

Векторные компоненты i_3, j_3, k_3

$$A = a^2 + i_3^2 r$$

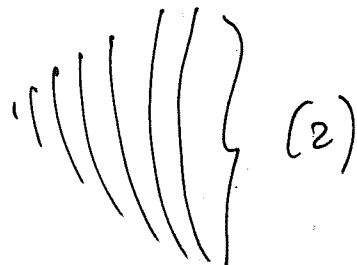
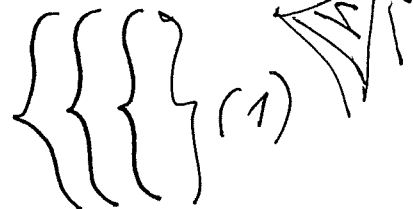
$$B = a^2 + j_3^2 r$$

$$C = a^2 + k_3^2 r$$

$$d = i_3 j_3 r$$

$$e = j_3 k_3 r$$

$$f = i_3 k_3 r$$



В случае когда все d, e и f отличны от 0:

все i_3, j_3 и k_3 отличны от 0. Вектор можно умножить на i_3, j_3 или k_3 :

$$\alpha_i \vec{k} = \begin{pmatrix} i_3^2 \\ j_3 i_3 \\ k_3 i_3 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_k \vec{k} = \begin{pmatrix} i_3 k_3 \\ j_3 k_3 \\ k_3^2 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_j \vec{k} = \begin{pmatrix} i_3 j_3 \\ j_3^2 \\ k_3 j_3 \end{pmatrix}$$

квадрат выражается из (1), остальные — из (2):

$$\alpha_i \vec{k} = \left(\frac{A - a^2}{r}, \frac{d}{r}, \frac{f}{r} \right)$$

$$\alpha_j \vec{k} = \left(\frac{A - a^2}{r}, \frac{B - a^2}{r}, \frac{e}{r} \right)$$

$$\alpha_k \vec{k} = \left(\frac{f}{r}, \frac{e}{r}, \frac{C - a^2}{r} \right)$$

Эти выражения всегда справедливы, т.к. $r < 0$

Так как нормировка компонент может быть r , r можно убрать.

$$\vec{k} = (A - a^2, d, f) \quad (1) \quad (2)$$

$$c_2 \vec{k} = (d, B - a^2, e) \quad (2)$$

$$c_3 \vec{k} = (f, e, C - a^2) \quad (3)$$

какое из выражений использовать, чтобы получить \vec{k} ?

(1) ~~можно~~ было получено умножением на i_3 . Т.е. или можно пользоваться, если $i_3 \neq 0$. В противном случае получим: (т.е. при $i_3 = 0$)!

$$c_1 \vec{k} = (0, 0, 0).$$

Если выбирать \vec{k}

критерий выбора (1), (2) или (3): по максимуму C .

$$k_1 = (A - a^2, d, f)$$

$$k_2 = (d, B - a^2, e).$$

$$k_3 = (f, e, C - a^2).$$

} (4)

Только здесь пока неизвестно a^2 !

$$A + B + C = 3a^2 + f.$$

$$\det = i^2 j^2 k^2 \gamma^3 = (A - a^2)(B - a^2)(C - a^2).$$

$$de = j^2 \gamma^2 i_k k = \frac{B - a^2}{\gamma} \cdot \gamma^2 \frac{f}{\gamma} = (B - a^2)f.$$

$$de = (B - a^2)f$$

$$df = (A - a^2)e$$

$$ef = (C - a^2)d$$

— Для определения a^2 . Если ~~было~~ можно использовать, если \exists по крайней мере 1 ненулевое f, e или d . Если все нулевое, то a^2 определяется по макс. из A, B, C .
 $a^2 = \max(A, B, C).$

Если $d=0, e=0$ и $f \neq 0$,

(3).

$$a^2 = \max(A, B, C).$$

$$\gamma = \min(A, B, C) - a^2.$$

Иначе:

$$i = \text{def. } \operatorname{argmax}(d, e, f).$$

$$i=2: \quad a^2 = B + \frac{de}{f}$$

$$i=1: \quad a^2 = A - \frac{df}{e}.$$

$$i=0: \quad a^2 = C - \frac{ef}{d}.$$

$$a^2 = (C, A, B)[i] - \frac{(d, e, f)[\neq \max(\text{def})] \cdot \text{prod}}{\max(\text{def})}$$

Интересно отметить эти свойства при a^2 в (2.4):

$$\vec{k}_1 = \left(\frac{df}{e}, d, f \right).$$

$$\vec{k}_2 = \left(d, \frac{de}{f}, e \right)$$

$$\vec{k}_3 = \left(f, e, \frac{ef}{d} \right).$$

эти свойства
используются в

Решение системы при условии $a^2 = b^2$.

