オプション理論入門（Excel編）

2021/1/22(金)9:30-12:30

講師：森谷博之　Quasars22 Private Limited, Director

金融財務研究会

オプション取引

取引対象による種類　原資産 = 取引の対象。

原資産が株式(先物)であれば株式(先物)オプション、通貨(先物)であれば通貨(先物)オプション

取引形態による種類

原資産を「買う」権利のオプションを「**コールオプション**」

「売る」権利のオプションを「**プットオプション**」と呼ぶ。

取引の期日による分類

オプションは、権利行使のタイミングで、次の2つのタイプに分類できる。

ヨーロピアン・タイプ：権利行使日のみに権利行使ができる。

アメリカン・タイプ：取引日から権利行使の最終日までいつでも権利行使ができる。

オプション取引

原資産と権利行使価格

イン・ザ・マネー（in the money, ITM）
原資産が権利行使価格を上回っている状態

アウト・オブ・ザ・マネー（out of the money, OTM）
原資産が権利行使価格を下回っている状態

アット・ザ・マネー（at the money, ATM）
原資産が権利行使価格付近にある状態

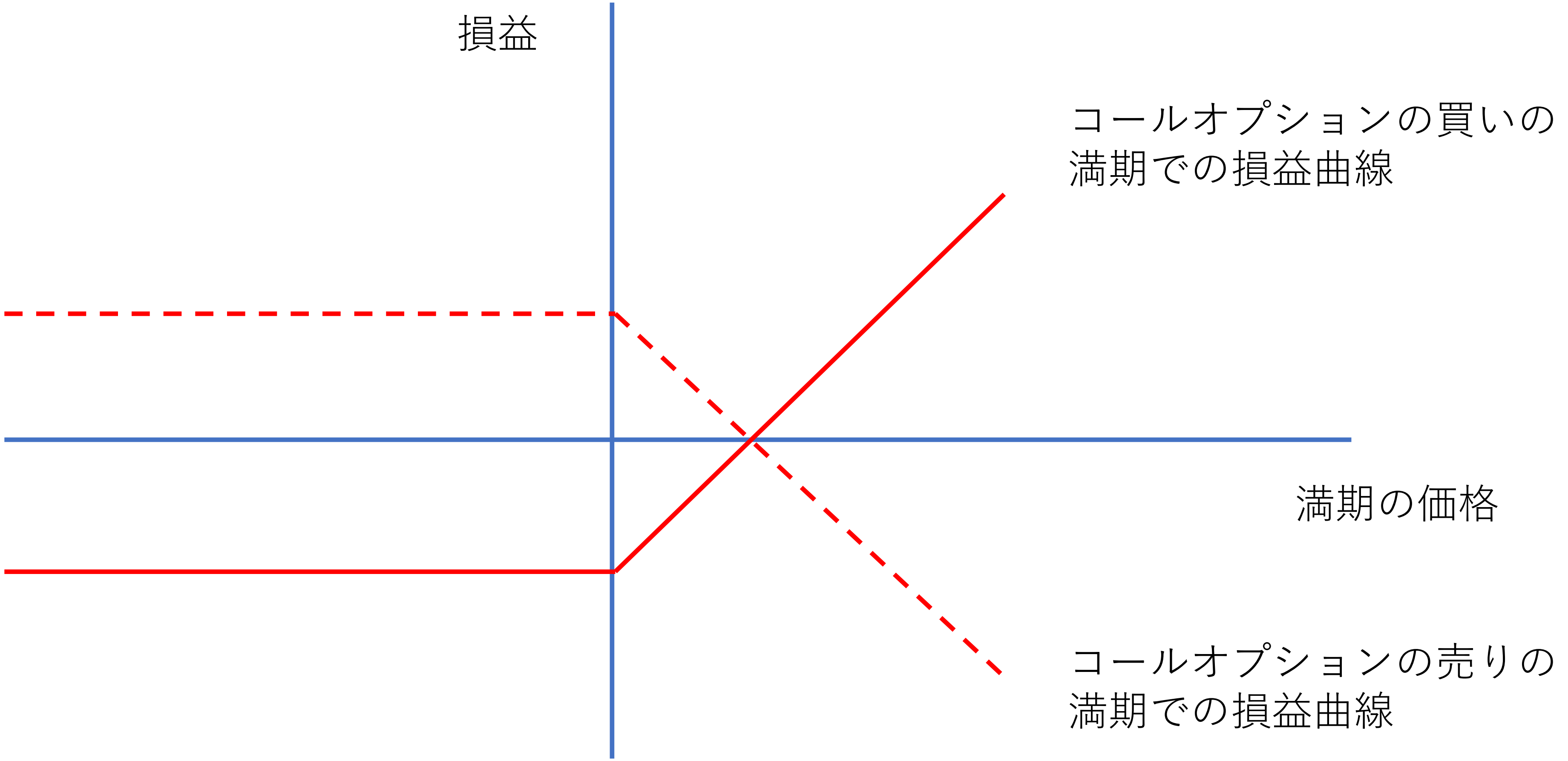
オプション取引

権利行使

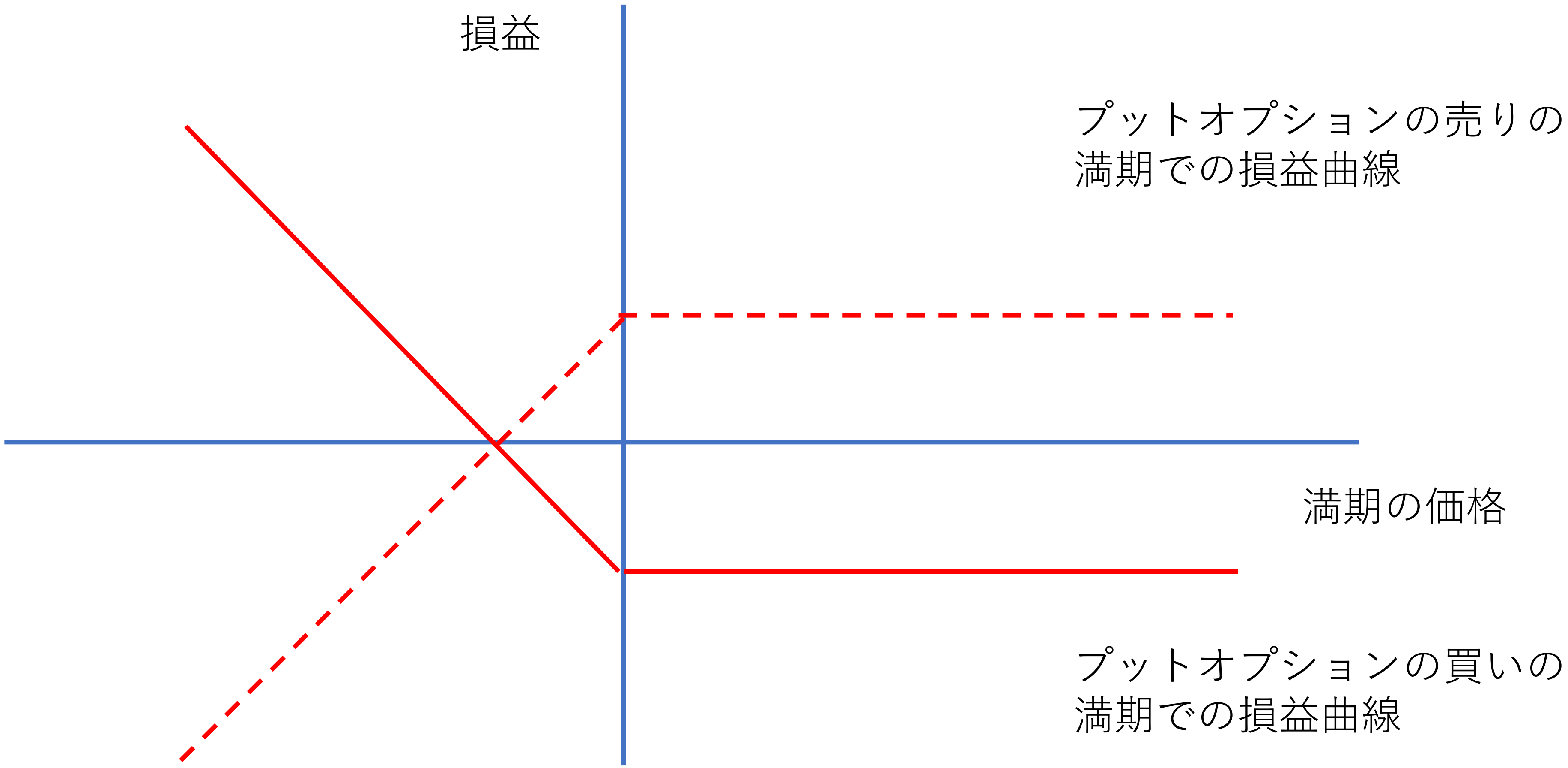
オプション保有者は、権利行使日に

- イン・ザ・マネーであれば権利を行使する。
- アウト・オブ・マネーであれば権利を放棄する。

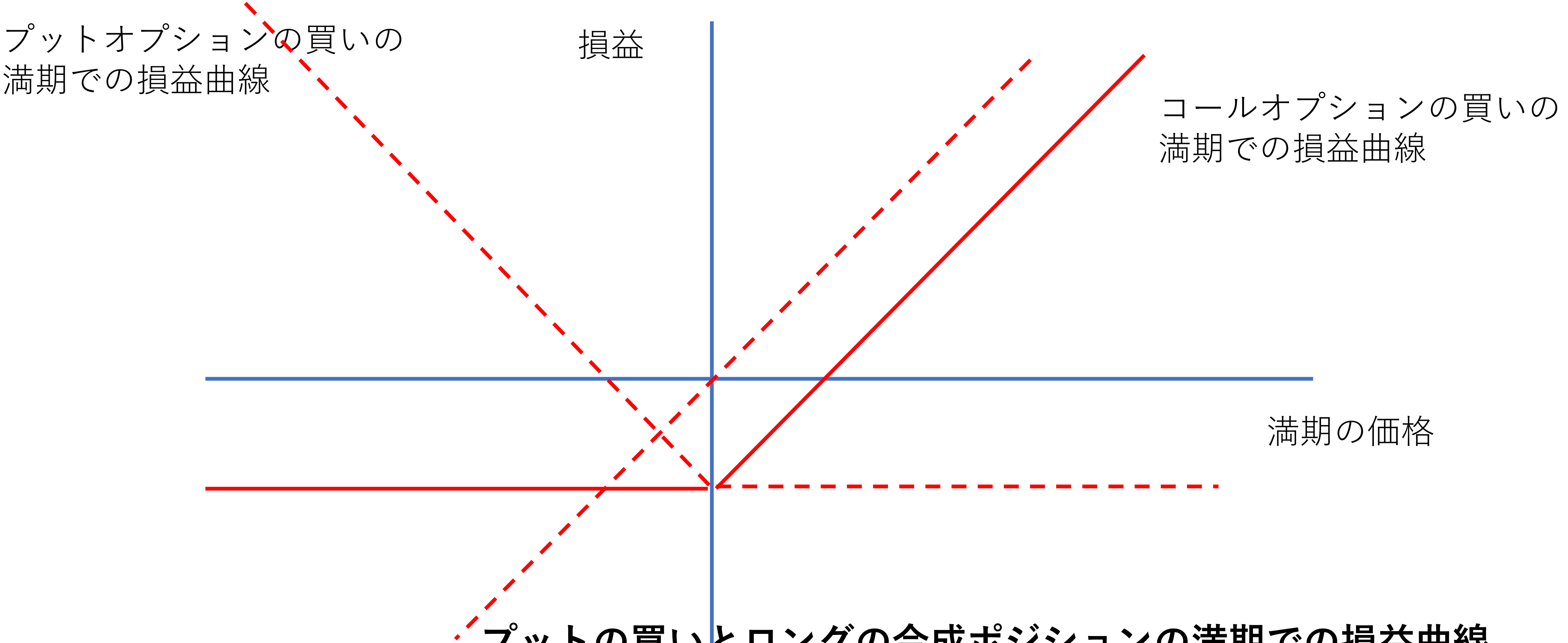
オプションペイオフ：コール



オプションペイオフ：プット



オプションペイオフ：
プットの買いとロングの合成

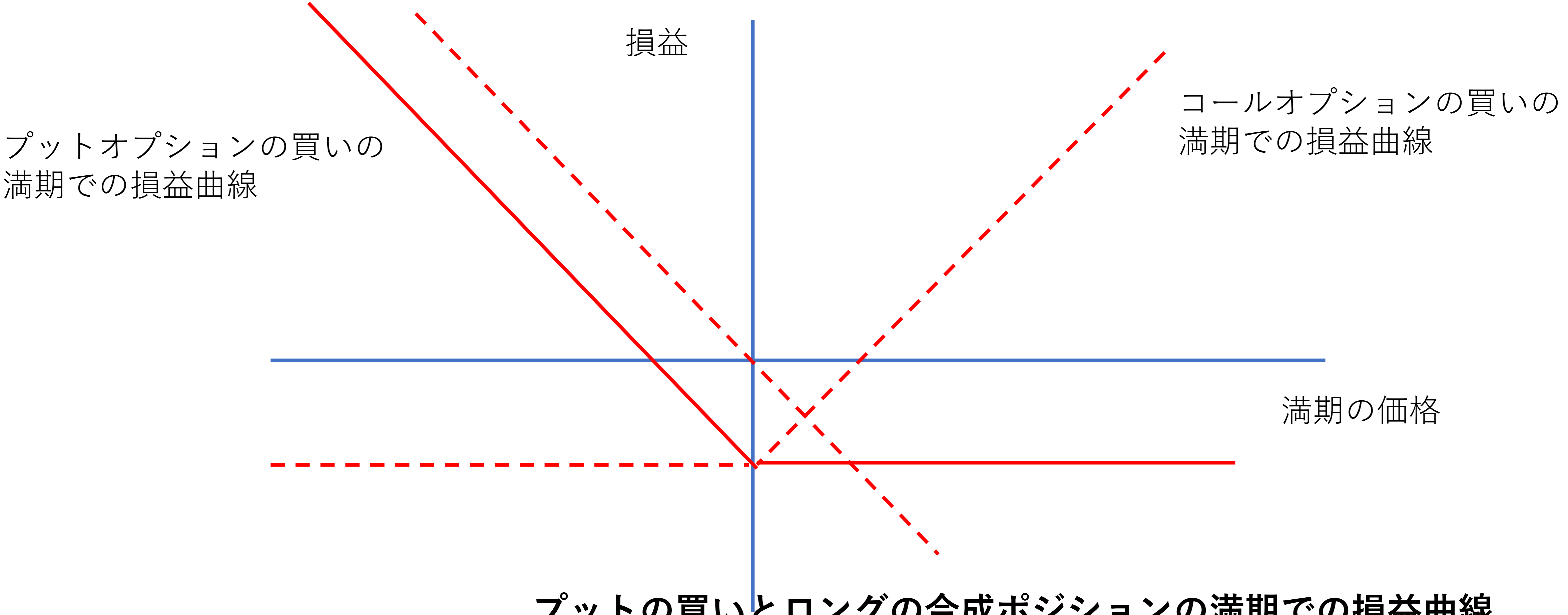


プットの買いとロングの合成ポジションの満期での損益曲線

＝

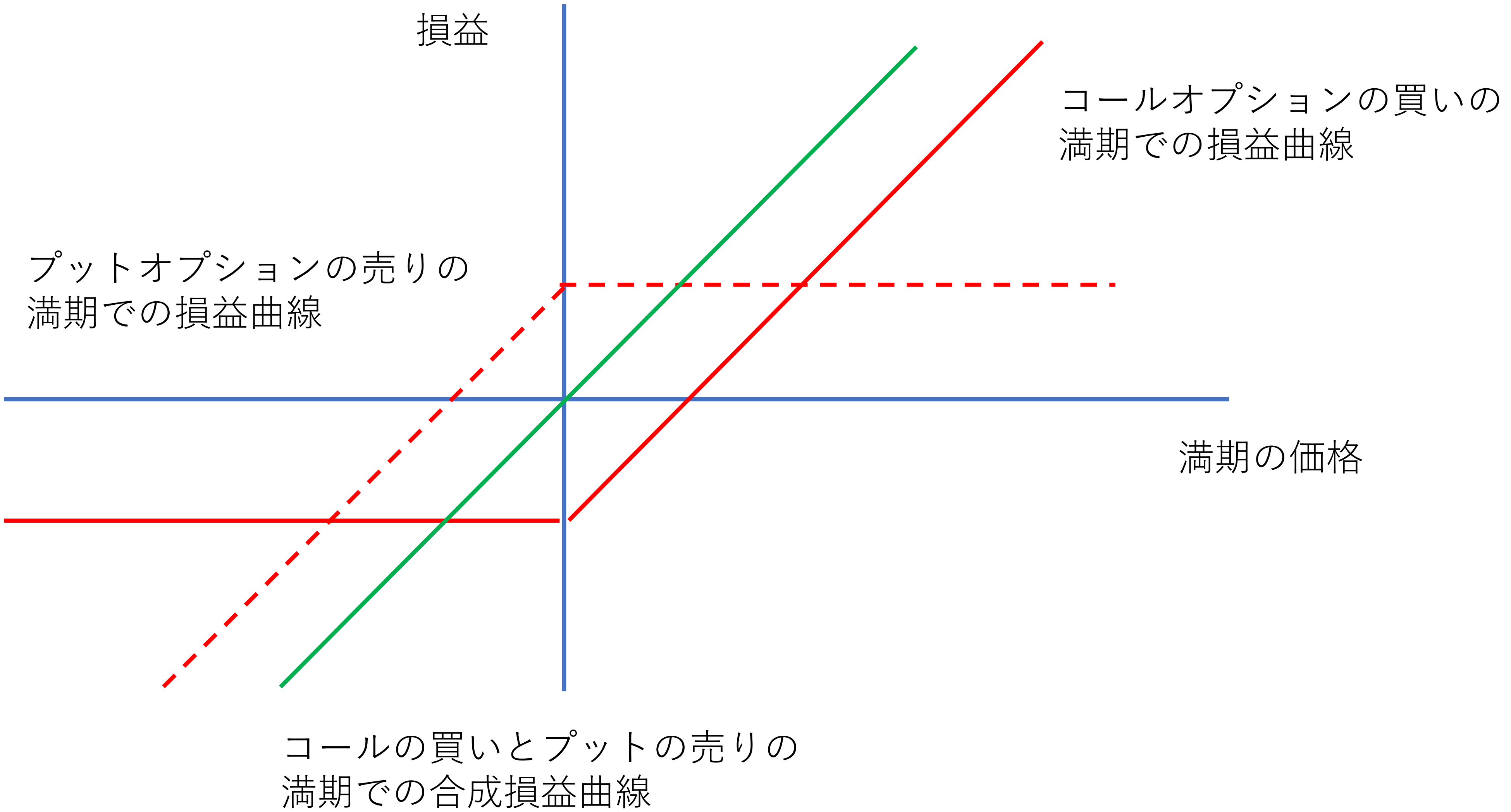
コールの買いの満期での損益曲線

オプションペイオフ：
プットの買いとロングの合成



プットの買いとロングの合成ポジションの満期での損益曲線
＝
コールの買いの満期での損益曲線

オプションペイオフ：プットコールパリティ



オプション取引

オプションの性質

オプションの買い手が、売り手に支払うオプションの取得対価を、**プレミアム**という。

プレミアムは、

プレミアム ＝ 本質的価値 ＋ 時間的価値

で構成される。

プレミアムの価格設定のためにオプション評価モデルが用いられる。

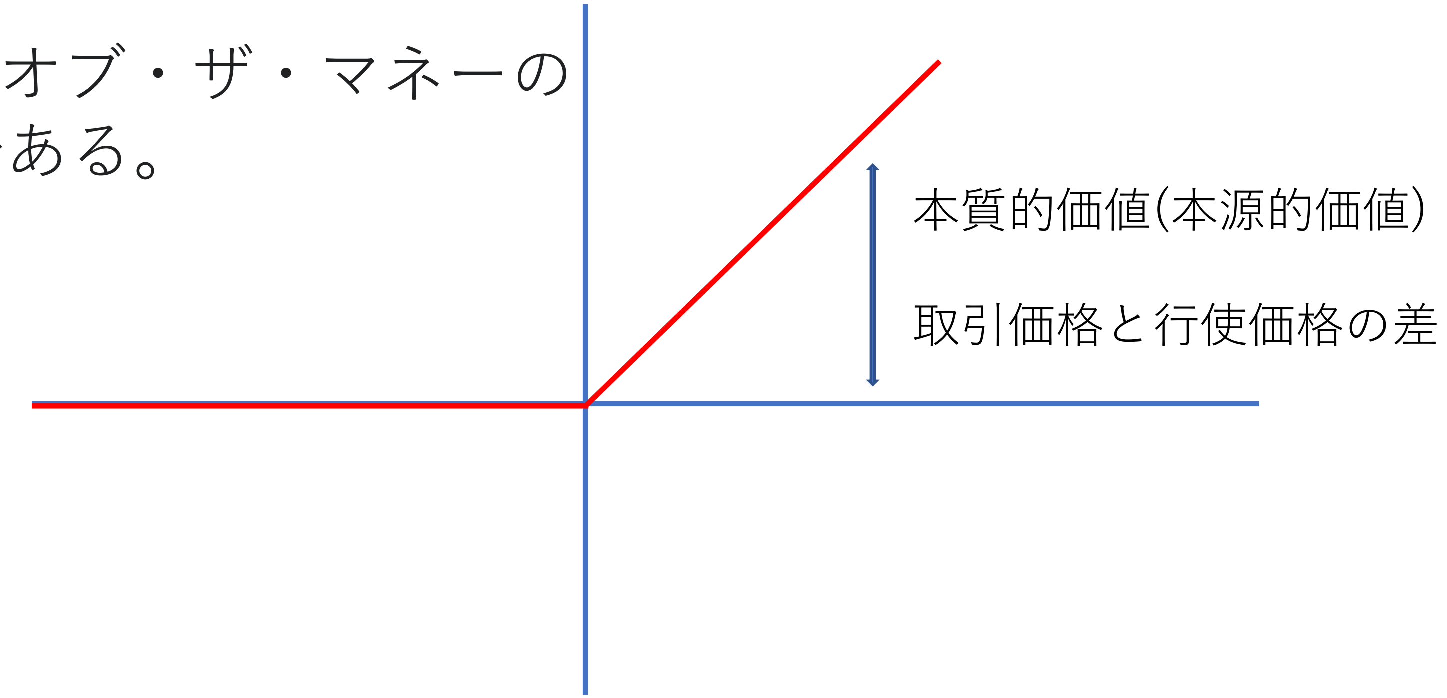
オプション取引

時間的価値と本質的価値

イン・ザ・マネーのオプションには本質的価値がある。

本質的価値は、原資産価格とオプションの権利行使価格との差の絶対値である。

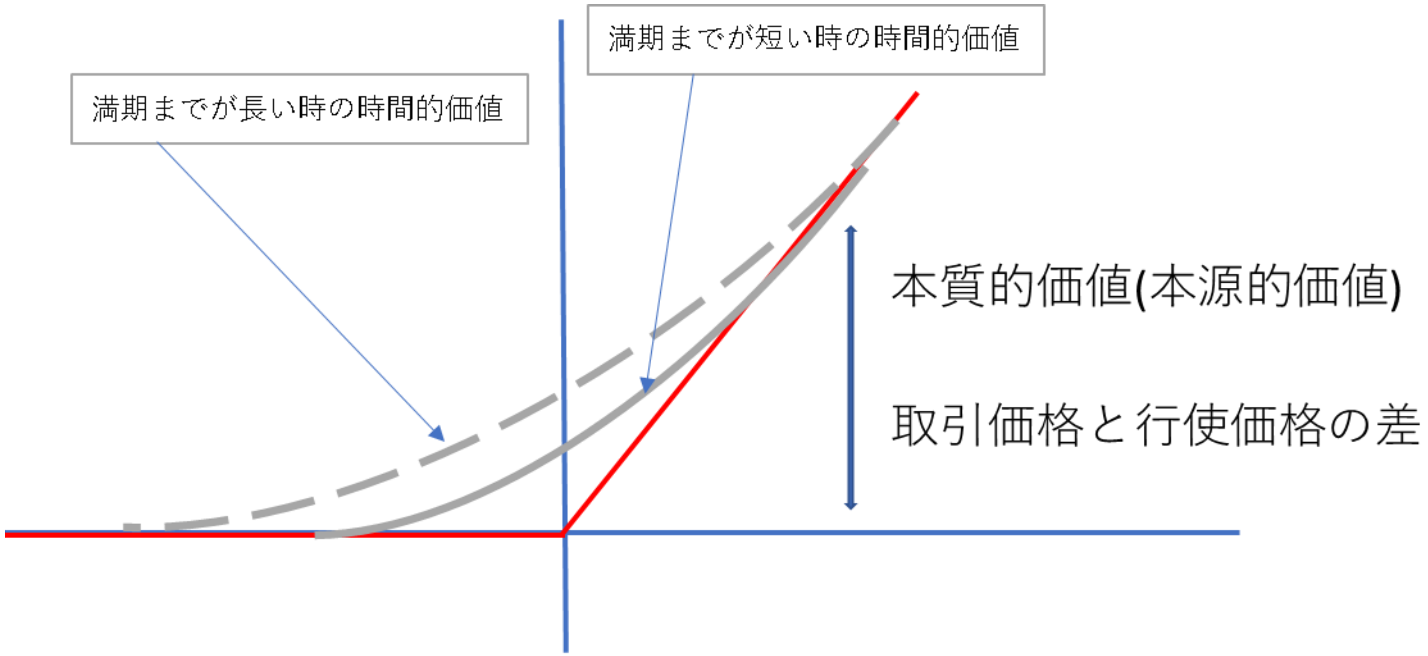
アット・ザ・マネーやアウト・オブ・ザ・マネーのオプションの本質的価値は 0 である。



オプション取引

時間的価値と本質的価値

オプションの価格は時間的価値と本質的価値との和である。



オプション取引

時間的価値と本質的価値

オプションの価格から本質的価値を引いた額がオプションの時間的価値である。

権利行使日までの残存日数が長いほど時間的価値が高い。

時間的価値は、権利行使日までの残存日数が長いときはゆっくりと減る。

時間的価値は 、権利行使日に近づく（およそ 1 か月以内）と急激に減る。

オプション取引

オプション・プレミアム

買い方と売り方の需給でオプション・プレミアムは決まる。
そのもとになる価値は理論的に5つの要素で決まる。

原資産価格

権利行使価格

満期までの時間

金利・配当(外国金利)

ボラティリティ

オプション取引

オプション・プレミアム

買い方と売り方の需給でオプション・プレミアムは決まる。
そのもとになる価値は理論的に5つの要素で決まる。

原資産価格
一般的に原資産価格が上昇すればコールが高くなり、プットは安くなる。
逆に原資産価格が下降すればコールは安くなり、プットは高くなる。

