

# 階層的リスクパリティ なぜリスクパリティが効率的なのか

森谷博之

Quasars22 Private Limited

量子コンピュータでは  
すごいことができるらしい。

- Quantum-inspired hierarchical risk parity
  - Building Diversified Portfolios that Outperform Out-Of-Sample Marcos by Lope de Prado, JPM
  - Multi-Factor Indexes Made Simple
- Solving the Optimal Trading Trajectory Problem Using a Quantum Annealer
  - Dynamic Trading with Predictable Returns and Transaction Costs
- Quantum computational finance: Monte Carlo pricing of financial derivatives

# 現代ポートフォリオ理論

ハリーマーコウィッツが1952年に発表

# 現代ポートフォリオ理論

それまでは高い収益率の資産に資金を振り向けるだけで、リスクの考慮をしなかった

# 現代ポートフォリオ理論

マーコウィッツはリスクと収益を  
収益率の標準偏差と  
期待収益率  
に置き換えて計量化した

# 現代ポートフォリオ理論

マーコウィッツは  
資産配分という意味決定の仕組みを  
計量化して、  
平均分散の最適化問題  
に置き換えた

# 現代ポートフォリオ理論

しかし、導入に対して多くの問題が表面化した。

コンピュータのパワーが足りない。

共分散行列がもとまらない

期待収益率が不正確

投資対象から外したい銘柄が多い

# 現代ポートフォリオ理論

最初の解決策

資本資産価格モデル

ウィリアムシャープ等

インデックスファンドの導入

ベータの導入



# 現代ポートフォリオ理論

最初の解決策  
制約付き最適化問題により  
制約を考慮する。

# 現代ポートフォリオ理論

最初の解決策

ベイズ統計の利用

ブラック・リッターマンモデル

縮小推定の利用

# MPT以外の戦略

**予測は当たらない**

期待収益率算出、共分散行列の排除

期待収益率の排除

相関の算出の排除

# MPT以外の戦略

**予測が当たらないなら**

資産を均等に配分する

# MPT以外の戦略

**予測が当たらないなら**

リスクを均等に配分する

# MPT以外の戦略

**予測が当たらないなら**

分散を最小にする

# MPT以外の戦略

**予測が当たらないなら**

それでも明確な解を求めるのは難しい

リスクパリティの計算は楽ではない。

- 限界リスク寄与度(MRP)

$$MRC_i(\omega) = \frac{\partial \sigma(\omega)}{\partial \omega_i} = \frac{(\sum \omega)_i}{\sigma(\omega)}$$

where  $(\sum \omega)_i = \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} \omega_j$

- リスク寄与度(RC)

$$RC_i(\omega) = \omega_i \cdot MRC_i(\omega) = \frac{\omega_i \cdot (\sum \omega)_i}{\sigma(\omega)}$$

- 相対的リスク寄与度(RRC)

$$RRC_i = \frac{RC_i(\omega)}{\sigma(\omega)} = \frac{\omega_i \cdot (\sum \omega)_i}{\sigma^2(\omega)} = \frac{\omega_i \cdot (\sum \omega)_i}{\omega^T \Sigma \omega}$$



# リスクパリティの計算は楽ではない

- リスクパリティポートフォリオ

$$\omega = [\omega_1, \dots, \omega_n]^T$$

with respect to  $\Sigma$  if it satisfies

$$RC_i(\omega) = \omega_i \cdot MRC_i(\omega) = \frac{\omega_i \cdot (\Sigma \omega)_i}{\sigma(\omega)} = \frac{\sigma(\omega)}{n}$$

Then  $\omega$  is a risk parity portfolio if and only if

$$RRC_i = \frac{\omega_i \cdot (\Sigma \omega)_i}{\omega^T \Sigma \omega} = \frac{1}{n}$$

