

Programmieraufgaben

- (1) Implementieren Sie die Gauß-Quadraturformeln mit $s = 2, 3, 4$ Stufen und erstellen Sie für die Funktionen aus Aufgabe 1 vom letzten Übungsblatt ein Genauigkeit-Aufwandsdiagramm.
- (2) Erstellen Sie ein Genauigkeit-Aufwandsdiagramm für die Integrale

$$\int_0^2 \frac{\cos(x)}{\sqrt{x}} dx \quad \text{und} \quad \int_0^2 \sqrt{x} \sin(x) dx.$$

Verwenden Sie hierfür Gauß-Quadraturformeln mit $s = 2, 3$ Stufen. Berechnen Sie vorab eine Näherung des (unbekannten) exakten Resultats mithilfe einer Gauß-Quadraturformel unter Verwendung einer sehr kleinen Schrittweite. Führen Sie nun bei jedem der Integrale eine geeignete Variablentransformation durch (vgl. Skript Seite 22), wenden Sie die Gauß-Quadraturformeln mit $s = 2, 3$ Stufen auf die transformierten Integrale an und vergleichen Sie die Resultate.

Theorieaufgaben

- (3) Zeigen Sie: Liegen die Knoten c_i einer Quadraturformel der Ordnung $p \geq s$ symmetrisch, dann ist die Quadraturformel symmetrisch, dh.

$$b_i = b_{s+1-i}.$$

- (4) Beweisen Sie Satz 1.18 vom Skriptum.
- (5) Bestimmen Sie die Peano-Kerne der Trapez- und Simpson-Regel und leiten Sie damit die rigorosen Fehlerschranken für Trapez- und Simpson-Regel her.