権利行使価格
コールもプットもOTMならば権利行使価格に近づくほど高くなる。
逆に権利行使価格から離れるほど低くなる。ITMに入ると逆になる。

満期までの時間
満期までの時間が長ければ、原資産が権利行使価格に達する確率が高くなり、プレミアムは高くなる。

金利・配当(外国金利)
金利が上がればプレミアムは下がり、配当が高ければプレミアムは上がる。

ボラティィリティ
ボラティィリティが高ければ、プレミアムは高くなる。

ブラック・ショールズ・モデル

一般化

スポット価格	s
行使価格	k
ボラティリティ	σ
資金調達費用	r
配当、外国金利等	q
キャリーコスト	b=r-q
満期・行使日までの期間	T

b=r	ブラック株価オプション
b=r-q	連続配当付き株価オプション
b=0	先物オプション
b=0,r=0	マージン先物オプション
$b=r-r_f$	通貨オプション

ブラック・ショールズ・モデル

$$C(s,k,\sigma,r,b,T)=se^{-(b-r)T}N(d_1)-ke^{-rT}N(d_2)$$

$$P(s,k,\sigma,r,b,T)=ke^{-rT}N(-d_2)-se^{-(b-r)T}N(-d_1)$$

$$\mathrm{N}(z)=z=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z}e^{-\frac{y^2}{2}}\mathrm{d}y$$

$$d_1=\frac{\log\frac{s}{k}+(b+\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2=\frac{\log\frac{s}{k}+(b-\sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}=d_1-\sigma\sqrt{T}$$

ブラック・ショールズ・モデル

一般化

モデルは
現実世界での現象を
意味を失わない程度に
最小限の変数で
説明する道具。

ブラック・ショールズ・モデル

仮定

スポット価格	s
行使価格	k
ボラティリティ	σ
資金調達費用	r
配当、外国金利等	q
キャリーコスト	b=r-q
満期までの期間	T

r:短期金利は既知で満期までの期間一定である。
s:原資産の価格は連続的で正規分布にしたがう。
分散は時間の平方根に比例する。どのような期間の終点の原資産の価格の分布は対数正規分布する。
σ: 原資産のリターンの分散は一定である。
k: オプションのヨーロピアンで満期でのみ行使可能である。

- オプションと原資産の売買には費用が掛からない。
- どのような金額でも可能でも短期金利で借入、貸出ができる。
- 空売りに制限はない。

オプションプレミアムの計算

	A	B	C	D
1	スポット価格	s	1.6	
2	行使価格	k	1.6	
3	無リスク金利	r	0.06	
4	配当・外国金利	q	0.08	
5	ボラティリティ	vol	0.12	
6	満期までの時間	t	0.50	
7			コール価値	
8			c	
9			0.029	fx =$C1*EXP(-$C$4*(C$6))*NORMSDIST(C12)-$C$2*EXP(-$C$3*(C$6))*NORMSDIST(C15)
10				
11			d1	
12			-0.373798	fx =+(LN($C1/$C$2)+($C$3-$C$4+0.5*$C$5^2)*C$6)/$C$5/SQRT(C$6)
13				
14			d2	
15			-0.4586508	fx =C12-$C$5*SQRT(C$6)
16				
17			VB	
18			0.00293615	fx =calls(C1,C2,C3,C3-C4,C5,C6)

ファイル(F) 編集(E) 表示(V) 挿入(I) 書式(O) デバッグ(D) 実行(R) ツール(T) アドイン(A) ウィンドウ(W) ヘルプ(H)

12 行, 13 桁

プロジェクト - VBAProject

- Sheet11 (コールシータ)
- Sheet12 (プットシータ)
- Sheet13 (コールプレミアム (2))
- Sheet5 (プットプレミアム)
- Sheet6 (コールプレミアム)
