COURBES PARAMÉTRÉES

1 Domaine de définition

On réduit le domaine d'étude selon les méthodes suivantes :

- la périodicité
- la parité
- formules trigonométriques

RAPPEL : Soit $k \in \mathbb{Z}$:

- cos paire
- sin impaire
- $cos^2 a + sin^2 a = 1$
- $cos(a + b) = cos(a)cos(b) - sin(a)sin(b)$
- $sin(a + b) = sin(a)cos(b) + sin(b)cos(a)$
- $cos(u) = cos(v) \Rightarrow u = v + 2k\pi$
- $sin(u) = sin(v) \Rightarrow u = \pi - v + 2k\pi$

$\hookrightarrow$ On fait un tableau de variation où étudie sur l'ensemble de def, sans oublier d'inclure les dérivées

2 Étude locale en t_0

On cherche les points pour lesquels les dérivées des coordonnées tendent vers 0 lorsque $t \rightarrow t_0$ Soit le système

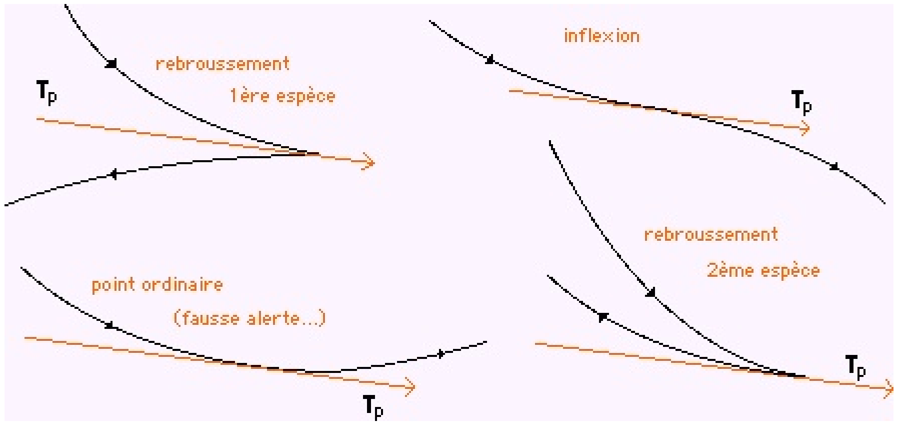
$$M(t) = \begin{cases} x(t) \\ y(t) \end{cases}$$

On cherche P et Q tels que

- $P = min\ (k > 0;\ M^{(k)}(t_0) \neq (0,0))$
- $Q = min\ (k > p;\ M^{(k)}(t_0) \neq (0,0)$ et non colinéaire à $M^p(t_0))$

En fonction des différentes valeurs de P et Q, on sait l'attitude de la courbe au point t_0 :

- P impair et Q pair $\hookrightarrow$ Point ordinaire
- P impair et Q impair $\hookrightarrow$ Point d'inflexion
- P pair et Q impair $\hookrightarrow$ Pt de rebroussement de première espèce
- P pair et Q pair $\hookrightarrow$ Pt de rebroussement de seconde espèce



3 Étude locale en $\pm\infty$

On étudie la courbe aux bornes de l'ensemble de définition (par exemple $\pm\infty$) : Lorsque $t \rightarrow t_0$, on étudie les limites de x(t) et y(t)

- $\lim_{t\to t_0} x(t) = x_0$ et $\lim_{t\to t_0} y(t) = \pm\infty$ Asymptote verticale d'équation $x = x_0$
- $\lim_{t\to t_0} x(t) = \pm\infty$ et $\lim_{t\to t_0} y(t) = y_0$ Asymptote horizontale d'équation $y = y_0$
- $\lim_{t\to t_0} x(t) = \pm\infty$ et $\lim_{t\to t_0} y(t) = \pm\infty$ On étudie $\lim_{t\to t_0} \frac{y(t)}{x(t)}$ = a
  - ∞ alors branche parabolique de direction Oy
  - 0 alors branche parabolique de direction Ox
  - $a \neq 0$ alors on étudie $\lim_{t\to t_0} y(t) - ax(t)$ = b
    - b Asymptote d'équation $y = ax + b$
    - ∞ Branche parabolique de direction $y = ax$

Enfin, on trace toussa.