MODEL TRANSPORTASI

Definisi:

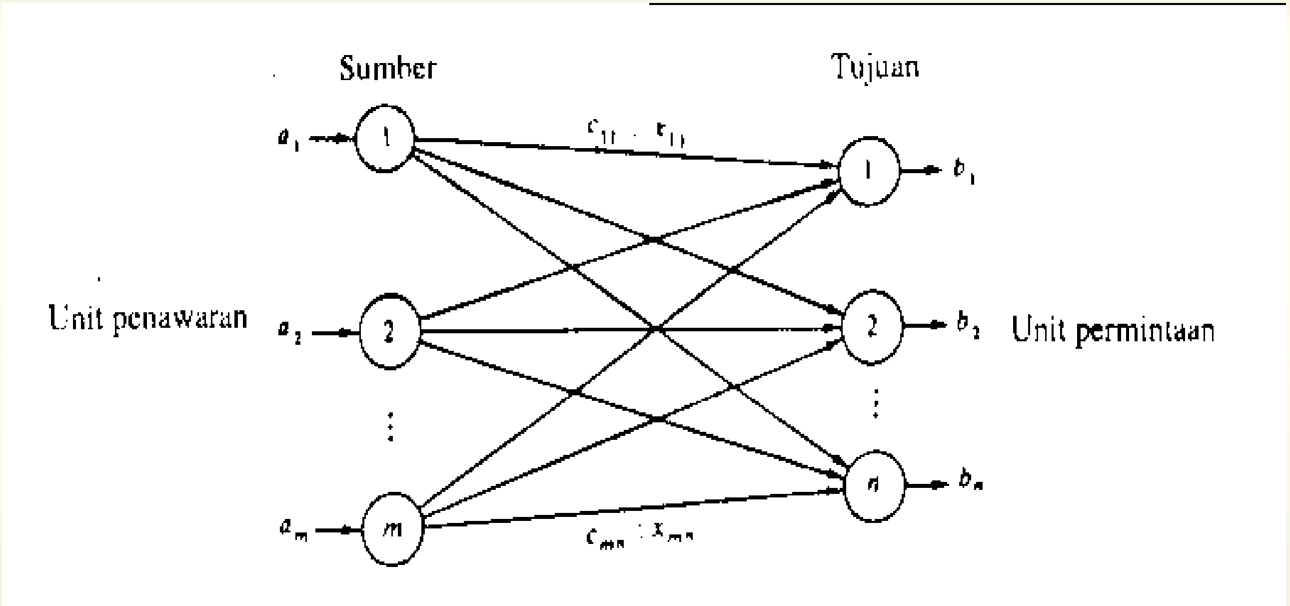
Model transportasi berusaha menentukan sebuah rencana transportasi suatu jenis barang dari sejumlah sumber ke sejumlah tujuan sedemikian hingga biaya transportasi total-nya minimum.

Data meliputi :

- Jumlah supply (S) di setiap sumber
- Jumlah demand (D) di setiap tujuan
- Biaya transportasi per-unit barang dari setiap sumber ke setiap tujuan.

Asumsi :

Biaya transportasi di sebuah rute tertentu proporsional secara langsung dengan jumlah unit yang dikirimkan.



Keterangan :

a_i = jumlah *supply* di sumber-i

b_j = jumlah *demand* di tujuan-j

c_{ij} = biaya transportasi per unit dari sumber-i ke tujuan-j

x_{ij} = jumlah barang yg dikirim dari sumber-i ke tujuan-j

FORMULASI MODEL LP :

Min $z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$

Dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le a_i \qquad , \; i = 1,2,\ldots m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \ge b_j \qquad , \; j = 1,2,\ldots n$$

$$x_{ij} \ge 0$$

Model transportasi berimbang

terjadi ketika penawaran total sama dengan permintaan total, atau

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$$

sehingga modelnya menjadi

Min $z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$

Dengan kendala

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i \qquad , \; i = 1,2,\ldots m$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j \qquad , \; j = 1,2,\ldots n$$

$$x_{ij} \geq 0$$

Contoh 1 :

Sebuah perusahaan pengolahan makanan menghasilkan biji mete yang dikalengkan. Biji mete ini diolah di dua pabrik pengalengan dan kemudian diangkut dengan truk ke tiga gudang distribusi. Untuk musim yang akan datang, kapasitas produksi kedua pabrik adalah 80 dan 70 truk. Sedangkan permintaan di tiga gudang masing-masing sebesar 40, 50, dan 60 truk. Biaya pengiriman perangkutan truk (dalam satuan ratusan ribu rupiah) untuk setiap kombinasi gudang-pabrik pengalengan diberikan pada tabel berikut. Formulasikan masalah diatas dalam bentuk model pemrograman linear.

