

# 그래프 1

최백준 [choi@startlink.io](mailto:choi@startlink.io)

---

# 그래프

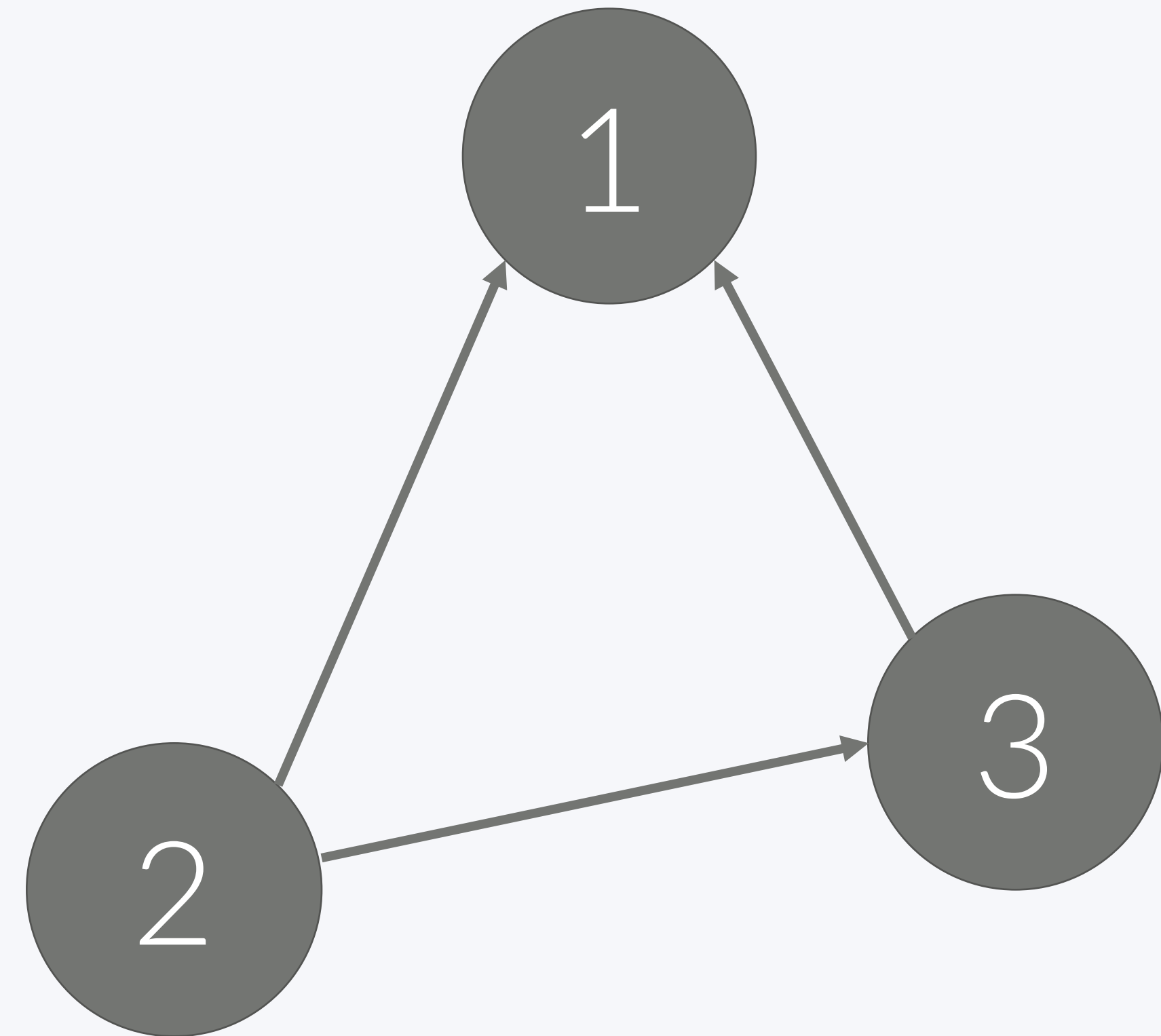
---

# 그래프

Graph

3

- 자료구조의 일종
- 정점 (Node, Vertex)
- 간선 (Edge): 정점간의 관계를 나타낸다.
- $G = (V, E)$ 로 나타낸다.

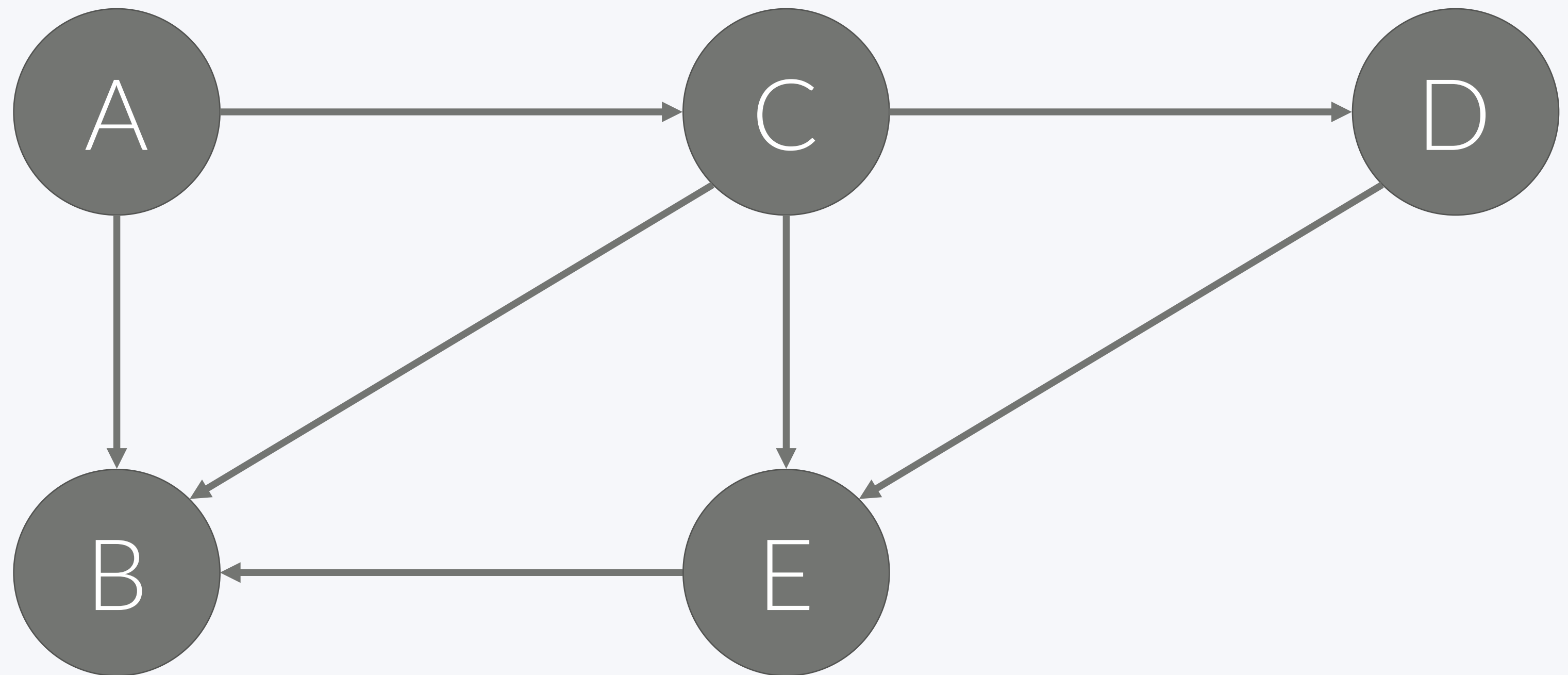


# 경로

Path

4

- 정점 A에서 B로 가는 경로
- $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow B$
- $A \rightarrow B$
- $A \rightarrow C \rightarrow B$
- $A \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow B$

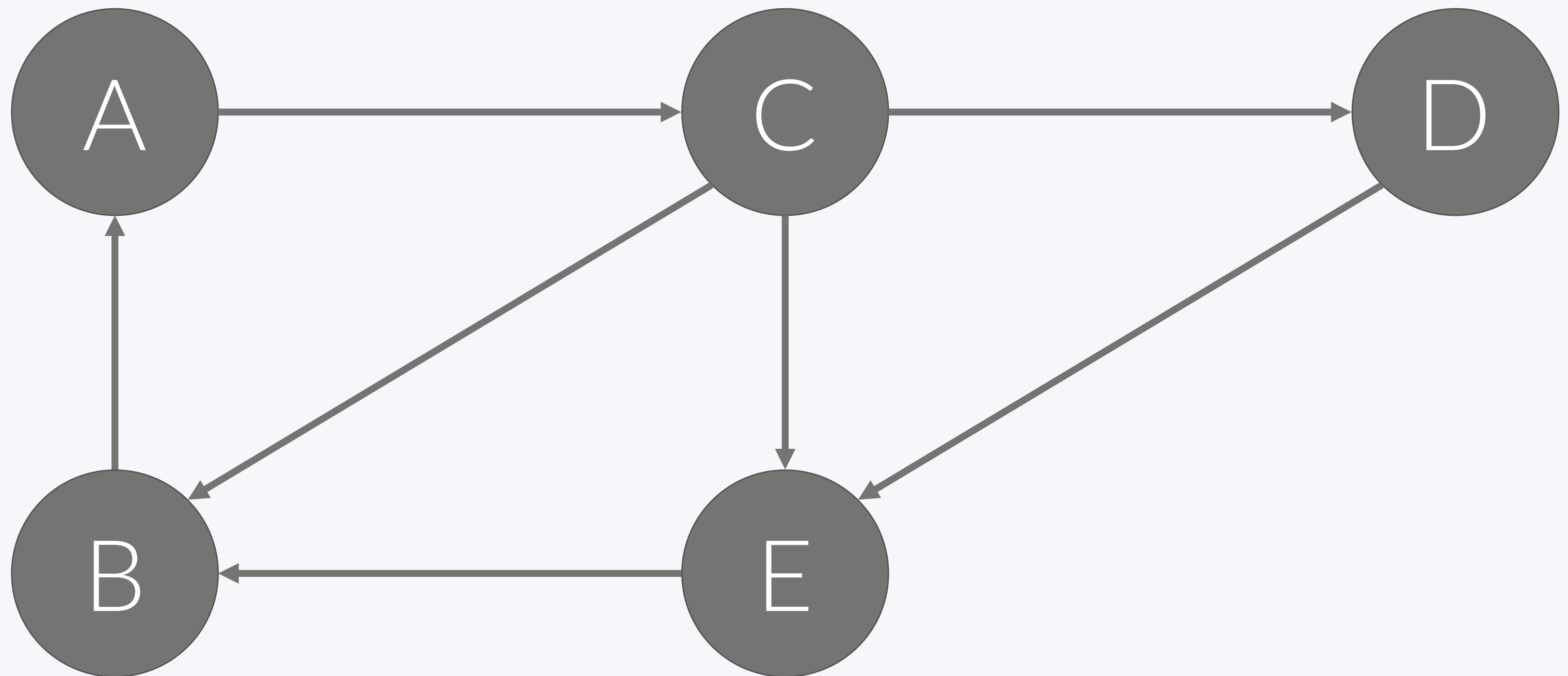


# 사이클

5

Path

- 정점 A에서 다시 A로 돌아오는 경로
- $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$
- $A \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow A$
- $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow B \rightarrow A$



# 단순 경로와 단순 사이클

Simple Path and Simple Cycle

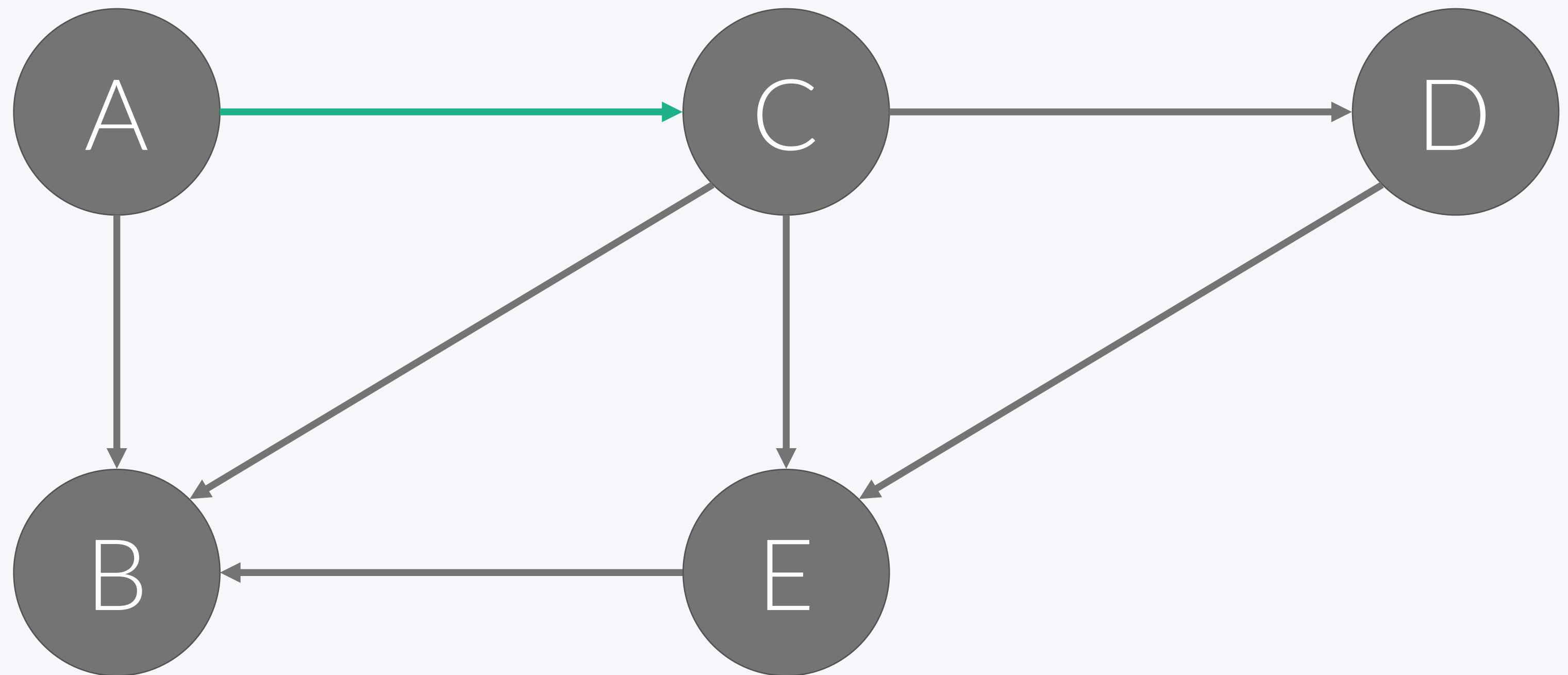
- 경로/사이클에서 같은 정점을 두 번 이상 방문하지 않는 경로/사이클
- 특별한 말이 없으면, 일반적으로 사용하는 경로와 사이클은 단순 경로/사이클을 말한다.

# 방향 있는 그래프

7

Directed Graph

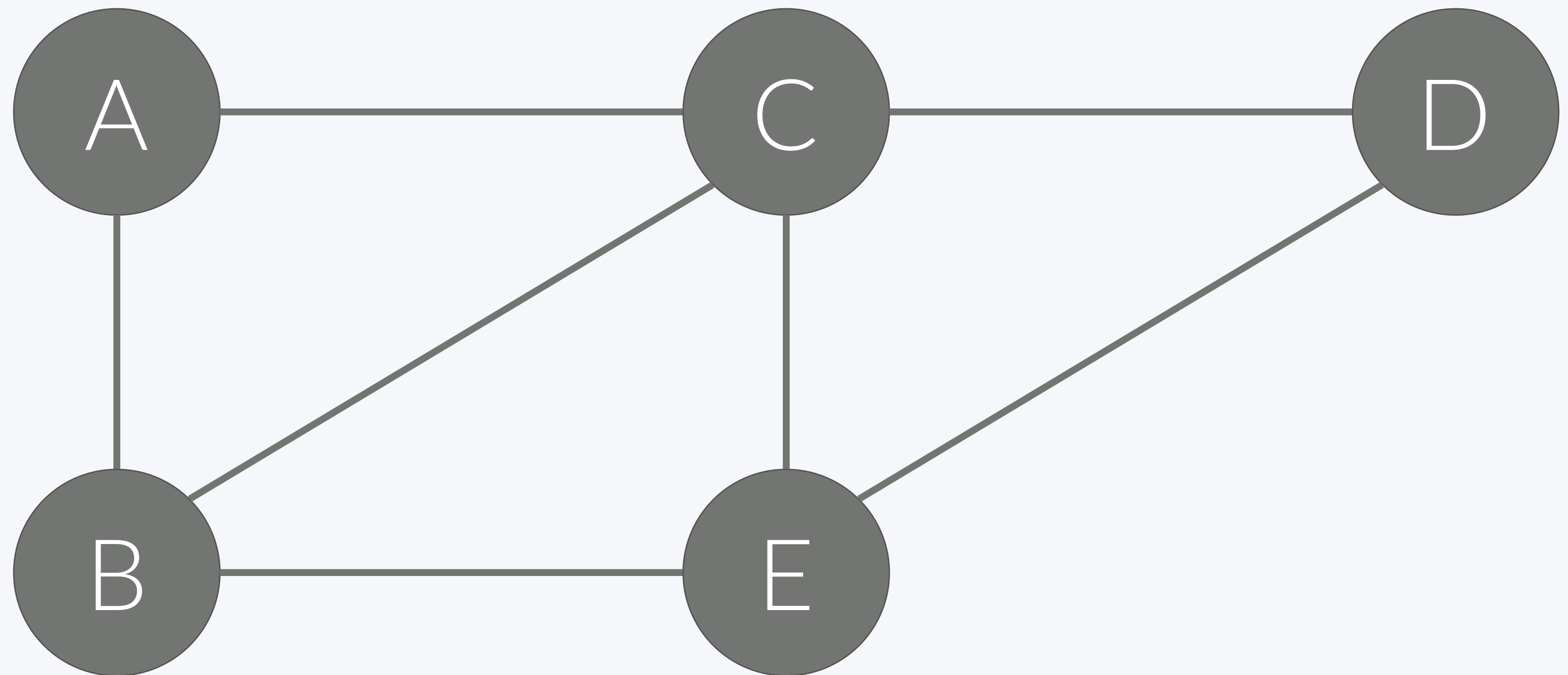
- $A \rightarrow C$  와 같이 간선에 방향이 있다.
- $A \rightarrow C$ 는 있지만,  $C \rightarrow A$ 는 없다.



# 방향 없는 그래프

## Undirected Graph

- A – C 와 같이 간선에 방향이 없다.
- A – C는  $A \rightarrow C$ 와  $C \rightarrow A$ 를 나타낸다.
- 양방향 그래프 (Bidirection Graph) 라고도 한다.

