

## 1 Теорема Кронекера-Капелли

**Теорема.** Система линейных алгебраических уравнений совместна тогда и только тогда, когда ранг её основной матрицы равен рангу её расширенной матрицы.

**Задачи:**

1. Проскуряков 712.

## 2 ФСР ОСЛАУ

**Утверждение.** Пусть дана ОСЛАУ  $n$  переменных  $Ax = 0$ ,  $\text{Rg}A = r$ . Тогда система  $n$ -мерных векторов  $f_1, \dots, f_k$  является фундаментальной системой решений данной ОСЛАУ, если выполнены три условия:

- 1)  $k = n - r$ ;
- 2)  $f_1, \dots, f_k$  линейно независимы;
- 3)  $f_1, \dots, f_k$  являются решениями системы.

2. Проскуряков 741.

## 3 Решение ОСЛАУ

**Утверждение.** Пусть дана ОСЛАУ  $n$  переменных  $Ax = 0$ . Пусть система  $n$ -мерных векторов  $f_1, \dots, f_k$  является фундаментальной системой решений данной ОСЛАУ. Тогда общее решение данной ОСЛАУ имеет вид  $x = \alpha_1 f_1 + \dots + \alpha_k f_k$ , где  $\alpha_1, \dots, \alpha_k \in \mathbb{R}$ .

3. Проскуряков 725.
4. Проскуряков 728.

## 4 Решение СЛАУ

**Утверждение.** Пусть дана СЛАУ  $n$  переменных  $Ax = b$ . Пусть  $x_0$  является частным решением данной СЛАУ. Пусть система  $n$ -мерных векторов  $f_1, \dots, f_k$  является фундаментальной системой решений ОСЛАУ  $Ax = 0$ . Тогда общее решение данной СЛАУ имеет вид  $x = x_0 + \alpha_1 f_1 + \dots + \alpha_k f_k$ , где  $\alpha_1, \dots, \alpha_k \in \mathbb{R}$ .

5. Проскуряков 695.

## 5 Единственность решения ОСЛАУ

**Утверждение.** Пусть дана ОСЛАУ  $n$  переменных  $Ax = 0$ . Решение данной системы единственно тогда и только тогда, когда  $\text{Rg}A = n$ .

## 6 ДЗ

1. Сформулируйте критерий единственности решения СЛАУ в терминах рангов (как в последнем утверждении это было сделано для ОСЛАУ). Проскуряков: 713, 717, 719, 742, 724, 731, 696, 698, 767\*.