# リスクパリティの計算は楽ではない 機械学習を使ってみよう

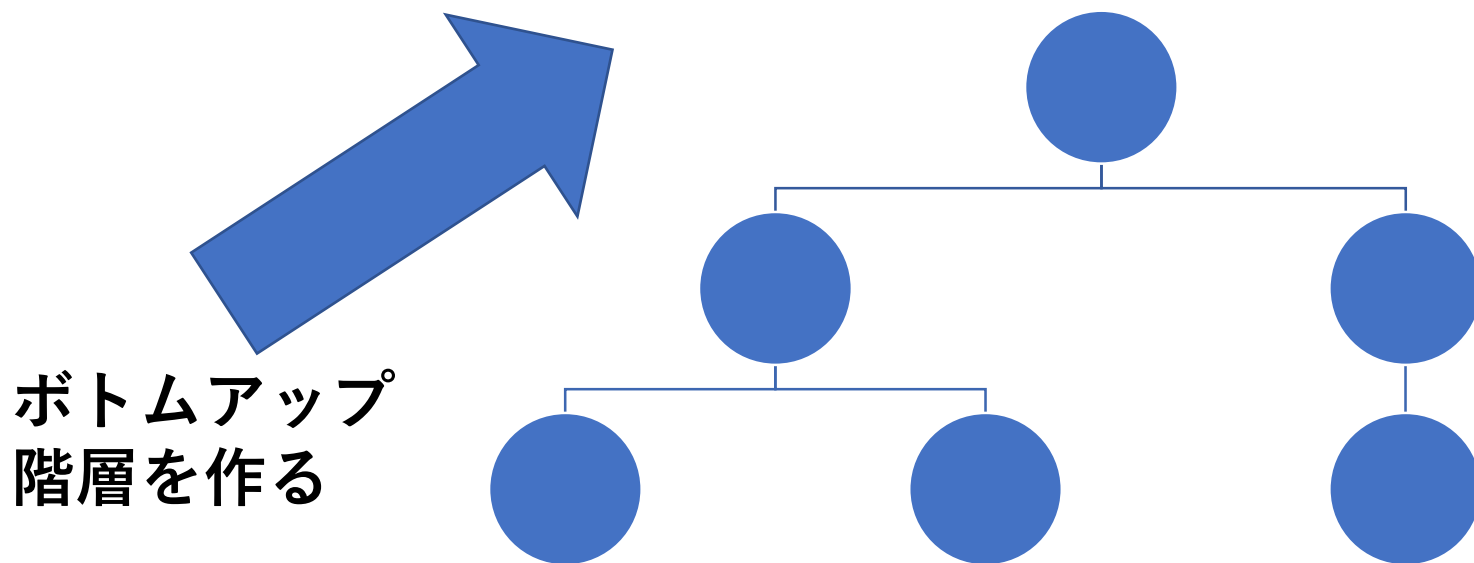
- 機械学習ではいままで解けなかった問題に近似解が得られる
  - 量子化学計算
  - 量子力学
  - 物理学

# リスクパリティの計算は楽ではない 機械学習を使ってみよう

- クラスタリングの技術をつかう
  - 重心型：k-mean法
  - 分布型：混合分布型 E M アルゴリズム
  - 凝集型：D B S C A N
  - 階層型：トップダウン型、ボトムアップ型