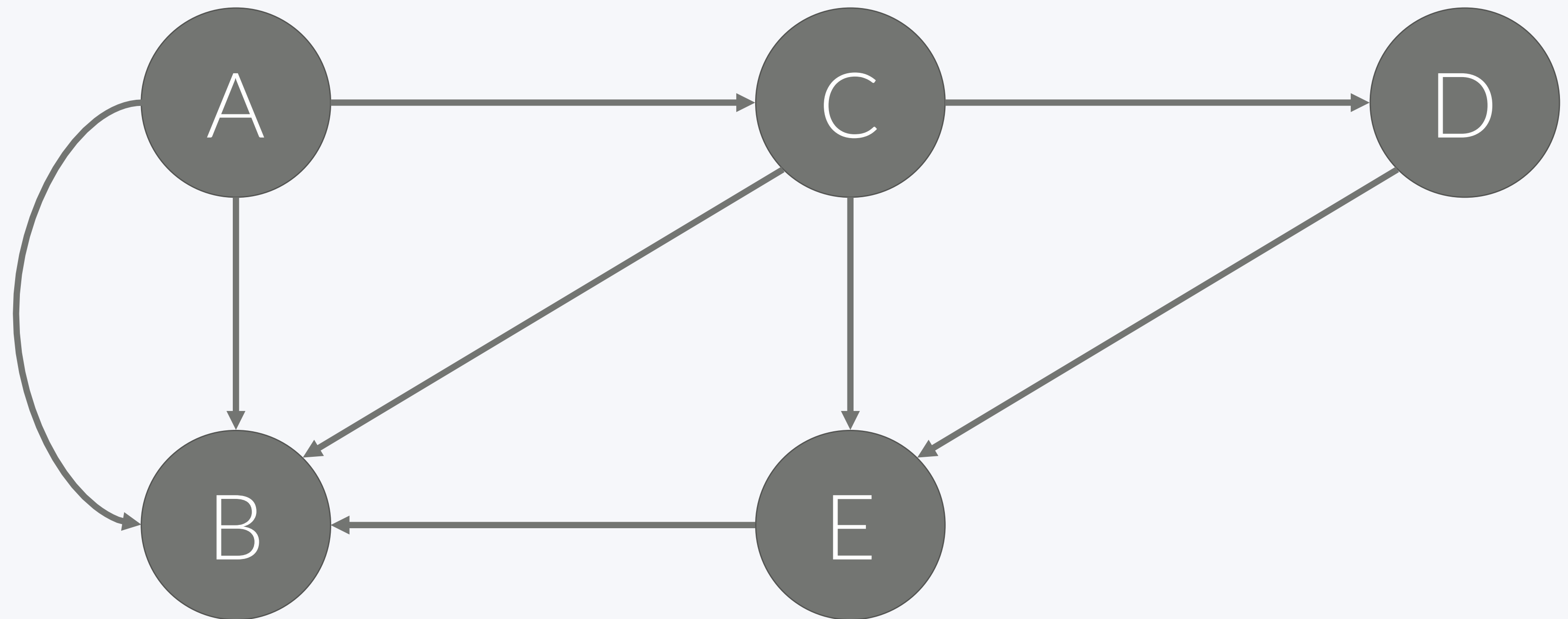




# 간선 여러개

## Multiple Edge

- 두 정점 사이에 간선이 여러 개일 수도 있다.
- 아래 그림의 A-B는 연결하는 간선이 2개이다.
- 두 간선은 서로 다른 간선이다

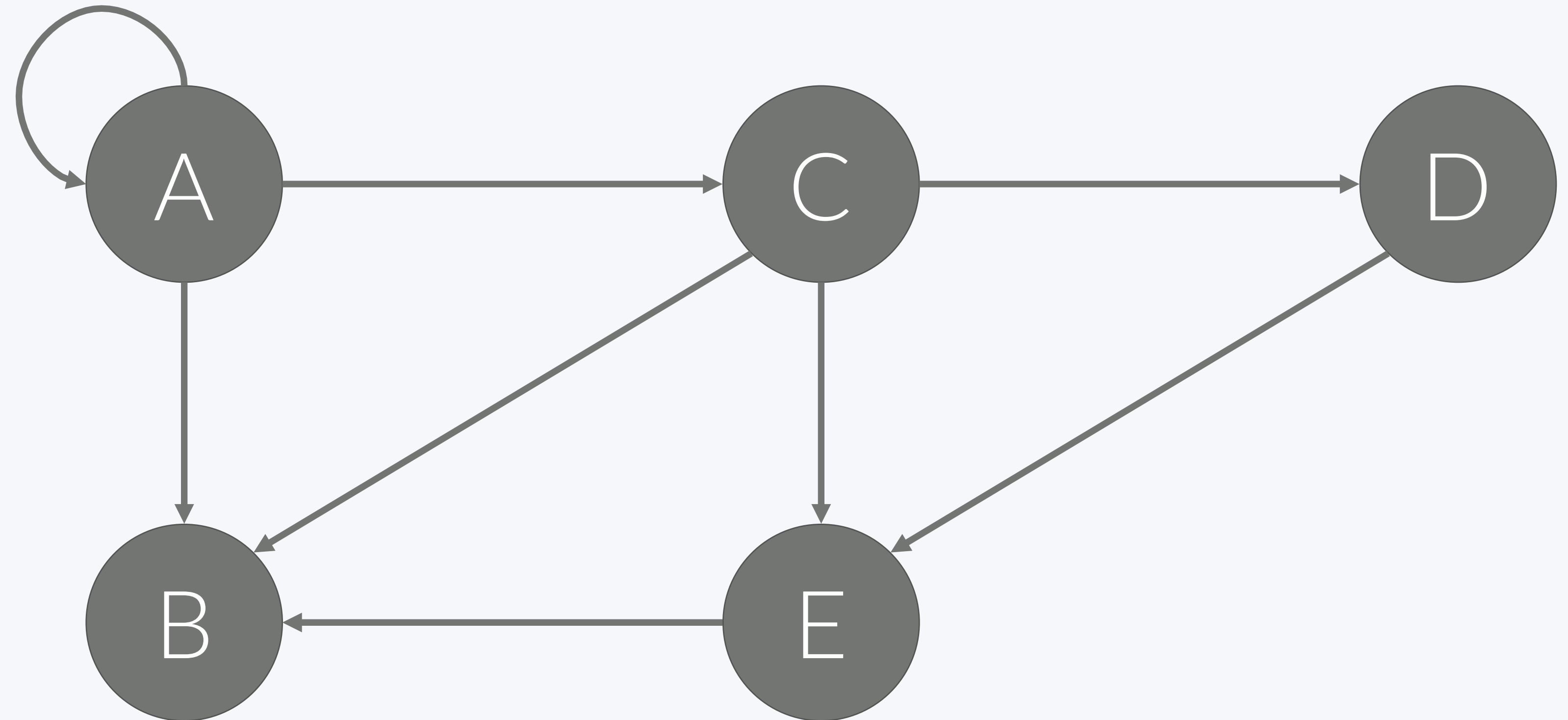


# 루프

Loop

10

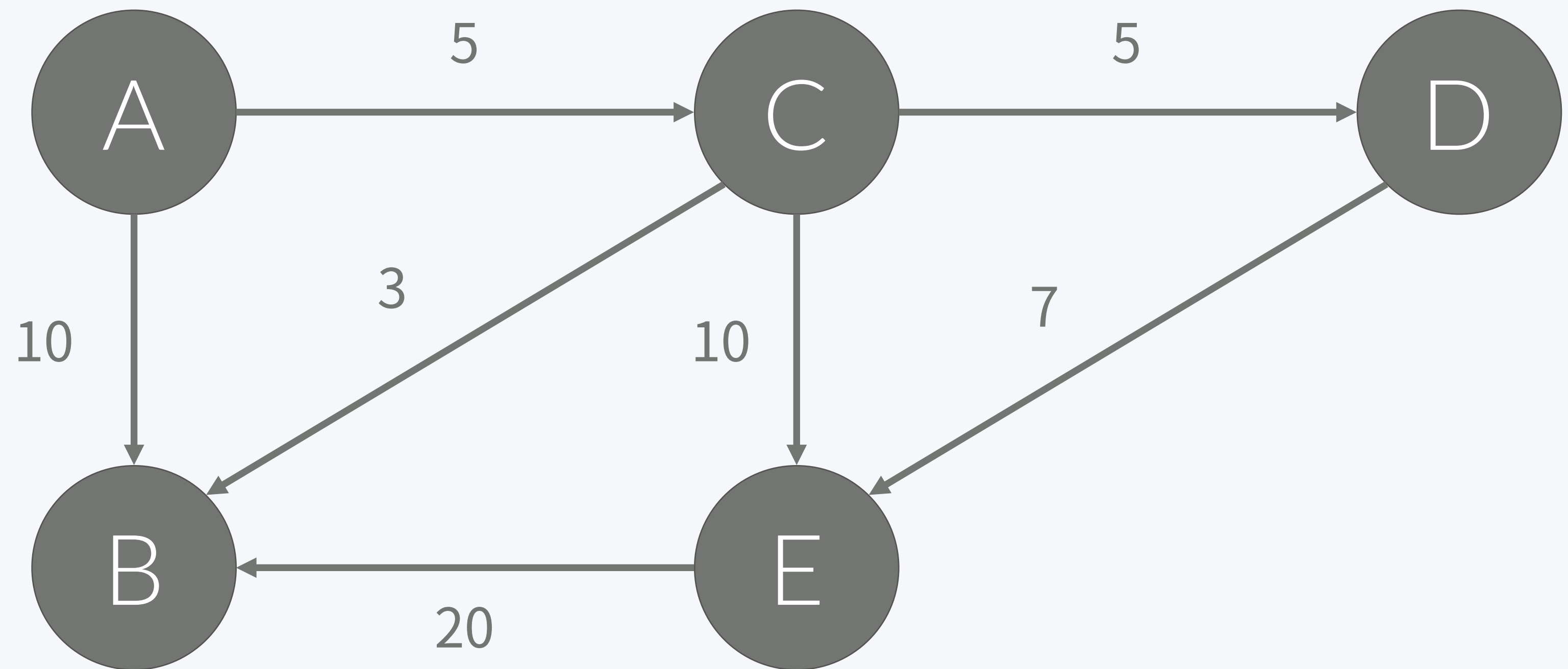
- 간선의 양 끝 점이 같은 경우가 있다.
- $A \rightarrow A$



# 가중치

Weight

- 간선에 가중치가 있는 경우에는
- A에서 B로 이동하는 거리, 이동하는데 필요한 시간, 이동하는데 필요한 비용 등등등...

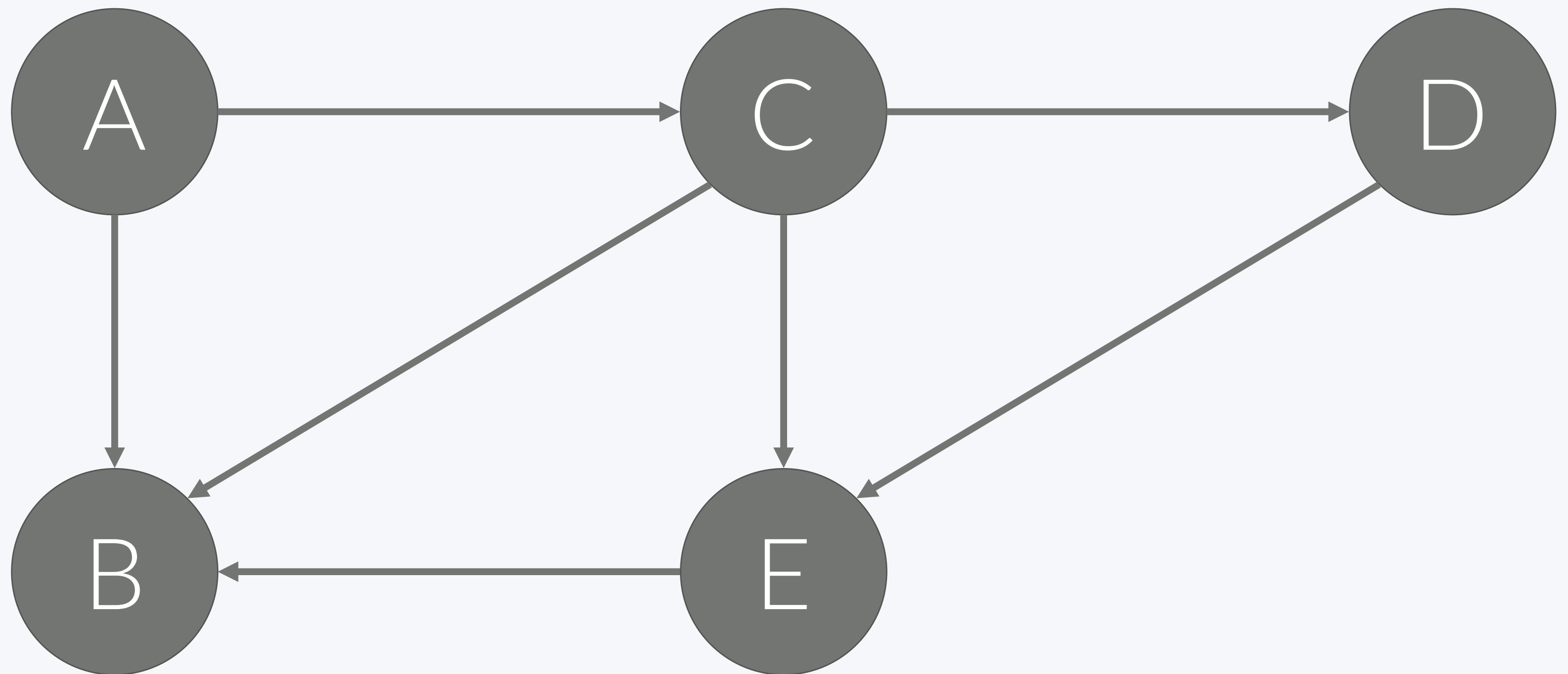


# 가중치

Weight

12

- 가중치가 없는 경우에는 1이라고 생각하면 된다

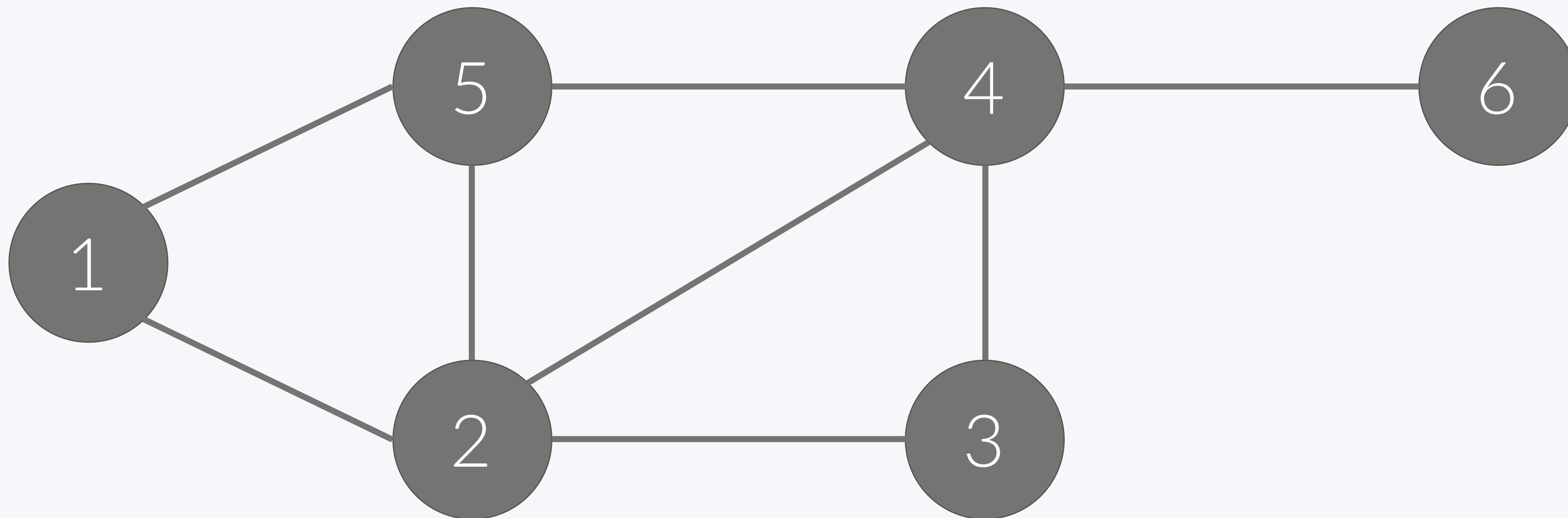


# 차수

Degree

13

- 정점과 연결되어 있는 간선의 개수
- 5의 차수: 3
- 4의 차수: 4



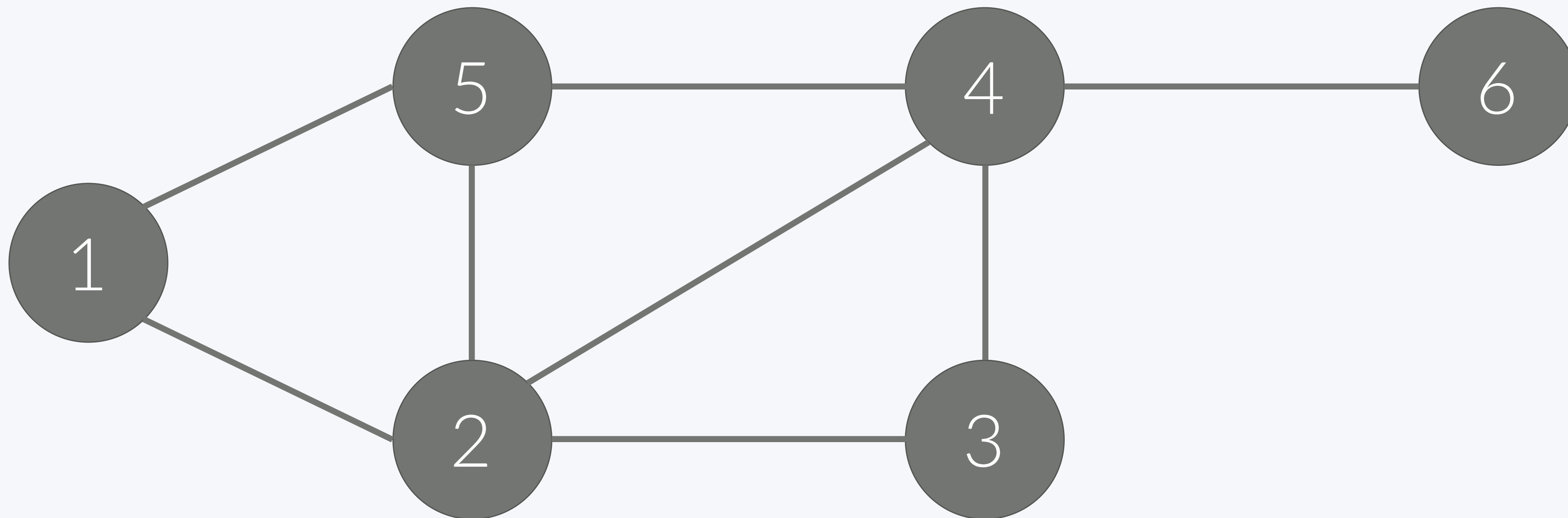
# 그래프의 표현

---

# 그래프의 표현

## Representation of Graph

- 아래와 같은 그래프는 정점이 6개, 간선이 8개 있다.
- 간선에 방향이 없기 때문에, 방향이 없는 그래프이다.
- 정점: {1, 2, 3, 4, 5, 6}
- 간선: {(1, 2), (1, 5), (2, 5), (2, 3), (3, 4), (2, 4), (4, 5), (4, 6)}



# 그래프의 표현

Representation of Graph

6 8 # n m (정점의 개수, 간선의 개수)

1 2

1 5

2 3

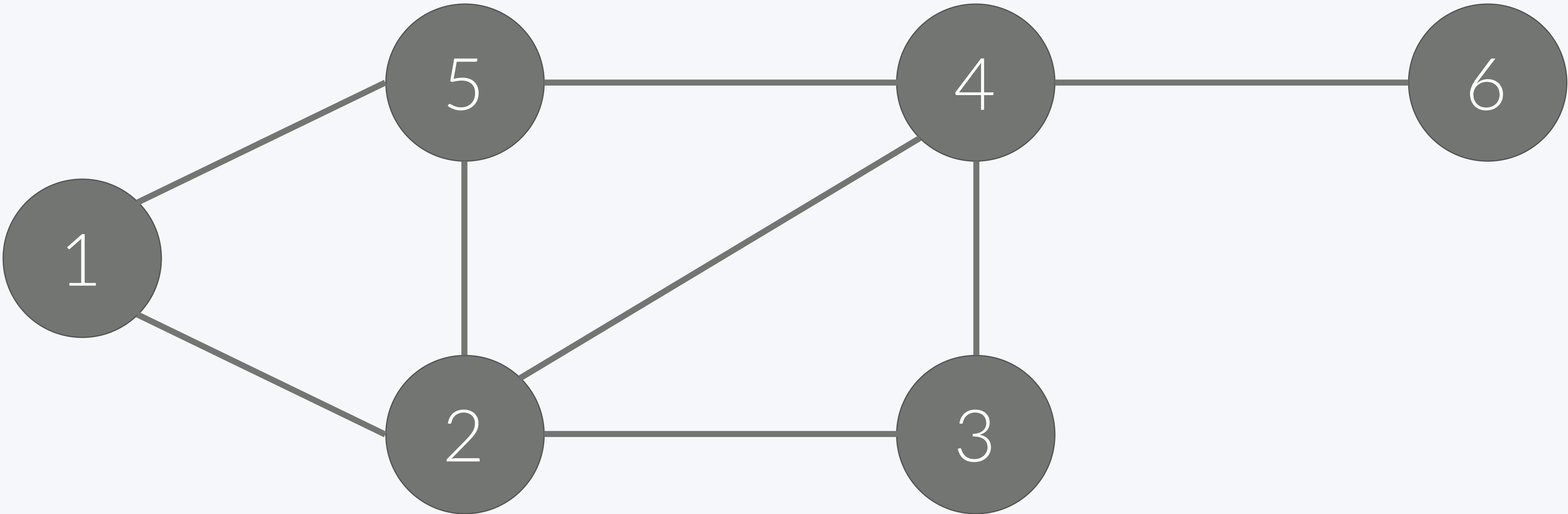
2 4

2 5

5 4

4 3

4 6

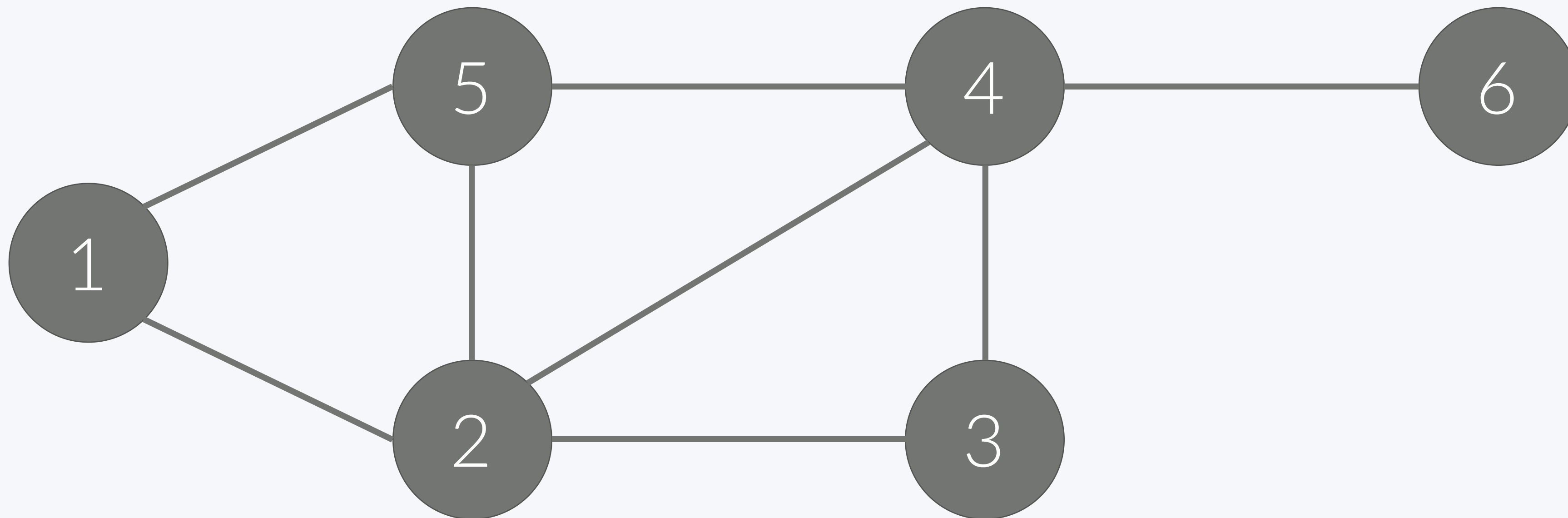




# 그래프의 표현

## Representation of Graph

- 주로 앞 페이지와 같은 입력 형식으로 주어진다.
- 첫째 줄에는 정점의 개수와 간선의 개수
- 둘째 줄부터 간선의 정보

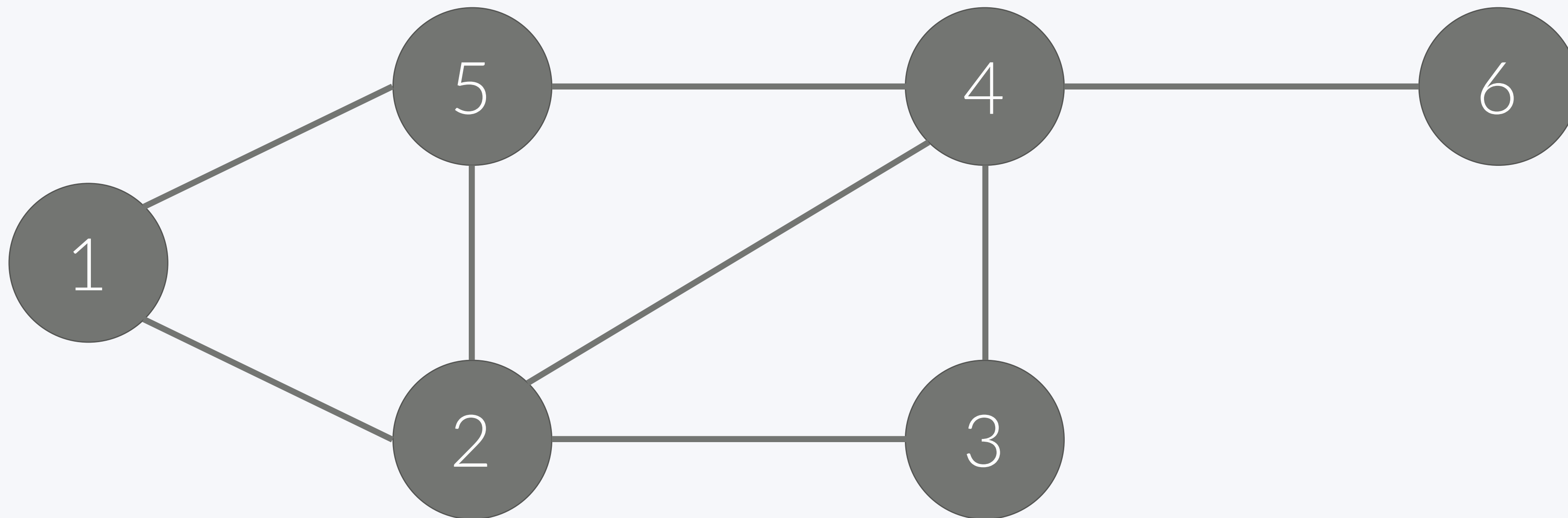


# 인접 행렬

Adjacency-matrix

18

- 정점의 개수를  $V$ 이라고 했을 때
- $V \times V$  크기의 이차원 배열을 이용한다
- $A[i][j] = 1$  ( $i \rightarrow j$  간선이 있을 때),  $0$  (없을 때)

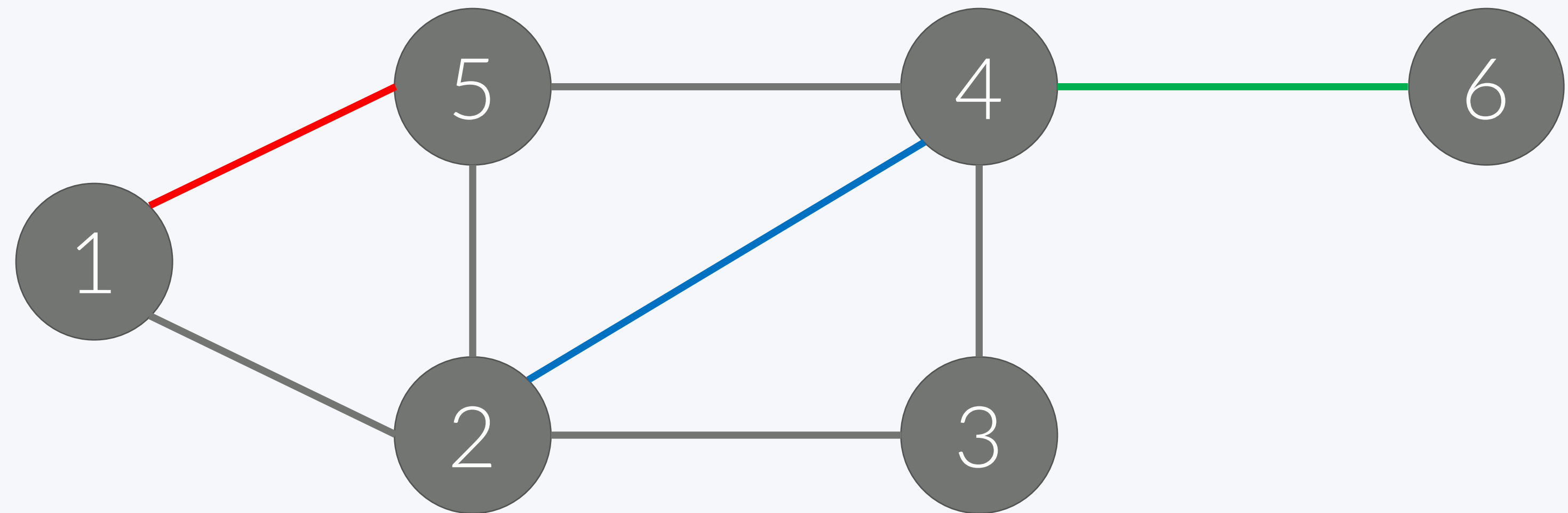


# 인접 행렬

Adjacency-matrix

19

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	0	1	0
2	1	0	1	1	1	0
3	0	1	0	1	0	0
4	0	1	1	0	1	1
5	1	1	0	1	0	0
6	0	0	0	1	0	0



# 인접 행렬

Adjacency-matrix

```
#include <cstdio>
#include <vector>
int a[10][10];
int main() {
    int n, m;
    scanf("%d %d", &n, &m);
    for (int i=0; i<m; i++) {
        int u, v;
        scanf("%d %d", &u, &v);
        a[u][v] = a[v][u] = 1;
    }
}
```

# 그래프의 표현

Representation of Graph

6 8 # n m (정점의 개수, 간선의 개수)

