# NOTAS DE CLASE

# PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

{Con ejemplos de programación}

/* ****** **Jaime E. Montoya M.** ****** */

# NOTAS DE CLASE

# PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

{Con ejemplos de programación}

```
/**
* Versión 1.0
* Fecha: 2025, semestre 2
* Licencia software: GNU GPL
* Licencia doc: GNU Free Document License (GNU FDL)
*/


class Author {
    String name = “Jaime E. Montoya M.”;

    String profession = “Ingeniero Informático”;

    String employment = “Docente y desarrollador”;

    String city = “Medellín - Antioquia - Colombia”;

    int year = 2025;
}
```

# Tabla de contenido

# Introducción

Este documento es un complemento a las clases presenciales y virtuales, y está basado en la bibliografía del curso, así como de otras fuentes adicionales que se indican a lo largo del texto, además de la experiencia del autor en su función docente en las áreas de ciencias básicas. No se pretende reemplazar los textos guías con este manual, sino servir de ayuda didáctica y apoyo académico a los estudiantes.

La guía incluye, además de los conceptos teóricos, ejemplos, gráficas, desarrollos en clase, y al final de cada capítulo, unas preguntas y ejercicios que permitan reforzar los conceptos y promover la práctica y el estudio de los conceptos vistos.

Al final de este manual, se indican fuentes y referencias adicionales que el estudiante puede consultar.  Las notas al pie de página contienen enlaces a lecturas complementarias.

El apéndice de este texto presenta distintas aplicaciones de la estadística en programación; los desarrollos son presentados en distintos lenguajes de programación tales como C/C++, PHP, Python, Java, Javascript y C#, entre otros, así como en pseudocódigo y PSeInt.

# Capítulo 0. Preliminares: aritmética y álgebra

## Los conjuntos numéricos

La idea de conjunto se emplea bastante en matemáticas, por ser un concepto básico, no tiene una definición formal. Más adelante, se hablará un poco más acerca de los conjuntos y las operaciones que podemos realizar con ellos, por ahora veremos los conjuntos de números más conocidos.

### Símbolos comunes en notación de conjuntos

Existen varios símbolos muy utilizados particularmente en el tratamiento de conjuntos.

$\in$: $Pertenece.\ Ejemplo:\ a \in A.\ Se\ lee:\ 'a'\ pertenece\ (es\ elemento\ de)\ a\ 'A'$
$\notin$: $No\ pertenece.\ Ejemplo:\ a \notin A.\ Se\ lee:\ 'a'\ no\ es\ elemento\ 'A'$
$\forall_x$: $Cuantificador\ universal.\ Ejemplo: \forall_x\ x > 9.\ Se\ lee:\ Para\ todo\ x\ se\ cumple\ que\ x\ es\ mayor\ que\ 9$
$\exists_x$: $Cuantificador\ existencial.\ Ejemplo:\ \exists_x x > 9.\ Se\ lee:\ Existe\ al\ menos\ un\ x\ tal\ que\ x\ es\ mayor\ que\ 9$
$\exists!_x$: $Cuantificador\ existencial$ único. $Se\ lee:\ Existe\ exactamente\ un\ x$
$\subset$: $Contenido\ en,\ o\ es\ subconjunto\ de.\ Ejemplo:\ A \subset B.\ Se\ lee:\ A\ es\ subconjunto\ de\ B$
$\subseteq$: $Es\ subconjunto\ de\ o\ igual\ al\ conjunto.\ Ejemplo:\ A \subseteq B.\ Se\ lee:\ A\ es\ subconjunto\ o\ igual\ a\ B$

### El conjunto de los números naturales **N**

Los números naturales surgen de la necesidad del hombre por contar. Es un conjunto infinito y lo simbolizamos así:
$\aleph = \{1 , 2, 3, 4, 5,...\}$

### El conjunto de los números enteros **Z**

Los números enteros incluyen a los números naturales, esto es a los números positivos, a sus respectivos negativos y al cero. Es un conjunto infinito y lo simbolizamos así:

$Z = \{..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...\}$

Podemos decir entonces que $N \subseteq Z$

## El conjunto de los números racionales **Q**

Este conjunto incluye a los números enteros, las fracciones como $\frac{3}{4}$, $-\frac{9}{5}$, los números decimales conmensurables como *2.33, -5.99* y los números decimales inconmensurables periódicos como *0.333333..., 6.778877887788...* Es un conjunto infinito y lo simbolizamos así:

$$Q = \{\frac{p}{q} \mid p \in Z \wedge q \in Z;\ q \neq 0\}$$

Por tanto $N \subseteq Z \subseteq Q$

## El conjunto de los números irracionales **Q'**

Los números que no son racionales, se denominan irracionales, y son decimales inconmensurables que no son periódicos. Ejemplos de número irracionales, son $\pi = 3.141592...$, $\sqrt{2}$, $e = 2.718281...$, $\sqrt[3]{7}$., $etc.$ Es un conjunto infinito y lo simbolizamos así:

$$Q' = \{x \in R \mid x \notin Q\}$$

## El conjunto de los números reales **R**

El conjunto de los números reales está conformado por los números racionales y los irracionales. Ejemplos de número reales son todos los que hemos visto anteriormente. Es un conjunto infinito y lo simbolizamos así:

$$\Re = Q \cup Q'$$

## El conjunto de los números complejos **C**

El conjunto de los números complejos está conformado por números de la forma

$$z = a + bi;\ donde\ a,\ b \in R;\ i = \sqrt{-1}\ es\ la\ unidad\ imaginaria$$

Ejemplos de número complejos son: $-54, 45 + 3i, 9 - 2i$. Decimos que los reales están estrictamente contenidos en los complejos:

$$R \subset C$$

<u>Observación</u>

En este curso nos limitaremos al trabajo dentro del conjunto de los números reales **R**.

# Propiedades fundamentales de los números reales

El estudio de las propiedades nos permite entender para qué fines sirven, reconocer sus implicaciones y poder derivar o concluir otras cosas de ellas, en otras palabras, cómo trabajar y usarlas en distintas situaciones. Vemos cuáles son:

Sean a, b, c número reales y vamos a aplicar las operaciones de suma y multiplicación.

**Observación**
La suma $+$ y la multiplicación $\times$ son operaciones fundamentales, mientras que la resta $-$ y la división $\div$ son derivaciones de éstas. Estas operaciones son *binarias*, en el sentido que involucra dos *operandos*.

## Propiedad asociativa

La suma y la multiplicación son asociativas, esto es, los operandos se pueden agrupar de cualquier forma.

$a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c$
$a.(b.c) = (a.b).c = a.b.c$

## Propiedad conmutativa

La suma y la multiplicación son conmutativas, es decir, el orden de los sumandos o los factores no altera ni la suma ni el producto, respectivamente.

$a + b = b + a$
$a.b = b.a$

## Módulo de la suma y el producto. Elementos neutros

El módulo o elemento neutro, es un valor que al ser computado, no altera el resultado. El módulo o elemento neutro en la suma es el cero (0), ya que al sumar cualquier número por éste, obtenemos el mismo número. Similarmente sucede en la multiplicación, donde el uno (1) es el elemento neutro o módulo de esta operación. Los números 0 y 1 también son llamados *elementos identidad* para la suma y la multiplicación, respectivamente.

$a + 0 = 0 + a = a$
$a \times 1 = 1 \times a = a$

## Inversos

Todo número real **a** tiene su *inverso aditivo* **-a** (llamado también el negativo de **a**) y satisface:

$a + (- a) = (- a) + a = 0$

Similarmente, todo número **a** distinto de cero tiene un único *inverso multiplicativo* $\mathbf{a^{-1}}$ que satisface:

$a. (a^{-1}) = (a^{-1}) . a = 1, \, si \, a \neq 0$

Cabe recordar que $a^{-1} = \frac{1}{a}$

## Propiedad distributiva

$a. (b + c) = a. b + a. c$
$(b + c). a = b. a + c. a$

## Resta y división

La suma y la multiplicación son operaciones básicas, mientras que la resta y la división derivan de éstas. La resta es la suma de un inverso aditivo y la división es la multiplicación por un recíproco. Tenemos entonces.

