u_1 - u_2 \\ u_1 + 2u_2 \end{pmatrix} = k T(u) \text{ (benar)} \end{aligned}$$

3.  $f(x) = x+1$

\* Asumsi  $x$  dan  $y$  adalah vektor  $\mathbb{R}$

$$* f(x+y) = x+y+1 \text{ (bukan } f \text{ linear karena tidak sama dengan } f(x)+f(y))$$

4. a. Zero transformation adalah transformasi yang memetakan  $T: V \rightarrow W$  dan  $T(v) = 0$  untuk setiap  $v$  didalam  $V$  linear

Contoh: Jika terdapat pemetaan  $T: V \rightarrow W$  dengan  $T(v) = Av$  dan  $T(v_1, v_2) = (v_1 - v_1, v_2 - v_2)$

$$T(v+w) = \begin{pmatrix} (v_1 + w_1) - (v_1 + w_1) \\ (v_2 + w_2) - (v_2 + w_2) \end{pmatrix}$$

b. Identity Operator adalah pemetaan  $I: V \rightarrow V$  dimana  $I(u) = u$   
 Contoh: jika terdapat pemetaan  $T: V \rightarrow W$  dengan  $T(u_1, u_2) = (u_1, u_2)$  maka,

$$T(u+u) = \begin{pmatrix} u_1+u_1 \\ u_2+u_2 \end{pmatrix} = u+u$$

5.  $u_1 = (1, 0, 0)$ ,  $u_2 = (0, 1, 0)$ ,  $u_3 = (0, 0, 1)$

$$T(u_1) = (2, -1, 4); T(u_2) = (1, 5, -2); T(u_3) = (0, 3, 1)$$

asumsikan;

$$x = c_1 u_1 + c_2 u_2 + c_3 u_3$$

$$(x_1, x_2, x_3) = c_1 (1, 0, 0) + c_2 (0, 1, 0) + c_3 (0, 0, 1)$$

bisa ditulis

$$c_1 = x_1; c_2 = x_2; c_3 = x_3$$

$$(x_1, x_2, x_3) = x_1 (1, 0, 0) + x_2 (0, 1, 0) + x_3 (0, 0, 1) \\ = x_1 \cdot u_1 + x_2 \cdot u_2 + x_3 \cdot u_3$$

$$T(x_1, x_2, x_3) = x_1 (2, -1, 4) + x_2 (1, 5, -2) \\ = \begin{pmatrix} 2x_1 + x_2 + 0 \\ -x_1 + 5x_2 + 3x_3 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 \end{pmatrix}$$

$$T(2, 3, -2) = \begin{pmatrix} 2(2) + 3 \\ -2 + 5(3) + 3(-2) \\ 4(2) - 2(3) + (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$$

6.  $T(u) = A u$   $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 3u_1 \\ 2u_1 + u_2 \\ -u_1 - 2u_2 \end{pmatrix}$

$$T(u) = \begin{pmatrix} 3(2) \\ 2(2) + (-1) \\ -(2) - 2(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b.  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$T(u) = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3u_1 \\ 2u_1 + u_2 \\ -u_1 - 2u_2 \end{bmatrix}$$

$\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$

7. a.  $A_{3 \times 3}$  = Untuk  $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$   $n=3$  dan  $m=3$

b.  $A_{3 \times 2}$  = Untuk  $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$   $n=2$  dan  $m=3$

c.  $A_{2 \times 4}$  = Untuk  $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$   $n=4$  dan  $m=2$

8.  $F(x, y) = (x+y, x-y, 2xy)$

$$F(u+v) = (u_1+u_1+u_2+u_2, u_1+u_1-(u_2+u_2), 2(u_1+u_1)(u_2+u_2)) \\ = ((u_1+u_1)+(u_2+u_2), (u_1-u_1)+(u_1-u_1), 2(u_1u_2+u_1u_2+u_1u_2+u_1u_2)) \text{ (bukan linear)}$$



$$9. F(x, y, z) = (2x+y, 5y+2)$$

$$\begin{aligned} F(u+v) &= (2(u_1+v_1) + (v_2+v_2), 5(v_2+v_2) + (v_3+v_3)) \\ &= ((2u_1+v_1) + (2v_1+v_1), (5v_2+v_2) + (5v_2+v_2)) \\ &= ((2u_1+v_1) + (5v_2+v_2)) + ((2v_1+v_1) + (5v_2+v_2)) \text{ linear} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet F(kv) &= (2kv_1 + kv_2, 5kv_2 + kv_3) \\ &= (k(2v_1 + v_2), k(5v_2 + v_3)) \\ &= k((2v_1 + v_2), (5v_2 + v_3)) \\ &= k F(v) \text{ linear} \end{aligned}$$

10. Kernel merupakan  $T: V \rightarrow W$  yang merupakan transformasi linear, dan himpunan-himpunan vektor di  $V$  yang dipetakan ke vektor nol di  $W$  (dangkawan  $0$ ) ialah himpunan semua vektor-vektor di  $W$  yang merupakan bayangan  $(T)$  dan selanjutnya dinotasikan dengan  $(\ker(T))$