Все эти выражения для $A, \dots K$ должны быть записаны с учётом того, что все параметры [illegible] заданы с точностью до некоторого коэф-та γ:

$$\gamma A = 1 - x_n^2(1+t^2)$$
$$\gamma B = 1 - y_n^2(1+t^2)$$
$$\gamma C = 1 - z_n^2(1+t^2)$$

Для $y_n \sim 10^{-5}$. $y_n^2 \sim 10^{-10}$, т.е. погрешность в $B \sim 10^{-10}$, а погрешности в $D, E \sim 10^{-5}$.

$$\gamma D = -2(1+t^2)x_n y_n$$
$$\gamma E = -2(1+t^2)y_n z_n$$
$$\gamma F = -2(1+t^2)z_n x_n$$

$$\gamma G = 2x_n(1+t^2)(\bar{R}_0 \bar{n}) - 2x_0$$
$$\gamma H = 2y_n(1+t^2)(\bar{R}_0 \bar{n}) - 2y_0$$
$$\gamma J = 2z_n(1+t^2)(\bar{R}_0, \bar{n}) - 2z_0$$

$$\gamma K = R_0^2 - (1+t^2)(\bar{R}_0 \bar{n})^2 - r^2$$

(здесь r – радиус цилиндра, для конуса равен 0)

В этой системе неизвестные: γ, $x_n\ y_n\ z_n$, t^2, $x_0\ y_0\ z_0$, r^2 – всего 9.
А уравнений 10. Формально, система должна быть переопределённой, так что остаётся возможность проверки.

<u>Уравнения на γ можно получить</u> умножая попарно D, E, F и подставляя квадраты компонент $\bar{n}$ из выражений для A, B и C:

$$\left.\begin{aligned} \gamma^2 DF &= \gamma\, 2E(\gamma A - 1) \\ \gamma^2 DE &= \gamma\, 2F(\gamma B - 1) \\ \gamma^2 EF &= \gamma\, 2D(\gamma C - 1) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} \gamma(DF - 2EA) &= -2E \\ \gamma(DE - 2FB) &= -2F \\ \gamma(EF - 2DC) &= -2D \end{aligned}$$

Если хотя-бы один параметр D, E или F отличен от 0, из одного из этих уравнений можно найти γ:

$$\gamma_E = \frac{2E}{2EA - DF},$$

$$\gamma_F = \frac{2F}{2FB - DE}, \qquad \gamma_D = \frac{2D}{2DC - EF}$$

Если все знаменатели равны нулю (например, когда (и только когда) две компоненты $\bar{n}$ равны 0), эти уравнения использовать нельзя.
В этом случае два параметра из A, B или C должны быть равны 1, а третий — существенно меньше!

$$\begin{array}{ccccc} \gamma A < 1 & & \gamma A = 1 & & \gamma A = 1 \\ \gamma B = 1 & \text{или} & \gamma B < 1 & \text{или} & \gamma B = 1 \\ \gamma C = 1 & & \gamma C = 1 & & \gamma C < 1 \end{array}$$

Откуда, получаются другие выражения для коэф-та γ:

Если $\gamma A < 1$: $\quad \gamma_B = \dfrac{1}{B}$, $\quad \gamma_C = \dfrac{1}{C}$.

$\gamma B < 1$: $\quad \gamma_A = \dfrac{1}{A}$, $\quad \gamma_C = \dfrac{1}{C}$

$\gamma C < 1$: $\quad \gamma_A = \dfrac{1}{A}$, $\quad \gamma_B = \dfrac{1}{B}$.

После определения коэф-тов γ_A, γ_B и γ_C их следует сравнить и продолжить только если они одинаковы:

$$\gamma = \gamma_A = \gamma_B = \gamma_C.$$

В записи выражений для $A \ldots K$, A, B, ... означают ~~коэффициент~~ параметры кар-ва GQ, в то время как γA, γB, ... γK — это коэффициенты перед степенями x, y, z в уравнениях для цилиндра и конуса.

