



Кузь Р.В.

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ОДНОКАСКАДНОГО ГЕНЕРАТОРНОГО МОДУЛЯ

Кузь Р.В., Струтинский М.Н.  
(Институт термоэлектричества, ул. Науки, 1,  
Черновцы, 58029, Украина)



Струтинский М.Н.

- Разработана программа компьютерного проектирования однокаскадных термоэлектрических модулей для генераторов, учитывающая температурные зависимости параметров материала, тепловые потери в керамических и коммутационных пластинах, а также электрические потери на контактах и коммутации термоэлементов. Программа позволяет проводить детальную оптимизацию параметров модуля на этапе его проектирования, что обеспечивает разработку и создание модулей для генераторов с улучшенными характеристиками.

### Введение

Проектирование и анализ возможностей улучшения термоэлектрических генераторных модулей стали классическими задачами теории термоэлектричества [1 – 4].

Известные методы проектирования термоэлектрических модулей основаны на использовании простейшей модели термопары. В таких моделях используются усредненные в температурном диапазоне работы термоэлемента величины [2, 3]. Кроме того, учет тепловых и электрических потерь является приближенным. Достоинство таких моделей – простота и наглядность. Параметры конструкции и энергетические характеристики описываются простыми, доступными для анализа алгебраическими выражениями. Хотя результаты расчетов не предполагают высокой точности, аналитические методы хорошо зарекомендовали себя и с успехом используются для проектирования термоэлектрической продукции сегодня [5].

Строгий учет температурных зависимостей параметров материалов модуля, а также контактных явлений возможен только с использованием численных методов. Но именно контактные потери накладывают ограничения на уменьшение высоты ветви термоэлемента, а соответственно на снижение таких параметров как мощность на единицу площади и стоимость.

Классическими численными методами для решения задач подобного рода являются методы теории оптимального управления в термоэлектричестве [6, 7]. Они успешно используются в проектировании одно- и многокаскадных термоэлектрических модулей. Суть расчета заключается в решении одномерных дифференциальных уравнений второго порядка с температурно-зависимыми коэффициентами и учетом контактных явлений. [8, 9].

Существует ряд работ, посвященных точному трехмерному моделированию термоэлемента в условиях генерации электрического тока [10, 11] с использованием коммерческих программных пакетов конечно-элементного моделирования Ansys [12] и Comsol Multiphysics [13]. Учитывая их высокую стоимость, а также громоздкость вычислений, можно сделать вывод, что такие исследования излишни для промышленного производства.

Для практических целей одномерные модели в достаточной мере точно характеризуют работу модуля. Поэтому одним из основных факторов проектирования термоэлектрических генераторных модулей является использование современных быстродействующих алгоритмов, обеспечивающих абсолютную сходимость.

Целью данной работы является разработка метода и программы проектирования

однокаскадного термоэлектрического генераторного модуля, удобной для работы и анализа, а также легко адаптируемой в зависимости от требований заказчика-производителя.

## 1. Физическая модель термоэлектрического генераторного модуля

Однокаскадный генераторный модуль состоит из серии одинаковых пар термоэлектрических ветвей, соединенных электрически последовательно и термически параллельно. Ветви в модуле размещаются равномерно. Учитывая эти факты, для анализа и проектирования термоэлектрического генераторного модуля в работе рассматривается одна элементарная ячейка модуля – термопара.

Физическая модель термопары, анализируемая в данной работе, приведена на рис. 1. Она содержит термоэлектрические ветви  $n$ - и  $p$ -типов проводимости 1, электрическую коммутацию ветвей 2, а также пару керамических пластин 3, которые придают жесткость всей конструкции.

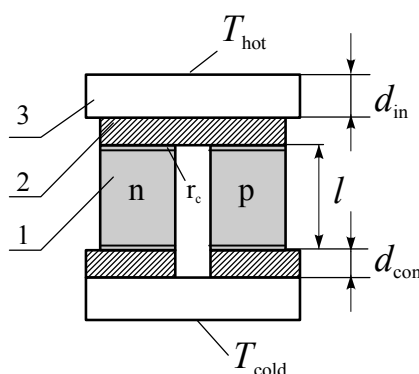


Рис. 1. Физическая модель термопары.

1 – ветви  $n$ - и  $p$ -типов проводимости, 2 – электрическая коммутация, 3 – керамические пластины.

Поверхности пластин находятся при постоянных температурах  $T_{hot}$  и  $T_{cold}$  соответственно.