		Gudang Distribusi		
		G1	G2	G3
Pabrik Pengalengan	P1	5	9	6
	P2	4	7	8

Penyelesaian :

$$\min z = 5x_{11} + 9x_{12} + 6x_{13} + 4x_{21} + 7x_{22} + 8x_{23}$$

dengan kendala

$$\begin{array}{llll}
x_{11} + x_{12} + x_{13} & = & 80 & \text{(suplai dari P1)} \\
x_{21} + x_{22} + x_{23} & = & 70 & \text{(suplai dari P2)} \\
x_{11} + x_{21} & = & 40 & \text{(permintaan G1)} \\
x_{12} + x_{22} & = & 50 & \text{(permintaan G2)} \\
x_{13} + x_{23} & = & 60 & \text{(permintaan G3)}
\end{array}$$

$x_{ij} \geq 0$, (i = 1, 2 ; j = 1, 2, 3)

Dari contoh 1 di atas dapat dibuat tabel transportasi :

	G1	G2	G2	Suplai
P1	5 x_{11}	9 x_{12}	6 x_{13}	80
P2	4 x_{21}	7 x_{22}	8 x_{23}	70
Permintaan	40	50	60	150

Jika penawaran total tidak sama dengan permintaan total, atau

$$\sum_{i=1}^{m} a_i \neq \sum_{j=1}^{n} b_j$$

maka

$$\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j$$ $\Rightarrow$ tambahkan tujuan buatan dengan biaya transportasi per unit sama dengan nol

$$\sum_{i=1}^{m} a_i < \sum_{j=1}^{n} b_j$$ $\Rightarrow$ tambahkan sumber buatan dengan biaya transportasi per unit sama dengan nol.

Contoh :

Perhatikan tabel tranportasi berikut

	Tujuan 1	**Tujuan 2**	**Tujuan 3**	**Suplai**
Sumber 1	3	5	4	35
Sumber 2	4	3	2	35
Sumber 3	5	2	4	20
Permintaan	25	50	10	

Sebelum diselesaikan dengan teknik tranportasi, maka harus diseimbangkan dulu menjadi :

	Tujuan 1	**Tujuan 2**	**Tujuan 3**	**Tujuan Dummy**	**Suplai**
Sumber 1	3	5	4	0	35
Sumber 2	4	3	2	0	35
Sumber 3	5	2	4	0	20
Permintaan	25	50	10	**5**	

Contoh :

Perhatikan tabel transportasi berikut :

	Tujuan 1	**Tujuan 2**	**Tujuan 3**	**Tujuan 4**	**Suplai**
Sumber 1	3	5	3	4	40
Sumber 2	4	3	2	3	50
Sumber 3	5	3	4	2	30
Permintaan	20	50	30	30	

Sebelum diselesaikan dengan teknik tranportasi, maka harus diseimbangkan dulu menjadi :

	Tujuan 1	**Tujuan 2**	**Tujuan 3**	**Tujuan 4**	**Suplai**
Sumber 1	3	5	3	4	40
Sumber 2	4	3	2	3	50
Sumber 3	5	3	4	2	30
S_Dummy	0	0	0	0	**10**
Permintaan	20	50	30	30	

Jika pengiriman dari sumber ke tujuan tidak memungkinkan

$\Rightarrow$ beri biaya tranportasi per unit yang sangat tinggi (=M).

Persyaratan dari model transportasi seimbang menghasilkan satu persamaan dependen, yang berarti bahwa model tersebut hanya memiliki $m + n - 1$ variabel basis.

TEKNIK TRANSPORTASI

Langkah-langkah dasar teknik transportasi :

1. **Penentuan solusi awal yang layak.**
2. **Uji optimalitas :**
   a. **Tentukan variabel basis masuk (EV) di antara variabel-variabel nonbasis. Jika semua variabel sudah memenuhi kondisi optimalitas, STOP. Jika tidak, lanjutkan ke langkah 2.b.**
   b. **Tentukan variabel basis keluar (LV) di antara variabel-variabel basis yg ada, kemudian tentukan solusi yang baru. Kembali ke langkah 2.a.**

PENENTUAN SOLUSI AWAL YANG LAYAK

Bisa dilakukan dengan menggunakan :