$a - b = a + (- b)$
$\frac{a}{b} = a \div b = a. b^{-1} = a. \frac{1}{b}$

# Algoritmo

Aunque es un término bastante empleado tanto en matemáticas como en las ciencias computacionales, es común encontrar variantes en la definición. Sin embargo, el consenso general en ciencias, permite definir un ***algoritmo*** como *un conjunto de pasos finitos y ordenados que buscan la solución de un problema*. Este nombre al parecer tuvo influencia en el matemático persa Al-Juarismi, que en latín antiguo se conocía como *Algorithmi*.

En la antigüedad hubo desarrollos de procesos algorítmicos para resolver problemas, entre ellos se encuentra uno de los más famosos conocido como *Algoritmo de Euclides* para hallar el *Máximo Común Divisor (MCD*) de dos enteros.

# Orden y Valor absoluto

## Orden

En términos *geométricos*, decimos que un número **a** es menor que otro número **b**, si **a** se encuentra a la izquierda de **b** en la recta numérica. Recordemos que todo número real, excepto el 0, es negativo o positivo; entonces, si tenemos estos números, decimos que:

$a < b \; si \; b - a > 0 \, , esto \; es, b - a \; es \; positivo$

**<u>Ejemplo 0.1</u>**

1. $-3 < -2 \; ya \; que \; -2 - (-3) = -2 + 3 = 1 > 0 \; positivo$
   $Observe \; además, \; que \; -2 \; está \; a \; la \; derecha \; de \; -3 \; en \; la \; recta \; numérica$
2. $5 < 11 \; ya \; que \; 11 - 5 = 6 > 0 \; positivo \; (5 \; está \; a \; la \; izquierda \; de \; 11 \; en \; la \; recta \; numérica)$

## Valor absoluto

En términos *geométricos*, se define el **valor absoluto** de un número como la distancia que hay desde el cero (0) hasta dicho número en la *recta numérica*; en términos prácticos, la función valor absoluto tiene como fin convertir un número a positivo. Se simboliza encerrando el número entre dos barras: **| a |** donde ***a*** es cualquier número real.

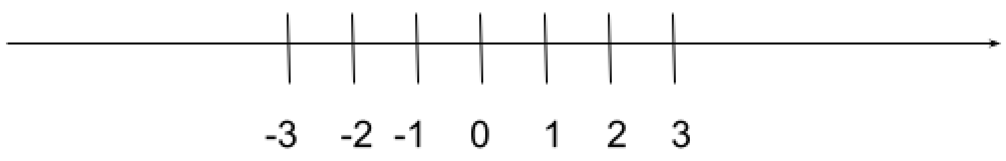
Estrictamente, la función valor absoluto de un número se define así:

$|a| = a \;\; si \; a \geq 0 \; ó \; |a| = -a, \; si \; a < 0$

**<u>Ejemplo 0.2</u>**

Observando la recta numérica, podemos ver que la distancia desde el 0 hasta el 3 y desde el 0 hasta el -3 es la misma, esto es, 3 unidades; aplicando la definición de valor absoluto, obtenemos de igual manera 3:

$|3| = 3$
$|-3| = -(-3) = 3$



### Propiedades (teoremas y corolarios) del valor absoluto

Sean $a, b \in R$ Se cumplen las siguientes propiedades para el valor absoluto.

1. $||a|| = |a|$
2. $|-a| = |a|$
3. $|a.b| = |a|.|b|$
4. $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}\ si\ b \neq 0$
5. $|a|^2 = a^2$
6. $|x| < a\ si\ y\ solo\ sí\ -a < x < a$
7. $|x| \leq a\ si\ y\ solo\ sí\ -a \leq x \leq a$
8. $|x| > a\ si\ y\ solo\ sí\ x > a\ o\ x < -a$
9. $|x| \geq a\ si\ y\ solo\ sí\ x \geq a\ o\ x \leq -a$
10. $|a + b| \leq |a| + |b|\ (desigualdad\ triangular)$

**Ejemplo 0.3**

Encuentre el valor absoluto de las siguientes cantidades

1. $|5| = 5$
2. $|-9| = -(-9) = 9$
3. $|-254| = -(-254) = 254$
4. $|0| = 0$
5. $|-1| = 1$

# Números pares e impares

Un número ***par*** es un *número entero,* tal que puede escribirse como:

$2k,\ con\ k \in Z$

Decimos que los números pares son exactamente divisibles por *2* y también son múltiplos de *2*.

El conjunto de los números pares es infinito:

$P = \{..., -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, ...\}$

**Ejemplo 0.4**

1. $0 = 2 \times 0,\ 0 \in Z$
2. $2 = 2 \times 1,\ 1 \in Z$
3. $4 = 2 \times 2,\ 2 \in Z$
4. $6 = 2 \times 3,\ 3 \in Z$

5. $-8 = 2 \times (-4), \ -4 \in Z$

Un número ***impar*** es un *número entero,* tal que puede escribirse como:

$2k + 1, \ con\, k \in Z$

El conjunto de los números impares también es infinito:

$I = \{..., -7, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, ...\}$

**Ejemplo 0.5**

1. $1 = 2 \times 0 + 1, \ 0 \in Z$
2. $3 = 2 \times 1 + 1, \ 1 \in Z$
3. $5 = 2 \times 2 + 1, \ 2 \in Z$
4. $7 = 2 \times 3, \ 3 \in Z$
5. $-9 = 2 \times (-5) + 1, \ -5 \in Z$

## Propiedades de las operaciones entre números pares e impares

Sean $p_1$, $p_2$ dos números pares e $i_1$, $i_2$ dos números impares. Se cumplen las siguientes operaciones entre ellos:

1. $p_1 + p_2 = 2n$
2. $p_1 . p_2 = 2n$
3. $p_1 + i_1 = 2n + 1$
4. $p_1 . i_1 = 2n$
5. $i_1 + i_2 = 2n$
6. $i_1 \times i_2 = 2n + 1$

Demostración

1. $p_1 + p_2 = 2a + 2b = 2(a + b) = 2c = 2n$
2. $p_1 . p_2 = 2a \times 2b = 2(a.2b) = 2c = 2n$
3. $p_1 + i_1 = 2a + 2b + 1 = 2(a + b) + 1 = 2c + 1 = 2n + 1$
4. $p_1 . i_1 = 2a(2b + 1) = 2a \times 2b + 2a = 2(a.2b) + 2a = 2(c + a) = 2n$
5. $i_1 + i_2 = 2a + 1 + 2b + 1 = 2(a + b + 1) = 2c = 2n$
6. $i_1 \times i_2 = (2a + 1)(2b + 1) = 2a \times 2b + 2a + 2b + 1 = 2(a.2b) + 2a + 2b + 1$
   $= 2(2ab + a + b) + 1 = 2c + 1 = 2n + 1$

**Nota: Paridad del cero**
El cero (0) es un número par que cumple con las propiedades comentadas arriba.

# Números primos

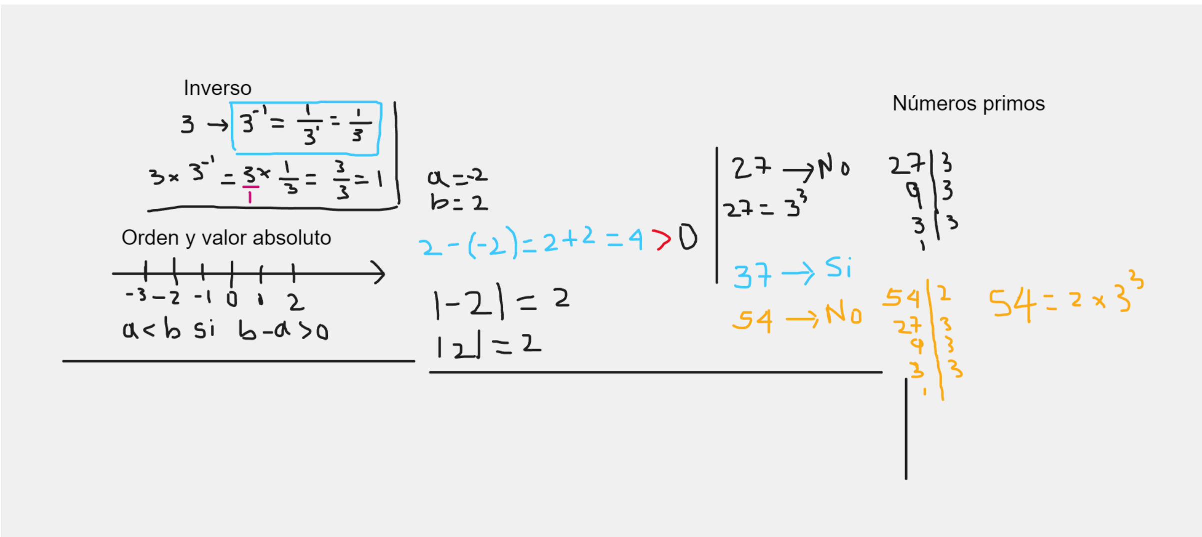
Un número primo es un número entero positivo que tiene solo dos divisores exactos distintos: el mismo número y la unidad.