В общем случае все параметры материалов, включая параметры электрической коммутации и керамических пластин, являются функциями температуры:

$\alpha_n(T)$ ,  $\alpha_p(T)$  – коэффициенты термоЭДС материалов ветвей  $n$  и  $p$ -типов проводимости;

$\sigma_n(T)$ ,  $\sigma_p(T)$  – удельная электропроводность материалов ветвей;

$\kappa_n(T)$ ,  $\kappa_p(T)$  – удельная теплопроводность материалов ветвей;

$\sigma_{con}(T)$ ,  $\kappa_{con}(T)$  – электропроводность и теплопроводность материала коммутации;

$\kappa_{ins}(T)$  – удельная теплопроводность керамической пластины.

Контакты термоэлектрических ветвей с коммутационными пластинами характеризуются величиной контактного электрического сопротивления  $r_c(T)$ , которое также является функцией температуры. Промежуток между ветвями заполнен воздухом с теплопроводностью  $\kappa_{air}$ , и в этом воздушном пространстве происходит теплообмен между горячей и холодной керамическими пластинами.

## 2. Математическое описание модели

Построим математическую модель, ориентированную на достижение максимального КПД генератора

$$\eta = \frac{Q_h - Q_c}{Q_h} = 1 - \varphi, \quad (1)$$

где  $Q_c$ ,  $Q_h$  – внешние потоки тепла на холодной и горячей поверхностях генераторного модуля соответственно. Функцию  $\varphi = \frac{Q_c}{Q_h}$  можно рассматривать в качестве минимизируемого функционала поставленной задачи. Осуществим переход к эквивалентному логарифмическому функционалу  $J = \ln \varphi$ :

$$J = \ln q_c - \ln q_h, \quad (2)$$

где

$$q_c = \frac{Q_c}{nI}, \quad q_h = \frac{Q_h}{nI} \quad (3)$$

– удельные потоки тепла соответственно на холодных и горячих спаях термопар.

Для вычисления граничных потоков тепла  $q_c$  и  $q_h$ , необходимо использовать систему четырех дифференциальных уравнений неравновесной термодинамики

$$\left. \begin{aligned} \frac{dT(x)}{dx} &= -\frac{\alpha(T)j}{\kappa(T)}T(x) - \frac{j}{\kappa(T)}q(x) \\ \frac{dq(x)}{dx} &= \frac{\alpha(T)^2 j}{\kappa(T)}T(x) + \frac{\alpha(T)j}{\kappa(T)}q(x) + \frac{j}{\sigma(T)} \end{aligned} \right\}_{n,p}, \quad (4)$$

где  $x$  – безразмерная координата,  $0 \leq x \leq 1$ ,  $j_{n,p} = \frac{Il}{S_{n,p}}$  – удельная плотность тока в ветвях термоэлементов. Граничные условия для системы (7) имеют вид

$$T(0) = T_{cold} + \delta T_c, \quad T(1) = T_{hot} - \delta T_h, \quad (5)$$

где потери в перепадах температур на керамических и коммутационных пластинах  $\delta T_c$  и  $\delta T_h$  определяются как в [8], но с учетом различия параметров материалов керамики и коммутации на холодной и горячей сторонах:

$$\left. \begin{aligned} \delta T_c &= -\frac{q_c}{l \left( \frac{1}{j^n} + \frac{1}{j^p} \right)} \left( \frac{d_{ins}}{\kappa_{ins}(T_{cold})K_{ins}} + \frac{d_{con}}{\kappa_{con}(T_{cold})K_{con}} \right), \\ \delta T_h &= -\frac{q_h}{l \left( \frac{1}{j^n} + \frac{1}{j^p} \right)} \left( \frac{d_{ins}}{\kappa_{ins}(T_{hot})K_{ins}} + \frac{d_{con}}{\kappa_{con}(T_{hot})K_{con}} \right). \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

где  $K_{ins}$ ,  $K_{con}$  – коэффициенты заполнения керамических и коммутационных пластин.

