

Работа 122

Резонанс напряжений в последовательном контуре

Цель работы: исследование резонанса напряжений в последовательном колебательном контуре с изменяемой ёмкостью, включающее получение АЧХ и ФЧХ, а также определение основных параметров контура.

Оборудование: генератор сигналов, источник напряжения, нагруженный на последовательный колебательный контур с переменной ёмкостью, двухлучевой осциллограф, цифровые вольтметры.

1. Теоретическая справка

Общие уравнения. Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из последовательно соединенных конденсатора с емкостью C и активным сопротивлением R_S , катушки с индуктивностью L и активным сопротивлением R_L и резистора с сопротивлением R , которая подключена к источнику переменного тока с амплитудой напряжения E и частотой f . Тогда общее активное сопротивление цепи R_Σ выражается формулой

$$R_\Sigma = R + R_S + R_L, \quad (1)$$

а циклическая частота ω формулой

$$\omega = 2\pi f. \quad (2)$$

Отсюда импеданс цепи определяется выражением

$$Z = R_\Sigma + i \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right), \quad (3)$$

из которого можно легко найти формулу для комплексной амплитуды тока \hat{I} :

$$\hat{I} = \frac{\hat{E}}{Z} = \frac{E}{R_\Sigma + i \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}. \quad (4)$$

Из предыдущего выражения несложно получить формулы для комплексной амплитуды напряжения на конденсаторе \hat{U}_C , а также для его амплитуды U_C и сдвига фаз φ_C :

$$\hat{U}_C = E \frac{R_S - \frac{i}{\omega C}}{R_\Sigma + i \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}; \quad (5)$$

$$U_C = E \sqrt{\frac{R_S^2 \omega^2 C^2 + 1}{\frac{1}{Q^2} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 + \left(\left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 - 1 \right)^2}}; \quad (6)$$

$$\varphi_C = -\arccos \left(\frac{\frac{1}{Q} R_S \omega C - \left(\left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 - 1 \right)^2}{\sqrt{R_S^2 \omega^2 + 1} \sqrt{\frac{1}{Q^2} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 + \left(\left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 - 1 \right)^2}} \right). \quad (7)$$

Здесь были использованы следующие обозначения:

$$\begin{cases} \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} - \text{собственная циклическая частота контура;} \\ Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} - \text{добротность контура.} \end{cases} \quad (8)$$

Приближение вблизи резонанса. Как мы видим, выражения (6) - (7) являются достаточно громоздкими. Для их упрощения примем, что добротность контура велика ($Q \geq 10$) и $R_S \ll R$, и будем рассматривать поведение цепи вблизи резонанса. Тогда мы можем считать ω_0 резонансной циклической частотой контура, а эти выражения примут вид:

$$U_C = EQ \frac{\omega}{\omega_0} \frac{1}{\sqrt{1 + (\tau \Delta \omega)^2}}; \quad (9)$$

$$\varphi_c = -\frac{\pi}{2} + \delta - \arctg(\tau \Delta \omega). \quad (10)$$

Новые использованные обозначения:

$$\begin{cases} \tau = \frac{2l}{\omega_0} - \text{постоянная времени контура;} \\ \delta = \arctg(RC\omega) - \text{параметр конденсатора (см. рис. 1).} \end{cases} \quad (11)$$

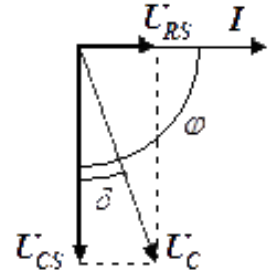


Рис. 1: Векторная диаграмма