**Ejemplo 0.6**
Los siguientes son algunos números primos

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 23, 29, 31,...

## Tablero virtual

Ilustración en clase virtual del valor absoluto y los números primos




# Sumatoria, Productoria y Factorial

## Sumatoria

Es una notación matemática utilizada para representar la suma de varios términos, o incluso infinitos, como es común encontrar en el cálculo, lo que simplifica la escritura de sumas grandes.
La sumatoria se representa con la letra griega Σ (*sigma* mayúscula).

**Nota**
La sumatoria es una suma, por tanto podemos utilizar ambos términos sin problema en este contexto.

Notación

$$\sum_{i=m}^{n} a_i = a_m + a_{m+1} + a_{m+2} + ... + a_n$$

Esto se lee: Sumatoria de *i*, desde *i* igual a *m* hasta *n*, de *a* sub *i*

Se debe cumplir, además, que:
$m \leq n$

Si $m = n$, entonces $\sum_{i=m}^{m} a_i = a_m$

Por definición, si $m > n$, entonces $\sum_{i=m}^{n} a_i = 0$

El número de términos a sumar es, por tanto: $n - m + 1$

**Ejemplo 0.7**

1. $\sum_{i=1}^{5} i = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15.\ Términos\ a\ sumar:\ 5 - 1 + 1 = 5$
2. $\sum_{i=3}^{8} i = 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 33.\ Términos\ a\ sumar:\ 8 - 3 + 1 = 6$
3. $\sum_{i=1}^{3} i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 = 1 + 4 + 9 = 14$
4. $\sum_{i=1}^{\infty} i = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + ... = \infty.\ Términos\ a\ sumar: infinitos$

## Productoria

Es una notación matemática utilizada para representar el producto de varios términos, o incluso infinitos, simplificando la escritura de grandes multiplicaciones.
La sumatoria se representa con la letra griega $\Pi$ (*pi* mayúscula).

**Nota**
La productoria es una multiplicación, por tanto podemos utilizar ambos términos sin problema en este contexto.

Notación

$$\prod_{k=m}^{n} a_k = a_m \times a_{m+1} \times a_{m+2} \times ... \times a_n$$

Esto se lee: Productoria de *k*, desde *k* igual a *m* hasta *n*, de *a* sub *k*

Se debe cumplir, además, que:
$m \leq n$

Si $m = n$, entonces $\prod_{k=m}^{n} a_k = a_m$

Por definición, si $m > n$, entonces $\prod_{k=m}^{n} a_k = 1$

El número de términos a multiplicar es, por tanto: $n - m + 1$

**Ejemplo 0.8**

1. $\prod_{k=1}^{5} k = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120.\ Términos\ a\ multiplicar:\ 5 - 1 + 1 = 5$
2. $\prod_{k=5}^{8} k = 5 \times 6 \times 7 \times 8 = 1680.\ Términos\ a\ multiplicar:\ 8 - 5 + 1 = 4$
3. $\prod_{k=1}^{3} k^2 = 1^2 \times 2^2 \times 3^2 = 1 \times 4 \times 9 = 36$
4. $\prod_{k=1}^{\infty} k = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times ... = \infty.\ Términos\ a\ multiplicar: infinitos$

## Factorial

El *factorial* de un número entero positivo, se define como el producto de los números desde uno hasta dicho número. Se simboliza acompañando al número del signo de cierre de exclamación (***!***).

$n! = 1 \times 2 \times 3 \times ... \times (n - 2) \times (n - 1) \times n$
Y se lee: *n* factorial o factorial de *n*.

Dado que conocemos la notación de productoria, podemos escribir:

$n! = \prod_{k=1}^{n} k$

El factorial de *n* $(n \in Z_+ \ - enteros\, positivos\ -)$ también se define de manera *recursiva*:

$n! = 1,\ si\, n = 0\ o\ n = 1$
$n! = n(n - 1)!,\ si\, n > 1$

Esto se conoce como un proceso *recurrente* (*recursivo*), ya que se llama a sí mismo hasta llegar a un estado básico, el cual determina cuándo debe dejar de ser recurrente el proceso para no caer en un ciclo infinito; para el caso del factorial, sus estados básicos son 0 y 1.

Observe que por definición tenemos que:

$0! = 1$

**Ejemplo 0.9**

1. $5! = 5 \times 4! = 5 \times 4 \times 3! = 5 \times 4 \times 3 \times 2! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$
2. $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
3. $7! = 5040$

# Potencias, exponentes y radicales

## Potencia

Potencia de una expresión es la misma expresión o el resultado de tomarla como factor dos o más veces. La potencia es una operación basada en multiplicaciones sucesivas, donde se toma un número llamado *base* y se multiplica tantas veces indique otro número llamado *exponente*.

$a^b = c,\ donde$
$a\text{: } base$
$b\text{: } exponente$
$c\text{: } potencia$

## Exponentes

Los exponentes están ligados a unas reglas que nos facilitan el trabajo de cálculo con potencias. Aunque las reglas se aplican en general a todos los números, los exponentes fraccionarios tienen una interpretación que veremos más adelante.

### Exponentes enteros

Veamos las principales reglas para trabajar con exponentes enteros.

1. $a^m . a^n = a^{m+n}$
2. $(a^m)^n = a^{m.n}$
3. $a^0 = 1\ si\ a \neq 0,\ o\ lo\ que\ es\ equivalente\ a\ decir:\ a^{-n} = \frac{1}{a^n},\ si\ a \neq 0$
4. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n},\ si\ a \neq 0$
5. $(a.b)^n = a^n . b^n$
6. $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n},\ si\ b \neq 0$

### Exponentes fraccionarios

Los exponentes fraccionarios tienen una interpretación propia, tal y como se enuncia en el texto Álgebra Elemental "*Toda cantidad elevada a un exponente fraccionario equivale a una raíz cuyo índice es el denominador del exponente y la cantidad subradical la misma cantidad elevada a la potencia que indica el numerador del exponente*"[1]. Esto es:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

## Radicales

Recordemos las partes de un radical:

$\sqrt[n]{a^m} = b\ ,\ donde$

$\sqrt{\ }\ símbolo\ \ o\ símbolo\ radical$

$n:\ índice\ del\ radical\ (si\ no\ aparece,\ se\ sobreentiende\ que\ es\ 2\ o\ raíz\ cuadrada)$

$a^m:\ cantidad\ subradical$

$b:\ raíz$

[1] Álgebra de Elemental. Aurelio Baldor. Interpretación del exponente fraccionario. Página 402

## Propiedades de los radicales

$\sqrt[n]{a.b.c} = \sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}.\sqrt[n]{c}$

$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}\ si\ b \neq 0$

Del álgebra sabemos que el símbolo $\sqrt{a},\ a \geq 0$, se define como el único *x no negativo* tal que $x^2 = a$

**Ejemplo 0.10**

$\sqrt{4} = 2; \sqrt{0} = 0; \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$

**Nota**

$\sqrt{4} \neq -2,\ aun\ cuando\ (-2)^2 = 4,\ ya\ que\ \sqrt{4}\ denota\ \text{ú}nicamente\ la\ ra\text{í}z\ positiva\ de\ 4$

De la definición de $\sqrt{a}$ se deduce que:

$\sqrt{x^2} = |x|$

**Ejemplo 0.11**

$\sqrt{5^2} = |5| = 5;\ \sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$

## Tablero virtual

Ilustración en clase virtual de operaciones con exponentes, radicales y conceptos teóricos.