- Sheet7 (コールデルタ)
- Sheet8 (プットデルタ)
- Sheet9 (ガンマ)
- ThisWorkbook
- フォーム
- 標準モジュール
  - Module1

(General)

```
Function calls(s, k, v, r, b, t)
    Dim N1, N2 As Double
    If t <= 0 Then
        If s > k Then calls = s - k Else calls = 0
    Else
        N1 = (Log(s / k) + (r - b + v * v / 2) * t) / v / Sqr(t)
        N2 = N1 - v * Sqr(t)
        N1 = WorksheetFunction.NormSDist(N1)
        N2 = WorksheetFunction.NormSDist(N2)
        calls = Exp((b - r) * t) * s * N1 - Exp(-r * t) * k * N2
    End If
End Function
```

エクセルシート：option_greek.xlsm

ブラック・ショールズ・モデル
変化に関する感度：グリーク

グリーク	説明
デルタ	オプション価値の価格の微小変化に対する感応度
ガンマ	デルタの価格の微小変化に対する感応度
ベガ	オプション価値のボラティリティの微小変化に対する感応度
シータ	オプション価値の満期までの時間変化に対する感応度

エクセルシート：option_greek.xlsm

ブラック・ショールズ・モデル

変化に関する感度：グリーク

- リスクのヘッジ
  - デルタを用いてリスクを軽減
  - オプションのリスクをオプションでヘッジ
- リスクの把握
  - グリークの感応度によりリスクを把握
  - デルタでヘッジできないリスクを把握
- ペイオフの複製
  - ペイオフを自由に設計、導入

ブラック・ショールズ・モデル

オプション・プレミアム

$$C(s,k,\boldsymbol{\sigma},r,b,T)=se^{-(b-r)T}N(d_1)-ke^{-rT}N(d_2)$$

$$P(s,k,\boldsymbol{\sigma},r,b,T)=ke^{-rT}N(-d_2)-se^{-(b-r)T}N(-d_1)$$

$$\mathrm{N(x)} = x = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{y^2}{2}}\mathrm{d}y$$

$$d_1 = \frac{\log\frac{s}{k} + (b + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\log\frac{s}{k} + (b - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

エクセルシート：option_greek.xlsm

ブラック・ショールズ・モデル

変化に関する感度：グリーク

オプションプレミアム

	A	B	C
1	スポット価格	s	1.6
2	行使価格	k	1.6
3	無リスク金利	r	0
4	配当・外国金利	q	0
5	ボラティリティ	vol	0.12
6	満期までの時間	t	10.00
7			コール価値
8			c
9			0.218
10			
11			d1
12			0.12301838
13			
14			d2
15			-0.2564549
16			
17			VB
18			0.21828816

fx =$C1*EXP(-$C$4*(C$6))*NORMSDIST(C12)-$C$2*EXP(-$C$3*(C$6))*NORMSDIST(C15)

fx =+(LN($C1/$C$2)+($C$3-$C$4+0.5*$C$5^2)*C$6)/$C$5/SQRT(C$6)

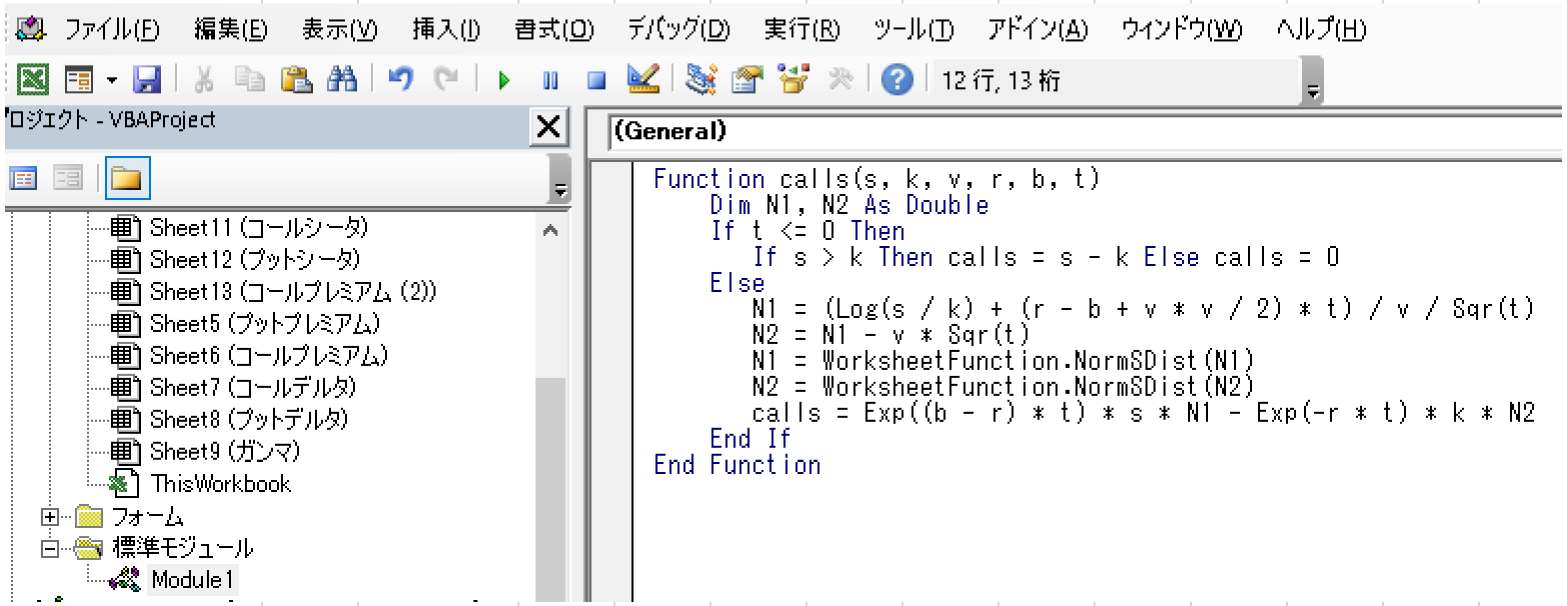
fx =C12-$C$5*SQRT(C$6)

fx =calls(C1,C2,C3,C3-C4,C5,C6)