1 2 2

1 5 7

2 3 2

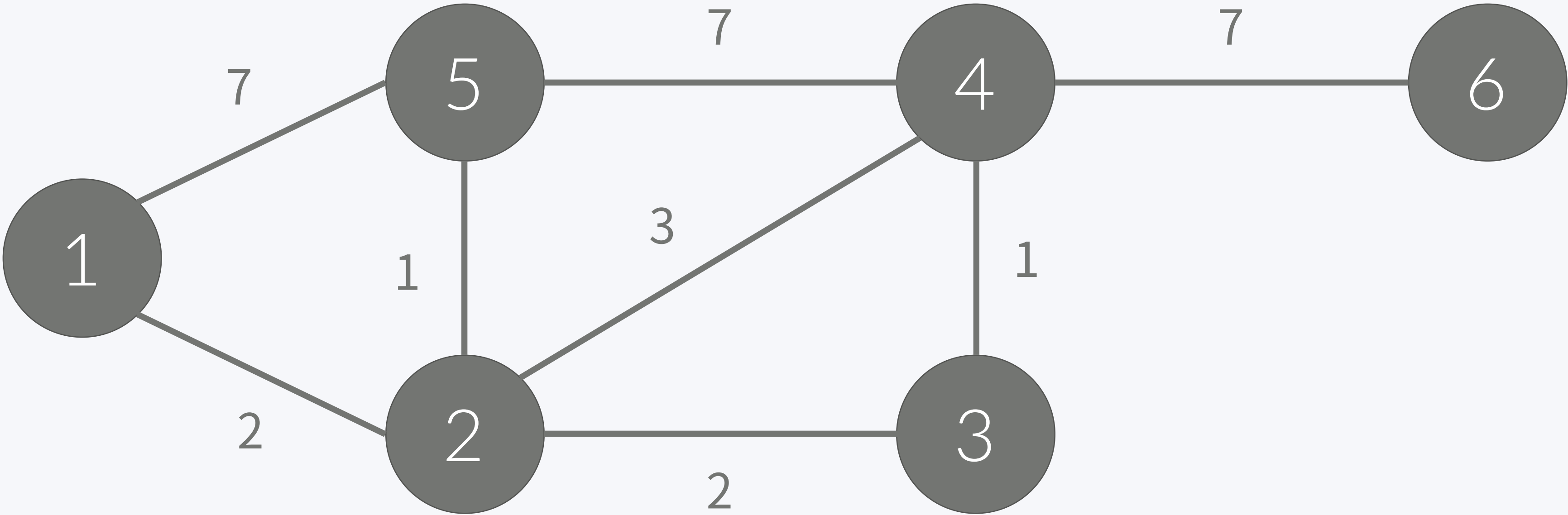
2 4 3

2 5 1

5 4 7

4 3 1

4 6 7

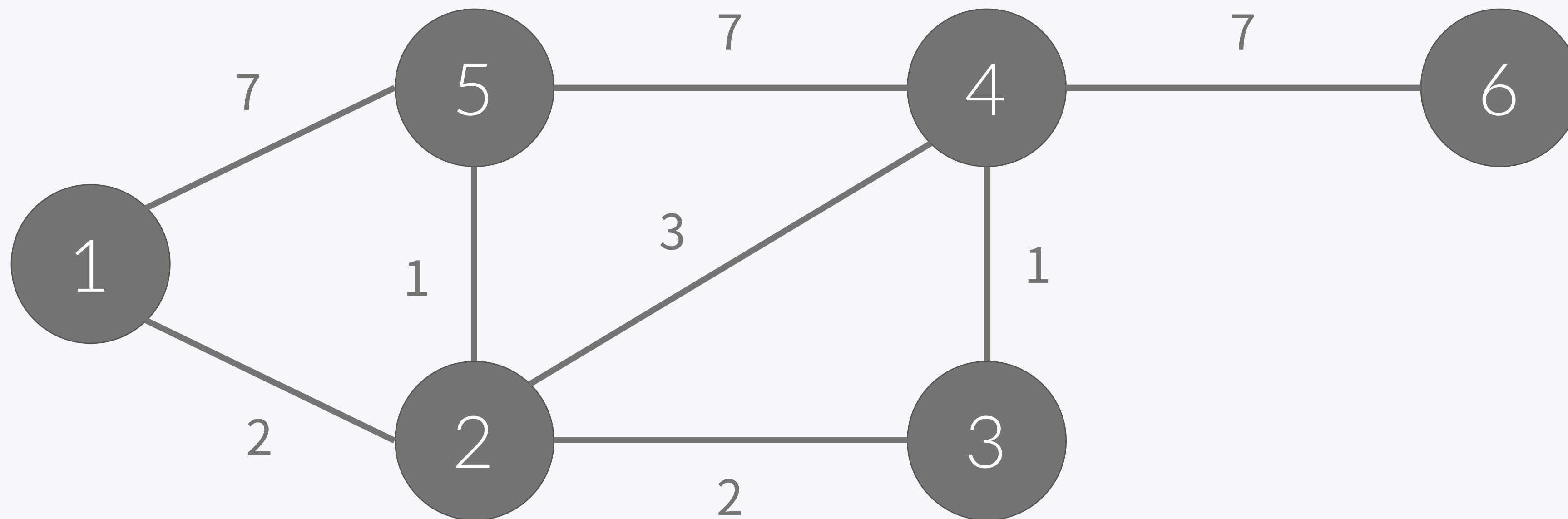


# 인접 행렬

Adjacency-matrix

22

- 정점의 개수를  $N$ 이라고 했을 때
- $N \times N$  크기의 이차원 배열을 이용한다
- $A[i][j] = w$  ( $i \rightarrow j$  간선이 있을 때, 그 가중치), 0 (없을 때)

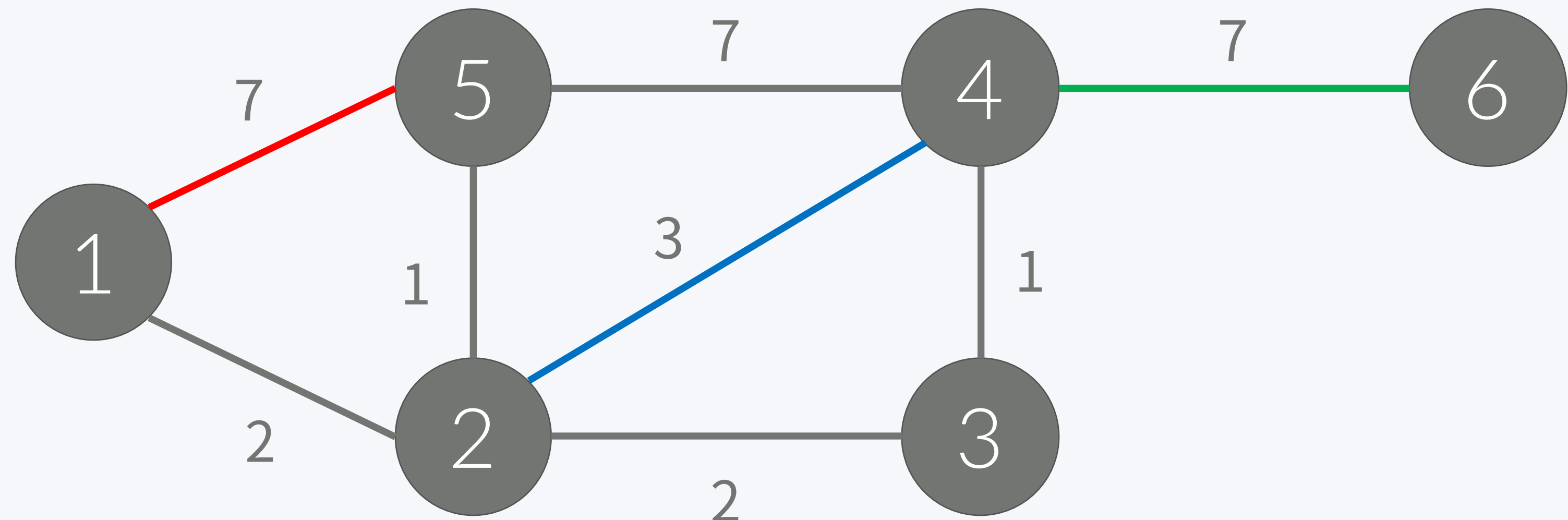


# 인접 행렬

Adjacency-matrix

23

	1	2	3	4	5	6
1	0	2	0	0	7	0
2	2	0	2	3	1	0
3	0	2	0	1	0	0
4	0	3	1	0	7	7
5	7	1	0	7	0	0
6	0	0	0	7	0	0



# 인접 행렬

Adjacency-matrix

```
#include <cstdio>
#include <vector>
int a[10][10];
int main() {
    int n, m;
    scanf("%d %d", &n, &m);
    for (int i=0; i<m; i++) {
        int u, v, w;
        scanf("%d %d %d", &u, &v, &w);
        a[u][v] = a[v][u] = w;
    }
}
```

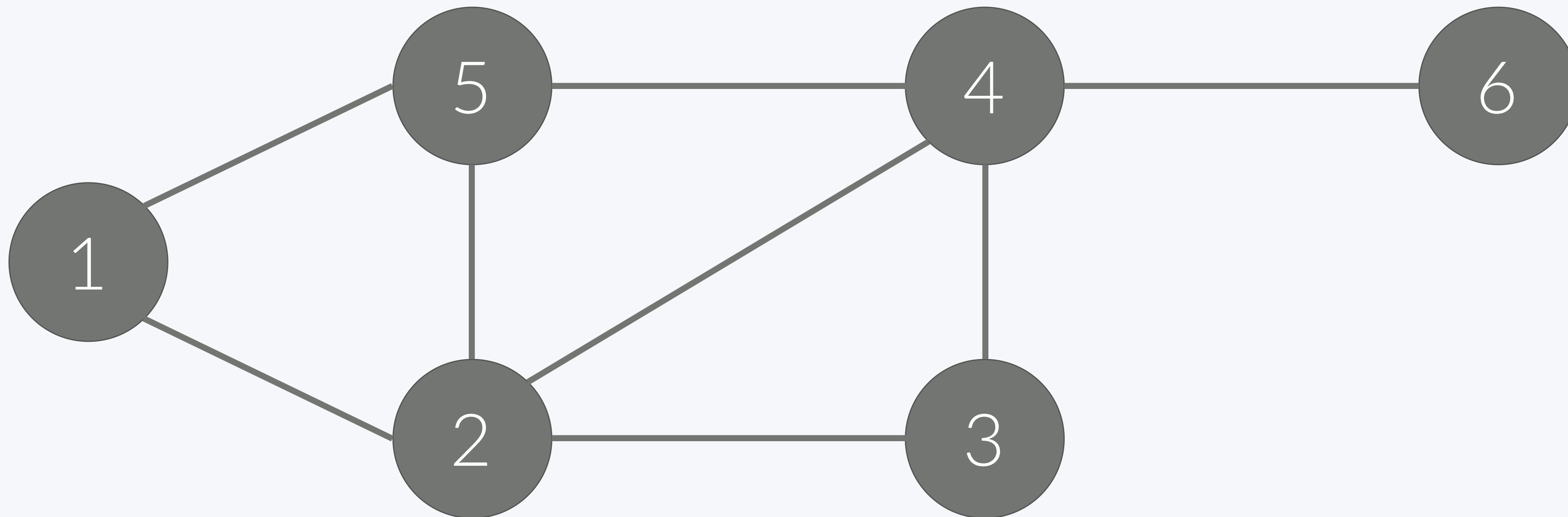


# 인접 리스트

25

Adjacency-list

- 링크드 리스트를 이용해서 구현한다.
- $A[i] = i$ 와 연결된 정점을 링크드 리스트로 포함하고 있음



# 인접 리스트

26

Adjacency-list

A[1] 2 5

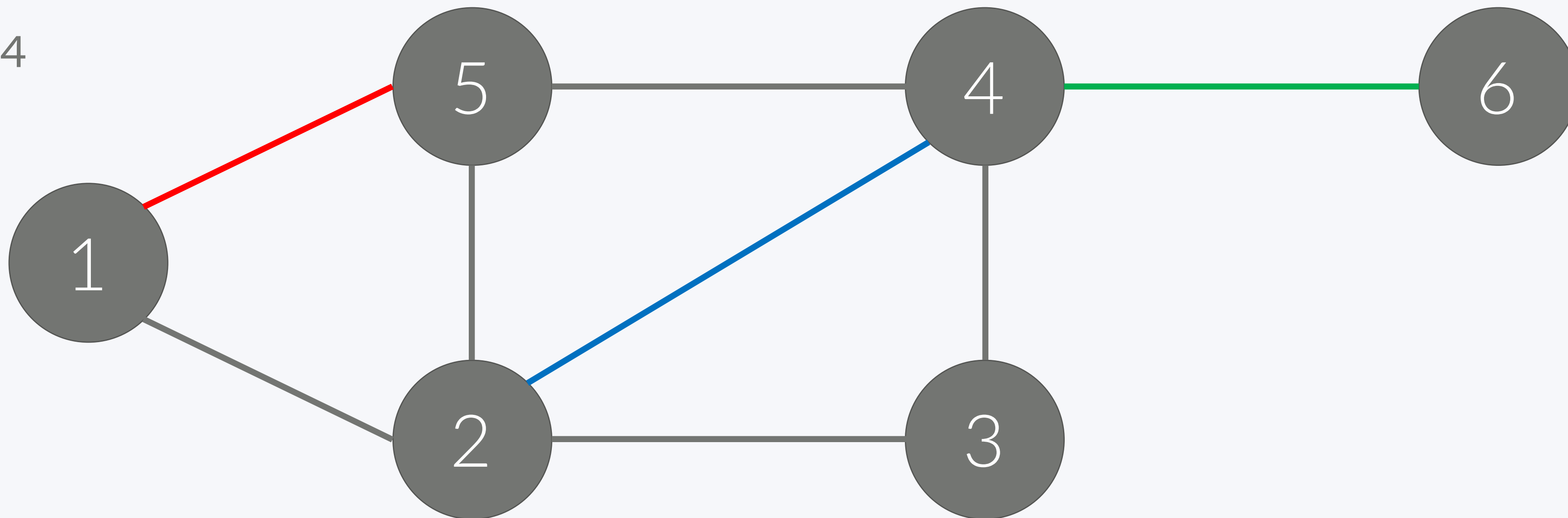
A[2] 1 3 4 5

A[3] 2 4

A[4] 3 5 2 6

A[5] 1 2 4

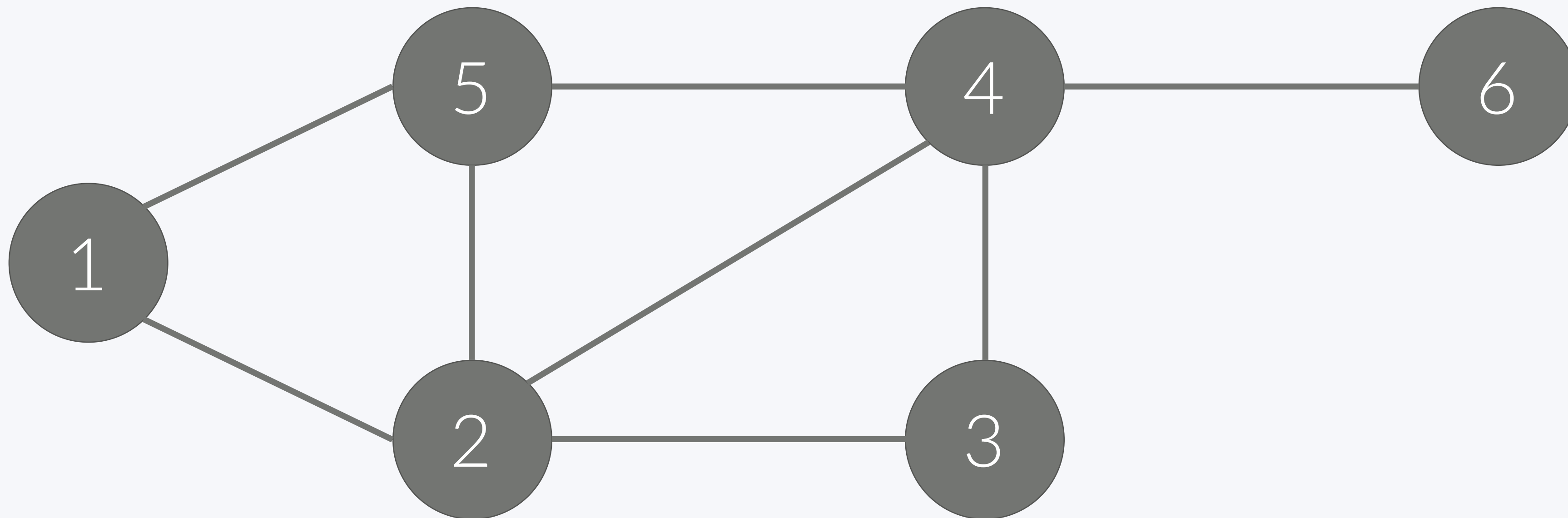
A[6] 4



# 인접 리스트

Adjacency-list

- 링크드 리스트는 구현하는데 시간이 오래걸리기 때문에, 주로 vector와 같이 길이를 변경할 수 있는 배열을 이용해서 구현한다.



# 인접 리스트

Adjacency-list

```
#include <cstdio>
#include <vector>
using namespace std;
vector<int> a[10];
int main() {
    int n, m;
    scanf("%d %d", &n, &m);
    for (int i=0; i<m; i++) {
        int u, v;
        scanf("%d %d", &u, &v);
        a[u].push_back(v); a[v].push_back(u);
    }
}
```

# 인접 리스트

Adjacency-list

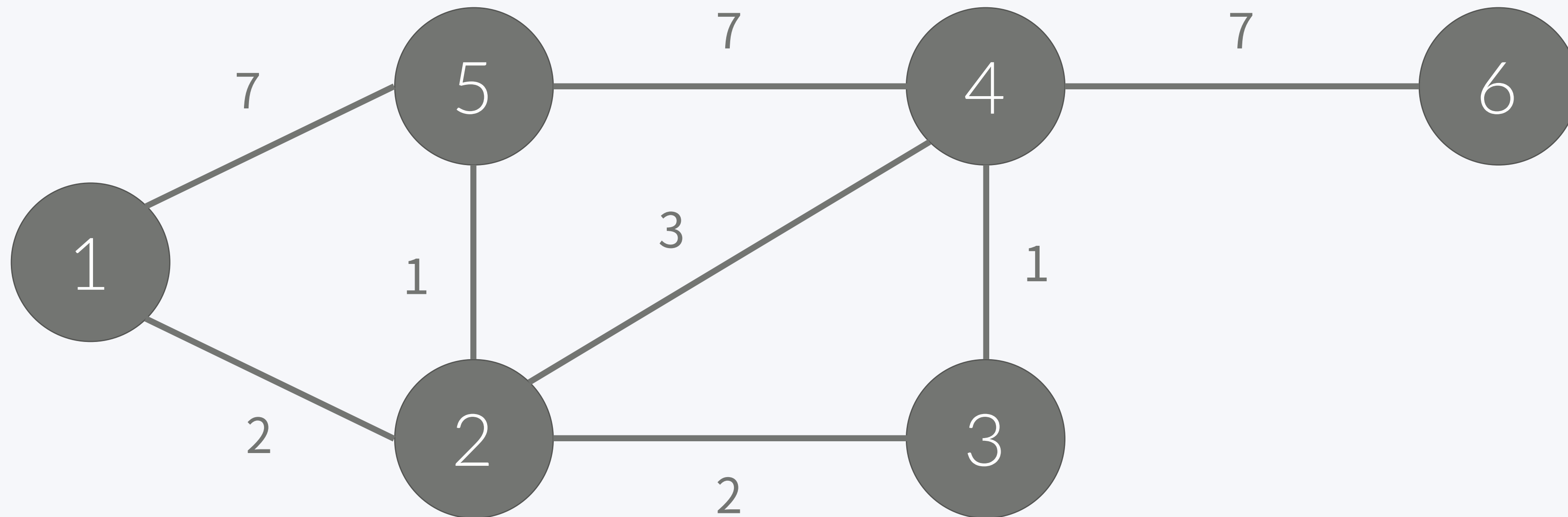
```
#include <cstdio>
#include <vector>
using namespace std;
int main() {
    int n, m;
    scanf("%d %d", &n, &m);
    vector<vector<int>> a(n+1);
    for (int i=0; i<m; i++) {
        int u, v;
        scanf("%d %d", &u, &v);
        a[u].push_back(v); a[v].push_back(u);
    }
}
```

# 인접 리스트

30

Adjacency-list

- 링크드 리스트를 이용해서 구현한다.
- $A[i] = i$ 와 연결된 정점과 그 간선의 가중치를 링크드 리스트로 포함하고 있음



# 인접 리스트

31

Adjacency-list

A[1] (2,2) (5,7)

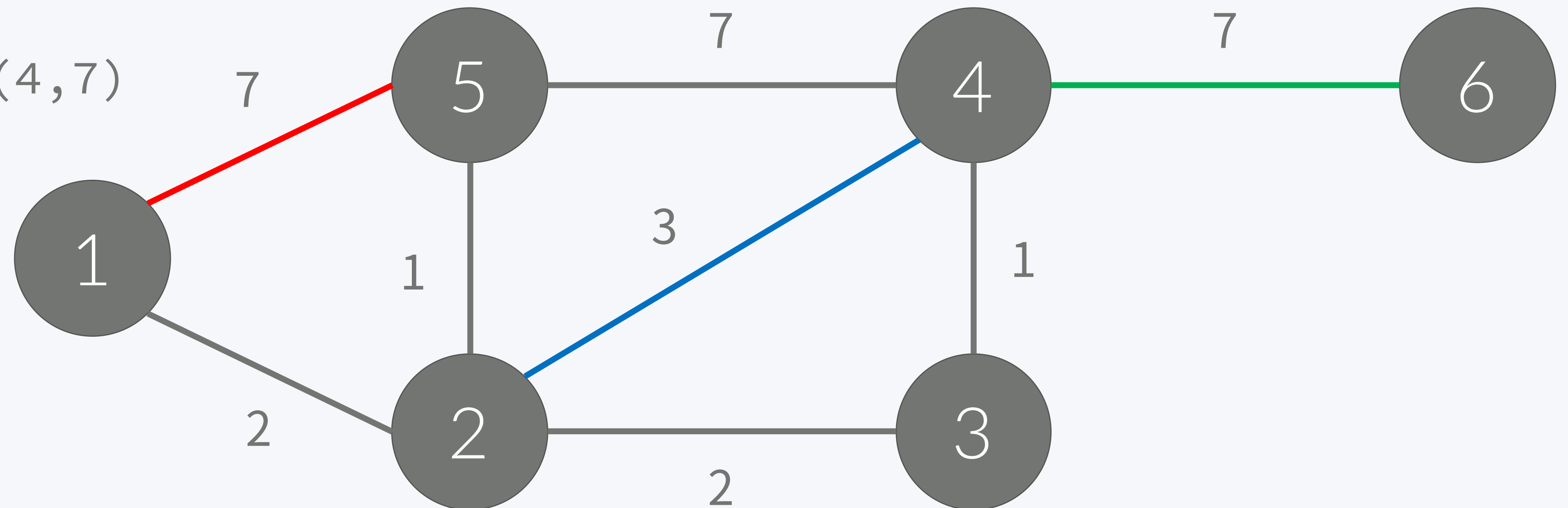
A[2] (1,2) (3,2) (4,3) (5,1)

A[3] (2,2) (4,1)

A[4] (3,1) (5,7) (2,3) (6,7)

A[5] (1,7) (2,1) (4,7)

A[6] (4,7)



# 인접 리스트

Adjacency-list

```
#include <cstdio>
#include <vector>
using namespace std;
vector<pair<int,int>> a[10];
int main() {
    int n,m;
    scanf("%d %d",&n,&m);
    for (int i=0; i<m; i++) {
        int u,v,w;
        scanf("%d %d %d",&u,&v,&w);
        a[u].push_back(make_pair(v,w)); a[v].push_back(make_pair(u,w));
    }
}
```



# 공간 복잡도

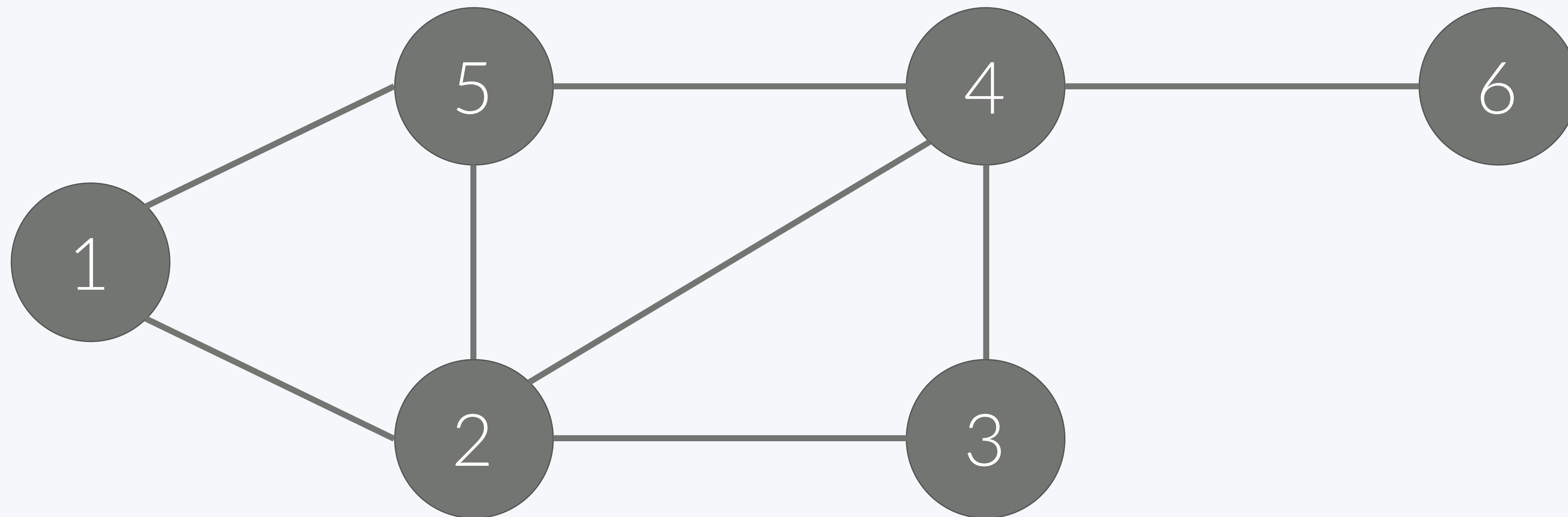
Space Complexity

- 인접 행렬:  $O(V^2)$
- 인접 리스트:  $O(E)$

# 간선 리스트

Edge-list

- 배열을 이용해서 구현한다.
- 간선을 모두 저장하고 있다.