# リスクパリティの計算は楽ではない 機械学習を使ってみよう

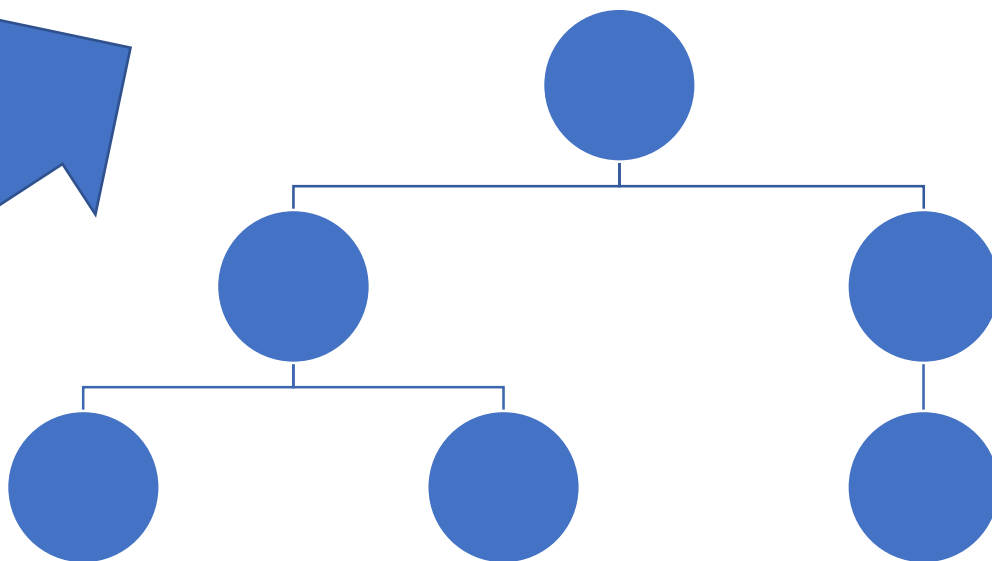
- 階層型ボトムアップ方式を使う



# リスクパリティの計算は楽ではない 機械学習を使ってみよう

- 収益率のユークリッド距離を求める
- 収益率のユークリッド距離は相関の関数になる

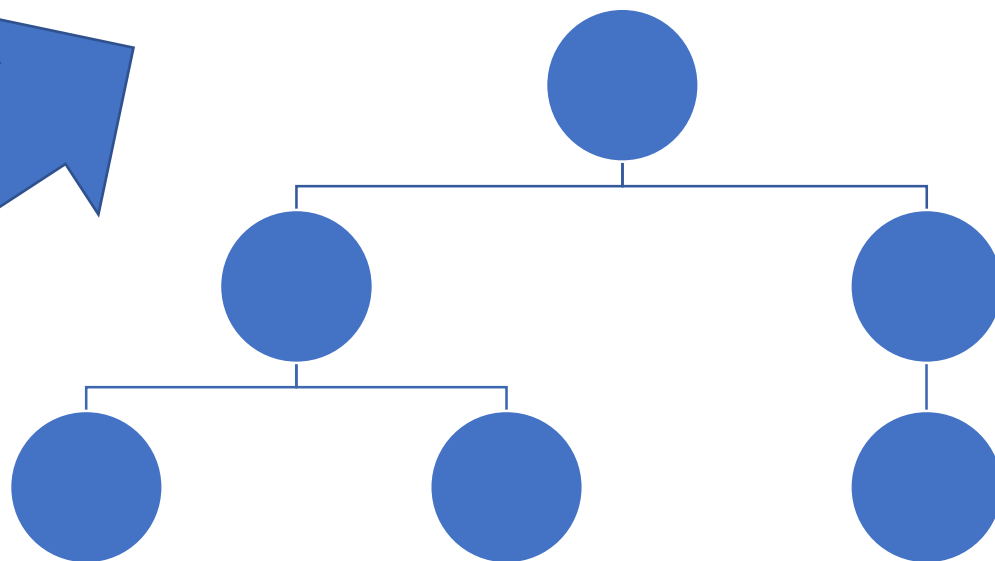
ボトムアップ  
階層を作る



# リスクパリティの計算は楽ではない 機械学習を使ってみよう

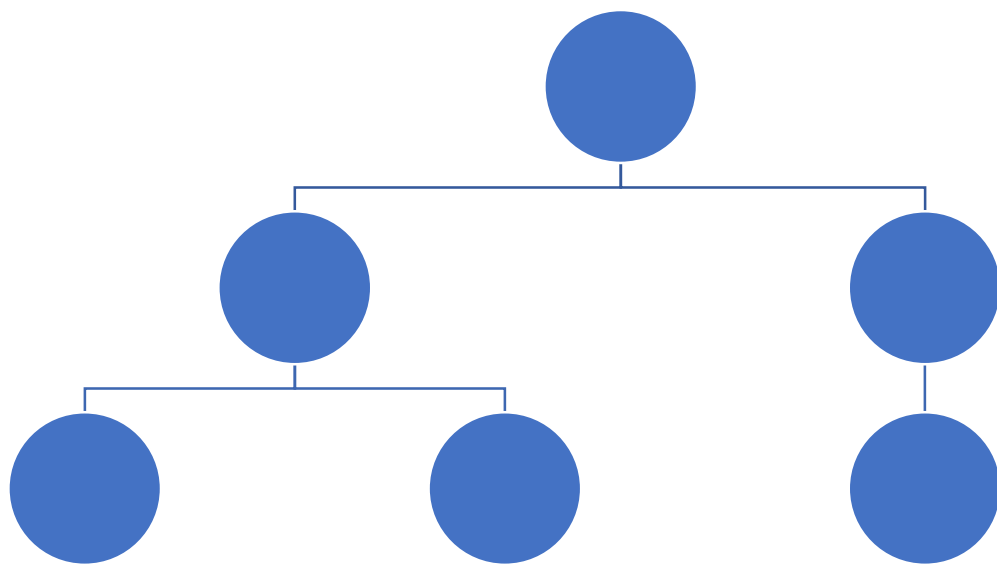
- 収益率のユークリッド距離のユークリッド距離を求める
- リスク寄与度の構成要素のひとつになる。

