

Первая верстка программы 2-го коллоквиума по курсу “Математический анализ” ПИ+ДРИП ФКН ВШЭ.

1. Предел функции в точке и на бесконечности: определения по Коши и по Гейне. Эквивалентность двух определений. Односторонние пределы. Бесконечный предел.
2. Арифметика предела функции. Предельный переход в неравенствах. Теорема о зажатой функции.
3. Теорема о пределе сложной функции. Первый замечательный предел.
4. Непрерывность функции в точке и на множестве. Область непрерывности функций: степенной (для натурального показателя), тригонометрических.
5. Свойства непрерывных на отрезке функций: достижение точной верхней и нижней грани; принимает все промежуточные значения.
6. Обратная функция. Определение, достаточное условие. Критерий обратимости непрерывной на отрезке функции. Теорема о непрерывности и монотонности обратной функции на отрезке. Непрерывности корня и обр.тригонометрических функций.
7. Теорема о показательной функции (без док.). Определение логарифмической функции и доказательство ее свойств. Определение степенной функции для произвольного показателя, ее свойства. Второй замечательный предел. Следствия.
8. Определение производной. Производные степенных (для натурального показателя), тригонометрических функций. Правила подсчета производных.
9. Определение дифференцируемости функции в точке. Эквивалентность существования производной функции в точке и дифференцируемости функции в точке. Определение дифференциала.
10. Теорема о производной сложной функции. Производная обратной функции. Производная показательной, логарифмической, степенной и обр.триг. функций.
11. Определение монотонности функции. Определение локальных минимумов, максимумов, экстремумов. Необходимое условие локального экстремума дифференцируемой функции. Алгоритм нахождение наибольшего/наименьшего значения дифференцируемой на отрезке функции.
12. Касательная к графику функции.
13. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши.
14. Теоремы о монотонности функции. Первое достаточное условие экстремума.
15. Выпуклость функции. Теорема о выпуклости функции.
16. Правило Лопиталя (для неопределенности  $0/0$  и **неопределенности  $\infty/\infty$** ). Сравнение скоростей роста стандартных функций (логарифмической, степенной, показательной).
17. Многочлен Тейлора и его свойства. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Единственность представления функции в виде многочлена и б.м.\* $(x-x_0)^n$ .
18. **Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.** Второе достаточное условие экстремума.
19. Понятие первообразной функции на интервале. Единственность первообразной с точностью до константы (+теорема о виде функции, чья производная равна нулю на интервале, следствие из теоремы

- Лагранжа). Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
20. Формула подстановки и формула замены переменной в неопределенном интеграле + теорема, на которой они основаны. Формула интегрирования по частям.
21. Понятия разбиения отрезка, разметки разбиения, интегральной суммы. Определенный интеграл Римана на отрезке. Ограничность интегрируемой функции.
22. Верхние и нижние суммы Дарбу. Их свойства. Верхний и нижний интеграл Дарбу. **Критерий интегрируемости Дарбу**.
23. Интегрируемость непрерывных и монотонных на отрезке функций по Риману.
24. Множество меры ноль по Лебегу. Свойства таких множеств. Критерий Лебега интегрируемости по Риману (без док).
25. Свойства определенного интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом. Его свойства. Формула Ньютона-Лейбница.

Оценка за коллоквиум: 2 балла 1-й вопрос в билете, 2 балла 2-й вопрос в билете, 2 балла задача, 2 балла опрос по программе. Если сумма не меньше 6, то можно взять доп.вопрос - сложную теорему (выделены жирным) или теорему с доп.лекции.

- Построение множества Кантора и его свойства.
- Построение лестницы Кантора и ее свойства.

Пример билета на коллоквиум:

- (1) Свойство непрерывных на отрезке функций. (2 балла)
- (2) Теоремы Ролля и Лагранжа. (2 балла)
- (3) Сколько решений у уравнения  $x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 7 = 0$ .

Коллоквиум считается сданным, если набрано не менее 3,5 баллов.