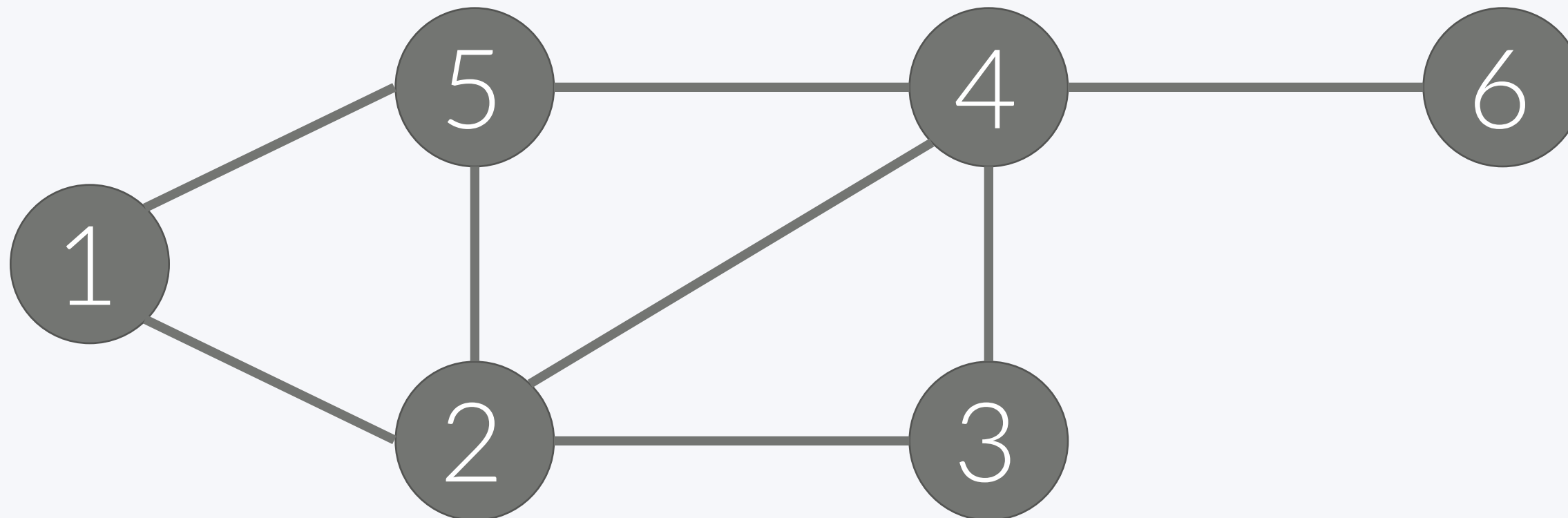


# 간선 리스트

Edge List

35

- 배열을 이용해서 구현한다.
- 간선을 모두 저장하고 있다.
- E라는 배열에 간선을 모두 저장



$$E[0] = 1 \ 2$$

$$E[1] = 1 \ 5$$

$$E[2] = 2 \ 3$$

$$E[3] = 2 \ 4$$

$$E[4] = 2 \ 5$$

$$E[5] = 5 \ 4$$

$$E[6] = 4 \ 3$$

$$E[7] = 4 \ 6$$

$$E[8] = 2 \ 1$$

$$E[9] = 5 \ 1$$

$$E[10] = 3 \ 2$$

$$E[11] = 4 \ 2$$

$$E[12] = 5 \ 2$$

$$E[13] = 4 \ 5$$

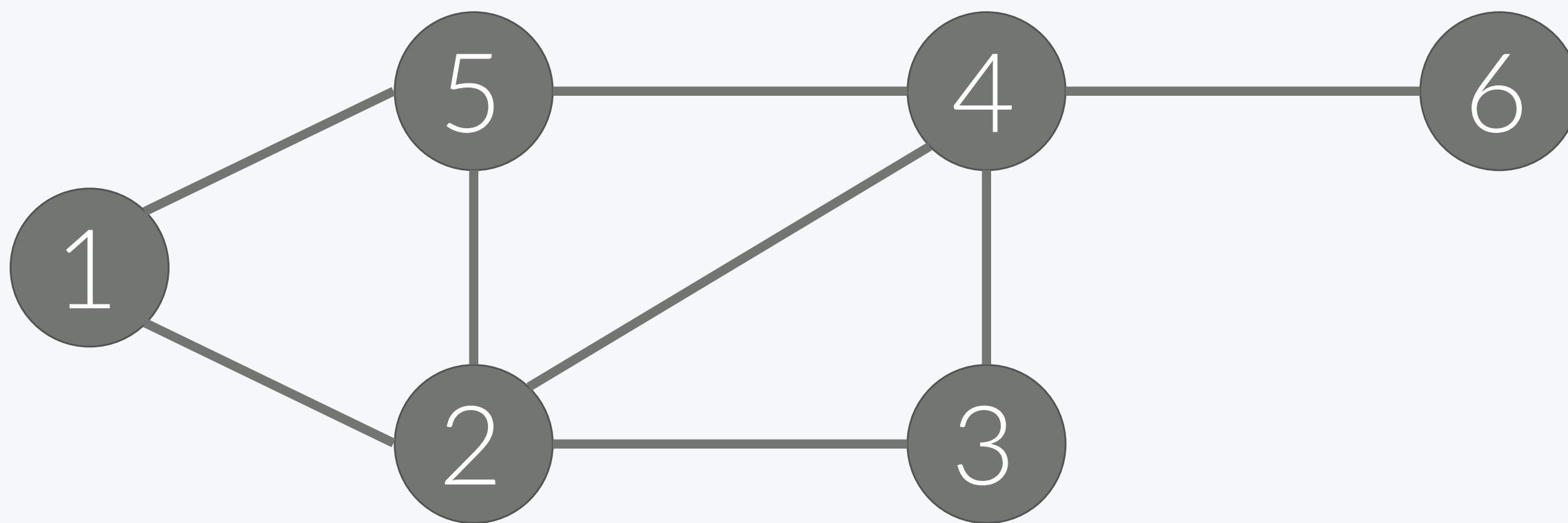
$$E[14] = 3 \ 4$$

$$E[15] = 6 \ 4$$

# 간선 리스트

Edge List

- 각 간선의 앞 정점을 기준으로 개수를 센다.



i	0	1	2	3	4	5	6
cnt[i]	0	2	4	2	4	3	1

$$E[0] = 1 \ 2$$

$$E[1] = 1 \ 5$$

$$E[2] = 2 \ 1$$

$$E[3] = 2 \ 3$$

$$E[4] = 2 \ 4$$

$$E[5] = 2 \ 5$$

$$E[6] = 3 \ 2$$

$$E[7] = 3 \ 4$$

$$E[8] = 4 \ 2$$

$$E[9] = 4 \ 3$$

$$E[10] = 4 \ 5$$

$$E[11] = 4 \ 6$$

$$E[12] = 5 \ 1$$

$$E[13] = 5 \ 2$$

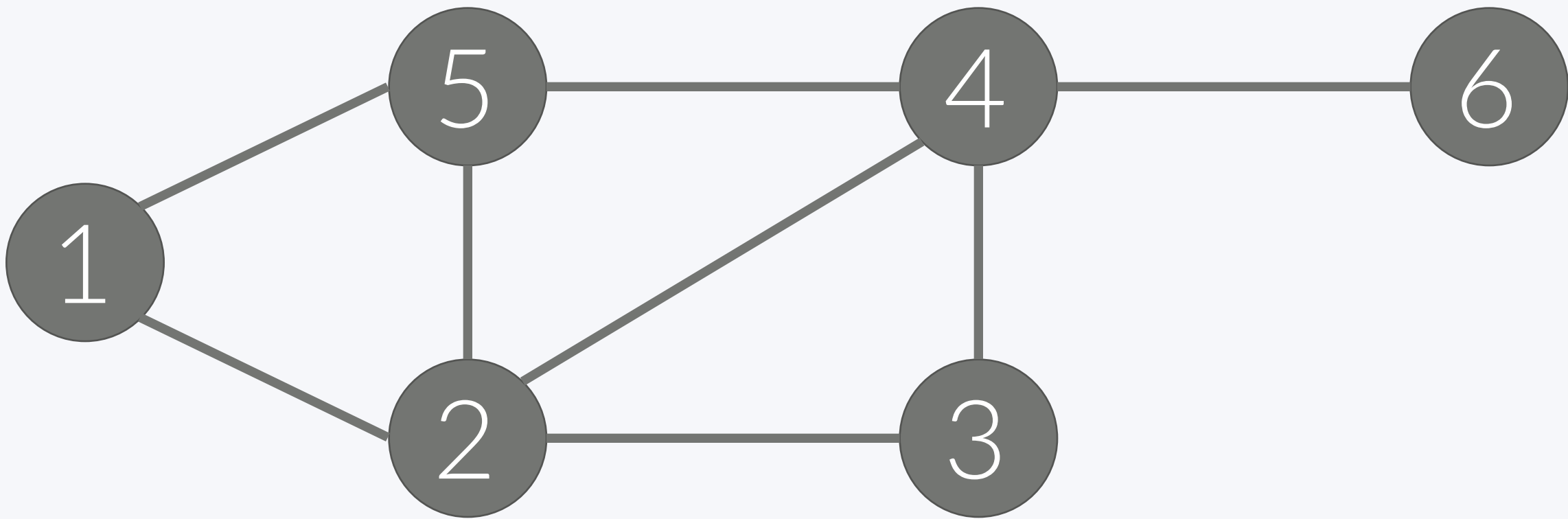
$$E[14] = 5 \ 4$$

$$E[15] = 6 \ 4$$

# 간선 리스트

Edge List

```
for (int i=0; i<m; i++) {  
    cnt[e[i][0]] += 1;  
}
```



i	0	1	2	3	4	5	6
cnt[i]	0	2	4	2	4	3	1

- E[0] = 1 2

E[1] = 1 5

E[2] = 2 1

E[3] = 2 3

E[4] = 2 4

E[5] = 2 5

E[6] = 3 2

E[7] = 3 4
- E[8] = 4 2

E[9] = 4 3

E[10] = 4 5

E[11] = 4 6

E[12] = 5 1

E[13] = 5 2

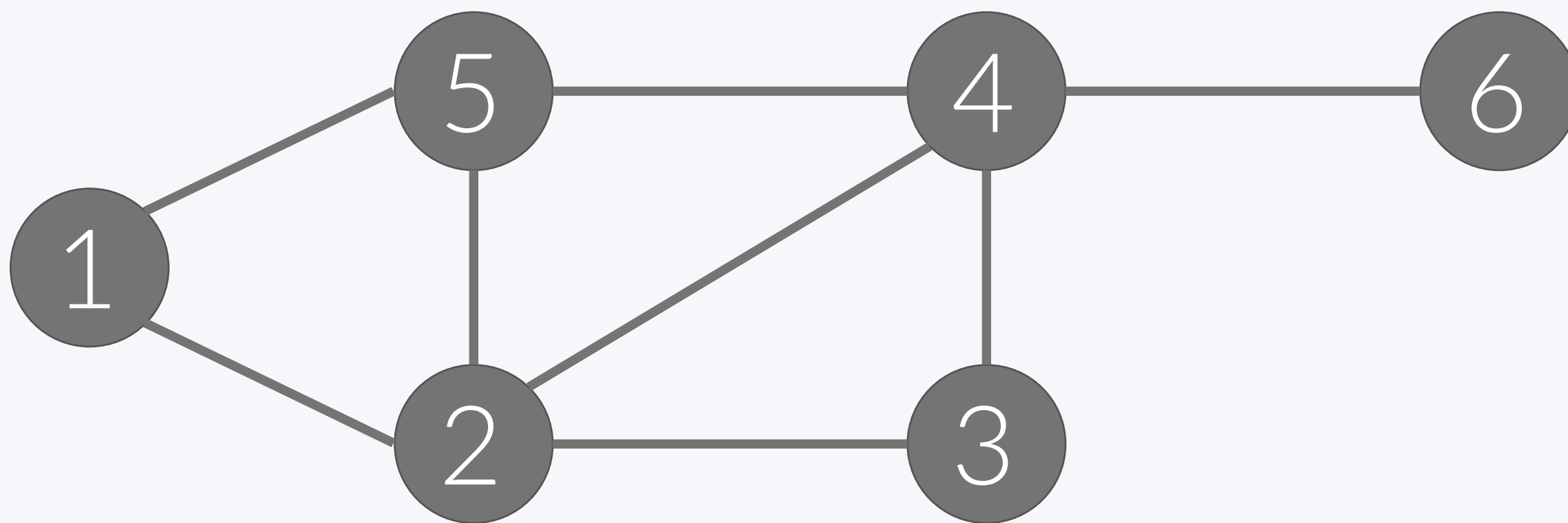
E[14] = 5 4

E[15] = 6 4

# 간선 리스트

Edge List

```
for (int i=1; i<=n; i++) {  
    cnt[i] = cnt[i-1] + cnt[i];  
}
```



i	0	1	2	3	4	5	6
cnt[i]	0	2	6	8	12	15	16

E[0] = 1 2

E[1] = 1 5

E[2] = 2 1

E[3] = 2 3

E[4] = 2 4

E[5] = 2 5

E[6] = 3 2

E[7] = 3 4

E[8] = 4 2

E[9] = 4 3

E[10] = 4 5

E[11] = 4 6

E[12] = 5 1

E[13] = 5 2

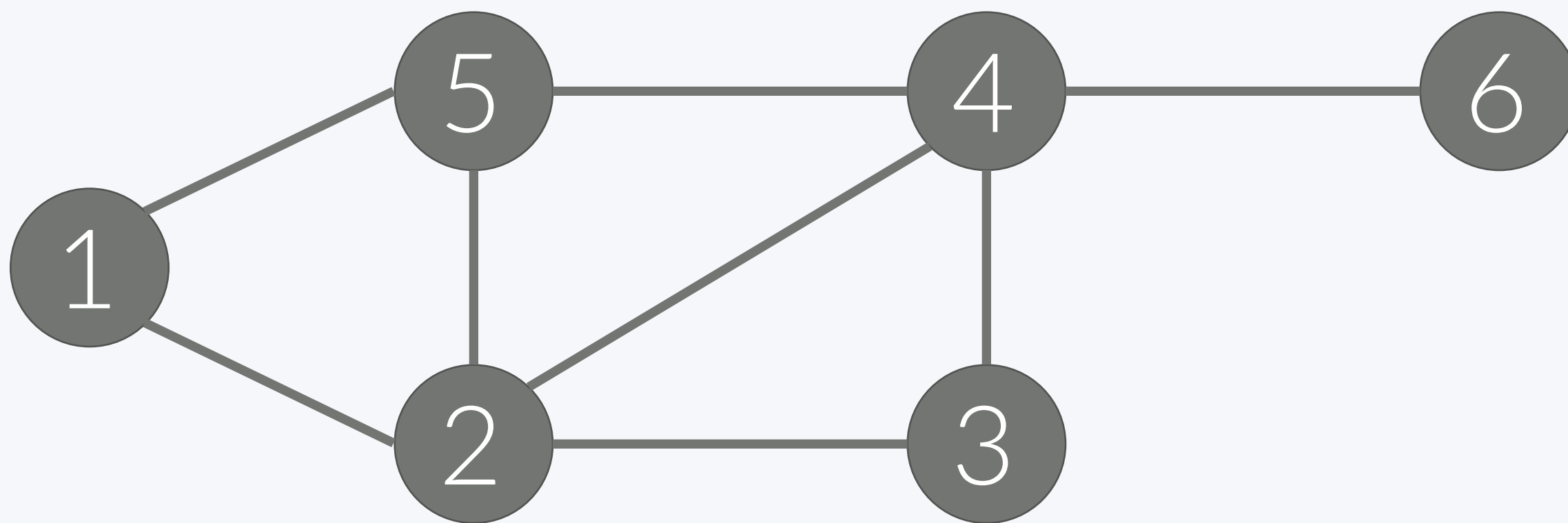
E[14] = 5 4

E[15] = 6 4

# 간선 리스트

Edge List

- $i$ 번 정점과 연결된 간선은
- E배열에서  $\text{cnt}[i-1]$ 부터  $\text{cnt}[i]-1$  까지이다.



i	0	1	2	3	4	5	6
cnt[i]	0	2	6	8	12	15	16

$$E[0] = 1 \ 2$$

$$E[1] = 1 \ 5$$

$$E[2] = 2 \ 1$$

$$E[3] = 2 \ 3$$

$$E[4] = 2 \ 4$$

$$E[5] = 2 \ 5$$

$$E[6] = 3 \ 2$$

$$E[7] = 3 \ 4$$

$$E[8] = 4 \ 2$$

$$E[9] = 4 \ 3$$

$$E[10] = 4 \ 5$$

$$E[11] = 4 \ 6$$

$$E[12] = 5 \ 1$$

$$E[13] = 5 \ 2$$

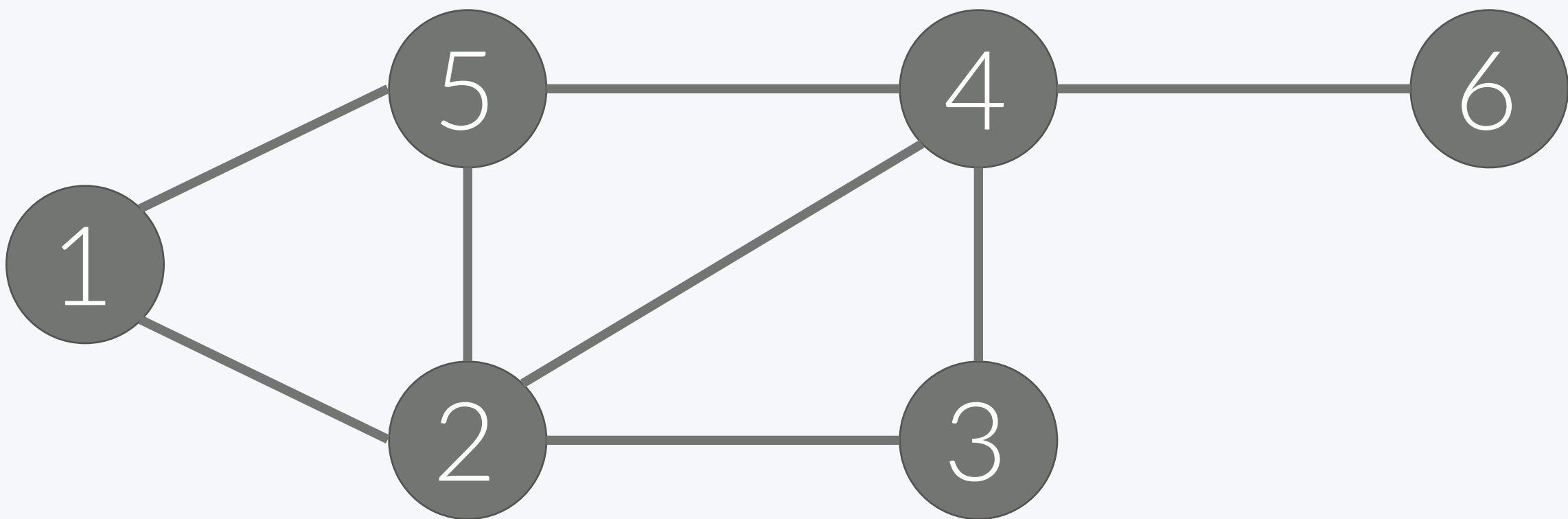
$$E[14] = 5 \ 4$$

$$E[15] = 6 \ 4$$

# 간선 리스트

Edge List

- 3번 정점: cnt[2] ~ cnt[3]-1



E[0]	=	1	2	E[8]	=	4	2
E[1]	=	1	5	E[9]	=	4	3
E[2]	=	2	1	E[10]	=	4	5
E[3]	=	2	3	E[11]	=	4	6
E[4]	=	2	4	E[12]	=	5	1
E[5]	=	2	5	E[13]	=	5	2
E[6]	=	3	2	E[14]	=	5	4
E[7]	=	3	4	E[15]	=	6	4