エクセルシート：option_greek.xlsm

ブラック・ショールズ・モデル

変化に関する感度：グリーク

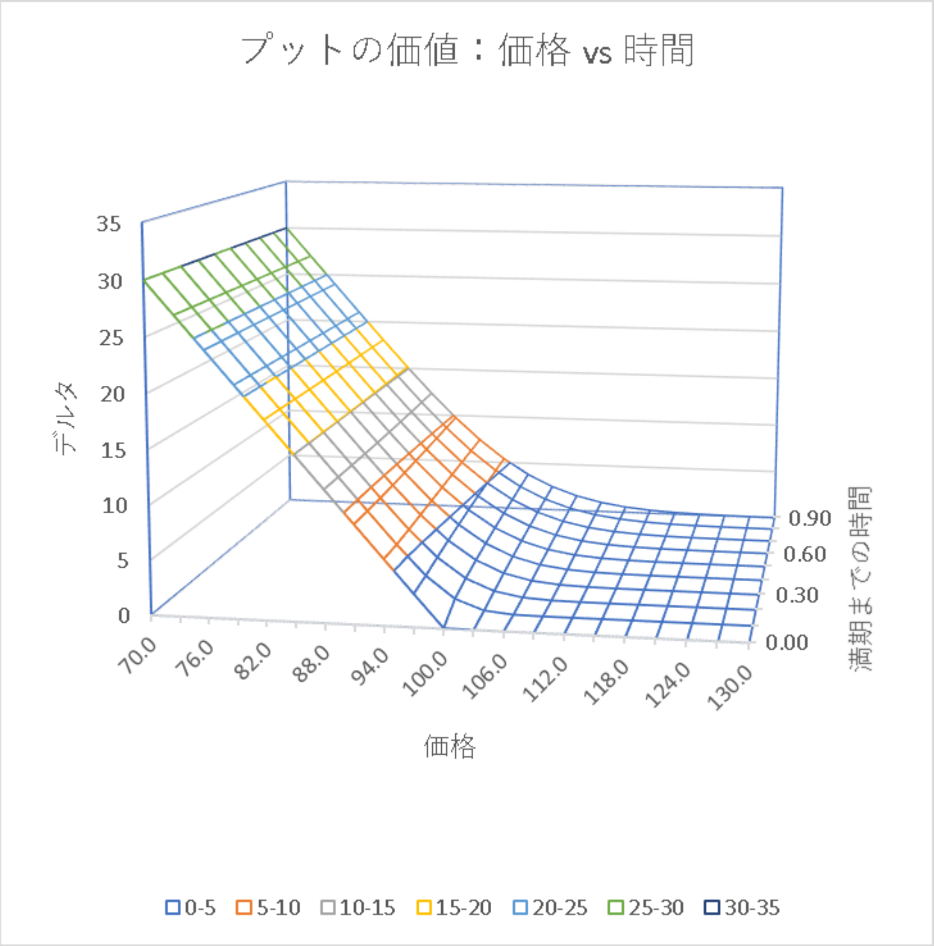


エクセルシート：option_greek.xlsm

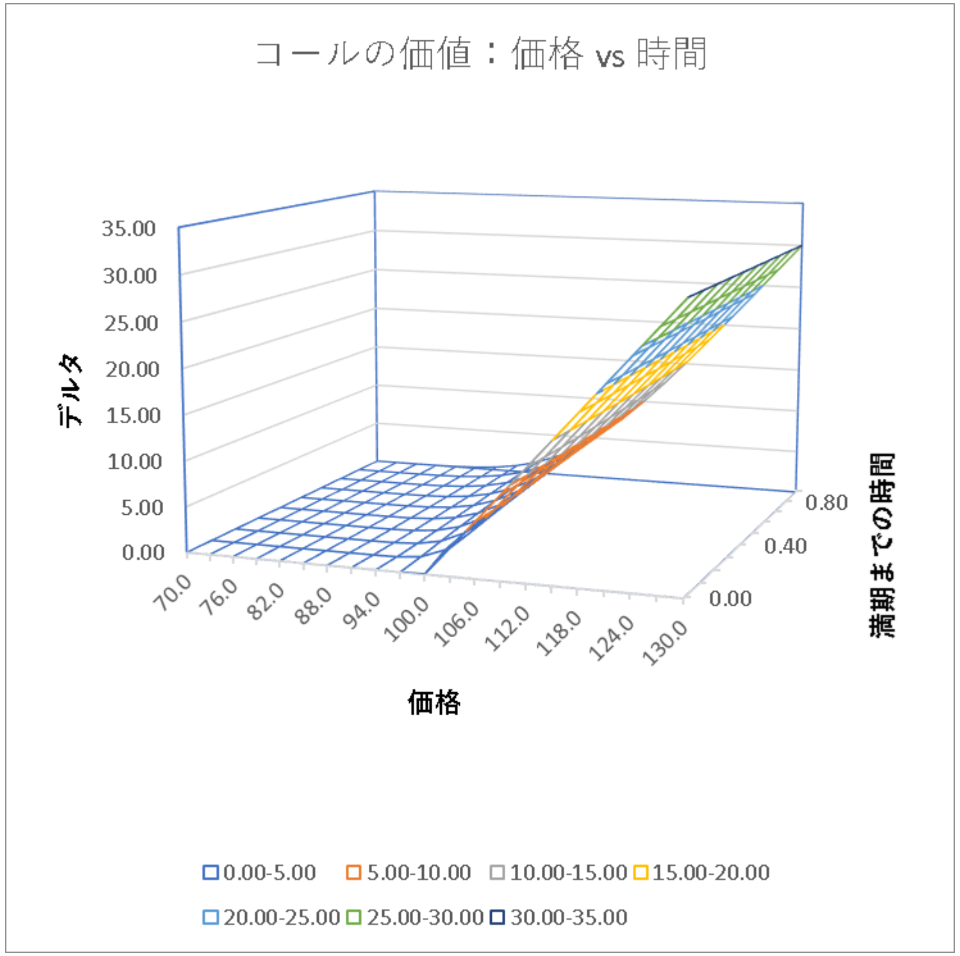
ブラック・ショールズ・モデル

プレミアム

プットプレミアム



コールプレミアム



ブラック・ショールズ・モデル

変化に関する感度：デルタ

$$\Delta_{\text{call}}=\frac{\partial c}{\partial S}=e^{-(b-r)T}N(d_1)>0$$

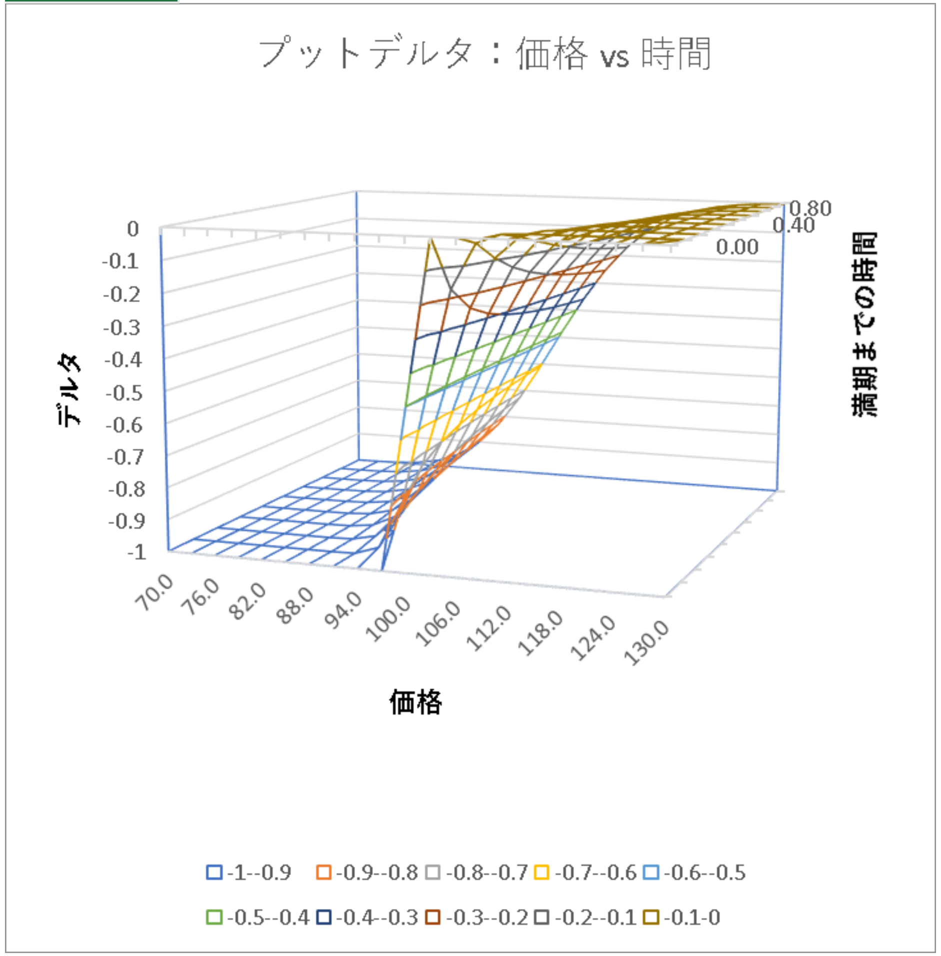
$$\Delta_{\text{put}}=\frac{\partial p}{\partial S}=e^{-(b-r)T}N(d_1)-1<0$$