ボトムアップ  
階層を作る



# リスクパリティの計算は楽ではない 機械学習を使ってみよう

- 階層型ボトムアップ方式を使う



トップダウン



配分比率を決める

# New directions in portfolio optimization

## Apply HRP to hedge funds(CTAs) portfolio

- IASG(<https://www.iasg.com/en-us/>)
- industry-leading information and insights and free Commodity Trading Advisor (CTA) research tools.
- Find managers with AUM USD 1B above.

### Managed Futures Screener 10 Results

[Need help with terms?](#)



[Edit Criteria](#)

[Save Search](#)

Show rows: 100 ▼

Go to page: 1 of 1

| <input type="checkbox"/> | CTA / Program  | Past 12 Months | Aug ▼ | YTD   | CAROR | WDD    | AUM        | Min Inv | Incept    |
|--------------------------|--|----------------|-------|-------|-------|--------|------------|---------|-----------|
| <input type="checkbox"/> | <b>ISAM</b><br>ISAM Systematic Trend Fund                                      |                | 8.48  | -6.39 | 10.42 | -34.79 | \$3,540.0M | 1,000k  | 6/1/2001  |
| <input type="checkbox"/> | <b>Transtrend B.V.</b><br>DTP – Enhanced Risk (USD)                            |                | 3.88  | 2.57  | 11.74 | -15.15 | \$3,793.0M | 10,000k | 1/1/1995  |
| <input type="checkbox"/> | <b>Quantitative Investment Management</b><br>Quantitative Global Program       |                | 1.42  | -3.41 | 8.96  | -16.63 | \$2,075.9M | 20,000k | 10/1/2003 |
| <input type="checkbox"/> | <b>Quest Partners LLC</b><br>AlphaQuest Original program (AQO)                 |                | 1.00  | 15.33 | 11.09 | -29.39 | \$1,464.0M | 250k    | 5/1/1999  |
| <input type="checkbox"/> | <b>SEB Asset Management</b><br>SEB Asset Selection Fund C (EUR)                |                | 0.71  | -5.55 | 4.04  | -13.27 | €1,248.0M  | 1k      | 10/1/2006 |
| <input type="checkbox"/> | <b>FORT LP</b><br>Fort Global Contrarian                                       |                | -0.12 | 0.45  | 9.98  | -17.42 | \$2,890.0M | 2,000k  | 10/1/2002 |
| <input type="checkbox"/> | <b>QMS Capital Management LP</b><br>QMS Diversified Global Macro Strategy      |                | -0.57 | 4.03  | 5.25  | -27.57 | \$2,687.1M | 5,000k  | 6/1/2010  |
| <input type="checkbox"/> | <b>FORT LP</b><br>Global Futures Program (formerly Global Diversified Classic) |                | -1.09 | -6.68 | 13.96 | -26.55 | \$1,775.8M | 10,000k | 10/1/1993 |
| <input type="checkbox"/> | <b>Millburn Corporation</b><br>Diversified Program                             |                |       | -6.40 | 14.23 | -25.65 | \$3,596.0M | 20,000k | 2/1/1977  |
| <input type="checkbox"/> | <b>Crabel Capital Management</b><br>Crabel Multi-Product                       |                |       | 7.44  | 9.29  | -16.26 | \$1,627.7M | 1,000k  | 3/1/1998  |