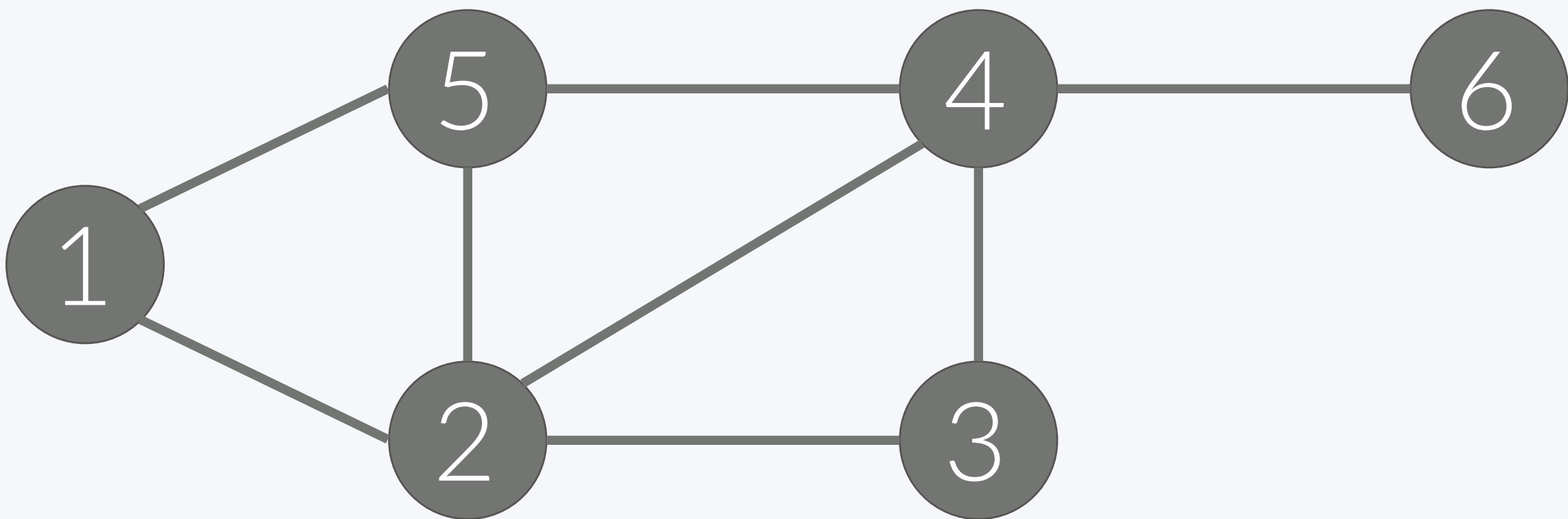
i	0	1	2	3	4	5	6
cnt[i]	0	2	6	8	12	15	16



# 간선 리스트

Edge List

- 4번 정점:  $\text{cnt}[3] \sim \text{cnt}[4]-1$



i	0	1	2	3	4	5	6
cnt[i]	0	2	6	8	12	15	16

$$E[0] = 1 \ 2$$

$$E[1] = 1 \ 5$$

$$E[2] = 2 \ 1$$

$$E[3] = 2 \ 3$$

$$E[4] = 2 \ 4$$

$$E[5] = 2 \ 5$$

$$E[6] = 3 \ 2$$

$$E[7] = 3 \ 4$$

$$E[8] = 4 \ 2$$

$$E[9] = 4 \ 3$$

$$E[10] = 4 \ 5$$

$$E[11] = 4 \ 6$$

$$E[12] = 5 \ 1$$

$$E[13] = 5 \ 2$$

$$E[14] = 5 \ 4$$

$$E[15] = 6 \ 4$$

# 그래프의 탐색

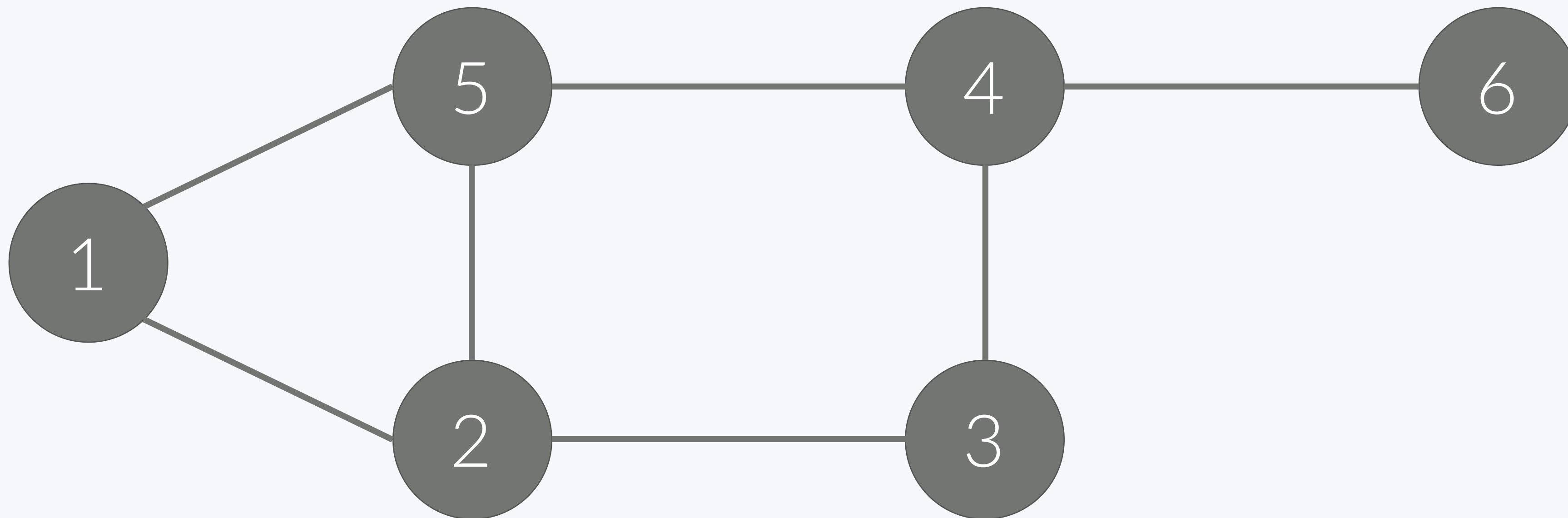
---

# 그래프의 탐색

43

DFS, BFS

- DFS: 깊이 우선 탐색
- BFS: 너비 우선 탐색

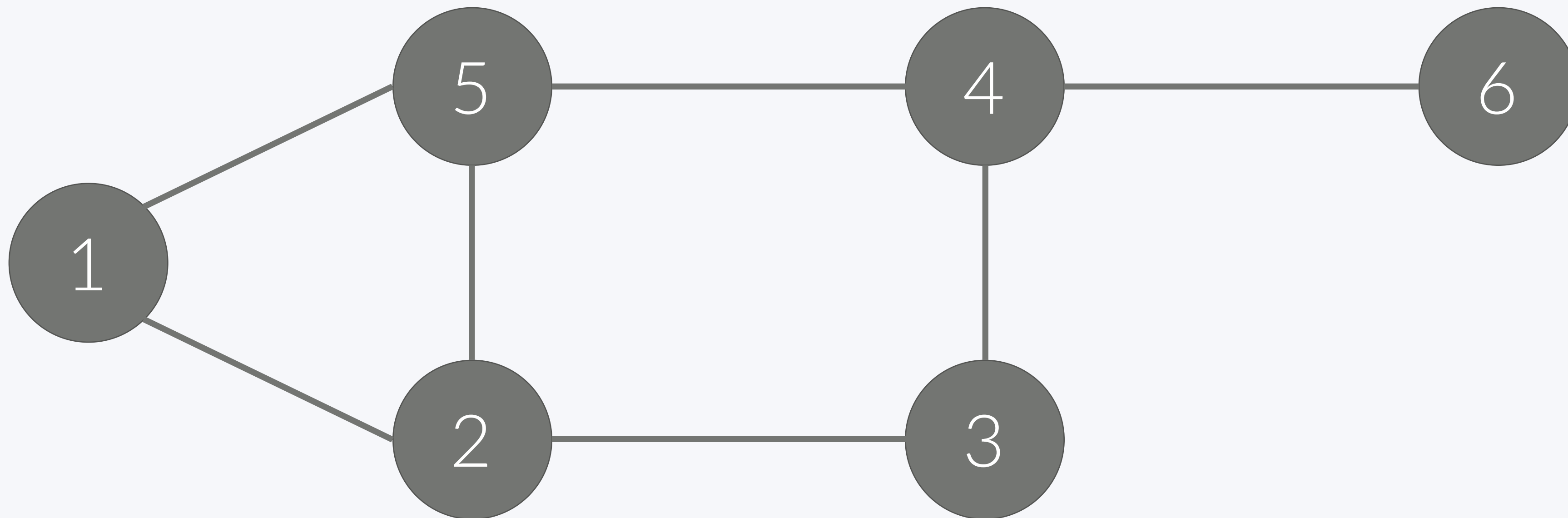


# 깊이 우선 탐색

## Depth First Search

44

- 스택을 이용해서 갈 수 있는 만큼 최대한 많이 가고
- 갈 수 없으면 이전 정점으로 돌아간다.



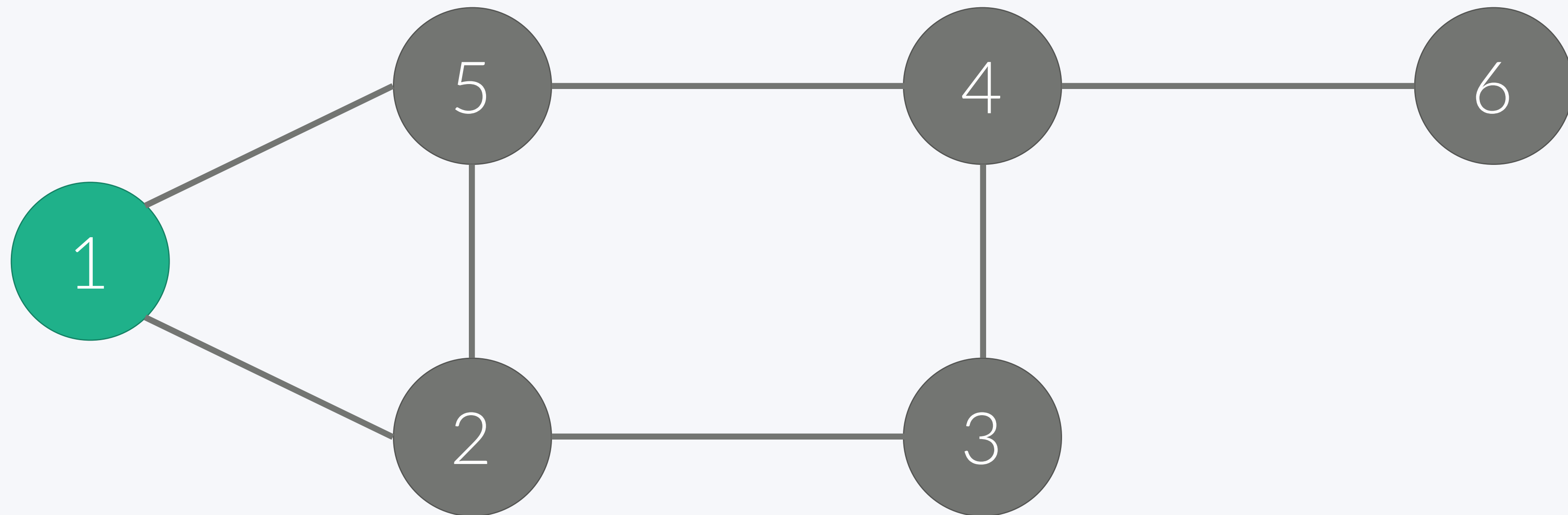
# 깊이 우선 탐색

45

Depth First Search

- 현재 정점: 1
- 순서: 1
- 스택: 1

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	0	0	0	0	0



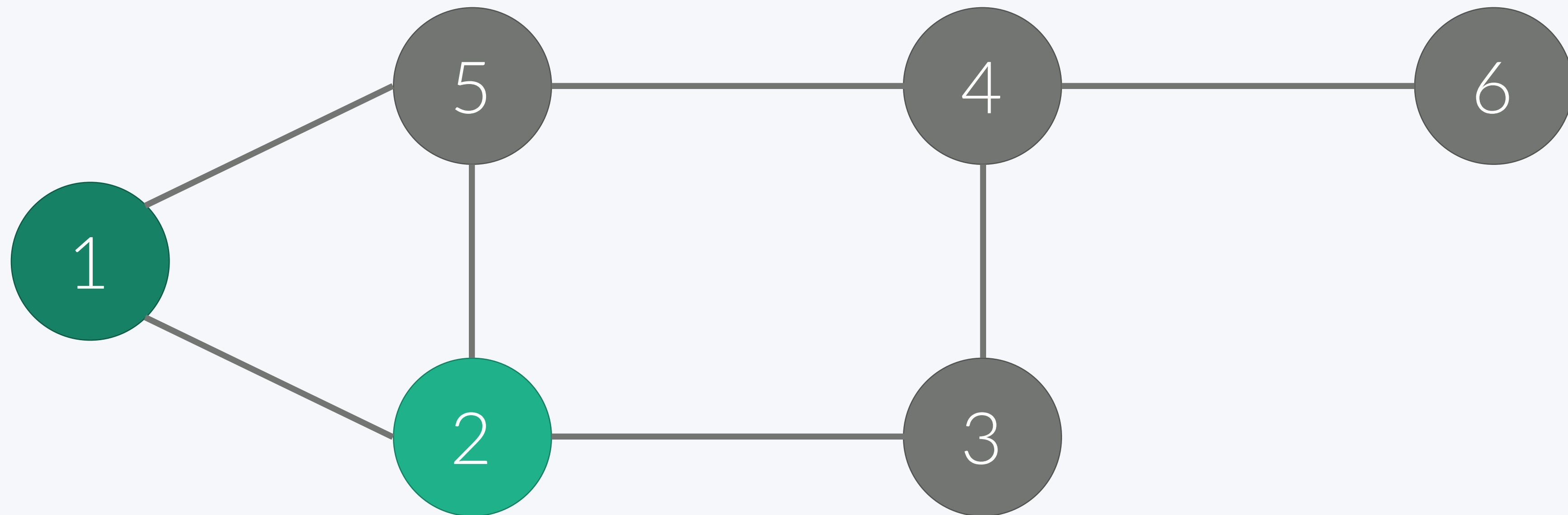
# 깊이 우선 탐색

46

Depth First Search

- 현재 정점: 2
- 순서: 1 2
- 스택: 1 2

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	0	0	0	0



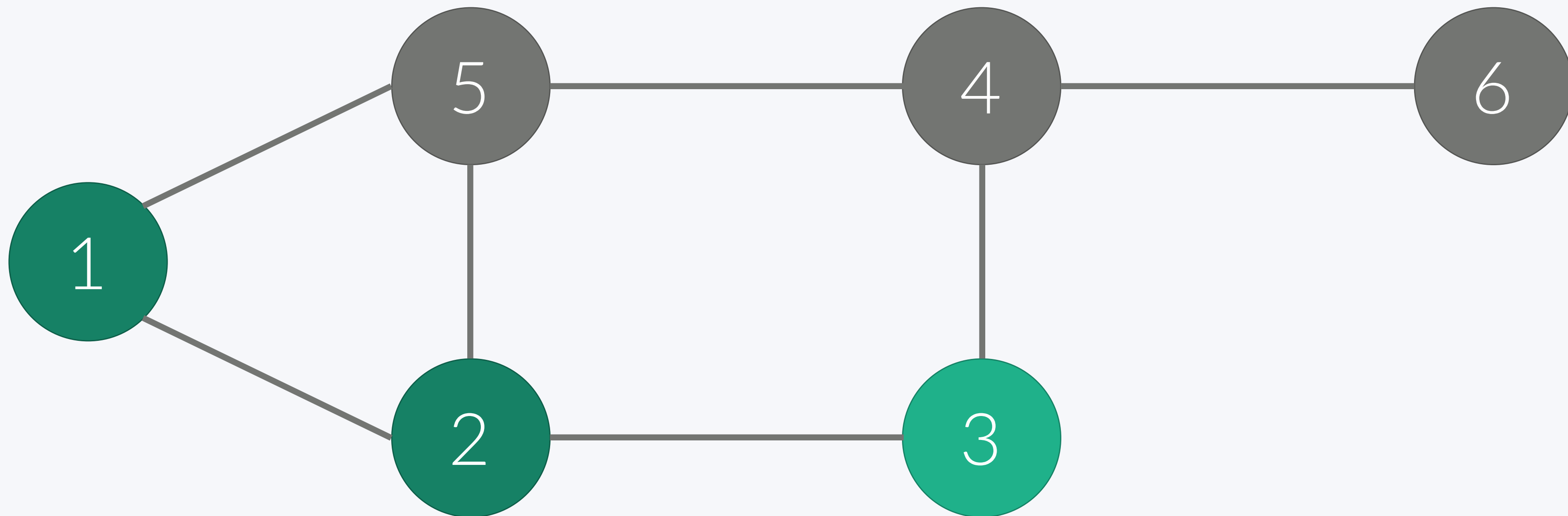
# 깊이 우선 탐색

47

Depth First Search

- 현재 정점: 3
- 순서: 1 2 3
- 스택: 1 2 3

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	0	0	0



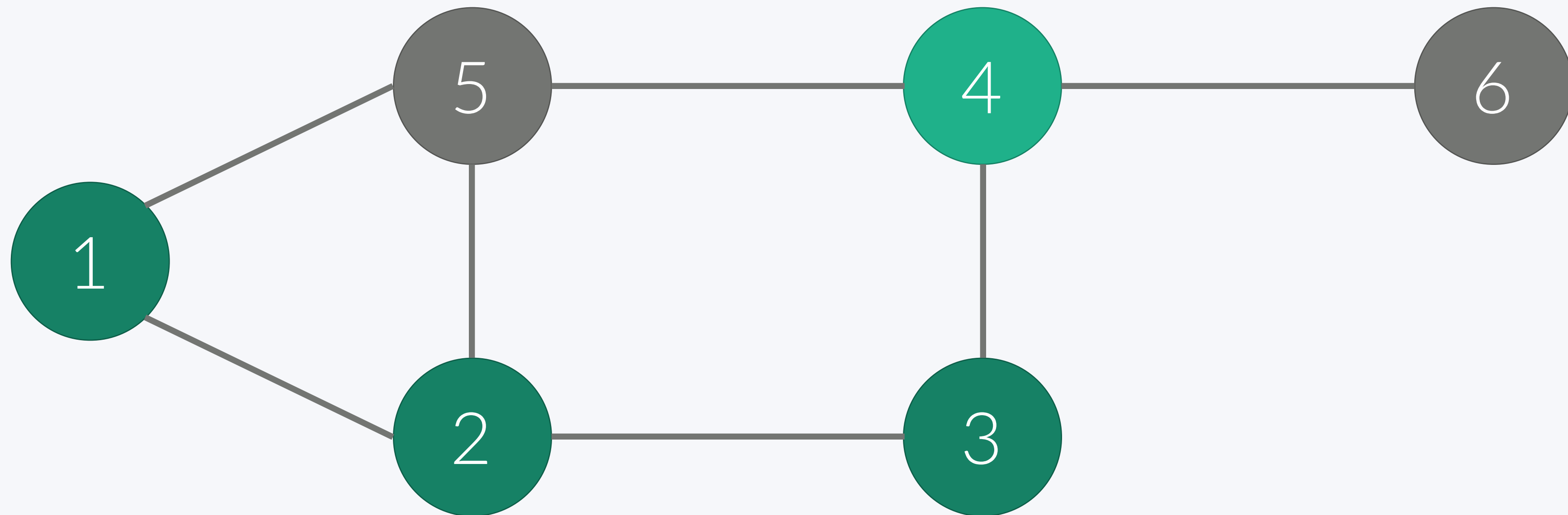
# 깊이 우선 탐색

48

Depth First Search

- 현재 정점: 4
- 순서: 1 2 3 4
- 스택: 1 2 3 4

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	0	0





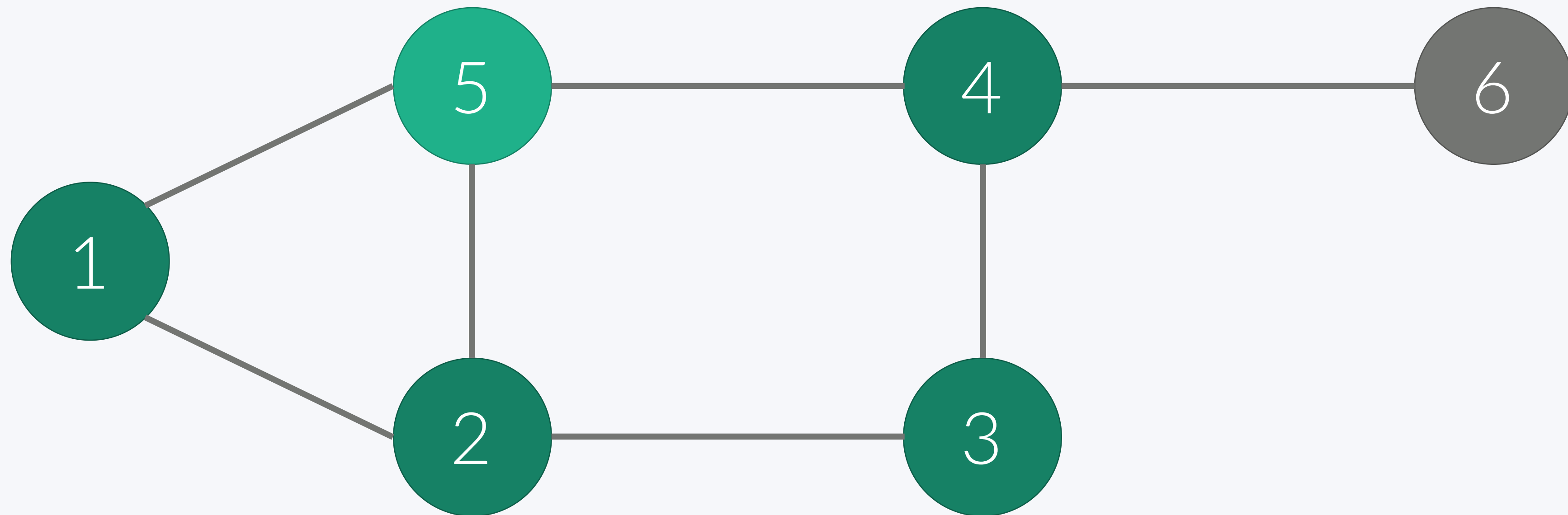
# 깊이 우선 탐색

49

Depth First Search

- 현재 정점: 5
- 순서: 1 2 3 4 5
- 스택: 1 2 3 4 5

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	0



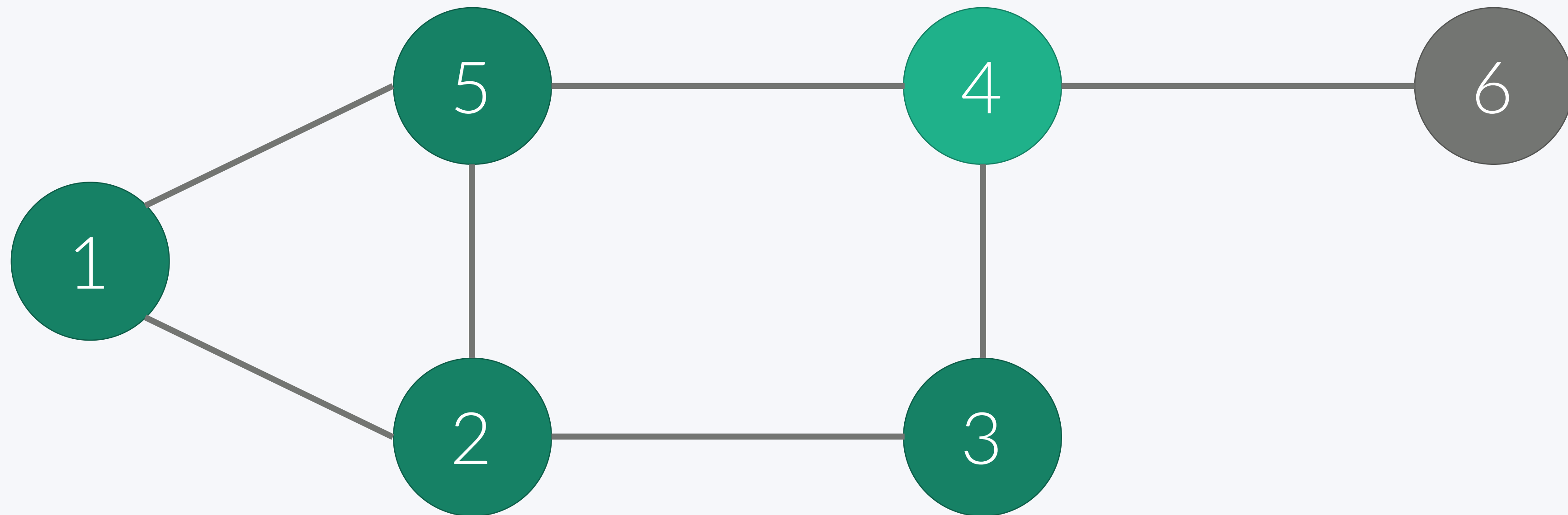
# 깊이 우선 탐색

50

## Depth First Search

- 현재 정점: 4
- 순서: 1 2 3 4 5
- 스택: 1 2 3 4
- 5에서 더 갈 수 있는 것이 없기 때문에, 4로 돌아간다.

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	0



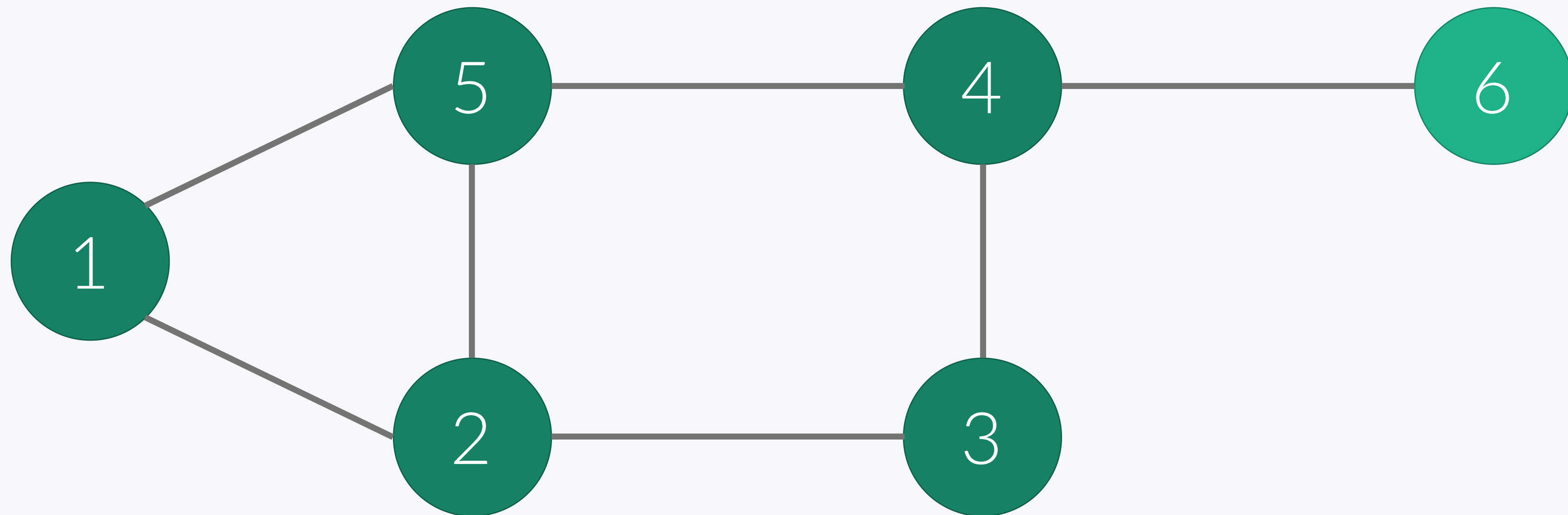
# 깊이 우선 탐색

51

Depth First Search

- 현재 정점: 6
- 순서: 1 2 3 4 5 6
- 스택: 1 2 3 4 6

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	1



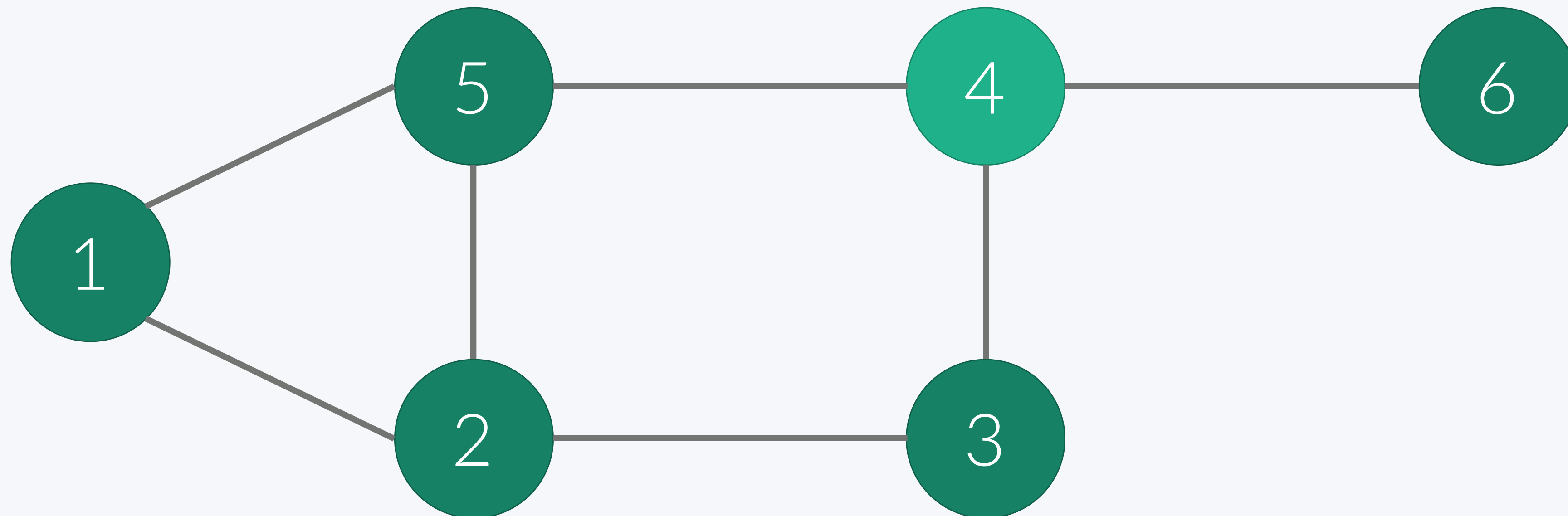
# 깊이 우선 탐색

52

Depth First Search

- 현재 정점: 4
- 순서: 1 2 3 4 5 6
- 스택: 1 2 3 4
- 6에서 갈 수 있는 것이 없기 때문에 4로 돌아간다.