Определение параметра t^2:

$$\gamma A + \gamma B + \gamma C = 3 - (1 + t^2)$$
$$= 2 + t^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{t^2 = 2 - \gamma(A + B + C).}$$

$$\boxed{1 + t^2 = 3 - \gamma(A + B + C)}$$ — для x_n, y_n и z_n

Компонента $\bar{n}$ можно определить из A, B и C:

$$x_n^2 = \frac{1-\gamma A}{1+t^2} = \frac{1-\gamma A}{3-\gamma(A+B+C)}$$

$$y_n^2 = \frac{1-\gamma B}{3-\gamma(A+B+C)}$$

$$z_n^2 = \frac{1-\gamma C}{3-\gamma(A+B+C)}.$$

Или с использованием D, E и F: (только если отличны от 0)

$$x_n^2 = \frac{\gamma DF}{-2(1+t^2)E} = -\frac{\gamma DF}{2E} \cdot \frac{1}{3-\gamma(A+B+C)}$$

$$y_n^2 = -\frac{\gamma DE}{2F} \cdot \frac{1}{3-\gamma(A+B+C)}.$$

$$z_n^2 = -\frac{\gamma EF}{2D} \cdot \frac{1}{3-\gamma(A+B+C)}$$

Компонента вектора $x_0\ y_0\ z_0$

$$\gamma G x_n + \gamma H y_n + \gamma J z_n = 2t^2(\bar{R}_0,\bar{n}).$$

Если $t^2=0$, то $(\bar{R}_0,\bar{n})$ может быть произвольным ($\forall$ точка на оси цилиндра).

$$x_0 = x_n(1+t^2)(\bar{R}_0,\bar{n}) - \frac{\gamma G}{2} = -\frac{\gamma G}{2}.$$

$$y_0 = -\frac{\gamma H}{2}$$

$$z_0 = -\frac{\gamma J}{2}.$$

Если t^2 отличен от 0, то $(\bar{R}_0,\bar{n})$ определяется однозначно из $(\bar{R}_0,\bar{n}) = \dfrac{\gamma(Gx_n+Hy_n+Jz_n)}{2t^2}.$

$$x_0 = x_n \cdot \underbrace{\frac{1+t^2}{2t^2}\gamma(Gx_n+Hy_n+Jz_n)}_{(\bar{g},\bar{n})} - \frac{\gamma G}{2}$$

$$y_0 = y_n \cdot (\bar{g},\bar{n}) - \frac{\gamma H}{2}$$

$$z_0 = z_n \cdot (\bar{g},\bar{n}) - \frac{\gamma J}{2}$$

Радиус цилиндра (или невязка для конуса) определяется из K!

Если $t^2=0$, то

$$r^2 = R_0^2 - \gamma K \quad \text{, где } R_0^2 \text{ вычисляется из } x_0, y_0, z_0.$$

Для конуса это даёт: $(1+t^2)(\bar R_0,\bar n)^2 - r^2) = R_0^2 - \gamma K$

Если $t^2>0$, то

$$r^2 = \underbrace{R_0^2 - (1+t^2)(\bar R_0,\bar n)^2} - \gamma K$$

где комплекс $R_0^2-(1+t^2)(R_0,n)^2$ можно вычислить по t^2, $\bar n$ и $x_0 y_0 z_0$, или используя выражение

$$\gamma G x_0 + \gamma H y_0 + \gamma J z_0 = 2(1+t^2)(\bar R_0,\bar n)^2 - 2R_0^2$$

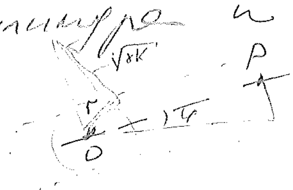
$$r^2 = -\gamma\left(\frac{G x_0 + H y_0 + J z_0}{2} + K\right)$$

Для $t^2>0$ величину r^2 следует использовать для проверки. r — радиус внутри которой находится фокус конуса.

В результате получаем набор

$$\gamma,\ \bar n,\ t^2,\ \bar R_0,\ r^2.$$

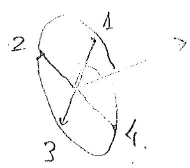
По параметрам t^2 и r^2 следует сделать окончательный выбор между конусом и цилиндром. Пусть дана (·) $\bar p$ на оси $\{\bar R_0,\bar n\}$. Плоскость через эту точку с нормалью $\bar n$, $D(\bar p,\bar n)$ пересекает ~~эту~~ поверхность так, что получается окружность. Радиус ρ этой окружности есть r для цилиндра и

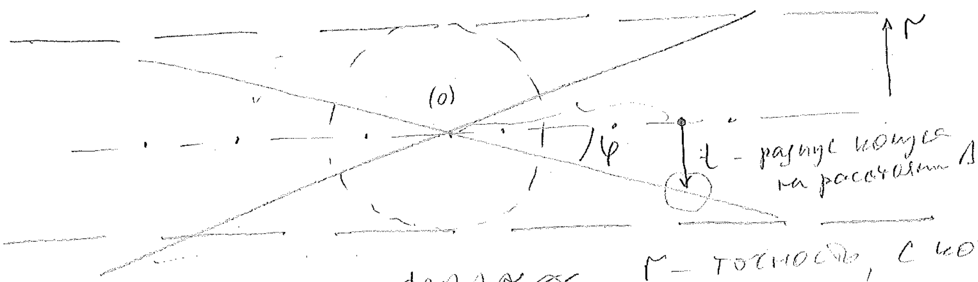


$\rho = r$ (для цилиндра).