エクセルシート：option_greek.xlsm

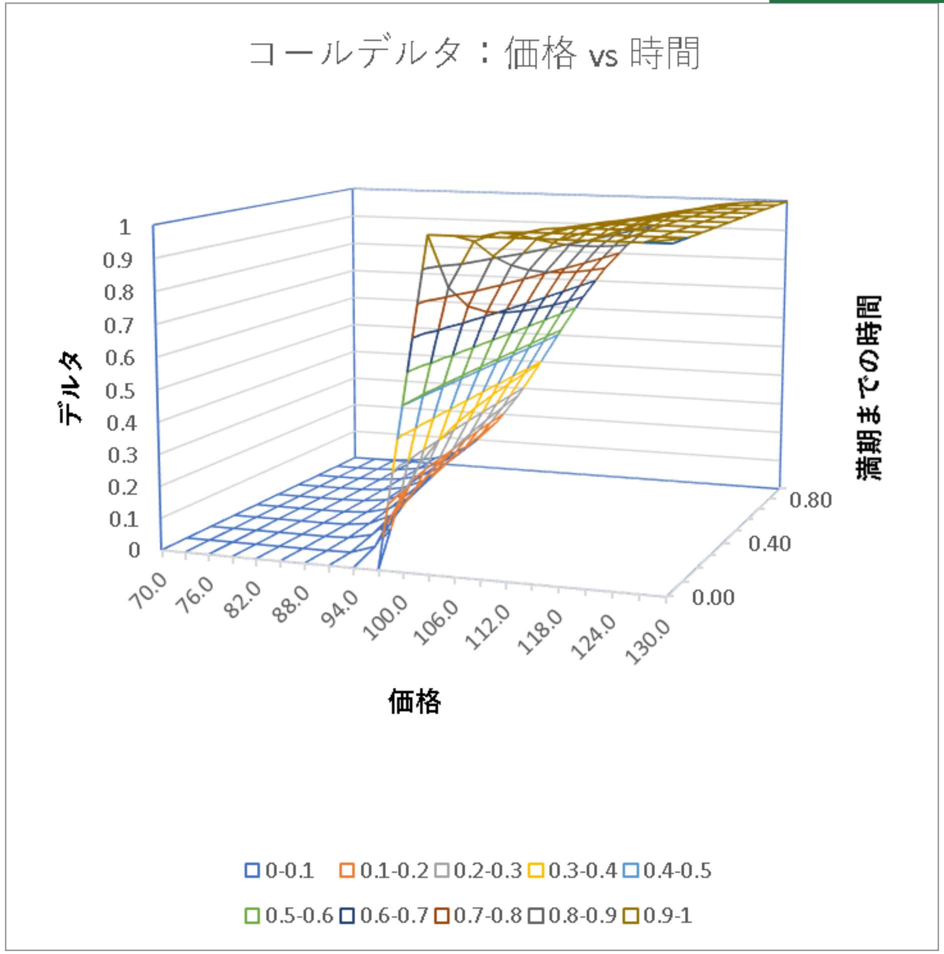
ブラック・ショールズ・モデル

デルタ

プットデルタ



コールデルタ



ブラック・ショールズ・モデル

変化に関する感度：ガンマ

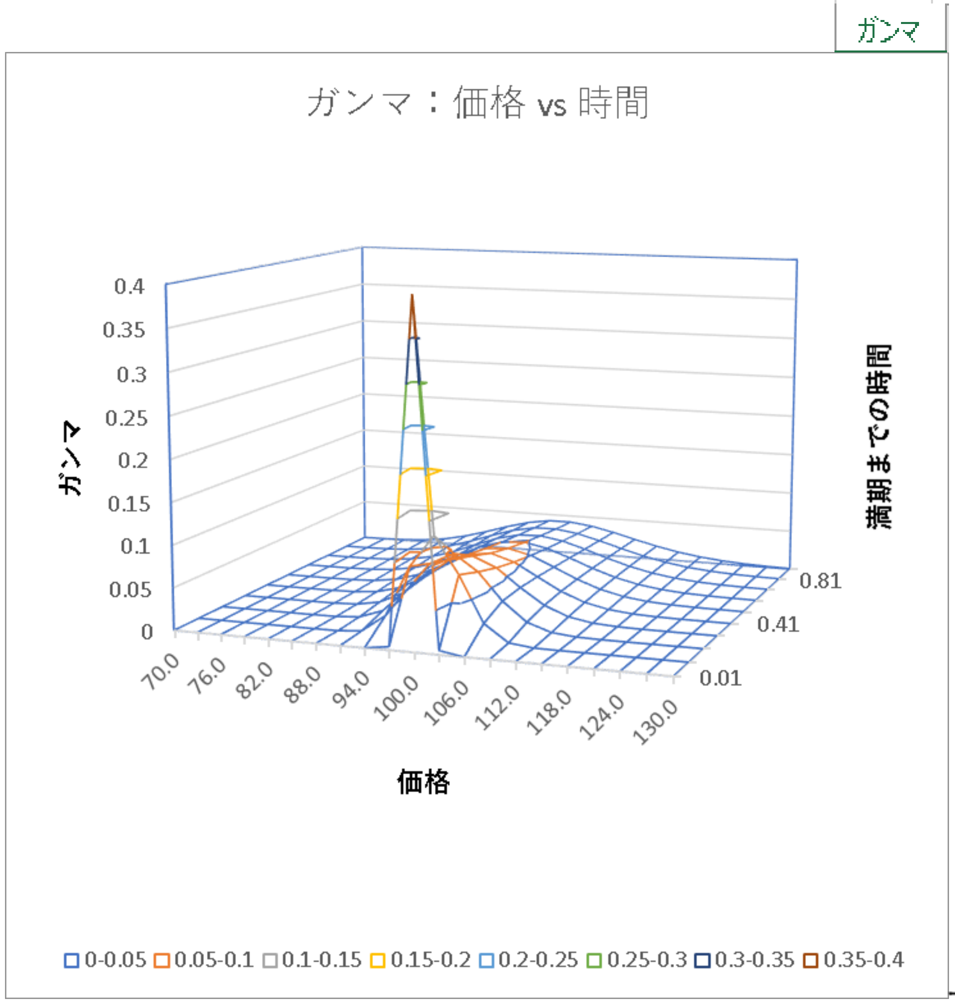
$$\Gamma_{\text{call,put}} = \frac{\partial^2 c}{\partial S^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial S^2} = \frac{n(d1)\mathrm{e}^{-(\mathrm{b}-\mathrm{r})\mathrm{T}}}{S\sigma\sqrt{T}} > 0$$

$$n(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{x^2}{2}}$$

エクセルシート：option_greek.xlsm

ブラック・ショールズ・モデル

ガンマ



エクセルシート：option_greek.xlsm

ブラック・ショールズ・モデル

変化に関する感度：ベガ

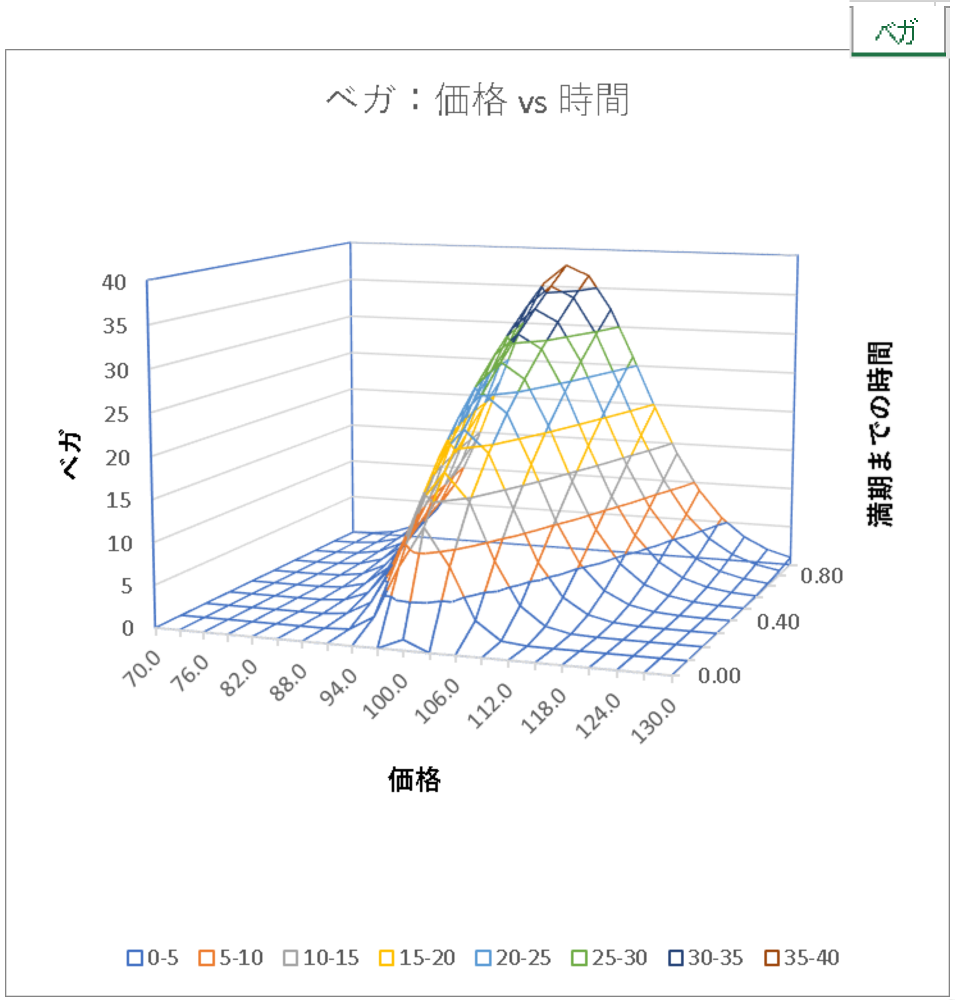
$$\mathrm{Vega}_{\mathrm{call,put}} = \frac{\partial^2 c}{\partial \sigma^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial S^2} = S\mathrm{e}^{-(\mathrm{b}-\mathrm{r})\mathrm{T}} n(d1)\sqrt{T} > 0$$

$$n(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{x^2}{2}}$$

エクセルシート：option_greek.xlsm

ブラック・ショールズ・モデル

ベガ



エクセルシート：option_greek.xlsm

ブラック・ショールズ・モデル

変化に関する感度：シータ

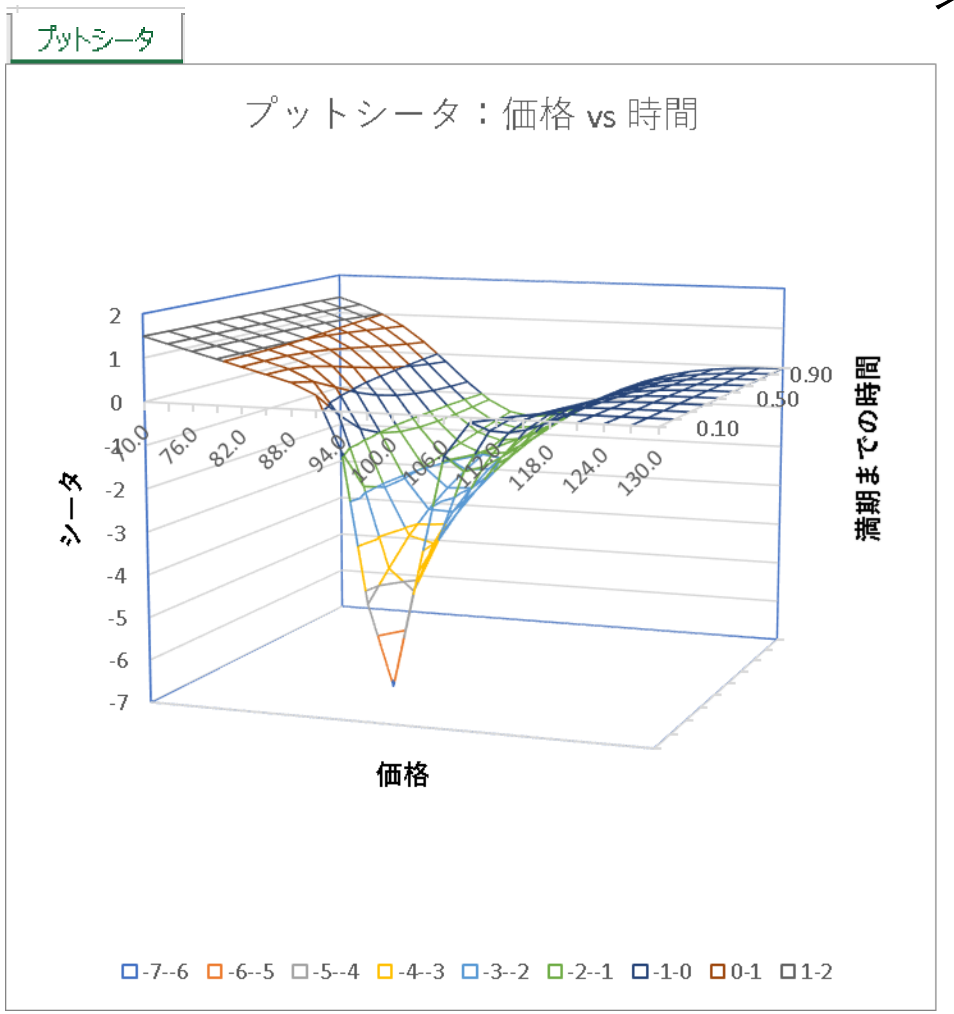
$$\Theta_{\text{call}} = \frac{\partial c}{\partial T} = \frac{Se^{-(b-r)T} n(d1)\,\sigma}{2\sqrt{T}} - (b-r)Se^{-(b-r)T}N(d_1) - rXe^{-rT}n(d_2)$$