$a^b = c$ ← exponente ← potencia

↑ base

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

$3 + 2^3 \times 3 - 4 \div 2$

$3 + 2^\wedge 3 \times 3 - 4/2$

$3 + 8 \times 3 - 4/2$

$3 + 24 - 4/2$

$3 + 24 - 2 \to 27 - 2$

$25$ //

$2 = 3 \to$ Falso

$4 \leq 5 = \to$ verdadero

-2 -1 0 1 2 3 4 5 6

$4^\wedge(1/2) = \sqrt{4} = 4^{1/2}$

$3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$

$8^\wedge 3 = 512$

$10^1 = 10$

$30^0 = 1$

$-3^2 = -3 \times 3 = -9$

$(-7)^2 = (-7)(-7) = 49$

$-9^3 = -729$

$(-4)^3 = -64$

---

$\sqrt[3]{27} = 27^{1/3}$

$\sqrt[3]{3^3} = 3^{3/3} = 3^1 = 3$

| | |
|---|---|
| 45 | 3 |
| 15 | 3 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

$45 = 3^2 \times 5$

$$\boxed{\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}}$$

$$\boxed{\sqrt[5]{45} = 45^{1/5}} = (3^2 \times 5)^{1/5}$$

$= (3^2)^{1/5} \times (5)^{1/5}$

$= 3^{2/5} \times 5^{1/2}$

$(ab)^n = a^n b^n$

$(2 \times 3)^2 = 2^2 \times 3^2$

$6^2 = 4 \times 9$

$36 = 36$

$(a^n)^m = a^{mn}$

---

El divisor o denominador debe ser diferente de 0

$\boxed{\frac{a}{b}}$ $\boxed{\text{si } b \neq 0}$ | $\boxed{a \div b}$ $a/b$ a⌊b

$\frac{15}{30} = 15/30 = 15 \div 30 = 15 ⌊30$

Numerador

Denominador

Divisor

Dividendo

$\frac{\cancel{15}^{1}}{\cancel{30}_{2}} = \frac{1}{2} = 0.5$

Radicales con índice par

$\sqrt{4} = \pm 2 \to 2^2 = 4$

$(-2)^2 = 4$

$\sqrt{-4} = \sqrt{(-1)(4)} = \sqrt{-1} \cdot \sqrt{4} = \pm 2\sqrt{-1}$

$\sqrt{-1} = i \to$ Unidad imaginaria

$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3^{3/3} = 3^1 = 3$

$\sqrt[3]{-27} = -3$

# Operadores básicos en matemáticas y computación

Un *operador* es un símbolo usado en matemáticas para representar una operación a realizar, la cual puede ser unaria (con un *operando*) o binaria (con dos *operandos*). En la aritmética y en el álgebra se cuenta, entre otros, con varios operadores elementales; cada operador tiene una *prioridad* asignada, lo cual significa que los de mayor prioridad, se ejecutarán primero. Se dividen en tres grupos, de los cuales se muestra su representación matemática, así como algorítmica.

## Operadores aritméticos

Utilizados para realizar cálculos (operaciones) matemáticos

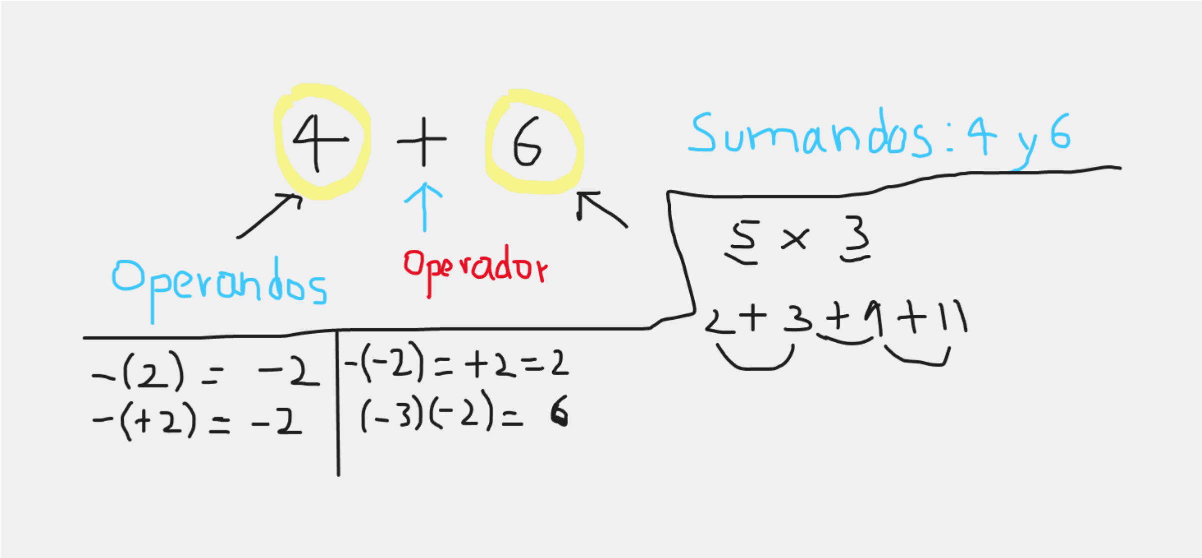
| **Nombre Operador** | **Símbolo matemático y algorítmico (computacional)** | **Prioridad** |
|---|---|---|
| Negación aritmética unaria | $-$ | Alta |
| Potencia | $x^y$  ^  $**$ | Alta - media |
| Raíz cuadrada | $\sqrt{x}$  \|/  $raiz2(x)$  $sqrt(x)$ | |
| Multiplicación | $\times$  $*$  .  $()()$ | Media |
| División | $\div$  $/$  $\frac{a}{b}$  a\|div | |
| Módulo | $\%$  $mod$ | |
| División entera | $\backslash$  $div$  $//$ | |
| Suma | $+$ | Baja |
| Resta | $-$ | |

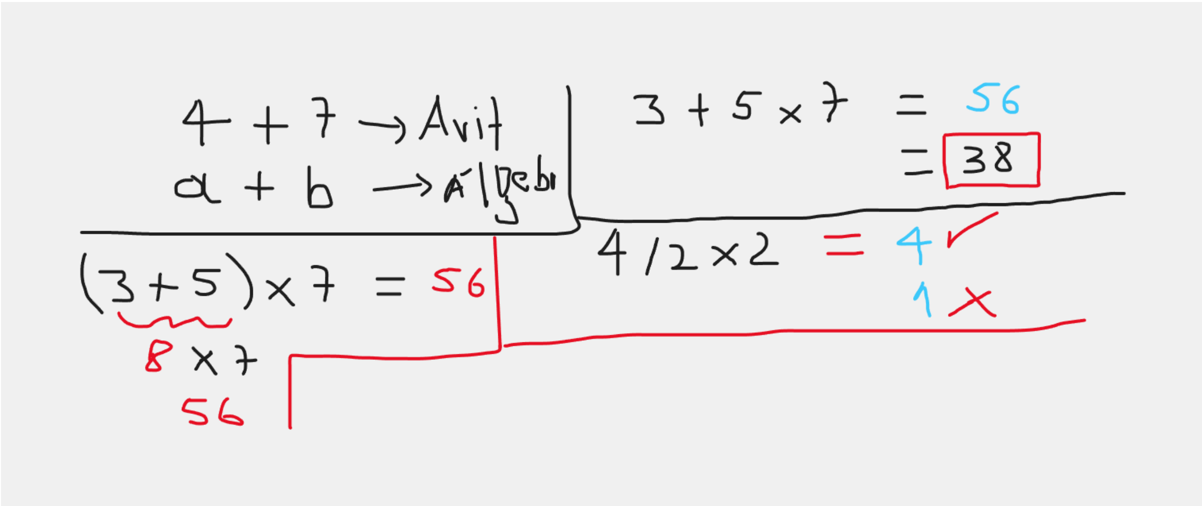
**Notas**

- La negación aritmética es una operación *unaria* que consiste en negar el símbolo del número (operando). Ejemplo: $-(+2)$, $-(8)$, $-(-5)$, $-94$
- La prioridad se refiere al orden en que los operadores se efectúan en una expresión aritmética: los de mayor prioridad se efectúan primero.
- Las operaciones encerradas entre paréntesis se efectúan primero, por lo que tienen mayor prioridad. Los paréntesis modifican la prioridad de los operadores en una expresión.
- Si hay dos operadores de igual prioridad, se ejecuta primero el que se encuentre más a la izquierda, esto es, se sigue el orden de izquierda a derecha.