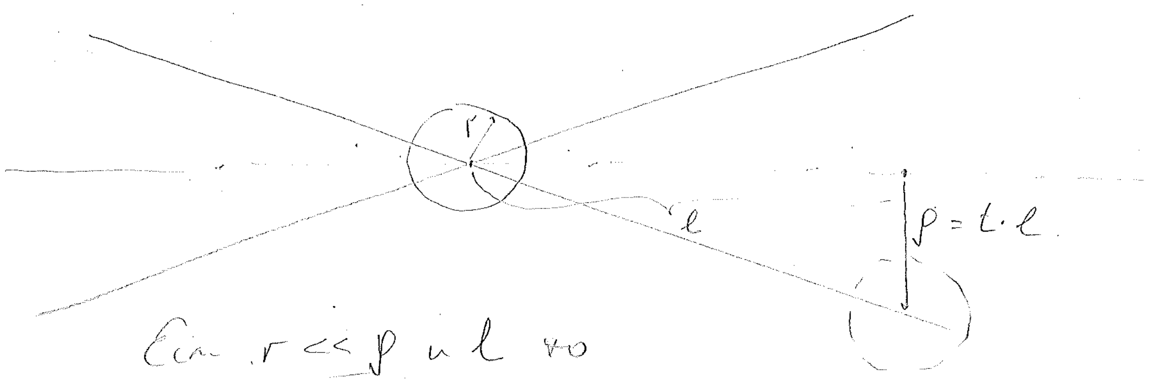
$$\frac{\rho}{|\bar p - \bar R_0|} = tg\varphi = t \quad \text{(для конуса)}$$

$$\Rightarrow \rho = t\cdot|\bar p - \bar R_0|.$$





~~допуск~~ r — точность, с которой определяется фокус конуса.



Если $r \ll \rho$ и l то конус задан точно.

Если $r \sim \rho$, то конус не определен.

$\boxed{r \ll t \cdot l}$, где l – расстояние от фокуса до области интереса

Область интереса задается точкой, которая проецируется на ось.

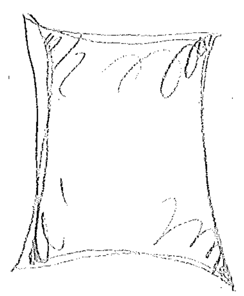
Consistency checks:

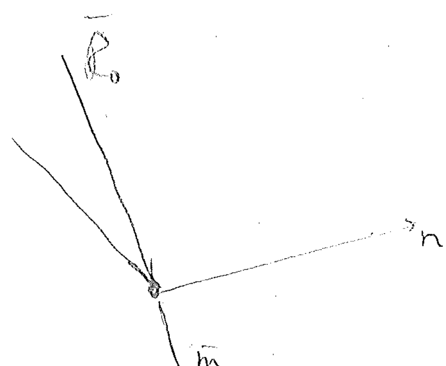
$$\gamma^3 DEF = -8(1-\gamma A)(1-\gamma B)(1-\gamma C)$$ – для совместности A, B, C и DEF

$$\gamma^2 (Gx_n + Hy_n + Jz_n)^2 = \left(\gamma^2 G^2 (1-\gamma A) + \gamma^2 H^2 (1-\gamma B) + \gamma^2 J^2 (1-\gamma C) - \gamma^3 GHD - \gamma^3 JGF - \gamma^3 JHE\right) \frac{1}{3-\gamma(A+B+C)}$$

← Для совместности всех кроме K.

$$(Gx_n + Hy_n + Jz_n)^2 = 2(1+t^2)(\bar{R}_0 \bar{n}) - 2(\bar{R}_0 \bar{n})$$
$$= 2(\bar{R}_0, \bar{n})(1+t^2-1)$$
$$= 2(\bar{R}_0, \bar{n}) \cdot t^2$$





$\bar{R}_0 + r \cdot \bar{m}$