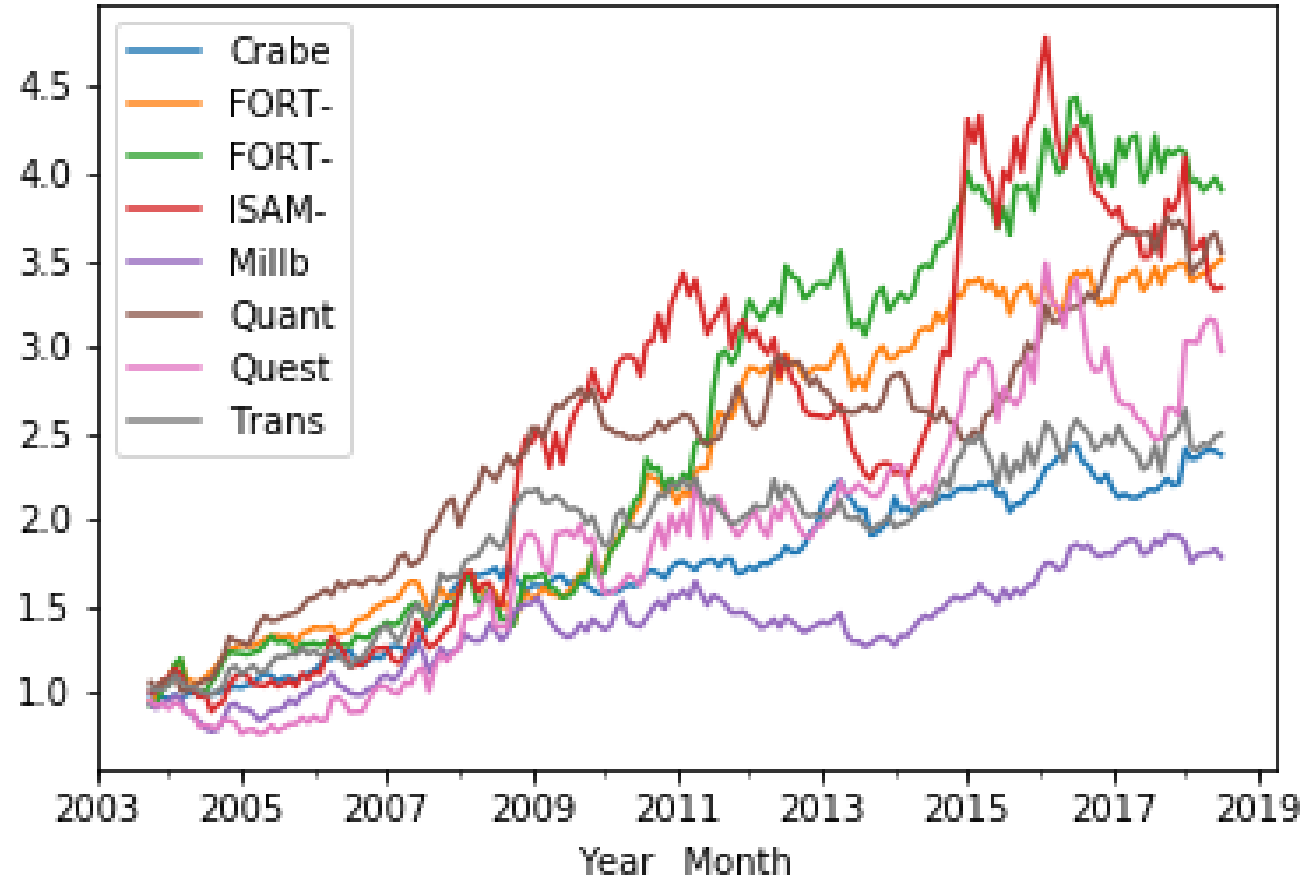
New directions in portfolio optimization

## Apply HRP to hedge funds(CTAs) portfolio

- Crabel : counter trend 40%, momentum 40%, trend 14%
- FORT : counter trend 100%
- FORT :trend 45%,counter trend 45%, momentum 10%
- ISAM : trend 100%
- Millburn: not available
- QIM: others 100%
- Quest: trend 50%, momentum 20%
- Transtrend: trend 100%