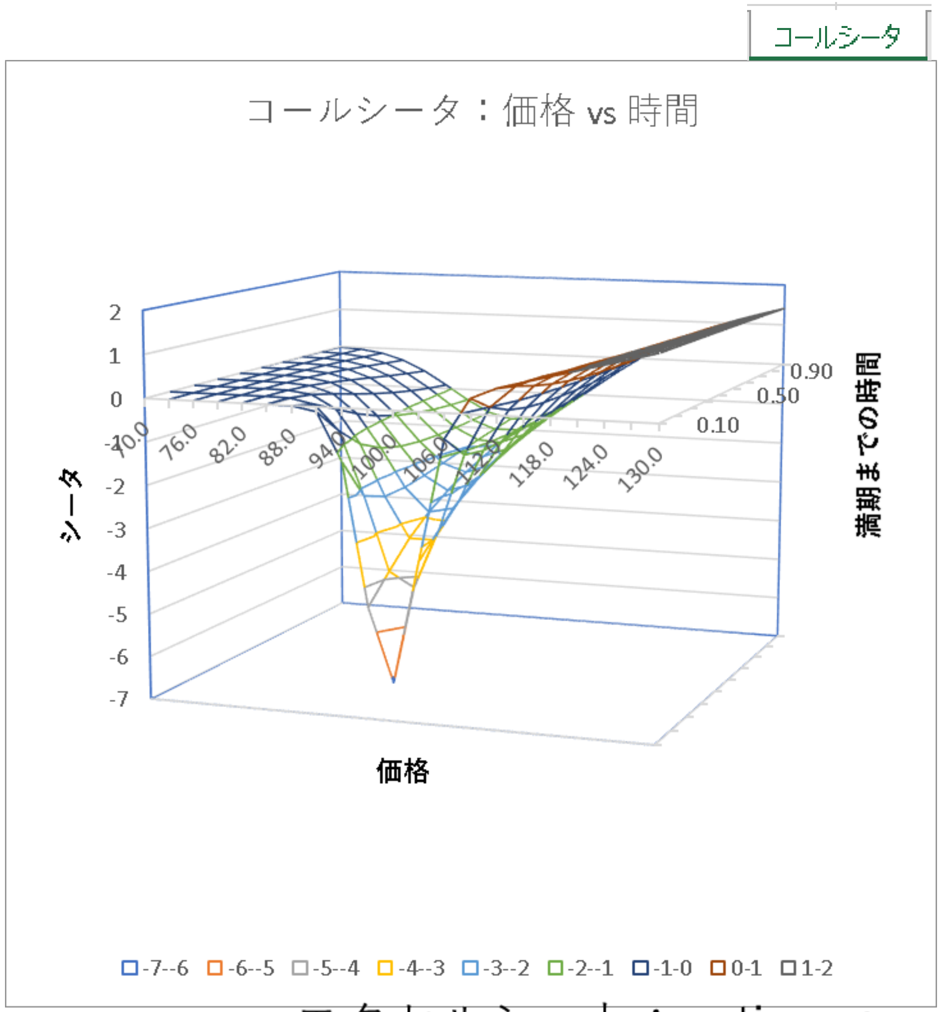
$$\Theta_{\text{put}} = \frac{\partial p}{\partial T} = -\frac{Se^{-(b-r)T} n(d1)\sigma}{2\sqrt{T}} + (b-r)Se^{-(b-r)T}N(d_1) + rXe^{-rT}n(-d_2)$$

エクセルシート：option_greek.xlsm

ブラック・ショールズ・モデル

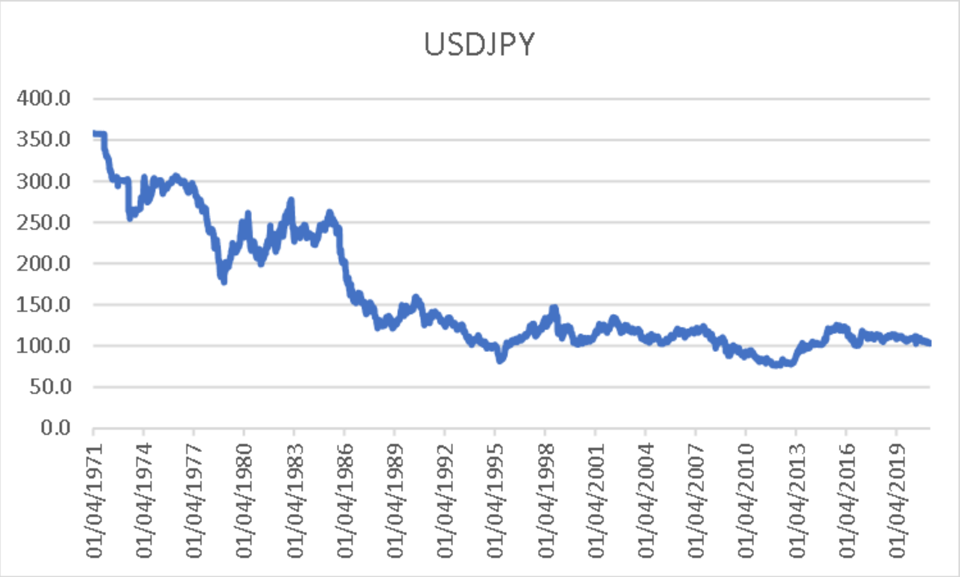
シータ

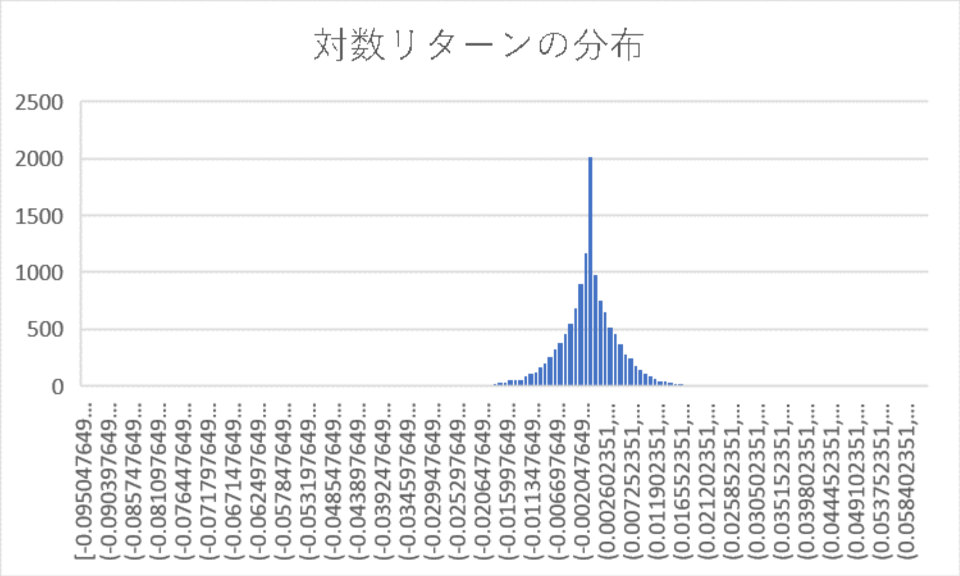




エクセルシート：option_greek.xlsm

ヒストリカルボラティリティの計算と性質
ドル円の例





エクセルシート：historical_vol.xlsm

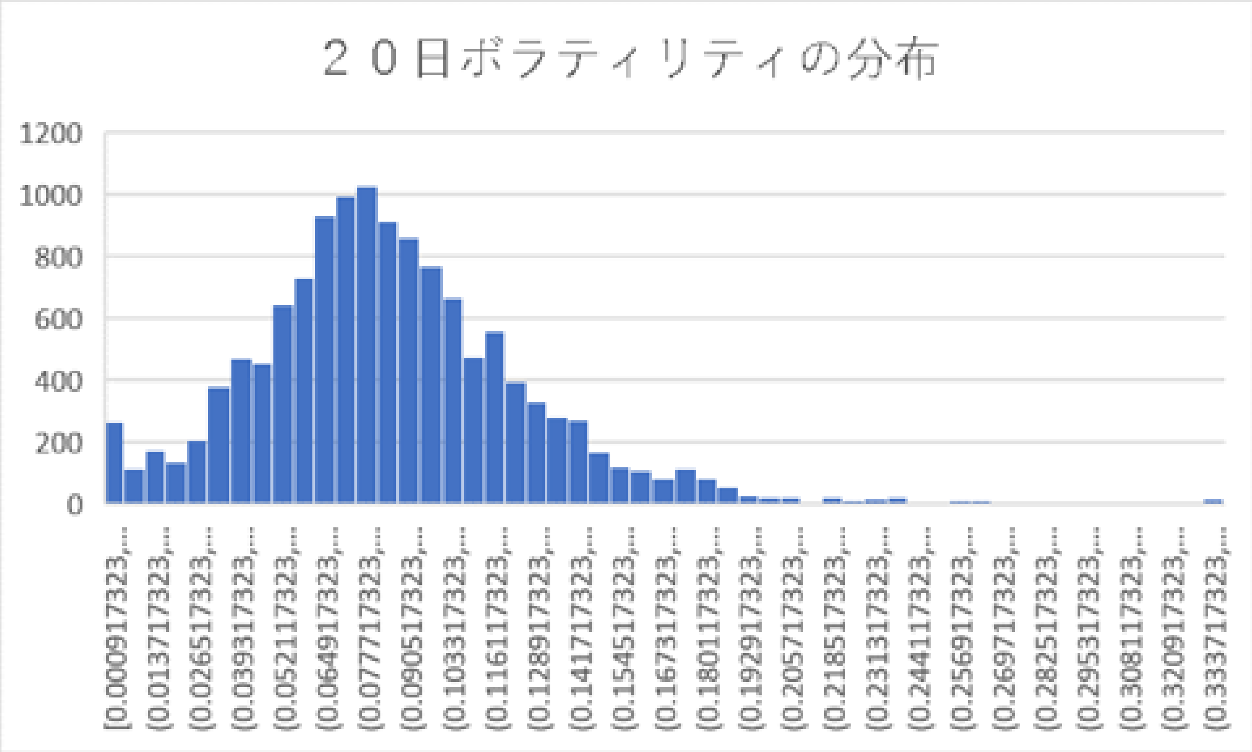
ヒストリカルボラティリティの計算と性質

	A	B	C	D	E
1		USDJPY	LN(USDJP	dLnUSDJP	vol 20日
2	01/04/1971	357.73	5.88		
3	01/05/1971	357.81	5.88	0.00	
4	01/06/1971	357.86	5.88	0.00	
5	01/07/1971	357.87	5.88	0.00	
6	01/08/1971	357.82	5.88	0.00	
7	01/11/1971	357.95	5.88	0.00	
8	01/12/1971	358.06	5.88	0.00	
9	01/13/1971	358.44	5.88	0.00	
10	01/14/1971	358.40	5.88	0.00	
11	01/15/1971	358.40	5.88	0.00	
12	01/18/1971	358.29	5.88	0.00	
13	01/19/1971	358.35	5.88	0.00	
14	01/20/1971	358.40	5.88	0.00	
15	01/21/1971	358.27	5.88	0.00	
16	01/22/1971	357.90	5.88	0.00	
17	01/25/1971	357.73	5.88	0.00	
18	01/26/1971	357.78	5.88	0.00	
19	01/27/1971	357.79	5.88	0.00	
20	01/28/1971	357.83	5.88	0.00	
21	01/29/1971	357.72	5.88	0.00	
22	02/01/1971	357.67	5.88	0.00	
23	02/02/1971	357.55	5.88	0.00	0.006391
24	02/03/1971	357.54	5.88	0.00	0.006328

fx =+LN(B2)

fx =+C3-C2

fx =STDEV(D3:D23)*SQRT(250)



