

1 Теорема Кронекера-Капелли

Теорема. Система линейных алгебраических уравнений совместна тогда и только тогда, когда ранг её основной матрицы равен рангу её расширенной матрицы.

Задачи:

1. Проскуряков 712.

2 ФСР ОСЛАУ

Утверждение. Пусть дана ОСЛАУ n переменных $Ax = 0$, $\text{Rg}A = r$. Тогда система n -мерных векторов f_1, \dots, f_k является фундаментальной системой решений данной ОСЛАУ, если выполнены три условия:

- 1) $k = n - r$;
 - 2) f_1, \dots, f_k линейно независимы;
 - 3) f_1, \dots, f_k являются решениями системы.
2. Проскуряков 741.

3 Решение ОСЛАУ

Утверждение. Пусть дана ОСЛАУ n переменных $Ax = 0$. Пусть система n -мерных векторов f_1, \dots, f_k является фундаментальной системой решений данной ОСЛАУ. Тогда общее решение данной ОСЛАУ имеет вид $x = \alpha_1 f_1 + \dots + \alpha_k f_k$, где $\alpha_1, \dots, \alpha_k \in \mathbb{R}$.

3. Проскуряков 725.
4. Проскуряков 728.

4 Решение СЛАУ

Утверждение. Пусть дана СЛАУ n переменных $Ax = b$. Пусть x_0 является частным решением данной СЛАУ. Пусть система n -мерных векторов f_1, \dots, f_k является фундаментальной системой решений ОСЛАУ $Ax = 0$. Тогда общее решение данной СЛАУ имеет вид $x = x_0 + \alpha_1 f_1 + \dots + \alpha_k f_k$, где $\alpha_1, \dots, \alpha_k \in \mathbb{R}$.

5. Проскуряков 695.

5 Единственность решения ОСЛАУ

Утверждение. Пусть дана ОСЛАУ n переменных $Ax = 0$. Решение данной системы единствено тогда и только тогда, когда $\text{Rg}A = n$.

6 ДЗ

1. Сформулируйте критерий единственности решения СЛАУ в терминах рангов (как в последнем утверждении это было сделано для ОСЛАУ). Проскуряков: 713, 717, 719, 742, 724, 731, 696, 698, 767*.