Выражения для потоков тепла  $q_h$  и  $q_c$  с учетом зависимости контактного электрического сопротивления от температуры примут вид

$$\left. \begin{aligned} q_h &= \sum_{n,p} \left[ q^{n,p}(1) + \frac{j^{n,p}}{l} r_c(T_{hot}) \right] + q_{con}^h, \\ q_c &= \sum_{n,p} \left[ q^{n,p}(0) + \frac{j^{n,p}}{l} r_c(T_{cold}) \right] - q_{con}^c. \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

где для вычисления удельного тепла Джоуля, выделяющегося в коммутационной пластине  $q_{con}^{h,c}$  использовано выражение [4]

$$q_{con}^h = \frac{2I^2 r_c(T_{hot})}{d_{con}} \left( K_{con} - \frac{2}{3} \right), \quad q_{con}^c = \frac{2I^2 r_c(T_{cold})}{d_{con}} \left( K_{con} - \frac{2}{3} \right). \quad (8)$$

Потоки тепла  $q_c$  и  $q_h$  зависят от удельной плотности тока  $j_{n,p}$ . Необходимо найти такие их значения, которые доставляют минимум функционалу  $J$ .

Теория оптимального управления [7, 9] дает решение поставленной задачи. Решение этой задачи реализуется численным методом последовательных приближений и позволяет вычислять оптимальную плотность генерируемого тока для обеспечения максимального КПД термоэлектрического генератора.

Выбором геометрических размеров и числом термоэлементов могут быть достигнуты заданные напряжение и мощность термоэлектрического генераторного модуля.

### 3. Описание компьютерной программы

На основе изложенного алгоритма создана компьютерная программа проектирования однокаскадных термоэлектрических генераторных модулей *TEG Designer*. Программа позволяет рассчитать оптимальные параметры конструкции и энергетические характеристики модуля.

Интерфейс программы включает два окна – окно ввода исходных данных и вывода результатов проектирования, окно ввода коэффициентов полиномов для аппроксимации параметров термоэлектрических материалов.

Главное окно показано на рис.2.

Левая панель главного окна служит для ввода исходных данных для вычислений. В режиме ввода исходных данных правая часть окна является вспомогательной и содержит схематическое изображение термоэлектрического генераторного модуля с требуемыми исходными параметрами.

Исходными данными являются:

1. Температура горячей поверхности модуля  $T_{hot}$ .
2. Температура холодной поверхности модуля  $T_{cold}$ .
3. Электрическая мощность модуля  $W$ .
4. Электрическое напряжение модуля  $V$ .
5. Удельное контактное электрическое сопротивление  $r_c(T)$ .
6. Высота ветви  $l$ .
7. Толщина керамики  $d_{ins}$ .
8. Удельная теплопроводность керамики  $\kappa_{ins}(T)$ .
9. Толщина коммутации  $d_{con}$ .
10. Удельная теплопроводность материала коммутации  $\kappa_{con}(T)$ .
11. Удельная электропроводность материала коммутации  $\sigma_{con}(T)$ .
12. Расстояние между ветвями  $a$ .
13. Материалы ветвей модуля.

Исходные параметры вводятся в соответствующие обозначенные поля с соблюдением указанных размерностей.

Выбор материалов для ветвей модуля осуществляется на панели ввода исходных данных. Выпадающие списки дают возможность сделать выбор из библиотеки материалов.

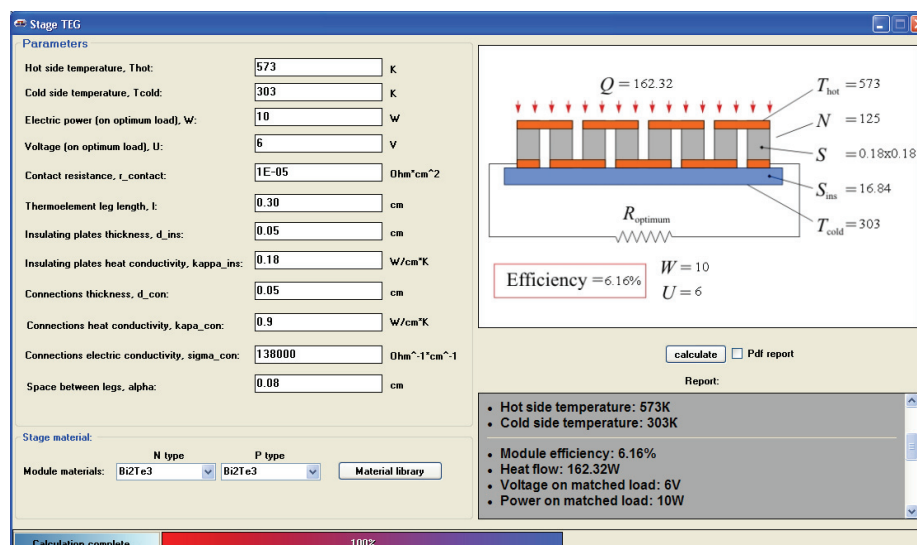


Рис. 2. Главное окно программы.