### Tablero virtual

Ilustración en clase virtual acerca de las partes que intervienen en una expresión matemática y prioridad de los operadores.




## Operación de módulo

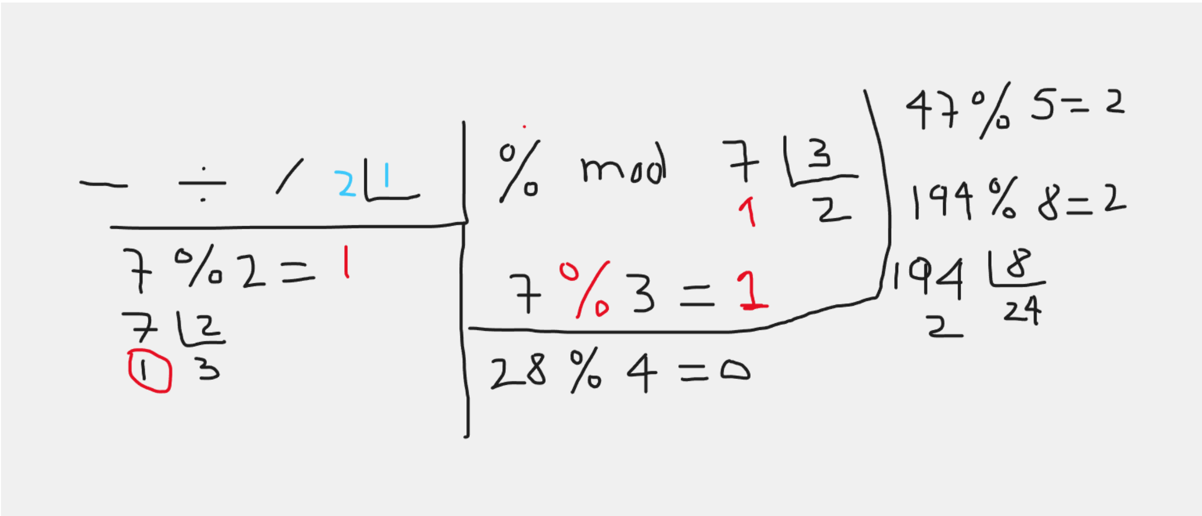
Es una división entera que devuelve el residuo de ésta. Se representa con el símbolo ***%*** ó la palabra ***mod***, entre otros usados.

**Ejemplo 0.12**

1. *7 % 5 = 2*
2. *17 % 2 = 1*
3. *48 mod 4 = 0*
4. *57 % 6 = 3*
5. *49 mod 5 = 4*
6. *9 mod 20 = 9*
7. *55 % 11 = 0*

Tablero virtual

Ilustración en clase virtual del uso del operador de módulo.




## Operadores relacionales o de comparación

Permiten realizar comparaciones entre dos expresiones; el resultado de una comparación es un valor booleano (verdadero (V) o falso (F); 1 ó 0, respectivamente); esto son:

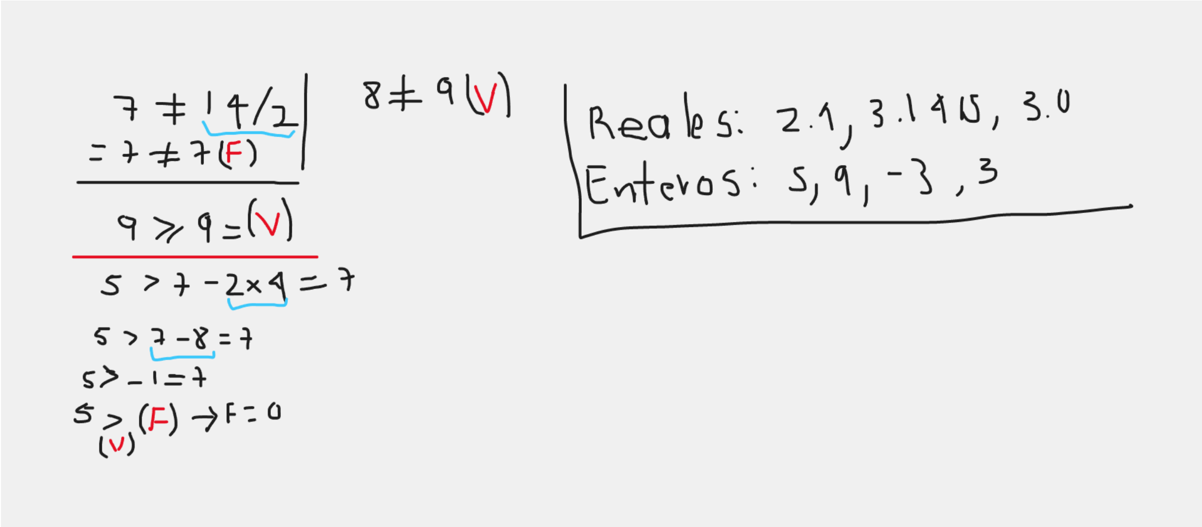
| **Nombre Operador** | **Símbolo** | **Prioridad** |
|---|---|---|
| Igual | $=$ $==$ | Alta |
| Diferente | $\neq$ $<>$ $!=$ | |
| Mayor que | $>$ | Media |
| Menor que | $<$ | |
| Mayor o igual que | $\geq$ $>=$ | Baja |
| Menor o igual que | $\leq$ $<=$ | |

**<u>Ejemplo 0.13</u>**

1. $8 \neq 9 \rightarrow (V)$
2. $9 \geq 9 \rightarrow (V)$
3. $7 \neq 14 \div 2 \rightarrow (F)$
4. $9 \times 2 \leq 50 \div 10 \rightarrow (F)$
5. $-8 = 8 \rightarrow (F)$

Tablero virtual

Ilustración en clase virtual de operaciones usando operadores de comparación.




## Operadores lógicos o booleanos

Permiten conectar expresiones de comparación y realizar operaciones lógicas. El valor devuelto (verdadero o falso) depende del conectivo lógico utilizado, según las leyes del álgebra proposicional y booleana; estos son algunos:

| **Nombre Operador** | **Símbolo** | **Prioridad** |
|---|---|---|
| Negación lógica unaria | $\neg$ $\sim$ $-$ ! *no* *not* | Alta |
| Conjunción | $\wedge$ && $\bullet$ *y* *and* | ↓ |
| Disyunción | $\vee$ \|\| $+$ *o* *or* | (mayor a |
| Disyunción exclusiva | $\underline{\vee}$ $\oplus$ *W* *'o bien'* *xor* *eor* | menor) |

Al llegar a la sección de *lógica matemática* realizaremos operaciones con estos operadores y se ampliará más este tema.

# Notación algorítmica

Al trabajar con computadores y lenguajes de programación, algunos símbolos matemáticos son difíciles de obtener desde los caracteres estándar del teclado. Es por ello que las expresiones matemáticas deben ser reescritas cuando las llevamos a un lenguaje de programación utilizando para ello la notación algorítmica típica de la informática.