(1)

$$A = a^2 (i_1^2 + i_2^2) + c i_3^2 = a^2 (1 - i_3^2) + c i_3^2.$$

$$A = a^2 + i_3^2 (c - a^2).$$

$$B = a^2 + j_3^2 (c - a^2)$$

$$C = a^2 + k_3^2 (c - a^2).$$

$$i_3, j_3, k_3 \quad (1)$$

$$a^2, c, c - a^2 \equiv \gamma$$

$$\frac{1}{2} D = a^2 (i_1 j_1 + i_2 j_2) + c i_3 j_3 = a^2 (-i_3 j_3) + c i_3 j_3.$$

$$= i_3 j_3 (c - a^2).$$

i	j	k	D	E	F
+	+	-	-	-	-
+	+	-			
+					

(2)

$$\frac{1}{2} E = j_3 k_3 (c - a^2)$$

$$\frac{1}{2} F = i_3 k_3 (c - a^2).$$

Уравнения, в которых входят θ, μ, γ : x_0 и y_0 зависят от поворота "простой" ск вокруг ее оси k . В этом случае $a^2 = b^2$ фигура симметрична относительно обеих осей. Поэтому повернем i так, чтобы i смотрела в сторону одной из осей C, k . В этом случае $y_0 = 0$.

$$a^2 i_1 x_0 + c i_3 z_0 = \frac{G}{2}$$

$$a^2 j_1 x_0 + c j_3 z_0 = \frac{H}{2}$$

$$a^2 k_1 x_0 + c k_3 z_0 = \frac{J}{2}.$$

(3)

Здесь $i_1 \equiv (i', i)$, $j_1 \equiv (j', i)$ и $k_1 \equiv (k', i)$ — координаты б-ра i в одной СК. Т.о., эту систему можно записать в векторном виде:

$$\vec{i} a^2 x_0 + \vec{k} c z_0 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} G \\ H \\ J \end{pmatrix}.$$

Последнее уравнение, в которое входит k , также зависит от выбора $y_0=0$:

(2)

$$k = x_0^2 a^2 + z_0^2 c - d. \quad (4).$$

Для эллипса, d — это есть квадрат радиуса. Для конуса $d=0$, и это уравнение определяет соотношение между x_0 и z_0 .

Общая схема:

Из (1.1) и (1.2) можно определить a^2 и c . По ним же, определяются и компоненты в-ра \vec{K} , i_3, j_3 и k_3 .

Если c/a^2 — мало, то полагаем, что коэф-ты A, B, \dots, K представляют эллипс, в котором $c=0$. Для эллипса z_0 — произвольна, т.к. оно не входит ни в одно уравнение.

Вектор \vec{i} определяется из (1.3): Для произвольного x_0 :

$$\vec{i} = \begin{pmatrix} \frac{G}{2x_0 a^2} \\ \frac{H}{2x_0 a^2} \\ \frac{J}{2x_0 a^2} \end{pmatrix},$$

и x_0 выбирается так, чтобы $|\vec{i}| = 1$:

$$\frac{G^2 + H^2 + J^2}{4a^4} = x_0^2.$$

Последним определяется радиус y (2.4):

$$r^2 \equiv d = x_0^2 a^2 - k = \frac{G^2 + H^2 + J^2}{4a^2} - k.$$

Если c/a^2 не мало, считаем это выражения A, B, \dots, K (3) определяются конус.

Из (1.3), умножив на \bar{k} определяем z_0 :

$$\underbrace{(\bar{i}, \bar{E})}_{\parallel 0} a^2 x_0 + \underbrace{(\bar{E}, \bar{k})}_{\parallel 1} c z_0 = \frac{1}{2} (\theta i_3 + H j_3 + J k_3).$$

$$z_0 = \frac{\theta i_3 + H j_3 + J k_3}{2c}.$$

Из (2.4) определяем x_0 :

$$K = a^2 x_0^2 + z_0^2 c$$

$$x_0^2 = \frac{K - z_0^2 c}{a^2}$$

И вектор \vec{i} найдем подставив x_0 и \bar{k} в (1.3):

$$\vec{i} = \begin{pmatrix} \theta \\ H \\ J \end{pmatrix} \frac{1}{2x_0 a^2} - \bar{k} \frac{c z_0}{a^2 x_0}$$