# New directions in portfolio optimization

## Apply HRP to hedge funds(CTAs) portfolio



New directions in portfolio optimization

## Apply HRP to hedge funds(CTAs) portfolio

- Historical data : 2003/10 ~

|              | strategy         | HRP         | IVP         | return       | volatility   |
|--------------|------------------|-------------|-------------|--------------|--------------|
| <b>Crabe</b> | <b>diversify</b> | <b>0.34</b> | <b>0.26</b> | <b>0.060</b> | <b>0.080</b> |
| <b>FORT</b>  | <b>conter</b>    | <b>0.10</b> | <b>0.15</b> | <b>0.088</b> | <b>0.103</b> |
| <b>FORT</b>  | <b>diversify</b> | <b>0.05</b> | <b>0.08</b> | <b>0.096</b> | <b>0.139</b> |
| <b>ISAM</b>  | <b>trend</b>     | <b>0.04</b> | <b>0.05</b> | <b>0.085</b> | <b>0.177</b> |
| <b>Millb</b> | <b>non</b>       | <b>0.09</b> | <b>0.11</b> | <b>0.040</b> | <b>0.119</b> |
| <b>QIM</b>   | <b>others</b>    | <b>0.22</b> | <b>0.17</b> | <b>0.089</b> | <b>0.097</b> |
| <b>Quest</b> | <b>diversify</b> | <b>0.03</b> | <b>0.04</b> | <b>0.076</b> | <b>0.189</b> |
| <b>Trans</b> | <b>trend</b>     | <b>0.10</b> | <b>0.11</b> | <b>0.064</b> | <b>0.118</b> |
| std          |                  | 0.107       | 0.07        |              |              |

New directions in portfolio optimization

## Apply HRP to hedge funds(CTAs) portfolio

- Historical data : 2003/10 ~

|       | Crabe | FORT- | FORT- | ISAM- | Millb | QIM  | Quest | Trans |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|-------|
| Crabe | 1.00  | 0.01  | 0.09  | 0.11  | 0.05  | 0.15 | 0.23  | 0.17  |
| FORT  | 0.01  | 1.00  | 0.91  | 0.39  | 0.55  | 0.00 | 0.33  | 0.44  |
| FORT  | 0.09  | 0.91  | 1.00  | 0.52  | 0.60  | 0.05 | 0.45  | 0.52  |
| ISAM  | 0.11  | 0.39  | 0.52  | 1.00  | 0.63  | 0.03 | 0.58  | 0.68  |
| Millb | 0.05  | 0.55  | 0.60  | 0.63  | 1.00  | 0.05 | 0.57  | 0.75  |
| QIM   | 0.15  | 0.00  | 0.05  | 0.03  | 0.05  | 1.00 | 0.10  | 0.15  |
| Quest | 0.23  | 0.33  | 0.45  | 0.58  | 0.57  | 0.10 | 1.00  | 0.62  |
| Trans | 0.17  | 0.44  | 0.52  | 0.68  | 0.75  | 0.15 | 0.62  | 1.00  |

New directions in portfolio optimization

Apply HRP to hedge funds(CTAs) portfolio

| in sample | out of sample |     | inter-simulation | return(1) | volatility(2) | (1)/(2) |
|-----------|---------------|-----|------------------|-----------|---------------|---------|
| 24        | 3             | IVP | 0.00746          | 0.07      | 0.076         | 0.92    |
| 24        | 3             | HRP | 0.00746          | 0.07      | 0.068         | 1.03    |
| 24        | 6             | IVP | 0.002335         | 0.069     | 0.079         | 0.87    |
| 24        | 6             | HRP | 0.002313         | 0.069     | 0.07          | 0.99    |
| 24        | 12            | IVP | 0.001867         | 0.067     | 0.082         | 0.82    |
| 24        | 12            | HRP | 0.001899         | 0.067     | 0.0714        | 0.94    |
| 60        | 12            | IVP | 0.002698         | 0.0488    | 0.114         | 0.43    |
| 60        | 12            | HRP | 0.002548         | 0.0491    | 0.098         | 0.5     |

New directions in portfolio optimization

## Apply HRP to hedge funds(CTAs) portfolio

- 結論
- 古典的リスクパリティに比べて必ずしも収益性のボラティリティの変動が安定するとは言えない。
- リバランスの効果は古典的リスクパリティと大差ない。
- リスク調整後のリターンは古典的リスクパリティよりも高そうだが、原因はリバランスの効果なのか、正確な共分散行列の推定なのかは分からない。
- より詳細な分析には、強力なコンピュータが必要。