オプション取引

オプション・プレミアムとインプライド・ボラティリティ

買い方と売り方の需給でオプション・プレミアムは決まる。そのもとになる価値は理論的に5つの要素で決まる。

原資産価格

権利行使価格

満期までの時間

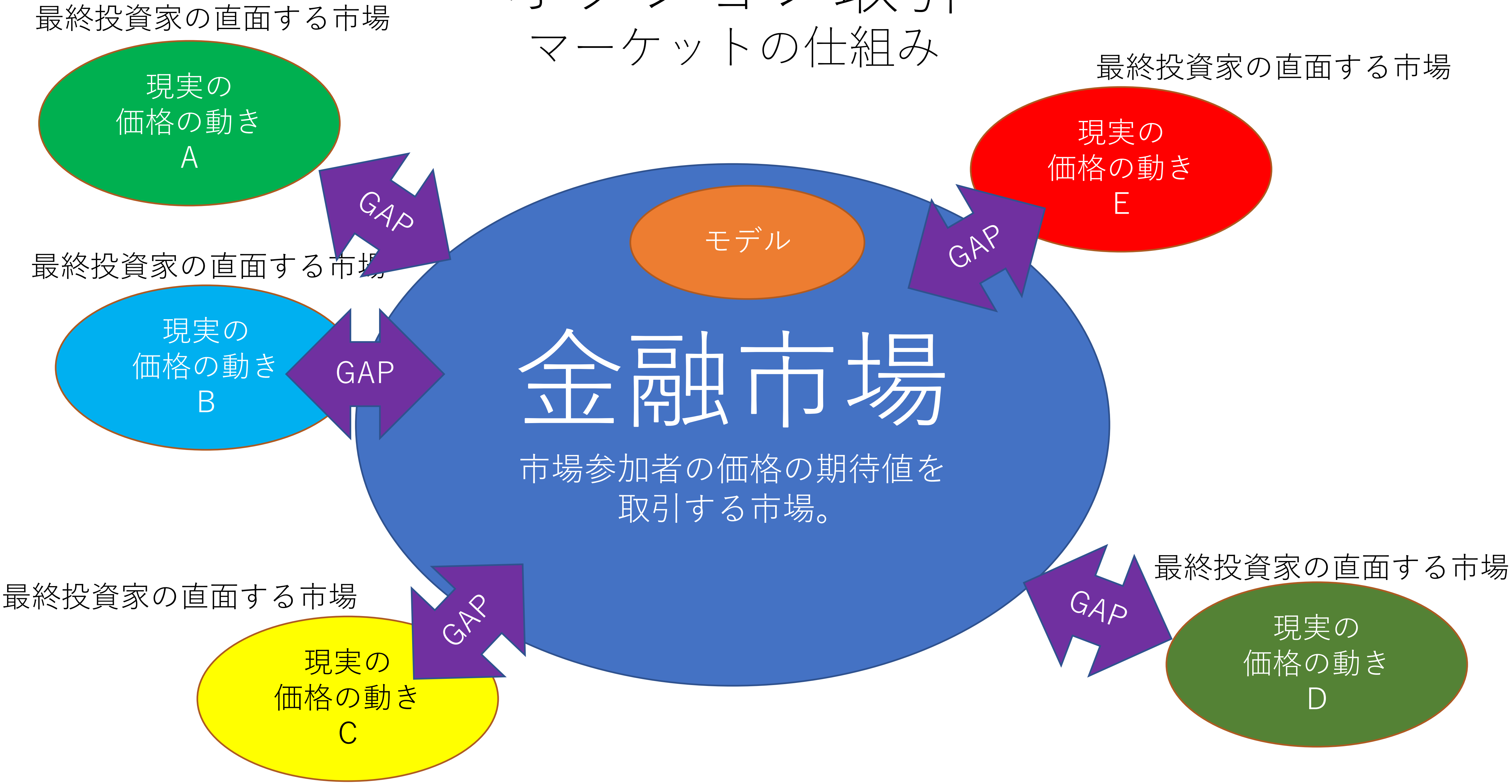
金利・配当(外国金利)

ボラティリティ

インプライド・ボラティリティ

上記５要素でプレミアムの理論価格が決定される。
逆にボラティリティ以外の4要素を一定にして
プレミアムから逆算した値がインプライド・ボラティリティである。
これは投資家が予測している今後の原資産の変動の激しさの度合いと関連する。

オプション取引
マーケットの仕組み



オプション取引

マーケットの仕組み

市場参加者の求めるもの？

インプライドボラティリティの計算

$$\sigma = \frac{C_{ATM}\sqrt{2\pi}}{Se^{(b-r)T}\sqrt{T}}$$

C_{ATM}: オプションのATMのマーケット価格
b: キャリーコスト

インプライドボラティリティの計算

ニュートン・ラルソン法

F(x)=0となる x を求めるとき
x の付近に適当な値 x_0 をとり、
xを少しづつ変化させることで
x に収束させられる場合が多い。

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f`(x_n)}$$

f: ブラック・ショールズのオプションモデル

f`: ベガ- $\frac{\partial c}{\partial \sigma} = \frac{\partial p}{\partial \sigma}$=S$e^{(b-r)T}N(d_1)\sqrt{T} > 0$

インプライドボラティリティの計算

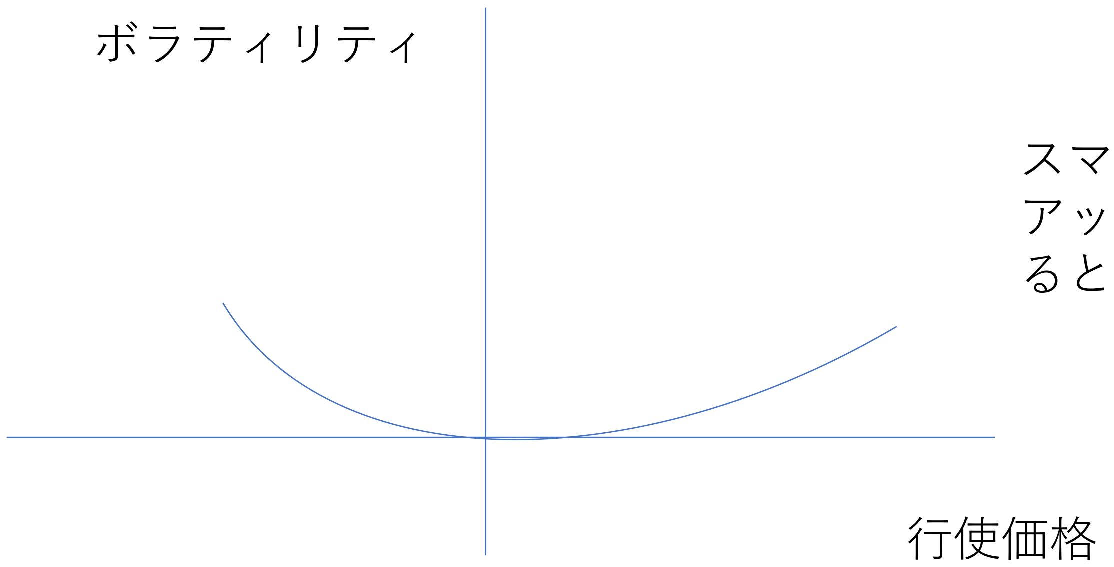
	A	B	C
1	スポット価格	s	1.6
2	行使価格	k	1.6
3	無リスク金利	r	0
4	配当・外国金利	q	0
5	ボラティリティ	vol	0.12
6	満期までの時間	t	0.50
7			コール価値
8			0.036
9		d1	-0.2559468
10		d2	-0.3407996
11			インプライドボラ
12			0.12017402

fx =iv("c",C1,C2,C3,C4,C6,C9,0.0001)

```
Function bsmodel(callput As String, s As Double, k As Double, v As Double, r As Double, b As Double, t As Double) As Double
    Dim d1 As Double
    Dim d2 As Double
    d1 = (Log(s / k) + (b + v ^ 2 / 2) * t) / (v * Sqr(t))
    d2 = d1 - v * Sqr(t)
    If callput = "c" Then
        bsmodel = s * Exp((b - r) * t) * Application.WorksheetFunction.NormSDist(d1) - k * Exp(-r * t) * Application.WorksheetFunction.NormSDist(d2)
    Else
        bsmodel = s * Exp((-r) * t) * Application.WorksheetFunction.NormSDist(-d2) - k * Exp((b - r) * t) * Application.WorksheetFunction.NormSDist(-d1)
    End If
End Function

Function vega(s As Double, k As Double, v As Double, r As Double, b As Double, t As Double) As Double
    Dim d1 As Double
    Dim d2 As Double
    d1 = (Log(s / k) + (b + v ^ 2 / 2) * t) / (v * Sqr(t))
    vega = s * Exp((b - r) * t) * Application.WorksheetFunction.NormSDist(d1) * Sqr(t)
End Function

Function iv(callput As String, s As Double, k As Double, r As Double, b As Double, t As Double, optprem As Double, epsilon As Double)
    Dim vi As Double
    Dim ci As Double
    Dim vegai As Double
    Dim diff As Double
    vi = Sqr(Abs(Log(s / k) + r * t) * 2 / t) + 0.0000001
    ci = bsmodel(callput, s, k, vi, r, b, t)
    vegai = vega(s, k, vi, r, b, t)
    diff = Abs(optprem - ci)
    Dim nn As Double
    nn = 0
    Do While Abs(optprem - ci) >= epsilon And Abs(optprem - ci) <= diff
        vi = vi - (ci - optprem) / vegai
        ci = bsmodel(callput, s, k, vi, r, b, t)
        vegai = vega(s, k, vi, r, b, t)
        diff = Abs(optprem - ci)
    Loop
    iv = vi
End Function
```

スマイル
ブラックショールズモデルの仮定の修正

- 行使価格の異なるオプションの需給の違い
- 原資産の価格時系列がモデルの仮定と異なることによる修正



スマイル：
アットザマネーより行使価格が離れるとボラティリティが高くなる現象

取引費用
ブラックショールズモデルの仮定の修正

- 実際には取引には、費用が掛かる。
- 実際に取引を連続的に行うことはできない。
- リーランドの補正

$$\sigma_{long} = \sigma\left(1 - \frac{k}{\sigma}\sqrt{\frac{8}{\pi\Delta t}}\right)^2$$

$$\sigma_{short} = \sigma\left(1 + \frac{k}{\sigma}\sqrt{\frac{8}{\pi\Delta t}}\right)^2$$

オプションのポジションのヘッジと複製

デルタ

$$\frac{\partial c}{\partial s} = e^{(b-r)T} N(d_1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial s} = -e^{(b-r)T} N(-d_1)$$

b=r : ブラックショールズオプションモデル
b=r-q ：BS＋配当
b=0 : ブラック先物オプション
b=$r-r_f$ ：通貨オプション

デルタは原資産の価格が動くことによる
オプション価値の変化の度合いを原資産の
量で示している。

したがって、オプションのデルタを
相殺する量の原資産を売ることでリスクを
無くすことができる。

オプションのポジションのヘッジと複製

コールオプションの複製

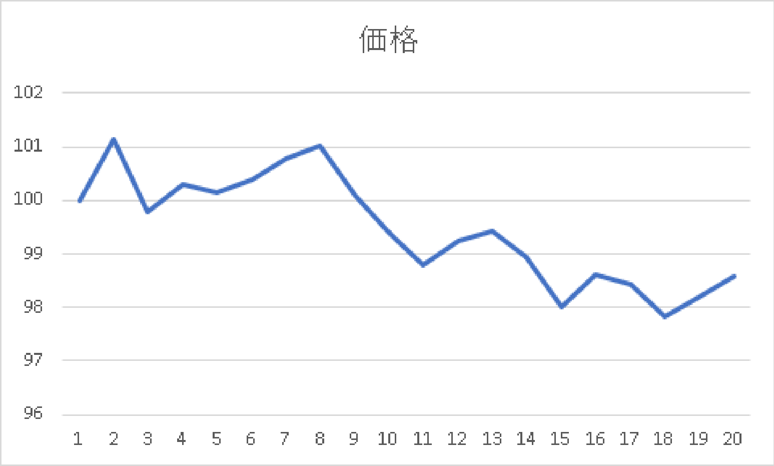
Run

満期 日数（偶数）＞１	20
危険資産 t0時	100
危険資産の期待収益率(年率)	0
危険資産の期待ボラティリティ	0.1
オプションの行使価格	100
期待ボラティリティ-	0.1
無リスク金利	0.1
オプションの満期	0.079365
オプションの価値	1.07