Para ello, nos basaremos en los operadores vistos anteriormente y su prioridad, así como en las propiedades del álgebra para los números reales y observando cuáles de estos operadores pueden ser usados en un lenguaje determinado. En lógica de programación, el tema de los operadores puede flexibilizarse, pero siempre manteniendo la notación algorítmica. Veamos algunos ejemplos.

**Ejemplo 0.14**

Escribir en notación algorítmica las siguientes expresiones matemáticas

1. $ab + 3ac^3$
2. $\sqrt[3]{b^2} + \frac{a}{3}$
3. $\frac{a-2b+3c}{\sqrt{2}}$
4. $a \geq 0 \wedge b \neq (4 + 2ab^3) \vee [\neg(a + 2 < b) \wedge (-9 = c)]$

<u>Solución</u>

1. $a * b + 3 * a * c \wedge 3$
2. $b \wedge (2/3) + a / 3$
3. Veamos varias formas de escribir esta expresión
    a. $(a - 2 * b + 3 * c) / 2 \wedge (1/2)$
    b. $(a - 2 * b + 3 * c) / 2 \wedge 0.5$
    c. $(a - 2 * b + 3 * c) / raizc(2);\ donde\ raizc()\ es\ una\ función$
4. Veamos cómo escribir esta expresión que incluye todos los operadores. Para la conjunción podemos usar: **y**, **and**, ó **&&**, que son admitidos en lógica de programación y algunos lenguajes; análogamente para la disyunción podemos usar: o, or ó ||. Por último, podemos usar para la negación: **no**, **not** ó **!**. Recordemos que los operadores lógicos trabajan como conectivos.

    $a >= 0 \,\&\&\, b <> (4 + 2 * a * (b \wedge 3)) \,||\, (!\,(a + 2 < b) \,\&\&\, (-9 = c))$

**<u>Nota</u>**
Observe que por la prioridad de los operadores, no es necesario usar paréntesis en algunas expresiones, a no ser que se quiera modificar ésta.

# Preguntas

1. Describa los operadores más comunes utilizados en matemáticas e informática
2. ¿Qué es un operador matemático?
3. ¿Cuál es la operación inversa de la suma?
4. ¿Cuál es la operación inversa de la multiplicación?
5. ¿Cuál es la operación inversa de la potencia?
6. ¿Qué es un número primo?
7. ¿Cómo se interpreta el orden y el valor absoluto?
8. ¿Qué devuelve una operación de comparación?
9. ¿Cuáles son los operadores fundamentales?
10. ¿Cuáles son los valores de verdad de las constantes booleanas?
11. ¿A qué hace referencia la prioridad y cómo puede alterarse?
12. ¿Todos los números primos son impares?
13. ¿Cuáles son las propiedades de los números reales?
14. ¿Cuáles son las partes de una potencia y una raíz?
15. ¿Cuáles son los módulos de la suma y el producto?

16. ¿Cuántos números primos hay entre 1 y 25, entre 26 y 50, 51 y 75, 76 y 100? ¿Cómo se comporta el patrón, disminuyen o aumentan en cada intervalo?

# Ejercicios

1. Realice los siguientes cálculos para encontrar el valor numérico de cada expresión si $a = 3,\ b = 4,\ c = -1,\ d = -5,\ e = 2$
   a. $ab^2 + 3c - \sqrt{b}$
   b. $5e - 2bcd + 4(d^3 - 2a + c) + a \% e$
   c. $(\frac{b}{e} + \frac{e}{c}) - 6(\frac{c^2}{a})$
   d. $\sqrt[3]{d^6} + \frac{a+b+c}{e} + e - b \% 2$
   e. $\sqrt{ab - a} + 5d \div c - a^4 be$
2. Reescriba cada expresión del punto 1) en notación algorítmica o informática
3. Teniendo en cuenta los resultados encontrados en el punto 1), determine el valor lógico de las siguientes comparaciones (las letras corresponden a resultados encontrados en los literales del punto 1), no a los valores numéricos dados allí)
   a. a > b
   b. ab = cd / e
   c. d ^ 2 <= 5ae - b/2
   d. d <> 2ea
   e. 3/c >= 6be + 4a
4. Determine el valor absoluto para cada resultado encontrado en el punto 1)
5. Determine si los siguientes números son primos o no
   a. 154
   b. 96
   c. 63
   d. 37
   e. -13
6. Calcule: $\sum_{i=1}^{7} (i + 2)^2$ ; $\prod_{j=3}^{6} \sqrt{(j - 1)}$ ; 8!; $\sum_{i=1}^{4} i!$
7. Demuestre que las siguientes expresiones en valor absoluto son válidas:
   a. |abcd| = |a|.|b|.|c|.|d|
   b. |abc| = |ab|.|c|
   c. |ab| / |cd| = |a|.|b| / (|c|.|d|)
   d. ||a|| = |a|
   e. |ab| / |c| = |a||b| / |c| = |a| / |c| * |b|
8. Sean $p_1$, $p_2$ dos números pares e $i_1$, $i_2$ dos números impares. Demuestre que:
   a. $2p_1$ *es par*
   b. $2i_1$ *es par*
   c. $(i_1)^3$ *es impar*
   d. $(p_1 + i_1)(p_2 + i_2)$ *es impar*
   e. $p_1(i_1 + i_2) + (i_2)^2$ *es impar*

# Capítulo 1.  Estadística descriptiva

## La investigación científica

Es un proceso sistemático y riguroso que utiliza el método científico para generar nuevo conocimiento, verificar hipótesis o responder preguntas sobre el mundo que nos rodea.  Se basa en la observación, el análisis, la interpretación y la experimentación, con el objetivo de obtener resultados válidos y confiables.

La investigación científica se define como un proceso ordenado y sistemático de estudio y análisis, utilizando métodos específicos para abordar problemas y generar nuevo conocimiento.  Implica la observación, análisis, interpretación y formulación de hipótesis, que se someten a prueba a través de experimentos o investigaciones.  Su objetivo principal es la adquisición de conocimiento que pueda ser aplicado en el mundo real.

### Características de la investigación científica

**Es un proceso sistemático y riguroso**
La investigación científica sigue un orden lógico y estructurado, desde la identificación del problema hasta la presentación de resultados.  En éste se utilizan métodos y técnicas específicas para asegurar la validez y confiabilidad de los resultados.

**Utiliza el método científico**
Se basa en la observación, formulación de hipótesis, experimentación, análisis de datos y conclusiones.

**Permite la generación de conocimiento**
Busca ampliar la comprensión de fenómenos, teorías o problemas existentes, o generar nuevos conocimientos.

**Realiza la verificación de hipótesis**
Permite comprobar o refutar afirmaciones o suposiciones sobre la realidad.

**Permite la resolución de problemas**
Puede utilizarse para encontrar soluciones a problemas prácticos o teóricos.

**Es objetiva**
Busca resultados imparciales, libres de influencias personales.

**Es empírica**
Se fundamenta en la observación y experimentación.

**Es falsable**
Las hipótesis pueden ser sometidas a prueba y refutadas.

**Es reproducible**
Los resultados deben poder ser replicados por otros investigadores.

**Es progresiva**
El conocimiento científico se construye gradualmente, con base en investigaciones previas.

## Tipos de investigación científica

### Investigación pura o básica

Se enfoca en la generación de conocimiento teórico sin una aplicación práctica inmediata.

### Investigación aplicada

Busca soluciones a problemas específicos utilizando conocimientos científicos previos.

# Breve historia de la estadística

La estadística, como disciplina, tiene raíces que se remontan a la antigüedad, vinculadas a la necesidad de los estados de contar y registrar información sobre sus poblaciones y recursos. A lo largo de la historia, ha evolucionado desde simples recuentos hasta convertirse en una ciencia rigurosa con aplicaciones en diversas áreas.

## Antigüedad (antes del 3000 a.C)

La necesidad de realizar censos y registros para la administración, la guerra y la economía impulsó los primeros intentos de recopilación y análisis de datos sobre población, impuestos y agricultura. Civilizaciones como Sumeria, Babilonia, Egipto, China, Grecia y Roma destacaron en esta etapa.  Un ejemplo notable es el del Rey Yao en China que ordenó recolectar datos sobre comercio e industria, según los escritos de Confucio.