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	1



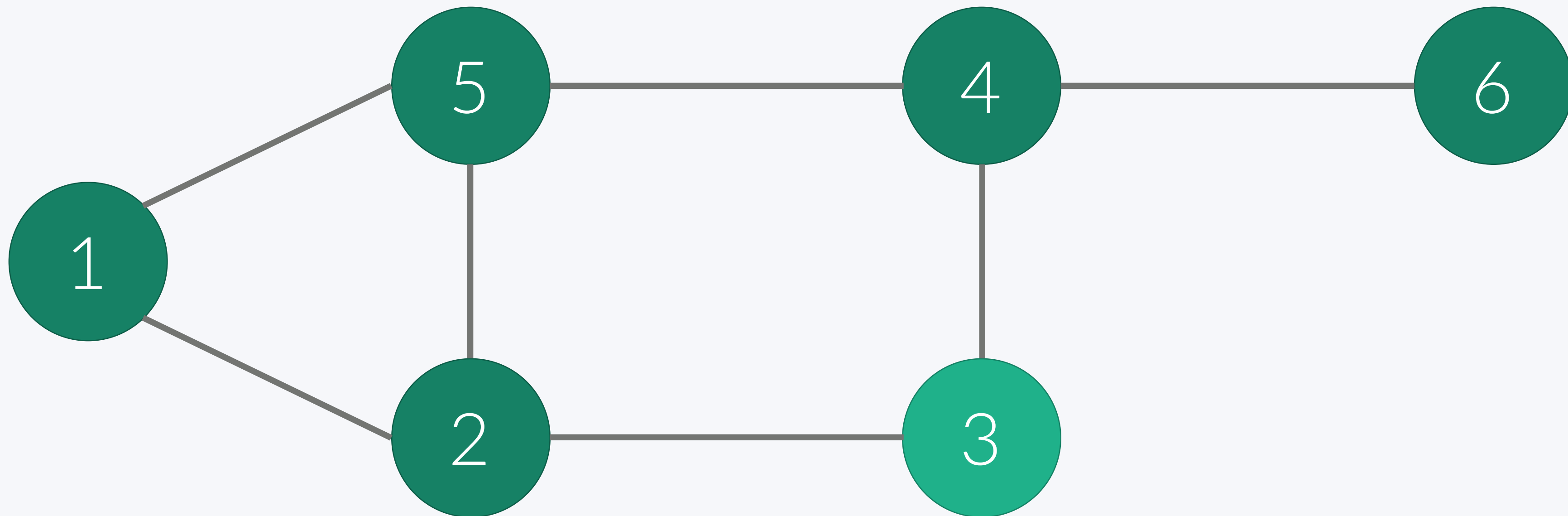
# 깊이 우선 탐색

53

Depth First Search

- 현재 정점: 3
- 순서: 1 2 3 4 5 6
- 스택: 1 2 3
- 4에서 갈 수 있는 것이 없기 때문에 3으로 돌아간다.

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	1



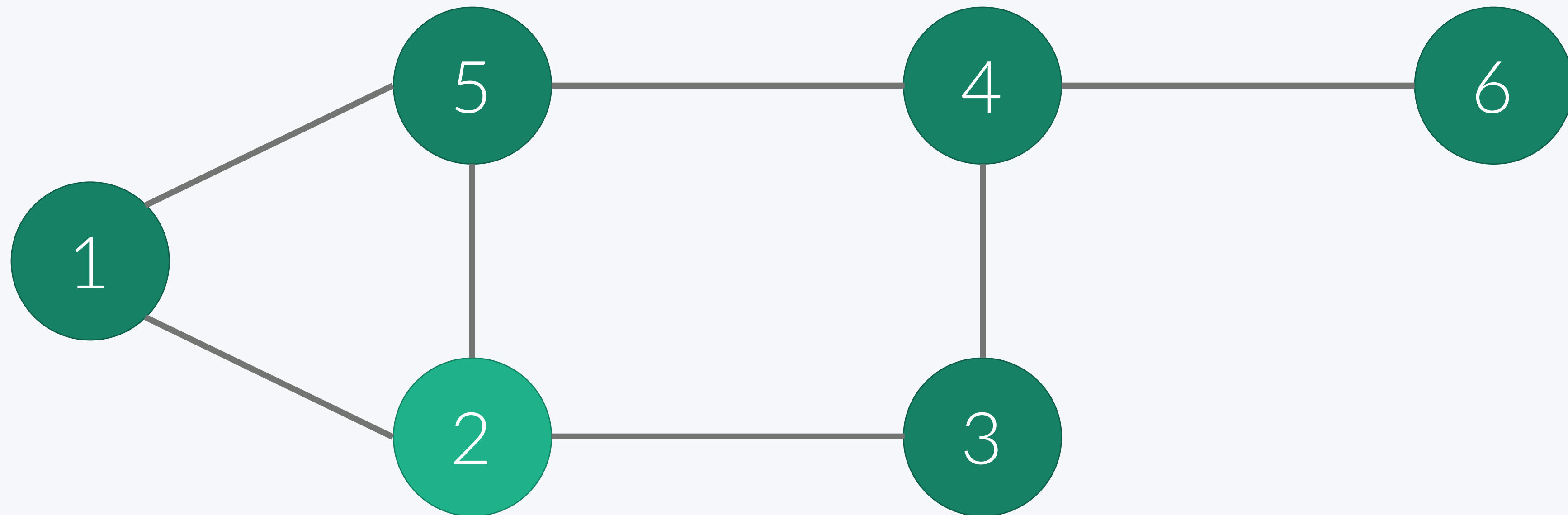
# 깊이 우선 탐색

54

Depth First Search

- 현재 정점: 2
- 순서: 1 2 3 4 5 6
- 스택: 1 2
- 3에서 갈 수 있는 것이 없기 때문에 2으로 돌아간다.

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	1



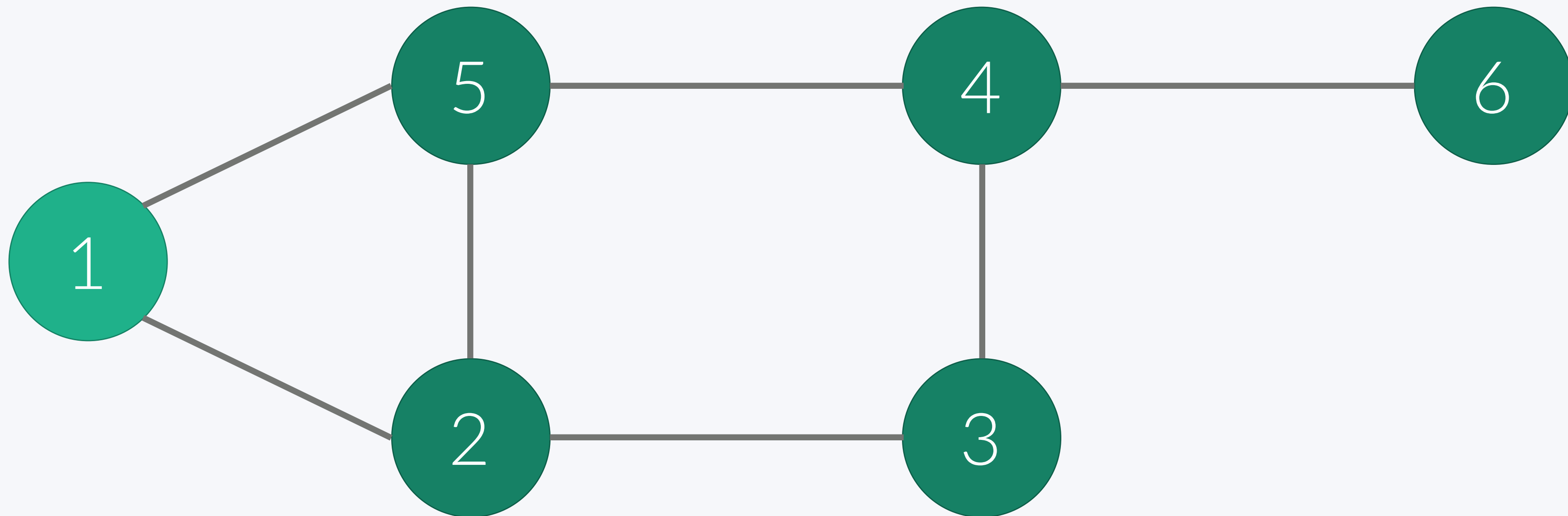
# 깊이 우선 탐색

55

Depth First Search

- 현재 정점: 1
- 순서: 1 2 3 4 5 6
- 스택: 1
- 2에서 갈 수 있는 것이 없기 때문에 1으로 돌아간다.

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	1



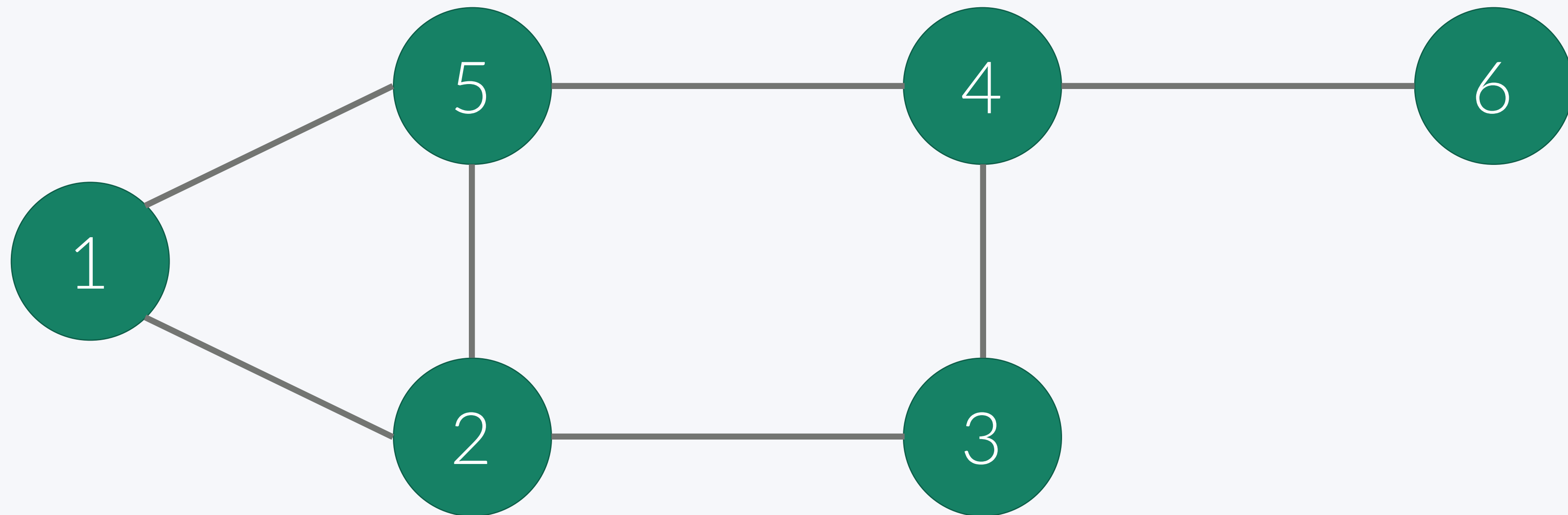
# 깊이 우선 탐색

56

Depth First Search

- 현재 정점:
- 순서: 1 2 3 4 5 6
- 스택:
- 탐색 종료

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	1





# 깊이 우선 탐색

## Depth First Search

- 재귀 호출을 이용해서 구현할 수 있다.

```
void dfs(int x) {  
    check[x] = true;  
    printf("%d ", x);  
    for (int i=1; i<=n; i++) {  
        if (a[x][i] == 1 && check[i] == false) {  
            dfs(i);  
        }  
    }  
}
```

- 인접 행렬을 이용한 구현

# 깊이 우선 탐색

## Depth First Search

- 재귀 호출을 이용해서 구현할 수 있다.

```
void dfs(int x) {  
    check[x] = true;  
    printf("%d ", x);  
    for (int i=0; i<a[x].size(); i++) {  
        int y = a[x][i];  
        if (check[y] == false) {  
            dfs(y);  
        }  
    }  
}
```

- 인접 리스트를 이용한 구현

# 너비 우선 탐색

Breadth First Search

59

- 큐를 이용해서 지금 위치에서 갈 수 있는 것을 모두 큐에 넣는 방식
- 큐에 넣을 때 방문했다고 체크해야 한다.

