INSPER

Felipe Adeildo da Silva
Maria Eduarda Oliveira Galdino
Robson dos Santos França

Miniprojeto

Otimização pelo Vetor Gradiente

São Paulo
2025

Sumário

1. Introdução

Este relatório detalha a implementação do método de otimização pelo vetor gradiente para encontrar pontos de máximo e mínimo locais de funções de duas variáveis. O princípio do método é que o vetor gradiente (∇f) aponta para a direção de maior crescimento da função, e seu oposto ($-\nabla f$) para a de maior decrescimento.

Utilizamos este método iterativo para analisar três funções distintas atribuídas ao nosso grupo (Grupo 6), implementando os algoritmos em Python.

Figura 1 - Funções atribuídas ao grupo 6

Grupo 6

Componentes: Maria Eduarda, Robson, Felipe Adeildo

Funções:

$$f(x,y) = x^2 + xy + 4y^2 + 3x + y$$

$$g(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2 + 2} + 2x^2 e^{-y^2} + (x-2)^2$$

$$h(x,y) = 4e^{-x^2-y^2} + 3e^{-x^2-y^2+4x+6y-13} - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{6} + 2$$

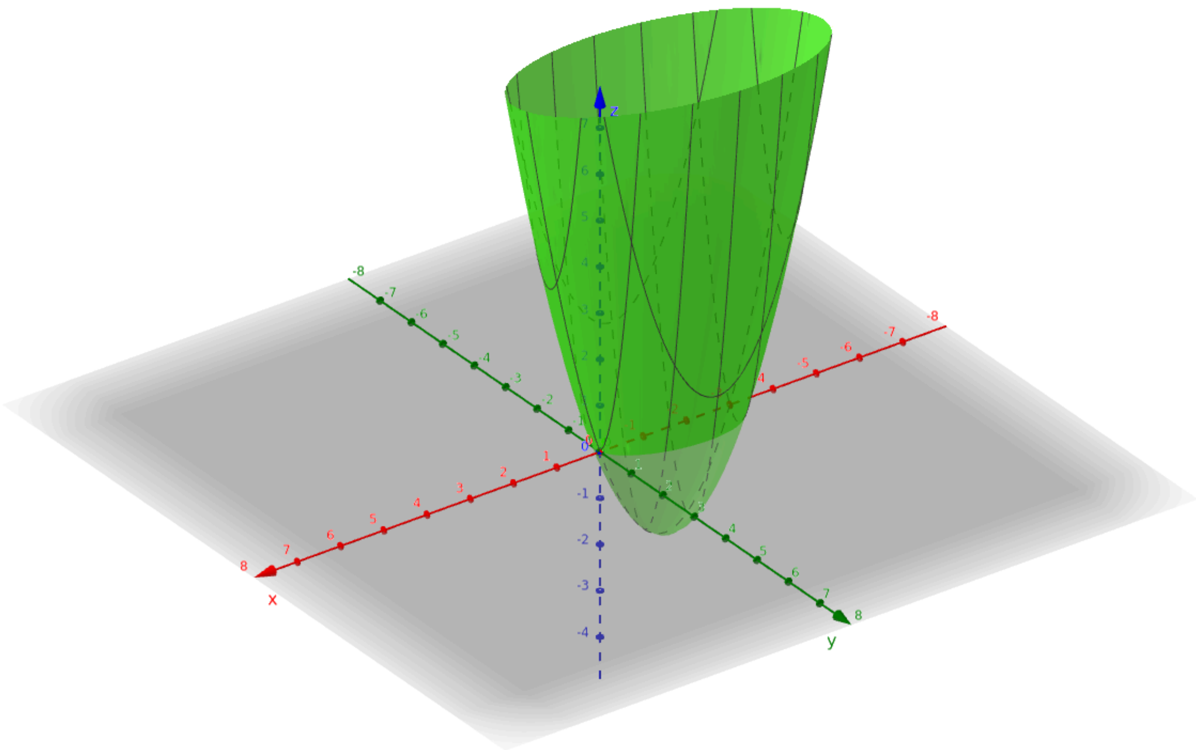
2. Tarefa 1

A primeira tarefa consiste em utilizar do conceito de vetor gradiente para encontrar os pontos críticos da função $f(x,\ y)$, construindo um código (algoritmo), que torne possível essa tarefa.

