Урок 6.

Задание 1)

Вероятность выпадения 2: $P(2) = \frac{1}{6}$

Вероятность выпадения 5: $P(5) = \frac{1}{6}$

$P(2 \text{ или } 5) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$

Задание 2)

$P(2) = \frac{1}{6}$ $P(5) = \frac{1}{6}$

$P(2 \text{ и } 5) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

Задание 3.)

Вероятность выпадения 2 или 5 при первом броске:

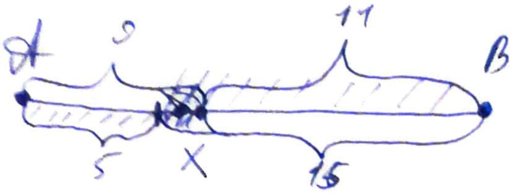
$P(2 \text{ или } 5)_1 = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$

При втором броске должна выпасть либо 2 либо 5 в зависимости от того, что выпало в 1ый раз

$P(2 \text{ или } 5)_2 = \frac{1}{6}$

$P(2 \text{ или } 5) = P(2 \text{ или } 5)_1 * P(2 \text{ или } 5)_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$

Задание 4).



Точка должна попасть в интервале от 5см до 9 см

Длина интервала = 4 см

Отсюда получаем вероятность:

$$P = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

Ответ: $P = \frac{1}{5}$

Задание 5).

$$P(7) = \frac{1}{10^7}$$

Задание 6).

Применим формулу размещений из (1,2,3,4,5,6,7,8,9) по 2 элементам:

$$A_n^k = n(n-1)\ldots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!} = \frac{9!}{(9-2)!} = \frac{9!}{7!} = 9\cdot 8 =$$

$$= 72$$

Ответ: 72 варианта, $\frac{1}{72}$ вероятность угадать с первого раза

а)
3 окрашеных грани – 8 кубиков
2 окрашеных грани – 12 кубиков
1 окрашеная грань – 6 кубиков
0 окрашенных граней – 1 кубик

б)
Предположим, что начинаем собирать с центрального кубика, его ориентация в пр-ве не важна:
вероятность, что мы выберем нужный $\frac{1}{27}$

$P(0) = \frac{1}{27}$

в)
Затем добавляем кубики с 1 окрашеной гранью, здесь важно, чтобы куб был покрашен с внешней стороны, при этом ориентация в п-ве других граней не важна:
вероятность, что выпадет кубик с 1 гранью равны:

$\frac{1}{26}$; $\frac{1}{25}$; $\frac{1}{24}$; $\frac{1}{23}$; $\frac{1}{22}$; $\frac{1}{21}$, а вероятность, что кубик будет повернут нужной гранью $\frac{1}{6}$, отсюда вероятность верного размещения кубиков в пр-ве

$\frac{1}{26} \times \frac{1}{6}$; $\frac{1}{25} \times \frac{1}{6}$; $\frac{1}{24} \times \frac{1}{6}$; $\frac{1}{23} \times \frac{1}{6}$; $\frac{1}{22} \times \frac{1}{6}$; $\frac{1}{21} \times \frac{1}{6}$

$\frac{1}{156}$; $\frac{1}{150}$; $\frac{1}{144}$; $\frac{1}{138}$; $\frac{1}{132}$; $\frac{1}{126}$

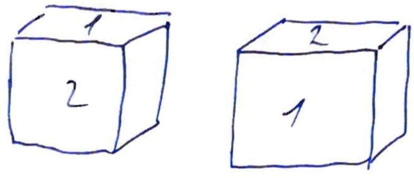
$\shortparallel$ $\shortparallel$ $\shortparallel$ $\shortparallel$ $\shortparallel$ $\shortparallel$

$P(1)$ $P(2)$ $P(3)$ $P(4)$ $P(5)$ $P(6)$

⑥ Затем добавляем кубики с 2 окрашенными гранями:

вероятность того, что выберем нужные

$\frac{1}{20}; \frac{1}{19}; \frac{1}{18}; \ldots \frac{1}{9}$



– вероятность выпадения нужной (окр.) стороны $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

и вероятность правильной ориентации в пространстве $\frac{1}{4}$

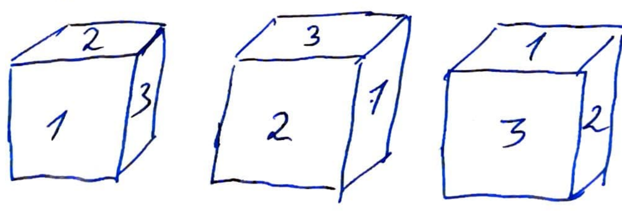
Отсюда имеем, что вероятность выпадения нужного кубика, с необходимой окрашенной гранью наружу и правильной ориентацией второй грани (окрашенной, чтобы тоже была снаружи) равна: $\frac{1}{20} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$; $\frac{1}{19} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$; …; $\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$

$\frac{1}{240}$ и $P(7)$; $\frac{1}{228}$ и $P(8)$; $\frac{1}{216}$ и $P(9)$; …; $\frac{1}{108}$ и $P(18)$

⑦ И в конце расставляем кубики с 3 окрашенными гранями:

вероятность, что выпадут нужные:

$\frac{1}{8}$ и $P(19)$; $\frac{1}{7}$; …; 1 и $P(26)$



вероятность выпадения нужной (окрашенной) стороны: $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

и в каждом из случаев ориентация в пространстве устраивает только 1 из 4 возможных, чтобы 2 другие грани были тоже снаружи

Вероятность верного размещения кубиков в простр-ве

$$\underset{P(19)}{\frac{1}{8}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}}\;;\;\underset{P(20)}{\frac{1}{7}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}}\;;\;\ldots\;;\;\underset{P(26)}{1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}}$$

Е

В итоге, для того, чтобы расчитать вероятность всех событий одновременно, т.е. все стороны куба будут окрашены, необходимо перемножить получившиеся вероятности для каждого события:

$$\frac{1}{27}\times\overset{\frac{1}{26}\cdot\frac{1}{6}}{\left(\frac{1}{25}\cdot\frac{1}{6}\right)}\times\left(\frac{1}{24}\times\frac{1}{6}\right)\times\left(\frac{1}{23}\times\frac{1}{6}\right)\times\left(\frac{1}{22}\times\frac{1}{6}\right)\times\left(\frac{1}{21}\times\frac{1}{6}\right)\times$$

$$\times\left(\frac{1}{20}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}\right)\times\left(\frac{1}{19}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\right)\times\ldots\times\left(\frac{1}{9}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\right)\times$$

$$\times\left(\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\right)\times\ldots\left(\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\right)$$

Вынесем факториал:

$$\frac{1}{27!}\cdot\frac{1}{6^6}\cdot\frac{1}{3^{12}}\cdot\frac{1}{4^{12}}\cdot\frac{1}{2^8}\times\frac{1}{4^8}=$$

$$=\frac{1}{27!}\cdot\frac{1}{(2\cdot3)^6}\cdot\frac{1}{3^{12}}\cdot\frac{1}{(2\cdot2)^{12}}\cdot\frac{1}{2^8}\cdot\frac{1}{(2\cdot2)^8}=$$

$$=\frac{1}{27!\,2^6\cdot3^6\cdot3^{12}\cdot2^{12}\cdot2^{12}\cdot2^8\cdot2^8\cdot2^8}=\frac{1}{27!\cdot2^{54}\cdot3^{18}}$$

Ответ: $\frac{1}{27!\cdot2^{54}\cdot3^{18}}\approx1{,}32\cdot10^{-53}$