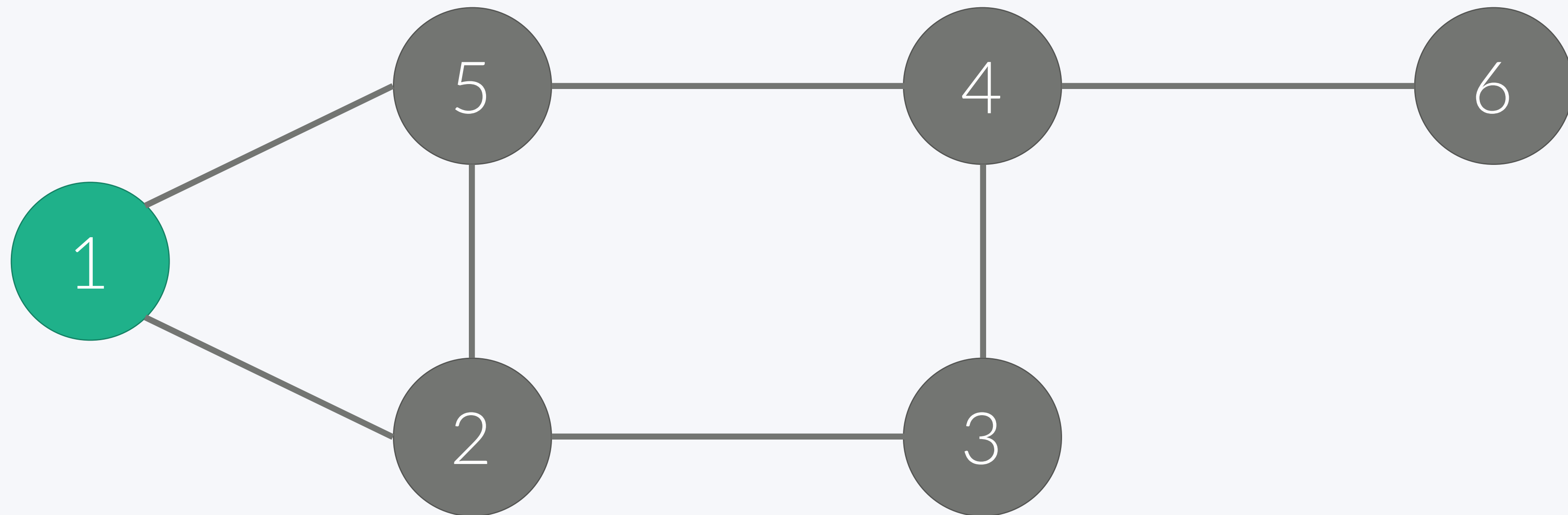
# 너비 우선 탐색

60

Breadth First Search

- 현재 정점: 1
- 순서: 1
- 큐: 1

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	0	0	0	0	0



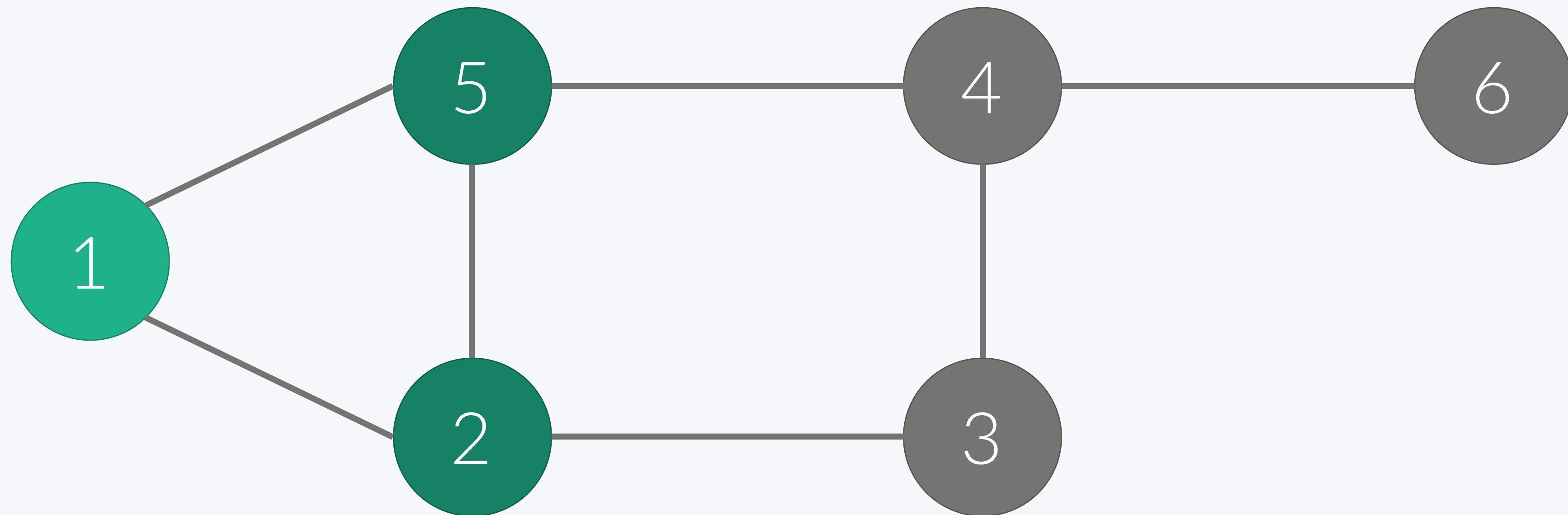
# 너비 우선 탐색

61

Breadth First Search

- 현재 정점: 1
- 순서: 1 2 5
- 큐: 1 2 5

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	0	0	1	0



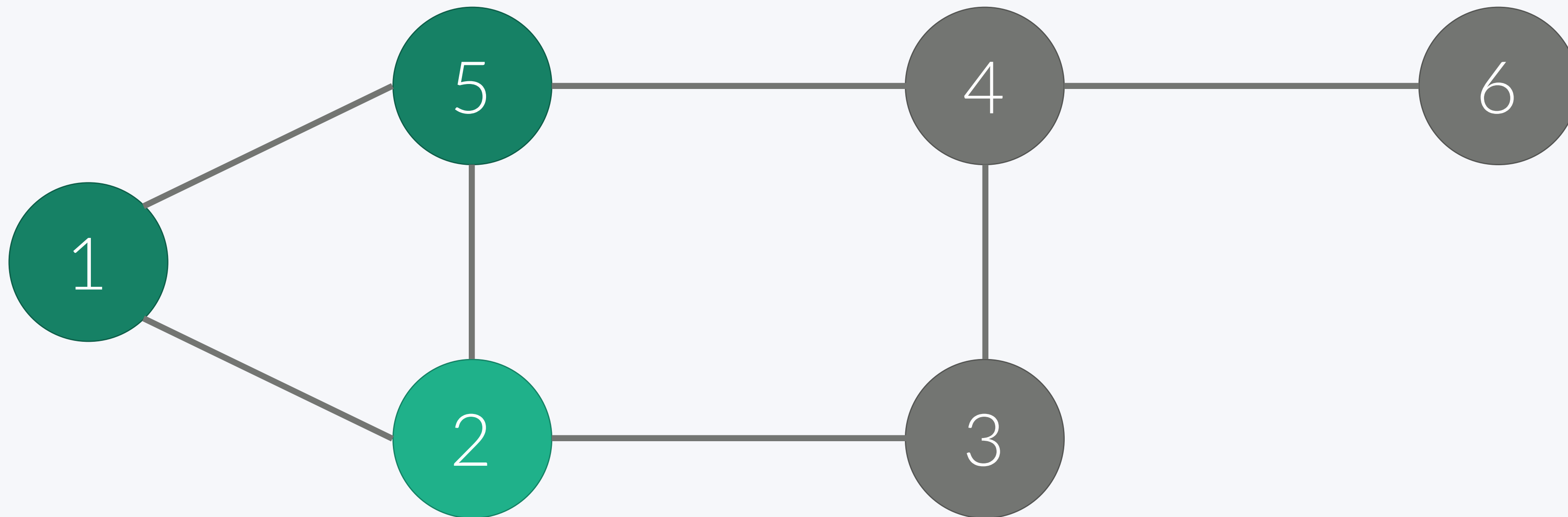
# 너비 우선 탐색

62

Breadth First Search

- 현재 정점: 2
- 순서: 1 2 5
- 큐: 2 5

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	0	0	1	0



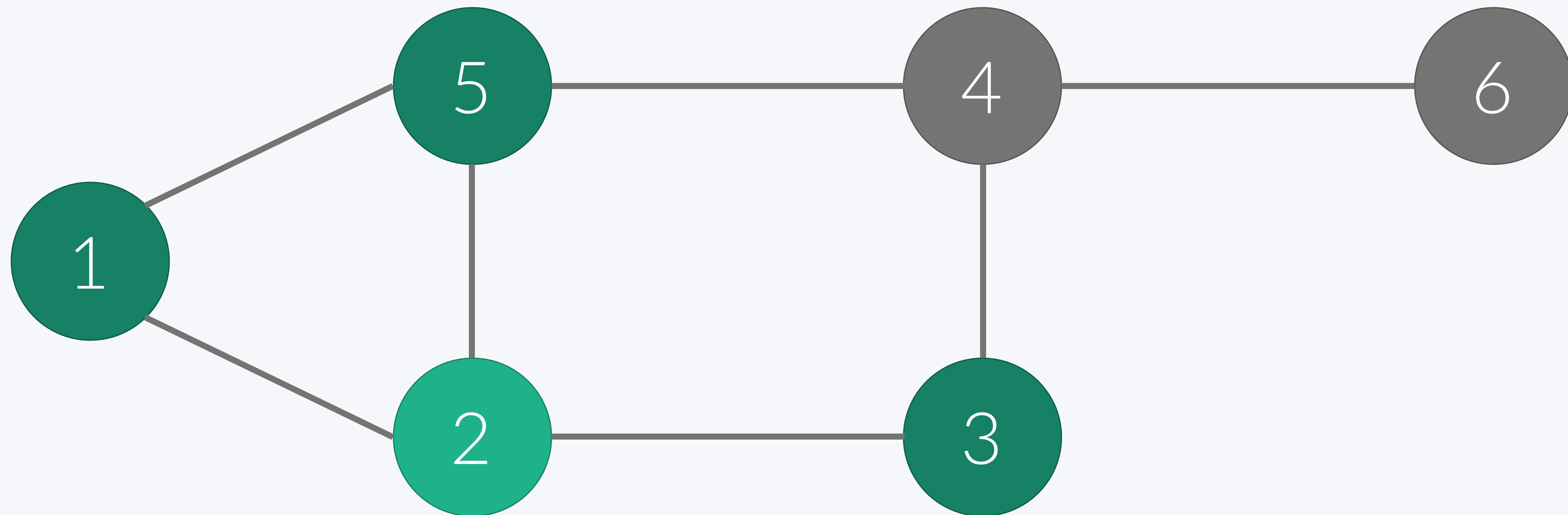
# 너비 우선 탐색

63

Breadth First Search

- 현재 정점: 2
- 순서: 1 2 5 3
- 큐: 2 5 3

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	0	1	0



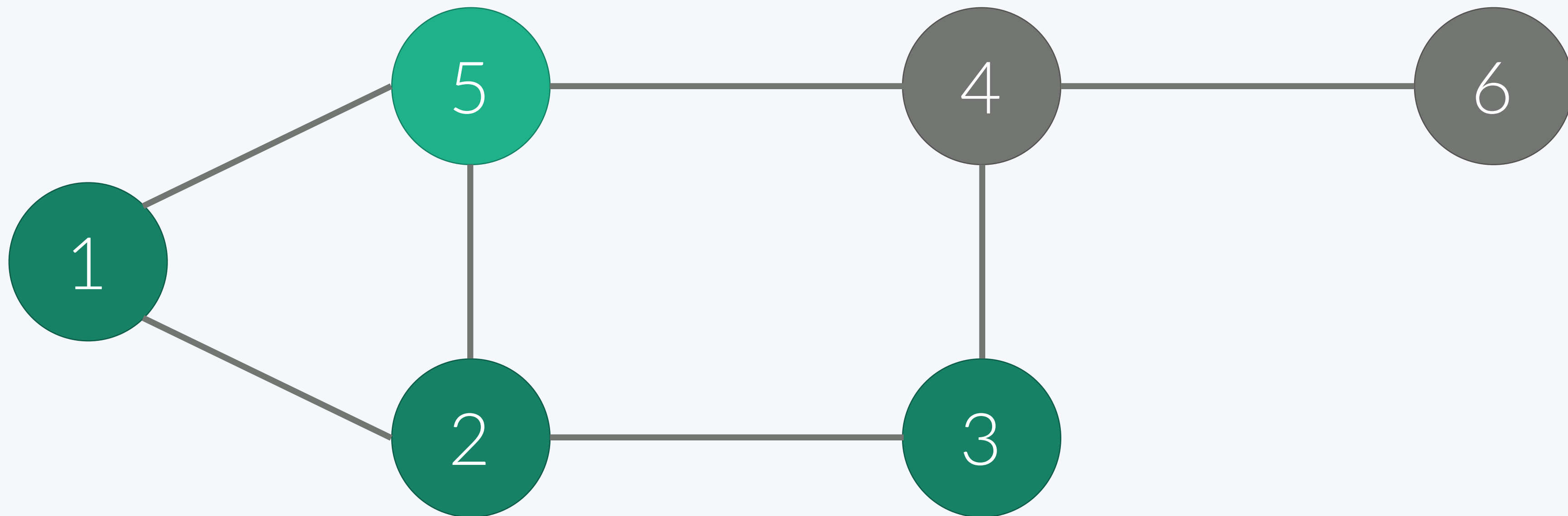
# 너비 우선 탐색

64

Breadth First Search

- 현재 정점: 5
- 순서: 1 2 5 3
- 큐: 5 3

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	0	1	0





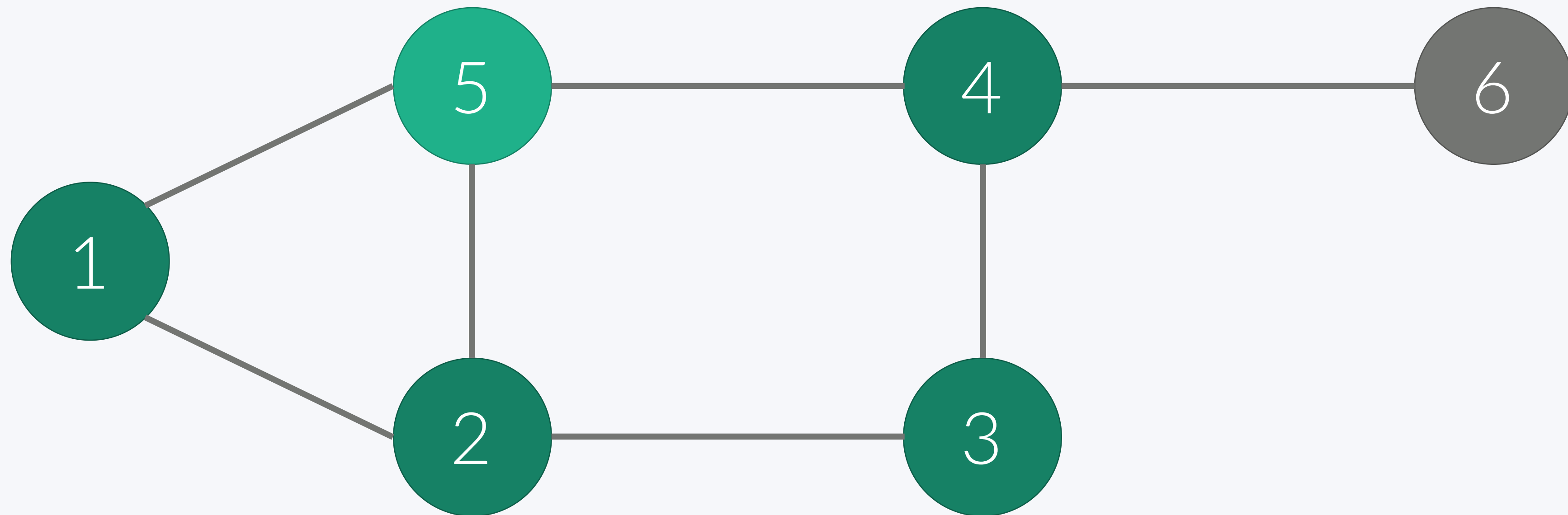
# 너비 우선 탐색

65

Breadth First Search

- 현재 정점: 5
- 순서: 1 2 5 3 4
- 큐: 5 3 4

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	0



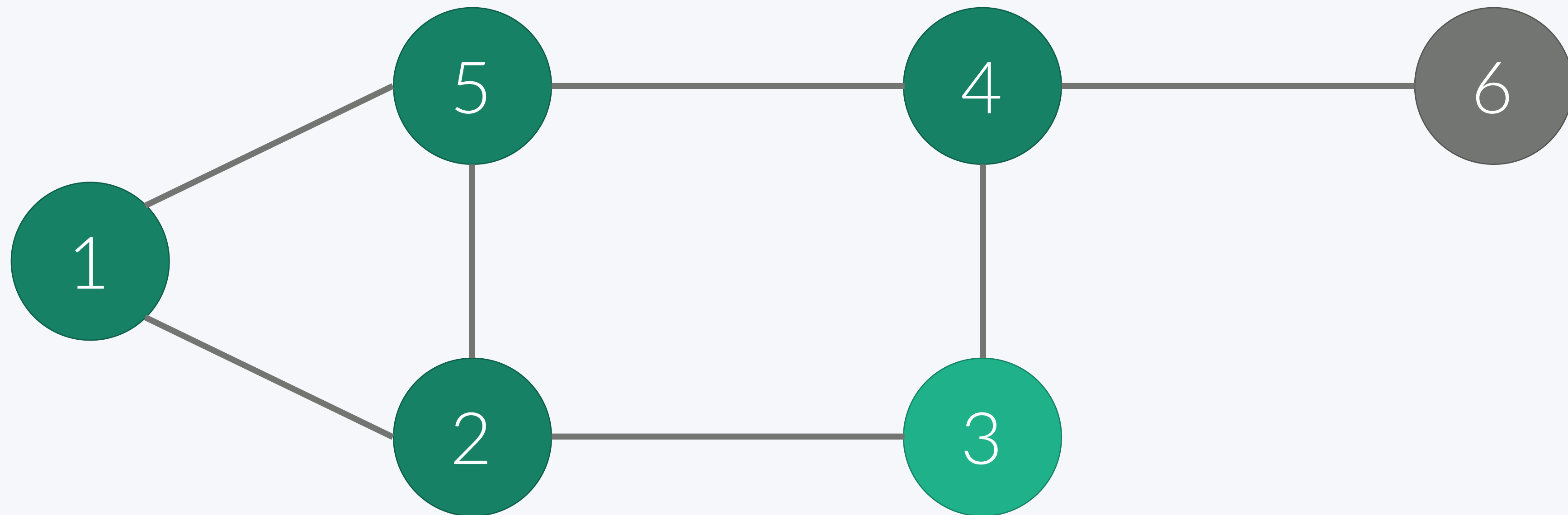
# 너비 우선 탐색

66

Breadth First Search

- 현재 정점: 3
- 순서: 1 2 5 3 4
- 큐: 3 4

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	0



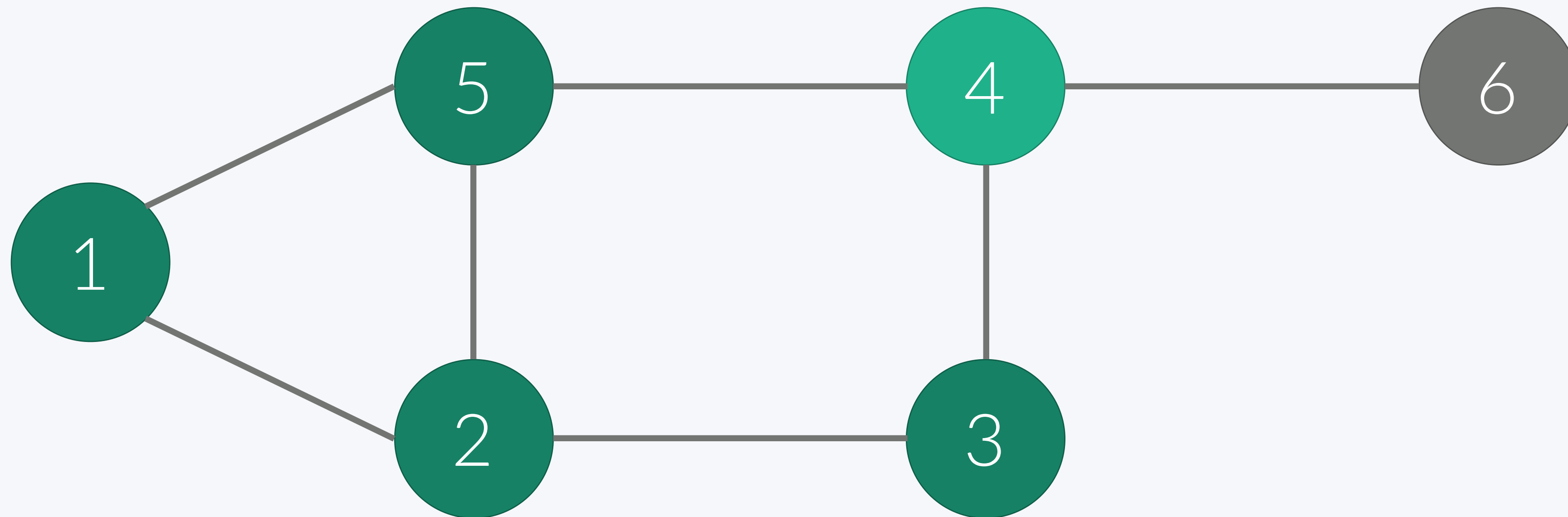
# 너비 우선 탐색

67

Breadth First Search

- 현재 정점: 4
- 순서: 1 2 5 3 4
- 큐: 4

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	0



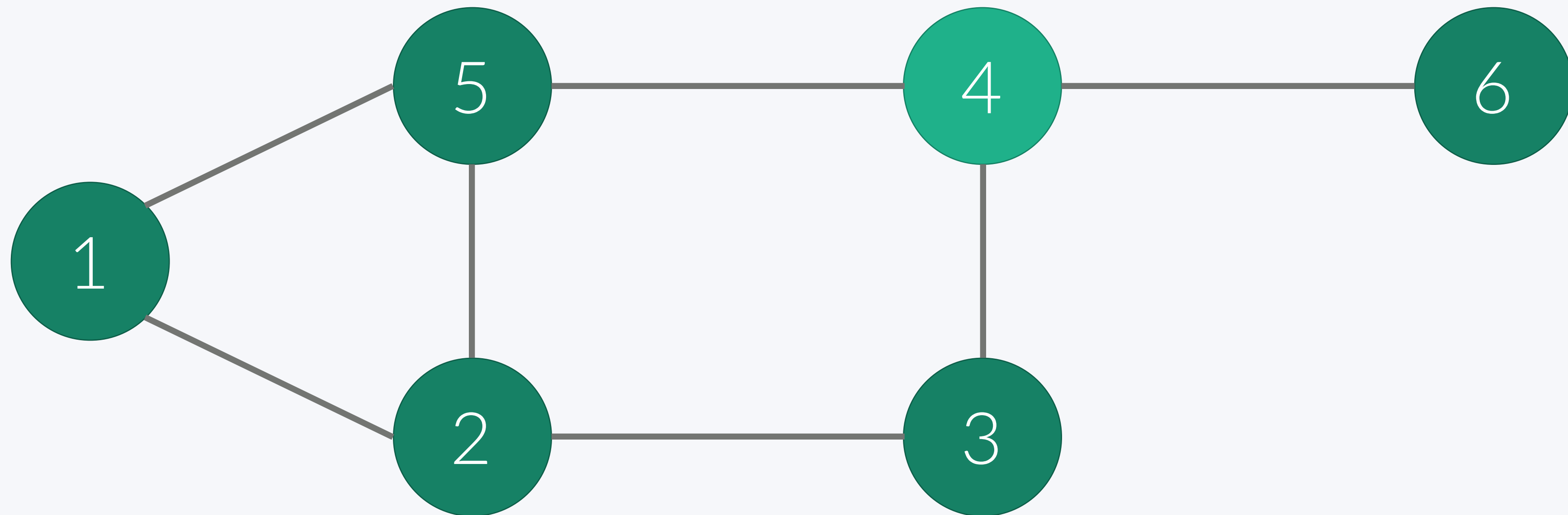
# 너비 우선 탐색

68

Breadth First Search

- 현재 정점: 4
- 순서: 1 2 5 3 4 6
- 큐: 4 6

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	1



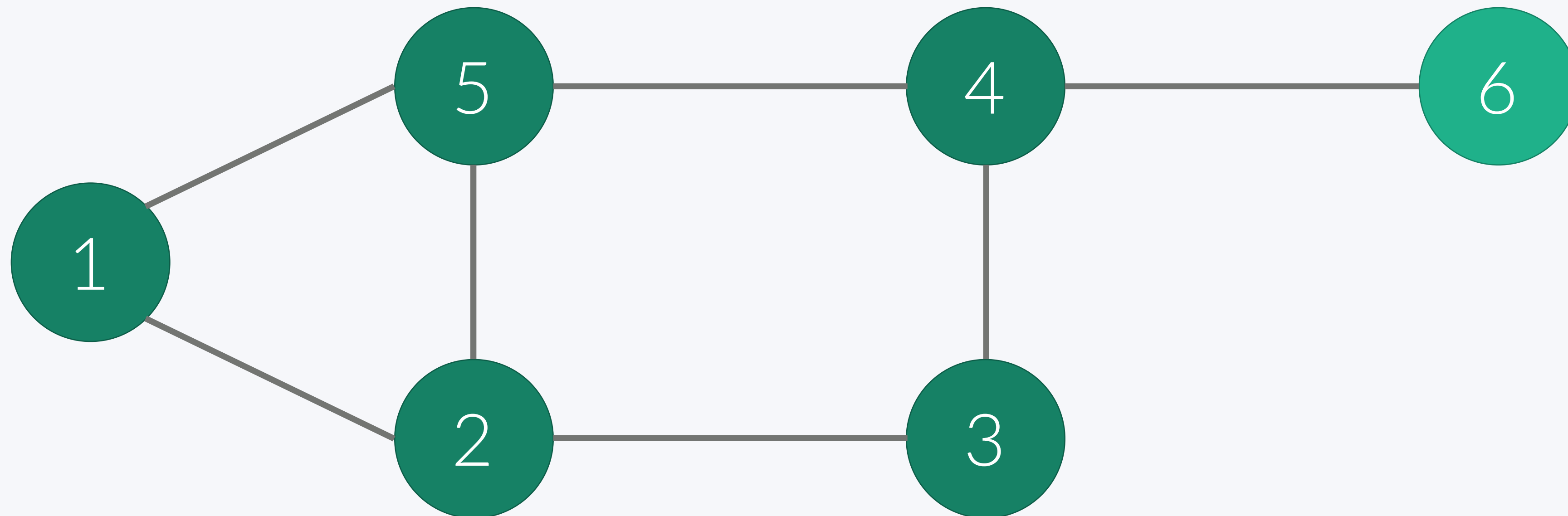
# 너비 우선 탐색

69

Breadth First Search

- 현재 정점: 6
- 순서: 1 2 5 3 4 6
- 큐: 6

i	1	2	3	4	5	6
check[i]	1	1	1	1	1	1



# 너비 우선 탐색

## Breadth First Search

- BFS의 구현은 Queue를 이용해서 할 수 있다. (인접 행렬)

```
queue<int> q;
check[1] = true; q.push(1);
while (!q.empty()) {
    int x = q.front(); q.pop();
    printf("%d ", x);
    for (int i=1; i<=n; i++) {
        if (a[x][i] == 1 && check[i] == false) {
            check[i] = true;
            q.push(i);
        }
    }
}
```

# 너비 우선 탐색

## Breadth First Search

- BFS의 구현은 Queue를 이용해서 할 수 있다. (인접 리스트)

```
queue<int> q;
check[1] = true; q.push(1);
while (!q.empty()) {
    int x = q.front(); q.pop();
    printf("%d ", x);
    for (int i=0; i<a[x].size(); i++) {
        int y = a[x][i];
        if (check[y] == false) {
            check[y] = true; q.push(y);
        }
    }
}
```

# 시간 복잡도

Time Complexity

- 인접 행렬:  $O(V^2)$
- 인접 리스트:  $O(V+E)$



# DFS와 BFS

<https://www.acmicpc.net/problem/1260>

- 그래프를 DFS로 탐색한 결과와 BFS로 탐색한 결과를 출력하는 문제

# DFS와 BFS

<https://www.acmicpc.net/problem/1260>

- C/C++
  - 인접 리스트 사용
    - <https://gist.github.com/Baekjoon/1333250dbcbb72671cc7>
  - 간선 리스트 사용
    - <https://gist.github.com/Baekjoon/4c50590a0303e3037fef>
  - 비재귀 구현
    - <https://gist.github.com/Baekjoon/d2e726b5f85bd8c17200>
- Java
  - 인접 리스트 사용
    - <https://gist.github.com/Baekjoon/5e4fc178fa0d391a7ca9>

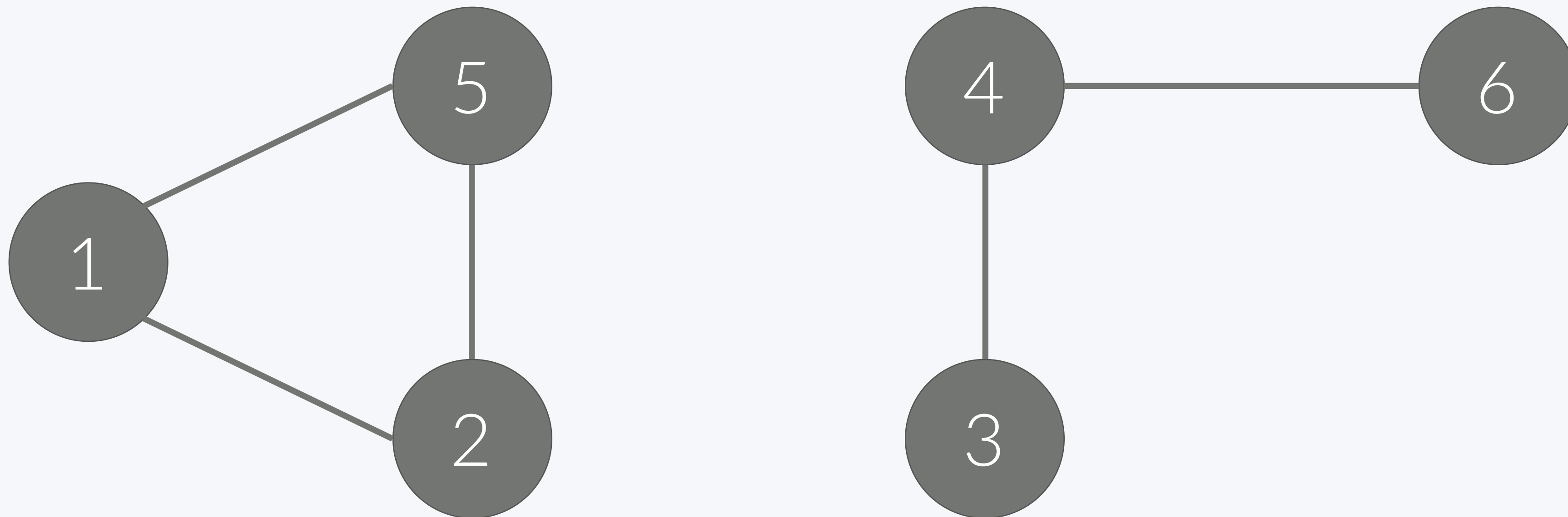
# 연결 요소

---

# 연결 요소

## Connected Component

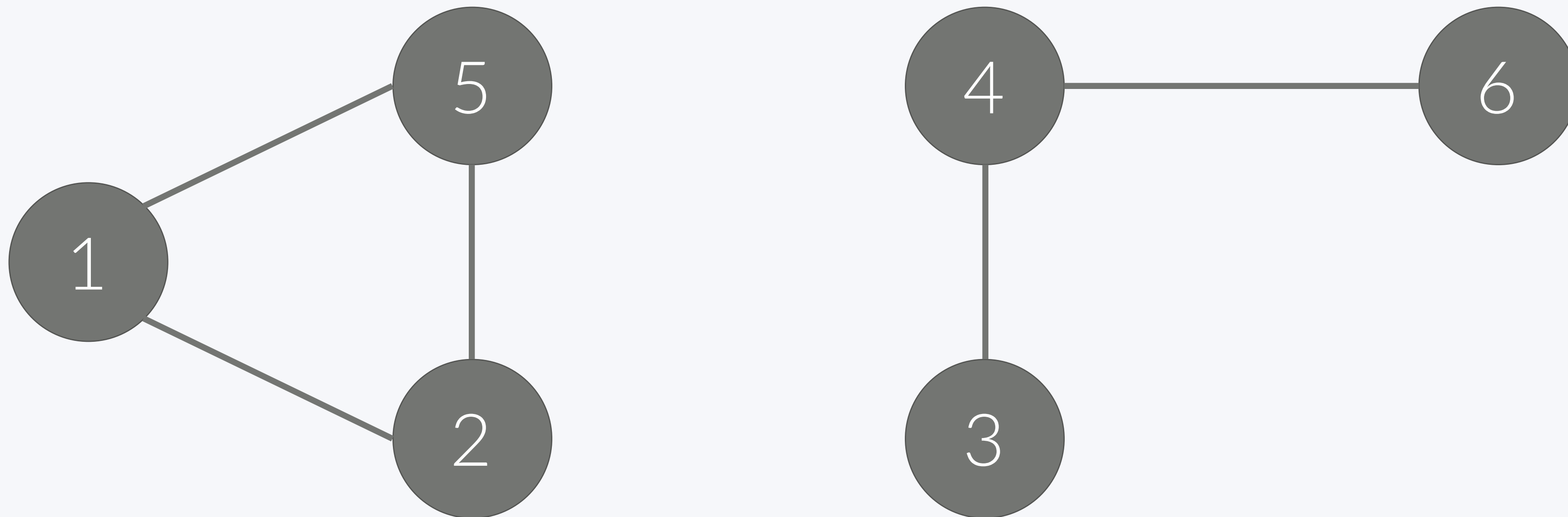
- 그래프가 아래 그림과 같이 나누어져 있지 않은 경우가 있을 수도 있다
- 이렇게 나누어진 각각의 그래프를 연결 요소라고 한다.
- 연결 요소에 속한 모든 정점을 연결하는 경로가 있어야 한다
- 또, 다른 연결 요소에 속한 정점과 연결하는 경로가 있으면 안된다



# 연결 요소

## Connected Component

- 아래 그래프는 총 2개의 연결 요소로 이루어져 있다
- 연결 요소를 구하는 것은 DFS나 BFS 탐색을 이용해서 구할 수 있다.