## Edad media.  Nacimiento de la probabilidad

Aunque hubo menos avances significativos en comparación con la antigüedad, algunos registros como el Domesday Book en Inglaterra (siglo XI) muestran la continuidad de la recopilación de datos sobre la propiedad de la tierra.  Girolamo Cardano (1501–1576): En su obra Liber de Ludo Aleae, analizó matemáticamente los juegos de azar, anticipando la teoría de la probabilidad.

Blaise Pascal y Pierre de Fermat desarrollaron formalmente la teoría de la probabilidad en el contexto de los juegos de azar.

## Renacimiento y Edad Moderna

La estadística comenzó a adquirir un carácter más formal, con el desarrollo de métodos de conteo y análisis más sofisticados. El término "estadística" proviene del alemán *Statistik* y se popularizó con el trabajo de Gottfried Achenwall en el siglo XVIII, quien la definió como la "ciencia de las cosas pertenecientes al Estado". Se usaba principalmente para censos, impuestos y planificación estatal.

## Siglos XIX–XX. Formalización matemática

La estadística se desarrolló como una disciplina matemática, con la contribución de figuras como Adolphe Quetelet, Francis Galton, y Karl Pearson, quienes introdujeron conceptos como el "hombre promedio" y métodos de análisis más rigurosos. La aplicación de la estadística se extendió a diversas áreas, incluyendo la biología, la medicina, la psicología y las ciencias sociales; desarrollaron conceptos como regresión, correlación y diseño experimental. Florence Nightingale usó gráficos estadísticos para mejorar la sanidad pública.

## Siglo XXI. La era digital y del Big Data

La estadística se ha integrado con la informática, dando lugar a la estadística computacional y al análisis de grandes volúmenes de datos (Big Data). Actualmente se aplica en salud, economía, política, deportes y muchas disciplinas más.

# ¿Qué es la estadística?

La estadística es una rama de las matemáticas que se ocupa de la recopilación, organización, análisis, interpretación y presentación de datos numéricos. Se utiliza para obtener información sobre un conjunto de datos, realizar inferencias y tomar decisiones basadas en las evidencias.

La estadística hace con los datos tareas como:

- **Recopilarlos**: Obtener información relevante de una población o muestra.
- **Organizarlos**: Clasificar y estructurar la información para facilitar su análisis.
- **Analizarlos**: Calcular medidas estadísticas, identificar patrones y tendencias.
- **Interpretarlos**: Extraer conclusiones significativas a partir de los resultados obtenidos.
- **Presentarlos**: Comunicar los hallazgos de manera clara y efectiva, a menudo a través de gráficos y tablas.

La estadística es una herramienta fundamental en diversas disciplinas, como la medicina, las ciencias básicas (física, biología, química), la psicología, la economía, la ingeniería y la investigación de mercados. Permite analizar fenómenos complejos, tomar decisiones informadas y realizar predicciones sobre el comportamiento de eventos futuros.

Algunos ejemplos de aplicación de la estadística:

- **Investigación biológica**: Estudiar el comportamiento de un microorganismo
- **Investigación médica**: Estudiar la eficacia de un nuevo medicamento.
- **Mercadeo**: Analizar las preferencias de los consumidores para dirigir campañas publicitarias.
- **Economía**: Predecir el comportamiento del mercado de valores.
- **Ciencias sociales**: Estudiar la opinión pública sobre temas políticos.

## Estadística descriptiva

Es la rama de la estadística que se ocupa de resumir, organizar y presentar datos de manera clara y concisa para facilitar su comprensión y análisis. No realiza inferencias más allá de los datos observados, sino que se enfoca en describir las características principales de un conjunto de datos; utiliza diversas herramientas para resumir grandes conjuntos de datos en medidas como la media, mediana, moda, desviación estándar, etc. Para organizar los datos, los presenta en tablas, cuadros, gráficos y diagramas para facilitar su interpretación.

La estadística descriptiva se centra en describir las características de una muestra o población, sin hacer generalizaciones a otros grupos cuando hace el análisis y trabaja tanto con variables cualitativas como cuantitativas.

Con esta rama de la estadística disponemos de una poderosa herramienta para:

- Resumir y organizar información numérica de manera que sea más accesible y fácil de entender mediante la comprensión de grandes conjuntos de datos.
- Identificar patrones y tendencias mediante gráficos y tablas que ayudan a visualizar los datos y a identificar relaciones entre variables.
- Facilitar la toma de decisiones usando la información descriptiva analizada en los experimentos estadísticos

## Estadística inferencial

Es una rama de la estadística que se enfoca en utilizar datos de una muestra para hacer generalizaciones, predicciones o inferencias sobre una población más grande. En lugar de simplemente describir los datos de la muestra, como lo hace la estadística descriptiva, la estadística inferencial busca sacar conclusiones sobre la población completa a partir de la información obtenida de una parte de ella.

La estadística inferencial utiliza técnicas como:

- **Pruebas de hipótesis**: Se utilizan para determinar si existe suficiente evidencia estadística para rechazar una hipótesis nula (una afirmación sobre la población).
- **Estimación**: Se utiliza para estimar parámetros poblacionales (como la media o la proporción) basándose en datos muestrales.

- **Intervalos de confianza**: Se utilizan para calcular un rango de valores dentro del cual se espera que se encuentre el parámetro poblacional con un cierto nivel de confianza.

# Conceptos básicos

## Población

Es el conjunto completo de elementos que son objeto de estudio. Estos elementos pueden ser individuos, objetos, eventos o cualquier otra cosa que comparta características comunes y sobre la cual se quiere obtener información.

### Características de la población estadística

- **Unidad de análisis**: Cada elemento individual dentro de la población se considera una unidad de análisis.
- **Tamaño**: El número de elementos que componen la población se denomina tamaño de la población. Este tamaño puede ser finito (un número limitado de elementos) o infinito (un número ilimitado o extremadamente grande).
- **Heterogeneidad**: Las poblaciones pueden ser homogéneas (todos los elementos son similares) o heterogéneas (los elementos presentan diferencias entre sí).
- **Finitud**: Una población es finita si se puede contar o determinar el número exacto de elementos que la componen, como el número de estudiantes en una escuela.
- **Infinitud**: Una población es infinita si no se puede determinar el número exacto de elementos, como el número de granos de arena en una playa.

**Ejemplo**

Algunos ejemplos de poblaciones estadísticas, son:

- Todos los habitantes de una ciudad.
- Los árboles de un bosque.
- Los resultados de lanzar una moneda infinitas veces.
- Los clientes de una empresa.
- Los productos fabricados por una empresa en un día.

### Importancia de la población estadística

El concepto de población estadística es fundamental en estadística porque permite definir el universo de estudio y establecer los límites de la investigación. Al definir claramente la población, se puede seleccionar una muestra representativa para obtener datos y realizar análisis que permitan inferir conclusiones sobre el comportamiento o las características de la totalidad de la población. La población estadística se diferencia de una muestra, que es una parte de la población que se utiliza para realizar análisis y sacar conclusiones sobre el conjunto total, como veremos a continuación.

## Muestra

Es un subconjunto representativo de una población estadística, seleccionada para su estudio. En lugar de analizar a toda la población, se analiza una muestra para obtener conclusiones que puedan generalizarse a toda la población.

### Importancia del uso de muestras

- **Costo**: Estudiar toda la población puede ser muy costoso y llevar mucho tiempo.
- **Viabilidad**: A veces es imposible analizar toda la población (por ejemplo, si se trata de poblaciones enormes).
- **Eficiencia**: Las muestras permiten obtener resultados más rápidamente y con menos recursos.

### Muestras probabilísticas

Cada miembro de la población tiene una probabilidad conocida de ser seleccionado. Algunos tipos de muestreo probabilístico, son:

- **Aleatorio simple**: Se selecciona una muestra de la población de manera que cada miembro tenga las mismas posibilidades de ser elegido.
- **Sistemático**: Se elige un elemento de la población y luego se seleccionan los siguientes a intervalos regulares.
- **Estratificado**: La población se divide en estratos o grupos, y se toma una muestra aleatoria de cada estrato.
- **Conglomerados**: La población se divide en grupos (conglomerados), y se seleccionan algunos grupos completos para el estudio.

