Отчёт по лабораторной работе №4

Алгоритм Евклида

Шевляков Илья Николаевич НФИмд-01-21

Содержание

# Цель работы

Изучение алгоритма Евклида нахождения НОД и его вариаций.

# Теоретические сведения

## Наибольший общий делитель

Наибольший общий делитель (НОД) – это число, которое делит без остатка два числа и делится само без остатка на любой другой делитель данных двух чисел. Проще говоря, это самое большое число, на которое можно без остатка разделить два числа, для которых ищется НОД.

## Алгоритм Евклида

При работе с большими составными числами их разложение на простые множители, как правило, неизвестно. Но для многих прикладных задач теории чисел поиск разложения числа на множители является важной, часто встречающейся практической задачей. В теории чисел существует сравнительно быстрый способ вычисления НОД двух чисел, который называется алгоритмом Евклида.

Алгоритм Евклида

* Вход. Целые числа .
* Выход. НОД.

1. Положить , , .
2. Найти остаток от деления на .
3. Если , то положить . В противном случае положить и вернуться на шаг 2.
4. Результат: .

Пример: Найти НОД для 30 и 18.

30 / 18 = 1 (остаток 12)

18 / 12 = 1 (остаток 6)

12 / 6 = 2 (остаток 0)

Конец: НОД – это делитель 6.

## Бинарный алгоритм Евклида

Бинарный алгоритм Евклида вычисления НОД оказывается более быстрым при реализации этого алгоритма на компьютере, поскольку использует двоичное представление чисел а и b. Бинарный алгоритм Евклида основан на следующих свойствах наибольшего общего делителя (считаем, что 0 < b ≤ а):

* Вход. Целые числа .
* Выход. HOД.

1. Положить .
2. Пока оба числа и четные, выполнять до получения хотя бы одного нечетного значения или .
3. Положить .
4. Пока , выполнять следующие действия.
   * Пока четное, полагать .
   * Пока четное, полагать .
   * При положить . В противном случае положить .
5. Положить .
6. Результат:

## Расширенный алгоритм Евклида

Расширенный алгоритм Евклида находит наибольший общий делитель d чисел а и b и его линейное представление, т. е. целые числа x и у, для которых ах + by = d, и не требует «возврата», как в рассмотренном примере. Пусть d – НОД для a и b, т. е. d = (a, b), где a > b. Тогда существуют такие целые числа x и y, что d = ax +by. Иными словам, НОД двух чисел можно представить в виде линейной комбинации этих чисел с целыми коэффициентами

* Вход. Целые числа .
* Выход: НОД; такие целые числа , что .

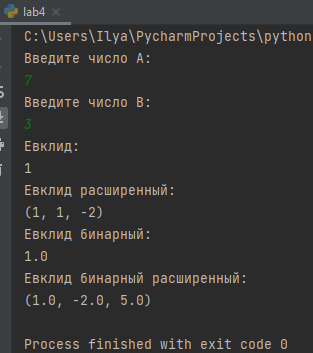
1. Положить
2. Разделить с остатком на :
3. Если , то положить , , . В противном случае положить , , и вернуться на шаг 2.
4. Результат: .

# Выполнение работы

## Реализация алгоритмов на языке Python

def evklid(a, b):  
 while a != 0 and b != 0:  
 if a >= b:  
 a %= b  
 else:  
 b %= a  
 return a or b  
  
  
def evklid\_ext(a, b):  
 if a == 0:  
 return (b, 0, 1)  
 else:  
 div, x, y = evklid\_ext(b % a, a)  
 return (div, y - (b // a) \* x, x)  
  
  
def bin\_evklid(a, b):  
 g = 1  
 while (a % 2 == 0 and b % 2 == 0):  
 a = a / 2  
 b = b / 2  
 g = 2 \* g  
 u, v = a, b  
 while u != 0:  
 if u % 2 == 0:  
 u = u / 2  
 if v % 2 == 0:  
 v = v / 2  
 if u >= v:  
 u = u - v  
 else:  
 v = v - u  
 d = g \* v  
 return d  
  
  
def bin\_evklid\_ext(a, b):  
 g = 1  
 while (a % 2 == 0 and b % 2 == 0):  
 a = a / 2  
 b = b / 2  
 g = 2 \* g  
 u = a  
 v = b  
 A = 1  
 B = 0  
 C = 0  
 D = 1  
 while u != 0:  
 if u % 2 == 0:  
 u = u / 2  
 if A % 2 == 0 and B % 2 == 0:  
 A = A / 2  
 B = B / 2  
 else:  
 A = (A + b) / 2  
 B = (B - a) / 2  
 if v % 2 == 0:  
 v = v / 2  
 if C % 2 == 0 and D % 2 == 0:  
 C = C / 2  
 D = D / 2  
 else:  
 C = (C + b) / 2  
 D = (D - a) / 2  
 if u >= v:  
 u = u - v  
 A = A - C  
 B = B - D  
 else:  
 v = v - u  
 C = C - A  
 D = D - B  
 d = g \* v  
 x = C  
 y = D  
 return (d, x, y)  
  
  
def lab4():  
 a = int(input('Введите число A:\n'))  
 b = int(input('Введите число B:\n'))  
 if a >= 0 and 0 <= b <= a:  
 print('Евклид:',evklid(a,b), sep='\n')  
 print('Евклид расширенный:', evklid\_ext(a, b), sep='\n')  
 print('Евклид бинарный:', bin\_evklid(a, b), sep='\n')  
 print('Евклид бинарный расширенный:', bin\_evklid\_ext(a, b), sep='\n')  
  
  
lab4()

## Контрольный пример



Работа алгоритмов

# Выводы

Изучили алгоритм Евклида нахождения НОД.

# Список литературы

1. [Алгоритм Евклида](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%BC_%D0%95%D0%B2%D0%BA%D0%BB%D0%B8%D0%B4%D0%B0)
2. [Алгоритм Евклида - нахождение наибольшего общего делителя](https://younglinux.info/algorithm/euclidean)