a)

Ao inserir essa função no GeoGebra Classic, observamos que a figura que surgir desta função [figura 2] possui somente um ponto crítico visível, e este é um ponto de mínimo localizado no negativo do eixo z.

Figura 2 - Função $f(x,\ y)$ no calculador gráfico GeoGebra



b)

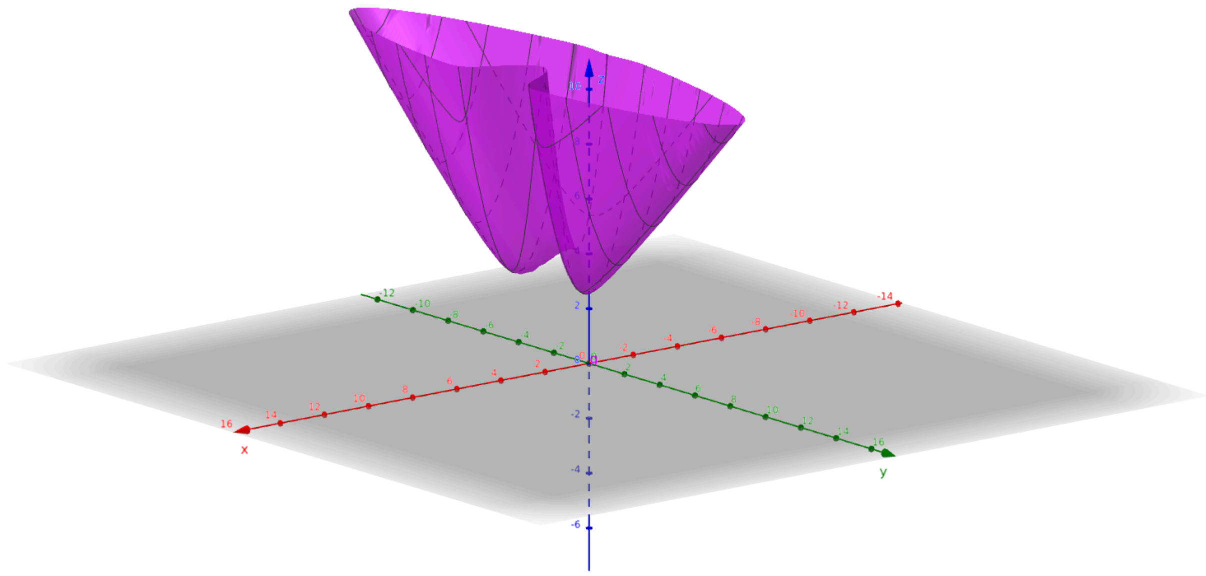
Assim, nosso próximo passo é calcular o vetor gradiente,

- $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x + y + 3$
- $\frac{\partial f}{\partial y} = x + 8y + 1$
- $\nabla f(x, y) = (2x + y + 3,\ x + 8y + 1)$

Passo (α)	Ponto de Mínimo (x, y)	Iterações
0.1	(-1.530756, -0.061214)	41
0.15	(-1.530756, -0.061214)	28
0.2	(-1.530756, -0.061214)	21
0.3	(nan, nan)	DIVERGIU
0.5	(nan, nan)	DIVERGIU

3. **Tarefa 2**
   A segunda tarefa visa encontrar os dois pontos de mínimo da função $g(x, y)$.