### Muestras No Probabilísticas

La probabilidad de selección no es conocida. Algunos tipos de muestreo probabilístico, son:

- **Por conveniencia**: Se selecciona la muestra basándose en la facilidad de acceso a los individuos.
- **Intencional o de juicio**: Se selecciona la muestra basándose en el criterio del investigador.
- **Por cuotas**: Se seleccionan individuos hasta cumplir con cuotas predefinidas de características específicas.
- **Bola de nieve**: Se utiliza para poblaciones difíciles de alcanzar, donde los participantes iniciales recomiendan a otros participantes.

**Ejemplo**

Algunos ejemplos de muestras, son:

- Para conocer la intención de voto de una ciudad, se puede encuestar a una muestra representativa de sus habitantes.
- Para probar la calidad de un producto, se puede analizar una muestra de la producción.
- Para conocer la prevalencia de una enfermedad en una población, se puede realizar un estudio sobre una muestra de personas.

## Datos

Un dato es un elemento básico de información, un símbolo que representa un hecho, una condición, un valor o una descripción, sin un significado inherente por sí solo. Los datos pueden ser números, letras, símbolos, o cualquier otra representación que pueda ser interpretada y procesada. En esencia, los datos son la materia prima que, al ser procesada y contextualizada, se transforma en información.


Figura. Pirámide de la información[2]

Los datos son el producto de las observaciones, mediciones y valores que se obtienen al recopilar datos sobre algún fenómeno o característica de interés; pueden ser de naturaleza cuantitativa (numérica) o cualitativa (descriptiva) y se utilizan para analizar, interpretar y obtener conclusiones sobre la información que representan.

### Datos cuantitativos

Son aquellos que se expresan en forma numérica y pueden ser medidos. Los datos cuantitativos se dividen en:

---

[2] Imagen tomada de: Pirámide de la Información. | Download Scientific Diagram

- **Discretos**: Solo pueden tomar valores enteros, como el número de hijos de una familia o el número de autos en un estacionamiento.
- **Continuos**: Pueden tomar cualquier valor real dentro de un intervalo de valores, como la altura de una persona o la temperatura.

### Datos cualitativos

Son aquellos que describen características o atributos y no se expresan en números. Los datos cualitativos se dividen en:

- **Nominales**: No tienen un orden específico, como el color de ojos o el estado civil.
- **Ordinales**: Tienen un orden o jerarquía, como el nivel de satisfacción (bajo, medio, alto) o la clasificación en una competencia.

## Variables estadísticas

Una variable estadística es una característica o atributo que se puede medir u observar en un individuo u objeto, y que puede tomar diferentes valores. Estas variables son la base para analizar y comprender datos, y se clasifican en cualitativas y cuantitativas.

### Variables cualitativas

No se expresan numéricamente, sino que describen cualidades o categorías. A su vez, se dividen en:

- **Nominales**: Los valores no tienen orden entre sí (ej: color de ojos, marca de motos).
- **Ordinales**: Los valores tienen un orden o jerarquía (ej: nivel de satisfacción, grado de escolaridad).

### Variables Cuantitativas

Se expresan numéricamente, indicando cantidades. Se dividen en:

- **Discretas**: Pueden tomar valores aislados (ej: número de hijos, cantidad de errores en una prueba).
- **Continuas**: Pueden tomar cualquier valor dentro de un intervalo (ej: altura, peso, temperatura).

**<u>Ejemplo</u>**

Algunos ejemplos de variables estadísticas, son:

- Cualitativa nominal: El estado civil de una persona (soltero, casado, viudo, etc.).
- Cualitativa ordinal: La calificación de un estudiante (insuficiente, suficiente, bien, notable, sobresaliente).
- Cuantitativa discreta: El número de libros en una biblioteca.
- Cuantitativa continua: La estatura de un grupo de personas.

## Experimentos estadísticos

Un experimento estadístico es un proceso controlado para obtener datos, ya sean numéricos o no numéricos, y estudiar las variables involucradas en dicho experimento. Se caracteriza por tener resultados posibles conocidos de antemano, resultados que son impredecibles individualmente pero predecibles estadísticamente en muchas repeticiones, y la posibilidad de repetirse bajo condiciones similares. Estos experimentos se utilizan para analizar datos, predecir resultados y tomar decisiones.

En un experimento estadístico hay conceptos a tener presente:

### Espacio muestral

Es el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio. Por ejemplo, al lanzar una moneda, el espacio muestral es {Cara, Sello}.

### Suceso elemental

Es cada uno de los resultados individuales de un experimento. Por ejemplo, al lanzar un dado, cada uno de los números {1, 2, 3, 4, 5, 6} es un suceso elemental.

### Suceso compuesto

Es un subconjunto del espacio muestral, es decir, un conjunto de sucesos elementales. Por ejemplo, sacar un número par al lanzar un dado es un suceso compuesto {2, 4, 6}.

### Experimento aleatorio

Es un experimento en el que no se puede predecir el resultado exacto cada vez, aunque se repita bajo las mismas condiciones; se utiliza para estudiar situaciones donde el azar juega un papel importante, como por ejemplo lanzar una moneda o un dado.

### Experimento determinista

Es un experimento donde el resultado es predecible y siempre el mismo bajo las mismas condiciones. Por ejemplo, la reacción química entre hidrógeno y oxígeno para formar agua.

## Recolección de datos

Es el proceso de recopilar y medir información de diversas fuentes para obtener datos relevantes sobre un tema específico, con el objetivo de analizarlos y utilizarlos para responder preguntas, evaluar resultados y tomar decisiones informadas. Este proceso puede incluir la recopilación de datos tanto cuantitativos (numéricos) como cualitativos (descriptivos).

El proceso de recolección debe tener presente:

- **Definir el objetivo**: Es fundamental establecer claramente qué información se necesita recolectar y por qué.
- **Identificar las fuentes de datos**: Determinar de dónde se obtendrán los datos, ya sea a través de encuestas, entrevistas, experimentos, bases de datos, etc.
- **Seleccionar los métodos de recolección**: Elegir las técnicas más adecuadas para obtener la información deseada, como cuestionarios, observación, análisis de documentos, etc.
- **Diseñar los instrumentos de recolección**: Elaborar herramientas como cuestionarios, guiones de entrevista, formatos de observación, etc., para estandarizar el proceso.
- **Recopilar los datos**: Aplicar los métodos y utilizar los instrumentos diseñados para obtener la información requerida.
- **Organizar y analizar los datos**: Clasificar, resumir y analizar los datos recopilados para extraer conclusiones significativas.

La recolección de datos es crucial para la toma de decisiones informadas en diversos ámbitos, como la investigación científica, la gestión empresarial, la planificación estratégica, etc., ya que permite:

- Comprender fenómenos y tendencias
- Evaluar el desempeño de procesos y productos
- Identificar problemas y oportunidades
- Tomar decisiones basadas en evidencia
- Desarrollar nuevas estrategias y productos

# Ejercicios

# Bibliografía


Walpole, Myers. Probabilidad y Estadística para Ingenieros. Pearson Educación. Sexta Edición. México, 1999.

Historia de la estadística: Qué es, sus etapas y evolución

Historia de la estadística: desde sus orígenes hasta la actualidad

Historia de la estadística - Wikipedia, la enciclopedia libre

Breve Historia de la Estadistica I - John Graunt (1620-1674) Breve historia del desarrollo de la - Studocu.

Historia de la Estadística

https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Numero_12/SILVIA_BORREGO_1.pdf#:~:text=La%20Estad%C3%ADstica%20act%C3%BAa%20como%20disciplina%20puente%20entre,que%20exist%C3%ADa%20en%20sus%20dominios%20(censos%2C%20inventarios%E2%80%A6).

Reseña histórica breve historia de la estadística | PDF | Historic Site and Landmark Tours

Antecedentes históricos de la estadística y algunos conceptos básicos..