# 연결 요소

78

<https://www.acmicpc.net/problem/11724>

- 연결 요소의 개수를 구하는 문제

# 연결 요소

<https://www.acmicpc.net/problem/11724>

- C++
  - <https://gist.github.com/Baekjoon/d2546c70b63c112f18f2>
- Java
  - <https://gist.github.com/Baekjoon/4c879b1ec9802dc839989443bb8ad617>

# 이분 그래프

---

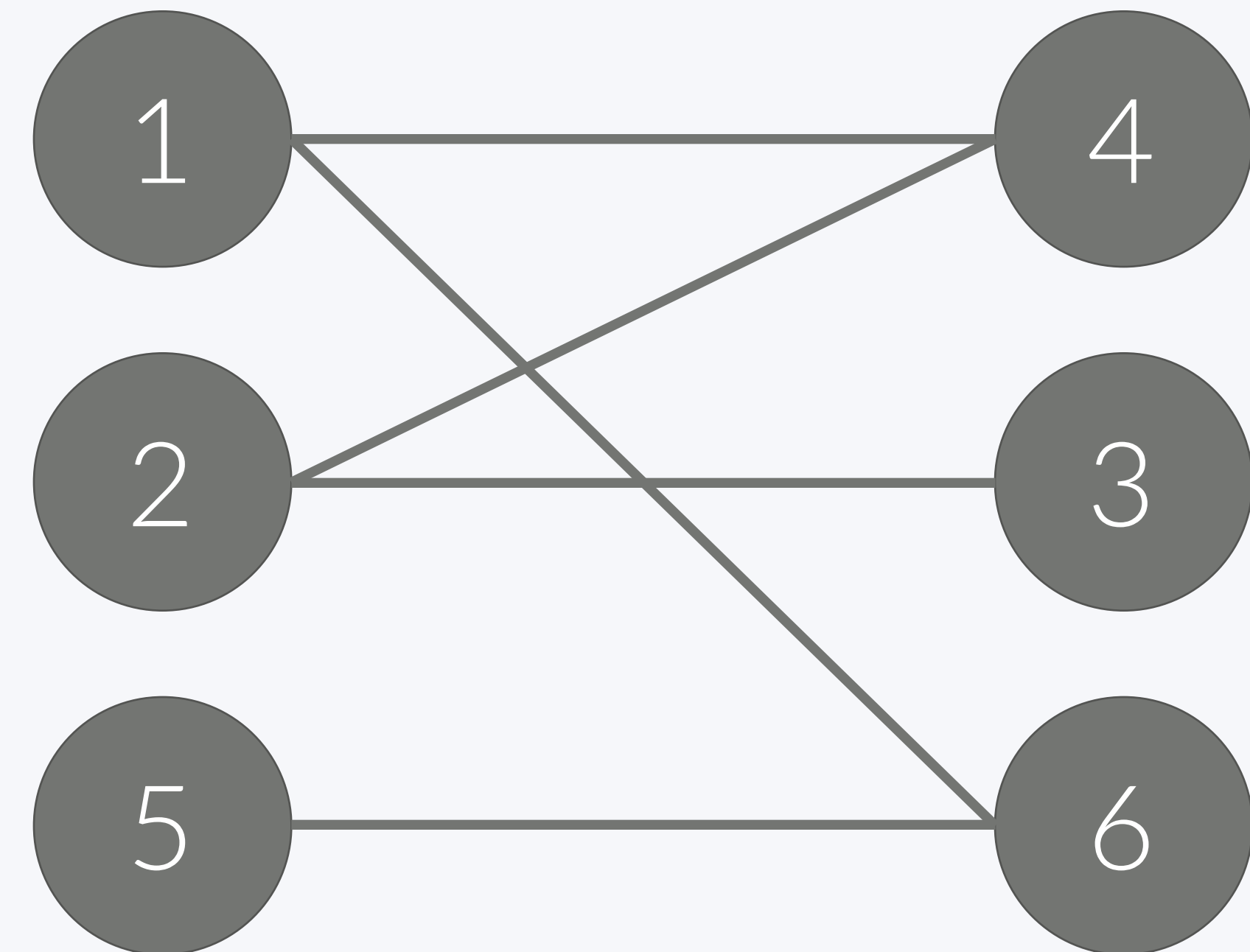


# 이분 그래프

Bipartite Graph

81

- 그래프를 다음과 같이 A와 B로 나눌 수 있으면 이분 그래프라고 한다.
- A에 포함되어 있는 정점끼리 연결된 간선이 없음
- B에 포함되어 있는 정점끼리 연결된 간선이 없음
- 모든 간선의 한 끝 점은 A에, 다른 끝 점은 B에

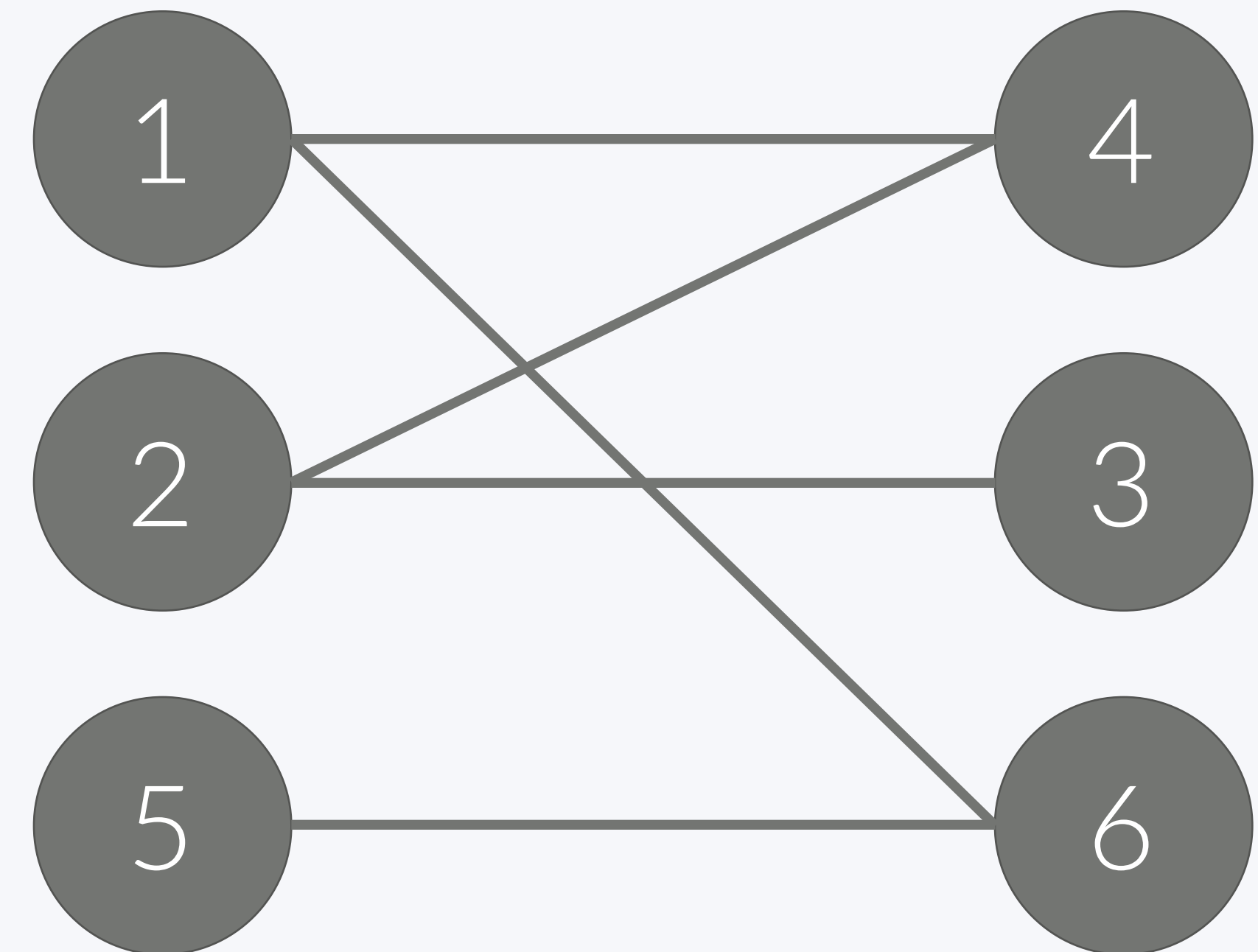


# 이분 그래프

Bipartite Graph

82

- 그래프를 DFS또는 BFS 탐색으로 이분 그래프인지 아닌지 알아낼 수 있다.



# 이분 그래프

<https://www.acmicpc.net/problem/1707>

- 그래프가 이분 그래프인지 아닌지 판별하는 문제

# 이분 그래프

<https://www.acmicpc.net/problem/1707>

- C++
  - <https://gist.github.com/Baekjoon/6a1e52d16b3b6a4ca701>
  - <https://gist.github.com/Baekjoon/e32b56ebb4c53c7fb8a914ce27bc6324>
- Java
  - <https://gist.github.com/Baekjoon/50e0fdd4ccdc424c4a6b564fa2e2cae7>

# 사이클 찾기

---

# 순열 사이클

<https://www.acmicpc.net/problem/10451>

- 순열이 주어졌을 때, 순열 사이클의 개수를 찾는 문제
- DFS를 이용해서 이미 방문했던, 수를 방문하면 return 하는 방식으로 풀 수 있다.

# 순열 사이클

<https://www.acmicpc.net/problem/10451>

```
void dfs(int x) {
    if (c[x]) return;
    c[x] = true;
    dfs(a[x]);
}

int ans = 0;
for (int i=1; i<=n; i++) {
    if (c[i] == false) {
        dfs(i);
        ans += 1;
    }
}
```

# 순열 사이클

<https://www.acmicpc.net/problem/10451>

- C/C++: <https://gist.github.com/Baekjoon/fa15f08ec6965973a3c9>
- Java: <https://gist.github.com/Baekjoon/1476b1890f3f3a20f25887ffd04fdee7>



# 반복수열

<https://www.acmicpc.net/problem/2331>

- A와 P가 주어졌을 때, 다음과 같은 수열을 정할 수 있다.
- $D[1] = A$
- $D[n] = D[n-1]$ 의 각 자리 숫자를 P번 곱한 수의 합
- $A = 57, P = 2$ 인 경우
- $D[1] = 57$
- $D[2] = 5*5 + 7*7 = 74$
- $D[3] = 7*7 + 4*4 = 65$
- $D[4] = 6*6 + 5*5 = 61$

# 반복수열

<https://www.acmicpc.net/problem/2331>

- 계속해서 수를 만들다가 이전에 만들었던 수를 만들면 그 수가 몇 번째로 만들었던 수인지 리턴하면 된다.

# 반복수열

<https://www.acmicpc.net/problem/2331>

```
int length(int a, int p, int cnt) {  
    if (check[a] != 0) {  
        return check[a]-1;  
    }  
    check[a] = cnt;  
    int b = next(a, p);  
    return length(b, p, cnt+1);  
}
```

# 반복수열

<https://www.acmicpc.net/problem/2331>

- C/C++: <https://gist.github.com/Baekjoon/87547f40baaf6867eb8f>
- Java: <https://gist.github.com/Baekjoon/a8f0c8b8e92994f9b68cbf526136593f>

# Term Project

<https://www.acmicpc.net/problem/9466>

- C/C++ 재귀: <https://gist.github.com/Baekjoon/a1c2451d685d8d184d17>
- C/C++ 비재귀: <https://gist.github.com/Baekjoon/ef95c25073ea6f6b057a>

# 플러드 필

---

# 플러드 필

Flood Fill

95

- 어떤 위치와 연결된 모든 위치를 찾는 알고리즘

# 단지번호붙이기

<https://www.acmicpc.net/problem/2667>

- 정사각형 모양의 지도가 있다
- 0은 집이 없는 곳, 1은 집이 있는 곳
- 지도를 가지고 연결된 집의 모임인 단지를 정의하고, 단지에 번호를 붙이려고 한다
- 연결: 좌우 아래위로 집이있는 경우



# 단지번호붙이기

<https://www.acmicpc.net/problem/2667>

97

0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	1	0	1
0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	0	0	0

0	1	1	0	2	0	0
0	1	1	0	2	0	2
1	1	1	0	2	0	2
0	0	0	0	2	2	2
0	3	0	0	0	0	0
0	3	3	3	3	3	0
0	3	3	3	0	0	0

# 단지번호붙이기

<https://www.acmicpc.net/problem/2667>

- DFS나 BFS 알고리즘을 이용해서 어떻게 이어져있는지 확인할 수 있다.
- $d[i][j] = (i, j)$ 를 방문안했으면 0, 했으면 단지 번호

# 단지번호붙이기

<https://www.acmicpc.net/problem/2667>

```
int cnt = 0;
for (int i=0; i<n; i++) {
    for (int j=0; j<n; j++) {
        if (a[i][j] == 1 && d[i][j] == 0) {
            bfs(i, j, ++cnt);
        }
    }
}
```

# 단지번호붙이기

100

<https://www.acmicpc.net/problem/2667>

```
void bfs(int x, int y, int cnt) {
    queue<pair<int,int>> q; q.push(make_pair(x,y)); d[x][y] = cnt;
    while (!q.empty()) {
        x = q.front().first; y = q.front().second; q.pop();
        for (int k=0; k<4; k++) {
            int nx = x+dx[k], ny = y+dy[k];
            if (0 <= nx && nx < n && 0 <= ny && ny < n) {
                if (a[nx][ny] == 1 && d[nx][ny] == 0) {
                    q.push(make_pair(nx,ny)); d[nx][ny] = cnt;
                }
            }
        }
    }
}
```

# 단지번호붙이기

101

<https://www.acmicpc.net/problem/2667>

- C/C++: <https://gist.github.com/Baekjoon/c06384791ec922cd0802>
- C/C++ (DFS): <https://gist.github.com/Baekjoon/d99eae47da362bc7110ff1436fcf7e2>
- Java: <https://gist.github.com/Baekjoon/f5f2cd7f14b45ef634fe98b7c78ed23e>
- Java (DFS): <https://gist.github.com/Baekjoon/69358ae41392c18b7c22b70c976824ef>

# 섬의 개수

102

<https://www.acmicpc.net/problem/4963>

- C/C++: <https://gist.github.com/Baekjoon/95be3c1fb1769eaf2870>
- Java: <https://gist.github.com/Baekjoon/83f0eab9c0eba3e7e6796f04fa1d420b>

# 미로 탐색

<https://www.acmicpc.net/problem/2178>

- (1, 1) 에서 (N, M)으로 가는 가장 빠른 길을 구하는 문제
- DFS 탐색으로는 문제를 풀 수 없다.
- BFS 탐색을 사용해야 한다.
- BFS는 단계별로 진행된다는 사실을 이용

# 미로 탐색

<https://www.acmicpc.net/problem/2178>

- (1, 1) 에서 (N, M)으로 가는 가장 빠른 길을 구하는 문제

1	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1

1					



# 미로 탐색

<https://www.acmicpc.net/problem/2178>

- (1, 1) 에서 (N, M)으로 가는 가장 빠른 길을 구하는 문제

1	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1

1	2				
2					

# 미로 탐색

<https://www.acmicpc.net/problem/2178>

- (1, 1) 에서 (N, M)으로 가는 가장 빠른 길을 구하는 문제

1	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1

1	2				
2	3				
3					

# 미로 탐색

<https://www.acmicpc.net/problem/2178>

- (1, 1) 에서 (N, M)으로 가는 가장 빠른 길을 구하는 문제

1	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1

1	2				
2	3				
3	4				
4					

# 미로 탐색

<https://www.acmicpc.net/problem/2178>

- (1, 1) 에서 (N, M)으로 가는 가장 빠른 길을 구하는 문제

1	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1

1	2				
2	3				
3	4	5			
4	5				

# 미로 탐색

<https://www.acmicpc.net/problem/2178>

- (1, 1) 에서 (N, M)으로 가는 가장 빠른 길을 구하는 문제

1	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1

1	2				
2	3				
3	4	5	6		
4	5	6			

# 미로 탐색

<https://www.acmicpc.net/problem/2178>

- (1, 1) 에서 (N, M)으로 가는 가장 빠른 길을 구하는 문제

1	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1

1	2				
2	3		7		
3	4	5	6	7	
4	5	6	7		

# 미로 탐색

<https://www.acmicpc.net/problem/2178>

- (1, 1) 에서 (N, M)으로 가는 가장 빠른 길을 구하는 문제

1	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1

1	2		8		
2	3		7	8	
3	4	5	6	7	8
4	5	6	7		

# 미로 탐색

<https://www.acmicpc.net/problem/2178>

- (1, 1) 에서 (N, M)으로 가는 가장 빠른 길을 구하는 문제

1	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1

1	2		8	9	
2	3		7	8	
3	4	5	6	7	8
4	5	6	7		9



# 미로 탐색

113

<https://www.acmicpc.net/problem/2178>

- C/C++: <https://gist.github.com/Baekjoon/a9b4e6fa9a984771172d>
- Java: <https://gist.github.com/Baekjoon/3a591ac8f928c56768a62ac8e072fdfb>

# 토마토

<https://www.acmicpc.net/problem/7576>

- 하루가 지나면, 익은 토마토의 인접한 곳에 있는 익지 않은 토마토들이 익게 된다
- 인접한 곳: 앞, 뒤, 왼쪽, 오른쪽
- 토마토가 저절로 익는 경우는 없다
- 상자안의 익은 토마토와 익지 않은 토마토가 주어졌을 때, 며칠이 지나면 토마토가 모두 익는지 구하는 문제

# 토마토

115

<https://www.acmicpc.net/problem/7576>

- BFS 탐색을 하면서, 거리를 재는 방식으로 진행한다

0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1

8	7	6	5	4	3
7	6	5	4	3	2
6	5	4	3	2	1
5	4	3	2	1	0

# 토마토

116

<https://www.acmicpc.net/problem/7576>

- C/C++: <https://gist.github.com/Baekjoon/0594e797e87ffd3f6963>
- Java: <https://gist.github.com/Baekjoon/90f0697d73bc04eda7dc3f12fab414ce>

# 다리 만들기

117

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- 여러 섬으로 이루어진 나라에서
- 두 섬을 연결하는 가장 짧은 다리를 찾는 문제

# 다리 만들기

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- 단지번호붙이기 + 토마토 문제
- 먼저, 섬을 그룹을 나눈다
- $g[i][j] = (i,j)$ 의 그룹 번호
- 그 다음 각각의 그룹에 대해서 다른 섬까지 거리를 계산한다
- 이 방법은 각각이 그룹에 대해서 BFS 알고리즘을 수행해야 하기 때문에 느리다

# 다리 만들기

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- C/C++: <https://gist.github.com/Baekjoon/6003108df09bf82c0f84>
- Java: <https://gist.github.com/Baekjoon/b2abbb7d2a385eed36ccd755677f3d81>

- 더 빠른 알고리즘으로 땅을 확장하는 방식을 생각해 볼 수 있다.

[illegible]



# 다리 만들기

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- 왼쪽: 그룹, 오른쪽: 거리

1	1	1					2	2	2
1	1	1	1					2	2
1		1	1					2	2
		1	1	1					2
			1						2
									2
				3	3				
				3	3	3			

0	0	0	-	-	-	-	0	0	0
0	0	0	0	-	-	-	-	0	0
0	-	0	0	-	-	-	-	0	0
-	-	0	0	0	-	-	-	-	0
-	-	-	0	-	-	-	-	-	0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	0
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	0	0	-	-	-	-
-	-	-	-	0	0	0	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

# 다리 만들기

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- 왼쪽: 그룹, 오른쪽: 거리

1	1	1	1			2	2	2	2
1	1	1	1	1			2	2	2
1	1	1	1	1			2	2	2
1	1	1	1	1	1			2	2
		1	1	1				2	2
			1					2	2
				3	3				2
			3	3	3	3			
			3	3	3	3	3		
				3	3	3			

0	0	0	1	-	-	1	0	0	0
0	0	0	0	1	-	-	1	0	0
0	1	0	0	1	-	-	1	0	0
1	1	0	0	0	1	-	-	1	0
-	-	1	0	1	-	-	-	1	0
-	-	-	1	-	-	-	-	1	0
-	-	-	-	1	1	-	-	-	1
-	-	-	1	0	0	1	-	-	-
-	-	-	1	0	0	0	1	-	-
-	-	-	-	1	1	1	-	-	-

# 다리 만들기

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- 왼쪽: 그룹, 오른쪽: 거리

1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	1		2	2	2
		1	1	1	3		2	2	2
			1	3	3	3		2	2
		3	3	3	3	3	3		2
		3	3	3	3	3	3	3	
			3	3	3	3	3		

0	0	0	1	2	2	1	0	0	0
0	0	0	0	1	2	2	1	0	0
0	1	0	0	1	2	2	1	0	0
1	1	0	0	0	1	2	2	1	0
2	2	1	0	1	2	-	2	1	0
-	-	2	1	2	2	-	2	1	0
-	-	-	2	1	1	2	-	2	1
-	-	2	1	0	0	1	2	-	2
-	-	2	1	0	0	0	1	2	-
-	-	-	2	1	1	1	2	-	-

# 다리 만들기

124

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- 왼쪽: 그룹, 오른쪽: 거리

1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	3	2	2	2	2
		1	1	3	3	3	2	2	2
	3	3	3	3	3	3	3	2	2
	3	3	3	3	3	3	3	3	2
		3	3	3	3	3	3	3	

0	0	0	1	2	2	1	0	0	0
0	0	0	0	1	2	2	1	0	0
0	1	0	0	1	2	2	1	0	0
1	1	0	0	0	1	2	2	1	0
2	2	1	0	1	2	3	2	1	0
3	3	2	1	2	2	3	2	1	0
-	-	3	2	1	1	2	3	2	1
-	3	2	1	0	0	1	2	3	2
-	3	2	1	0	0	0	1	2	3
-	-	3	2	1	1	1	2	3	-

# 다리 만들기

125

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- 왼쪽: 그룹, 오른쪽: 거리

1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	3	2	2	2	2
1	1	1	1	3	3	3	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	2
	3	3	3	3	3	3	3	3	2

0	0	0	1	2	2	1	0	0	0
0	0	0	0	1	2	2	1	0	0
0	1	0	0	1	2	2	1	0	0
1	1	0	0	0	1	2	2	1	0
2	2	1	0	1	2	3	2	1	0
3	3	2	1	2	2	3	2	1	0
4	4	3	2	1	1	2	3	2	1
4	3	2	1	0	0	1	2	3	2
4	3	2	1	0	0	0	1	2	3
-	4	3	2	1	1	1	2	3	4

# 다리 만들기

126

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- 왼쪽: 그룹, 오른쪽: 거리

1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	3	2	2	2	2
1	1	1	1	3	3	3	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	2

0	0	0	1	2	2	1	0	0	0
0	0	0	0	1	2	2	1	0	0
0	1	0	0	1	2	2	1	0	0
1	1	0	0	0	1	2	2	1	0
2	2	1	0	1	2	3	2	1	0
3	3	2	1	2	2	3	2	1	0
4	4	3	2	1	1	2	3	2	1
4	3	2	1	0	0	1	2	3	2
4	3	2	1	0	0	0	1	2	3
5	4	3	2	1	1	1	2	3	4

# 다리 만들기

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- 각 칸과 인접한 칸의 그룹 번호가 다르면 다리를 만들 수 있다

1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	3	2	2	2	2
1	1	1	1	3	3	3	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	2

0	0	0	1	2	2	1	0	0	0
0	0	0	0	1	2	2	1	0	0
0	1	0	0	1	2	2	1	0	0
1	1	0	0	0	1	2	2	1	0
2	2	1	0	1	2	3	2	1	0
3	3	2	1	2	2	3	2	1	0
4	4	3	2	1	1	2	3	2	1
4	3	2	1	0	0	1	2	3	2
4	3	2	1	0	0	0	1	2	3
5	4	3	2	1	1	1	2	3	4

# 다리 만들기

128

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- 길이: 4

1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	3	2	2	2	2
1	1	1	1	3	3	3	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	2

0	0	0	1	2	2	1	0	0	0
0	0	0	0	1	2	2	1	0	0
0	1	0	0	1	2	2	1	0	0
1	1	0	0	0	1	2	2	1	0
2	2	1	0	1	2	3	2	1	0
3	3	2	1	2	2	3	2	1	0
4	4	3	2	1	1	2	3	2	1
4	3	2	1	0	0	1	2	3	2
4	3	2	1	0	0	0	1	2	3
5	4	3	2	1	1	1	2	3	4



# 다리 만들기

129

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- 길이:  $2+1 = 3$

1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2
1	1	1	1	1	3	2	2	2	2
1	1	1	1	3	3	3	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	2

0	0	0	1	2	2	1	0	0	0
0	0	0	0	1	2	2	1	0	0
0	1	0	0	1	2	2	1	0	0
1	1	0	0	0	1	2	2	1	0
2	2	1	0	1	2	3	2	1	0
3	3	2	1	2	2	3	2	1	0
4	4	3	2	1	1	2	3	2	1
4	3	2	1	0	0	1	2	3	2
4	3	2	1	0	0	0	1	2	3
5	4	3	2	1	1	1	2	3	4

# 다리 만들기

130

<https://www.acmicpc.net/problem/2146>

- C/C++: <https://gist.github.com/Baekjoon/8eaddae5eb16592a1c51>
- Java: <https://gist.github.com/Baekjoon/fdaea828f9374c3f5fc35ae446da704d>