## Programmieraufgaben

(1) (a) Implementieren Sie die iterierte Mittelpunktsregel, um das Integral einer Funktion

$$f : [a, b] \times [c, d] \to \mathbb{R}$$

zu approximieren. Berechnen Sie damit folgendes Doppelintegral

$$\int_0^1 \left( \int_0^\pi x^3 \cos(x^2 y) \mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x\,.$$

*Hinweis:* Fassen Sie das innere Integral als Funktion der äußeren Integrationsvariable auf

$$g(x) = \int_c^d f(x, y) \mathrm{d}y$$

und verwenden Sie das Konzept der **lambda** Funktion.

(2) Versuchen Sie folgende Eingaben in Python und erklären Sie die Ergebnisse:

(a) `(1.0+0.001)-1.0 == 0.001`

(b)
```
sum = 0
for i in range(1000):
   sum += 1.0/1000
sum == 1.0
```

(c) `1e-20 + 1.0 == 1.0`

(d)
```
a = 0.75 + 1e-16
b = 0.75
c = 0.50
d = 0.50 - 1e-16
print(a>b)
print(c>d)
print(a+c>b+d)
```

## Theorieaufgaben

(3) (a) Zeigen Sie, dass die folgende Quadraturformel für Dreiecke Ordnung 3 hat, d.h. Polynome bis einschließlich Grad 2 exakt integriert:

$$\int_0^1 \int_0^{1-\xi} g(\xi, \eta) \mathrm{d}\eta \mathrm{d}\xi \approx \frac{1}{6} \left( g(0, \tfrac{1}{2}) + g(\tfrac{1}{2}, 0) + g(\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}) \right)$$

(b) Berechnen Sie mit der Quadraturformel aus Aufgabe (a) das Doppelintegral

$$\iint_D (xy - x - 2) \mathrm{d}(x, y)$$

über das Dreieck $D$ mit den Eckpunkten (1,2), (3,1) und (2,3).

(4) Berechnen Sie die Binärdarstellung der ganzen Zahl $m = 1032$, sowie die Binärdarstellung der Gleitkommazahl $x = 0.1$ in einfacher Genauigkeit (float).

(5) Wir betrachten die Menge $\mathcal{M}$ aller Zahlen $x$, die sich in der Form

$$x = \pm x_1.x_2x_3 \cdot 2^E, \quad -1 \leq E \leq 1, \quad x_i \in \{0, 1\}$$

darstellen lassen, wobei $x_1 = 1$ außer wenn $x_2 = x_3 = 0$. Bestimmen Sie alle Elemente von $\mathcal{M}$ und zeichnen Sie diese auf dem Zahlenstrahl ein. Ergänzen Sie nun die Menge $\mathcal{M}$ durch die subnormalen Zahlen

$$\pm 0.x_2x_3 \cdot 2^{-1}, \quad x_2, x_3 \in \{0, 1\}$$

und zeichnen Sie diese auf dem Zahlenstrahl dazu.
Bestimmen Sie auch die relative Maschinengenauigkeit `eps`.
*Hinweis:* Diese Aufgabe kann per Hand oder technologieunterstützt gelöst werden.