オプション複製費用 1.59

危険資産の利回り	-17.16%
危険資産のボラティリティ	9.78%

	価格	デルタ	複製戦略の価値
1	100	62%	100
2	101	76%	101
3	100	58%	100
4	100	65%	100
5	100	63%	100
6	100	66%	100
7	101	72%	100
8	101	75%	100
9	100	60%	100
10	99	47%	99
11	99	35%	99
12	99	42%	99
13	99	44%	99
14	99	32%	99
15	98	12%	98
16	99	20%	99
17	98	12%	98
18	98	3%	98
19	98	2%	98
20	99	1%	98



オプションのポジションのヘッジと複製

```
Function calls(s, k, v, r, b, t)
    Dim N1, N2 As Double
    If t <= 0 Then
       If s > k Then calls = s - k Else calls = 0
    Else
       N1 = (Log(s / k) + (b + v * v / 2) * t) / v / Sqr(t)
       N2 = N1 - v * Sqr(t)
       N1 = WorksheetFunction.NormSDist(N1)
       N2 = WorksheetFunction.NormSDist(N2)
       calls = Exp((b - r) * t) * s * N1 - Exp(-r * t) * k * N2
    End If
End Function
```

```
Function dcalls(s, k, v, r, b, t)
    Dim N1 As Double
    If t <= 0 Then
       If s > k Then dcalls = 1 Else dcalls = 0
    Else
       N1 = (Log(s / k) + (b + v * v / 2) * t) / v / Sqr(t)
       N1 = WorksheetFunction.NormSDist(N1)
       dcalls = N1
    End If
End Function
```

シミュレーションのVBによるプログラムコード
コールのプレミアムとデルタを算出する
関数を作っています。
Functionは関数を作る関数です。
エクセルシート関数をVBAで使うときには
WorksheetFunctionを使います。
NormSDistは累積密度関数のエクセル関数です。

オプションのポジションのヘッジと複製

```
Sub RA_One()
    Application.ScreenUpdating = False 'スクリーンのオフ

    Dim n, DaysToMat As Long
    Dim mu, vol, v, s0 As Double
    DaysToMat = ActiveSheet.Cells(5, 3) '満期までの日数の取得
    s0 = ActiveSheet.Cells(9, 3) '初期値の取得
    mu = ActiveSheet.Cells(10, 3) '平均値の取得
    vol = ActiveSheet.Cells(11, 3) 'ボラティリティの取得
    v = vol / Sqr(250)


    '------------オプションの複製-------------------
    Dim s, deltA, vv, r, b, tt, k As Double
    Dim deltA0, dDelta, Position, RepCost, PL As Double
    s = s0
    k = ActiveSheet.Cells(13, 3) '行使価格の取得
    vv = ActiveSheet.Cells(14, 3) 'ボラティリティの取得
    r = ActiveSheet.Cells(15, 3) '無リスク金利の取得
    b = r - 0

    tt = ActiveSheet.Cells(16, 3) '満期までの時間
    ActiveSheet.Cells(17, 3) = calls(s0, k, vv, r, b, tt) 'コールプレミアムの取得
```

シミュレーションのVBによるプログラムコード

主に変数をエクセルシートから入力し、
コールのプレミアムを算出して出力しています。

ActiveSheet（行、列）はエクセルシートの
セル情報を得ます。詳しくはエクセルのヘルプを
ご覧ください。

オプションのポジションのヘッジと複製

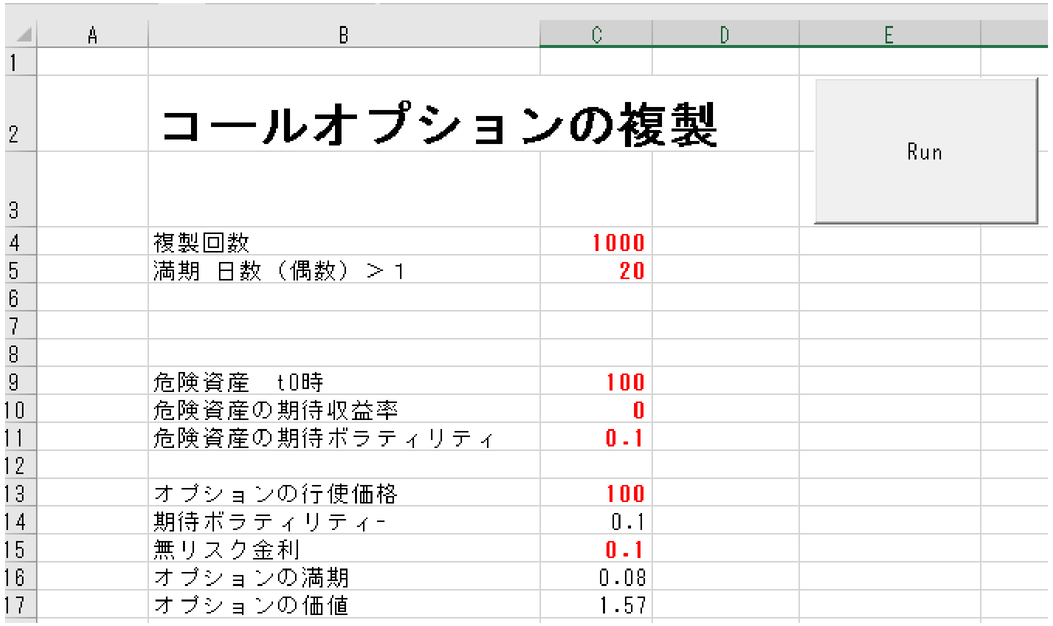
```
    Dim ss(), lnss() As Double '危険資産の価格系列の生成
    ReDim ss(DaysToMat), lnss(DaysToMat)

    Randomize
    ss(1) = s0
    For n = 2 To DaysToMat '対数正規分布にしたがう価格の生成
        ss(n) = ss(n - 1) * Exp(mu - 0.5 * (v ^ 2) + v * WorksheetFunction.NormSInv(Rnd()))
        lnss(n) = Log(ss(n) / ss(n - 1))
        ActiveSheet.Cells(20 + n, 3) = n
        ActiveSheet.Cells(20 + n, 4) = ss(n)
    Next
    Dim mu1, vol1 As Double '生成時系列の統計分析
    mu1 = WorksheetFunction.Average(lnss) * 250
    vol1 = WorksheetFunction.StDev(lnss) * Sqr(250)
    ActiveSheet.Cells(18, 4) = mu1
    ActiveSheet.Cells(19, 4) = vol1

    deltA0 = 0
    Position = 0 '在庫
    For n = 1 To DaysToMat
        s = ss(n)
        deltA = dcalls(s, k, vv, r, b, tt) 'デルタの算出
        dDelta = deltA - deltA0 'デルタと在庫の差
        deltA0 = deltA 'デルタの保存
        Position = Position + dDelta * s 'デルタの調整の伴う在庫調整の記帳
        Position = Position * (1 + r / 250) '在庫の
        ActiveSheet.Cells(20 + n, 5) = deltA
        ActiveSheet.Cells(20 + n, 6) = -Position + deltA * s + s0 '在庫の価値
        tt = tt - 1 / 250 '時間の更新
    Next
    PL = deltA * s - Position
    If s > k Then RepCost = s - s0 - PL Else RepCost = k - s0 - PL

    ActiveSheet.Cells(13, 6) = RepCost '複製費用
    Application.ScreenUpdating = True 'スクリーンのオン
End Sub
```

シミュレーションのVBによるプログラムコード

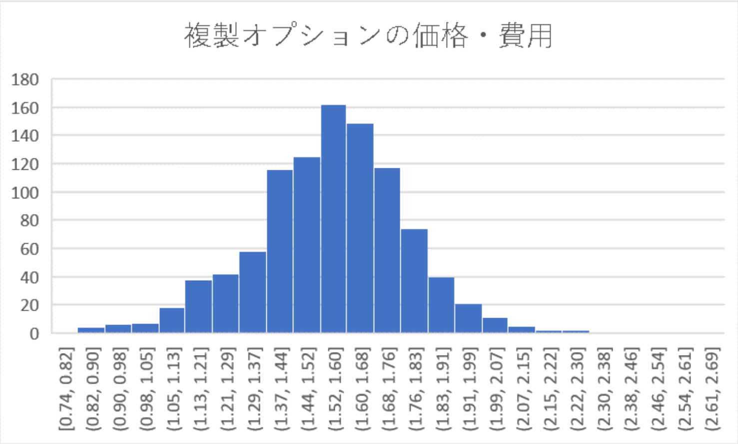
オプションの複製を行っています。
最初に時系列データを生成し、
つぎにそのデータを用いて日々のデルタを計算し、
デルタ分の原資産を売買します。この場合には
２０日のオプションなので、２０回売買を
行います。

オプションのポジションのヘッジと複製

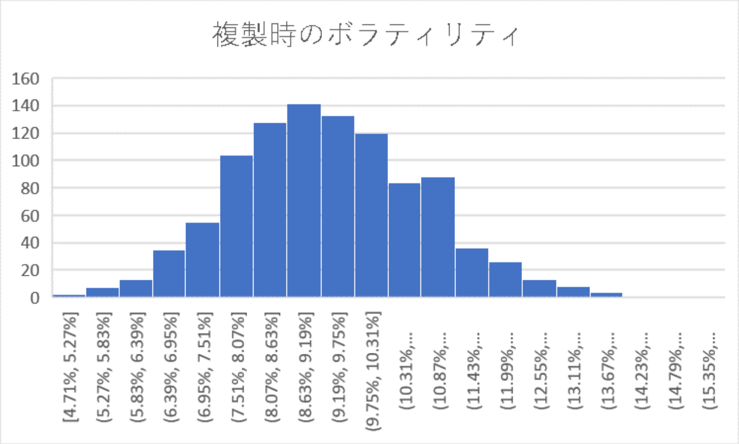
シミュレーションを複数回行うことでより現実的な理解を深めます。



	A	B	C	D	E
1					
2		**コールオプションの複製**			Run
3					
4		複製回数	1000		
5		満期 日数（偶数）＞1	20		
6					
7					
8					
9		危険資産　t0時	100		
10		危険資産の期待収益率	0		
11		危険資産の期待ボラティリティ	0.1		
12					
13		オプションの行使価格	100		
14		期待ボラティリティ-	0.1		
15		無リスク金利	0.1		
16		オプションの満期	0.08		
17		オプションの価値	1.57		



複製したオプションの費用にバラツキがあることが分かります。



複製した時系列のボラティリティにバラツキがあることが分かります。

ブラックショールズオプションの金利オプションへの応用

- ブラックショールズのモデルを用いてキャップ、フロア、スワプションのプレミアム、グリークを計算することができます。
- 原資産は対数正規分をするために、ゼロ以下にすることはできません。したがって、マイナス金利の状態ではつかうことができません。
- http://www.orsj.or.jp/archive2/or65-7/or65_7_381.pdf

マイナス金利モデルについて
—金利デリバティブの視点から—

竹原　浩太

本稿ではマイナス金利の観測される現環境下を念頭に，代表的な金利モデルを概説した後，どのようにしてマイナス金利に対応するのか，デリバティブ評価の観点から解説を行う．

キーワード：金利モデル，マイナス金利，シフテッド・モデル，Free-boundary SABR，Mixture SABR