Редактирование библиотеки материалов доступно в диалоговом окне «Material library». Оно показано на рис. 3. Библиотека содержит несколько позиций предустановленных традиционных материалов. Выбирая материал из списка, можно просматривать графики температурных зависимостей кинетических коэффициентов.

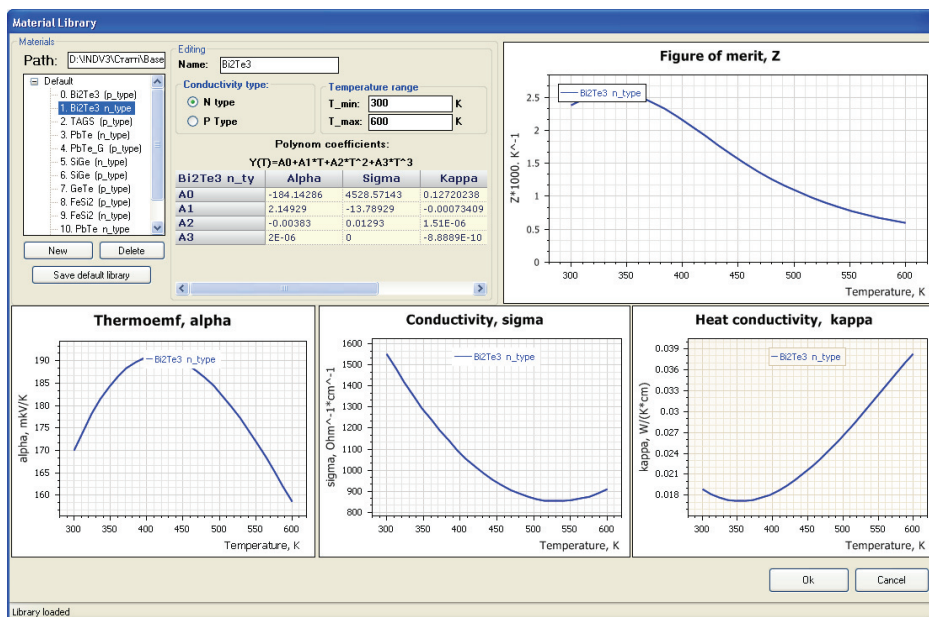


Рис. 3. Окно редактирования библиотеки материалов.

Присутствует возможность расширения библиотеки материалов путем введения коэффициентов полиномов для температурных зависимостей коэффициентов Зеебека  $\alpha_{n,p}(T)$ , электропроводности  $\sigma_{n,p}(T)$ , теплопроводности  $\kappa_{n,p}(T)$ , а также указания рабочего температурного диапазона. Полиномы задаются в виде

$$F(T) = \sum_{i=0}^n A_i T^i, \quad (9)$$

где  $A_0, \dots, A_n$  – коэффициенты полиномов.

Для расчета параметров генераторного модуля необходимо нажать кнопку «Calculate»

на главном окне. По окончании расчетов основные характеристики будут показаны на рисунке. Подробный отчет о проектировании выводится в панель «Report» с возможностью сохранения результатов в PDF-файл. Файл отчета содержит полную информацию о результатах проектирования термоэлектрического однокаскадного генераторного модуля.

**Результаты отчета включают:**

- температуры теплопоглощающей и тепловыделяющей поверхностей модуля;
- коэффициент полезного действия модуля;
- тепловой поток через модуль;
- напряжение на согласованной нагрузке;
- мощность на согласованной нагрузке;
- количество пар термоэлементов;
- площадь поперечного сечения ветвей термоэлементов;
- площадь теплопоглощающей поверхности модуля;
- площади теплопоглощающей и тепловыделяющей поверхностей модуля.

#### 4. Результаты проектирования

Для анализа работы программы для примера был спроектирован генераторный модуль электрической мощностью 10 Вт и напряжением 6 В, работающий в диапазоне температур 30÷300°C. Параметры термоэлектрических материалов показаны на рис. 3. Температурные зависимости материалов керамики на основе  $Al_2O_3$  и медной коммутации определены из [14]. Температурная зависимость контактного электрического сопротивления приводится в [15]. Результаты проектирования показали, что такой модуль должен содержать 125 термопар с размером ветви  $1.8 \times 1.8 \times 3 \text{ мм}^3$ , размещенных на керамике площадью  $40 \times 40 \text{ мм}^2$ . КПД модуля составит 6.2%.