Figura x - Função $g(x,\ y)$ no calculador gráfico GeoGebra



3.1 Cálculo do vetor gradiente de $g(x, y)$

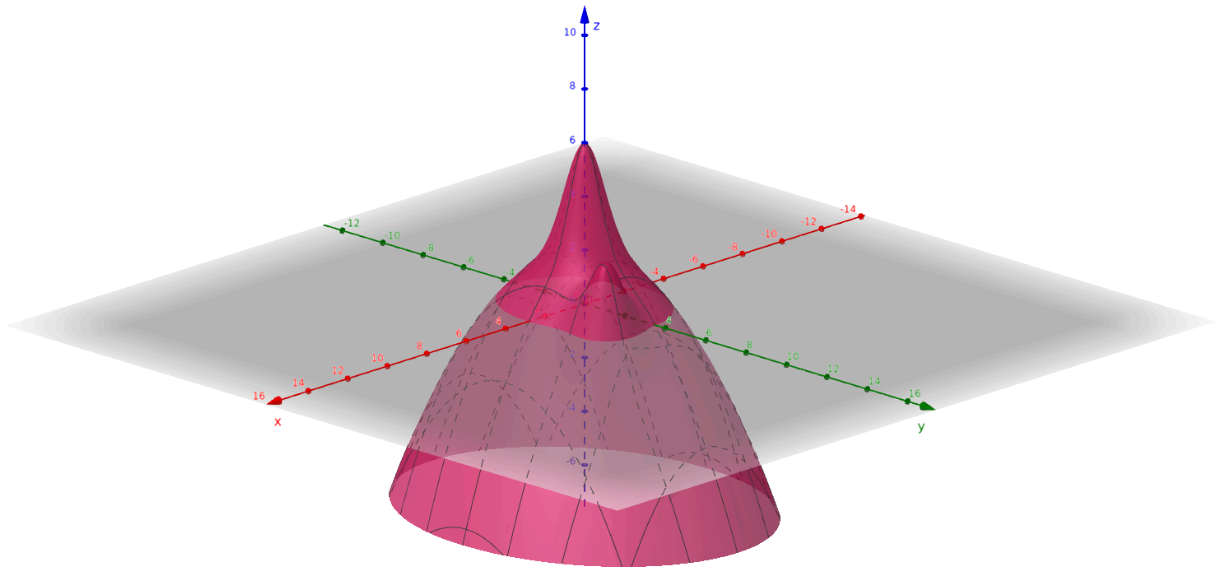
- $\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+2}} + 2x^2e^{-y^2} + 2(x - 2)$

- $\frac{\partial g}{\partial y} = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+2}} - 4x^2ye^{-y^2}$

- $\nabla g(x, y) = (\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+2}} + 2x^2e^{-y^2} + 2(x - 2), \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+2}} - 4x^2ye^{-y^2})$

3.2 determinação dos pontos de mínimo
Para encontrar os dois mínimos, foi necessário modificar o ponto inicial do algoritmo.
Utilizou-se $\alpha = 0.1$ e precisão de 10^{-5}.

4. Tarefa 3



4.1 Vetor Gradiente de $h(x, y)$

- $\frac{\partial h}{\partial x} = \; -\; 8e^{x^2-y^2} + \; 3(-\; 2x \; + \; 4)\, e^{-x^2-y^2+4x+6y-13} - \frac{x}{2}$

- $\frac{\partial h}{\partial y} = \; -\; 8ye^{-x^2-y^2} + \; 3(-\; 2y \; + \; 6)\, e^{-x^2-y^2+4x+6y-13} - \frac{y}{3}$

- $\nabla h(x, y) \; = (-\; 8e^{x^2-y^2} + \; 3(-\; 2x \; + \; 4)\, e^{-x^2-y^2+4x+6y-13} - \frac{x}{2}\,,$
  $-\; 8ye^{-x^2-y^2} + \; 3(-\; 2y \; + \; 6)\, e^{-x^2-y^2+4x+6y-13} - \frac{y}{3})$

5. Tarefa Desafio