Для анализа влияния на точность проектирования температурных зависимостей параметров материалов модуля с помощью приведенной программы произведен расчет, в процессе которого некоторые величины считались независимыми от температуры. По результатам расчетов проведено моделирование в среде Comsol Multiphysics по методике, описанной в [16] и определены мощность и КПД спроектированного генераторного модуля.

В таблице приведены результаты оценки погрешности в получении необходимой электрической мощности и КПД генераторного модуля в зависимости от упрощений, сделанных в физической модели.

*Таблица*

*Влияние упрощений физической модели на точность проектирования модуля*

Упрощения		Погрешность выходных параметров модуля	
		Электрическая мощность	КПД
1	Кинетические коэффициенты не зависят от температуры	2.2%	5.4%
2	Контактное сопротивление не зависит от температуры	4%	3%
3	Тепло- и электропроводность материала коммутации не зависят от температуры	2.1%	0.62%
4	Теплопроводность керамики не зависит от температуры	0.61	2.2%
5	В воздушном промежутке между ветвями отсутствует теплообмен	1%	1%
пп. 1–5 вместе		~8.6%	~9.4%



## **Выводы**

Разработанная программа компьютерного проектирования термоэлектрических модулей для генераторов учитывает температурные зависимости параметров материала, тепловые потери в керамических и коммутационных пластинах, а также электрические потери на контактах и коммутации термоэлементов. Она позволяет более точно проводить расчет и анализ параметров модулей. Погрешность при проектировании может быть снижена почти на 10%.

Программа позволяет проводить детальную оптимизацию параметров модуля на этапе его проектирования, что обеспечивает разработку и создание каскадных модулей для генераторов с улучшенными характеристиками.

Авторы искренне благодарят академика НАНУ Анатычука Л.И. за всестороннюю поддержку работы, а также доктора Вихор Л.Н. за консультации и конструктивные дискуссии.

## **Литература**

1. Иорданишвили Е.К. Термоэлектрические источники питания. – М.: Советское радио, 1968.
2. Бурштейн А.И. Физические основы расчёта полупроводниковых термоэлектрических устройств. – М.: Физматлит, 1962. – 135 с.
3. Охотин А.С., Ефремов А.А., Охотин В.С., Пушкарский А.С. Термоэлектрические генераторы. Под ред. А.Р. Регеля. – М.: Атомиздат, 1971. – 288 с.
4. Анатычук Л. И., Термоэлементы и термоэлектрические устройства. Справочник. – К.: Наукова думка, 1979. – 766 с.
5. Rowe D.M. Thermoelectric Handbook // Gao Min. Thermoelectric Module Design Theories – Taylor & Francis Group, 2006.
6. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкредидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимального управления. – М.: Наука, 1976. – 392с.
7. Анатычук Л.И., Семенюк В.А. Оптимальное управление свойствами термоэлектрических материалов и приборов. – Черновцы: Прут, 1992. – 264 с.
8. Анатычук Л.И., Вихор Л.Н. Компьютерное проектирование каскадных модулей для генераторов // Термоэлектричество. – 2002. – №4. – С. 19 – 27.
9. Вихор Л.Н. Компьютерное проектирование термоэлектрических генераторных модулей // Термоэлектричество. – 2005. – №2. – С. 62-70.
10. Antonova, E.E.; Looman, D.C. Finite Element for Thermoelectric Device in ANSYS // Proceedings ICT'05. 24<sup>th</sup>. Clemson, SC USA. – 2005. – P. 215 – 218.
11. Jaegle M. Simulating Thermoelectric Effects with Finite Element Analysis using Comsol // European COMSOL Conference – Oral Presentations November 04 - 06, Hannover. – 2008.
12. [www.ansys.com](http://www.ansys.com).
13. [www.comsol.com](http://www.comsol.com).
14. Таблицы физических величин: Справочник / И.К. Кикоин. – М.: Атомиздат, 1976. – 1008 с.
15. Абдинов Д.Ш., Алиева Т.Д., Ахундова Н.М., Тагиев М.М. Электрические и адгезионные свойства коммутационных контактов термоэлементов на основе твердых растворов систем Bi-Sb-Te, Bi-Se-Te и Bi-Sb // Известия Азербайджанской НАН. Физико-математические и технические науки. – 2003. – № 5 (II). – С. 41-48.
16. Anatychuk L.I., Kuz' R.V., Luste O.J. Temperature dependences of zone-inhomogeneous thermoelement parameters in electric power generation mode // J. Thermoelectricity. – 2005. – N2. – P. 68-75.

Поступила в редакцию 25.03.2010.