1. **Metode North West Corner**
2. **Metode *Least Cost* (Biaya Terkecil)**
3. ***Vogel Approximation Method* (VAM)**

UJI OPTIMALITAS

Bisa dilakukan dengan menggunakan :

1. ***Multiplier Method (Modified Distribution Method-* MODI)**
2. ***Stepping Stone***

Metode North West Corner

1. Mulai dari pojok kiri atas
2. Alokasikan sebanyak mungkin sesuai dengan syarat, untuk memenuhi permintaan
3. Bergerak ke kolom sebelah kanan, jika masih terdapat supply yang cukup. Jika tidak cukup, bergerak ke baris di bawahnya. Kolom atau baris yang sudah dipenuhi disilang.

   Jika baris & kolom dipenuhi sec. bersamaan ⇒ salah satu disilang.

   Jika tinggal satu kolom atau baris yg belum disilang ⇒ STOP.

Metode *Least Cost* (Biaya Terkecil)

1. Alokasikan sebanyak mungkin pada variabel dengan biaya unit terkecil (biaya unit yang sama dipilih secara sembarang)
2. Silang baris atau kolom yang dipenuhi. Jika baris atau kolom dipenuhi secara bersamaan $\Rightarrow$ salah satu disilang).
3. Ulangi proses dengan mengalokasikan setinggi mungkin pada variabel dengan biaya unit terkecil yang belum disilang. Jika tinggal satu kolom atau baris yang belum disilang $\Rightarrow$ STOP.

Vogel Approximation Method (VAM)

1. Hitung pinalti untuk setiap baris (kolom), dengan mencari selisih elemen biaya terkecil dari elemen biaya terkecil berikutnya dalam baris (kolom) yg sama.
2. Identifikasi baris atau kolom dengan pinalti terbesar (pilih nilai yang sama secara sembarang). Alokasikan sebesar mungkin pada variabel dengan biaya terendah dari baris atau kolom yg dipilih, sesuaikan supply dan demand. Silang baris atau kolom yang sudah dipenuhi. Jika sebuah baris atau kolom dipenuhi secara bersamaan, hanya satu yang disilang dan baris (kolom) sisanya diberi supply (demand) nol

Vogel Approximation Method (VAM) - *lanjutan*

Setiap baris atau kolom dengan supply atau demand sama dengan nol, tidak boleh digunakan untuk menghitung pinalti berikutnya.

Jika tinggal satu baris atau kolom yang belum disilang ⇒ STOP. Jika tidak, hitung kembali pinalti untuk baris atau kolom yang belum disilang, kembali ke langkah 2.

PENENTUAN VARIABEL MASUK (EV)

Multiplier Method
(Modified Distribution Method)

1. Untuk setiap variabel basis x_{ij}, tentukan nilai u_i (multiplier baris-i) dan v_j (multiplier kolom-j) dengan persamaan

$$u_i + v_j = c_{ij}$$

2. Tentukan pengali (multiplier) tersebut, dengan mengambil nilai sembarang pada salah satu pengali (misal $u_i = 0$).
3. Evaluasi variabel nonbasis, dengan menggunakan

$$\bar{c}_{ij} = c_{ij} - \left(u_i + v_j\right)$$

4. Pilih $\bar{c}_{ij}$ yang paling negatif, sebagai EV.

Stepping Stone

1. Buat *close path* (jalur tertutup) untuk setiap variabel nonbasis, tiap sudut *loop* harus melalui sel variabel basis.
2. Tanda yang digunakan dalam membuat *loop* bergantian, mulai dari positif (+) kemudian negative (-) sampai pada sel variable nonbasis semula.
3. Periksa apakah terdapat nilai negatif. Jika ya $\Rightarrow$ variable non basis dimasukkan menjadi variabel basis. (Jika nilai negatifnya lebih dari satu, pilih yang paling negative). Jika tidak $\Rightarrow$ solusi sudah optimal.

PENENTUAN VARIABEL KELUAR

Buat *loop* tertutup untuk variabel masuk saat ini. *Loop* berawal dan berakhir di variable non basis. *Loop* ini terdiri dari segmen horizontal dan vertikal (yang tersambung) yang ujung-ujungnya harus variable basis. LV dipilih dari variabel-variabel sudut *loop* yang bertanda negatif dan mempunyai nilai terkecil.

Soal 1 :

Sebuah perusahaan memiliki tiga pabrik yang terletak di lokasi yang berbeda. Hasil produksi ke tiga pabrik akan dialokasikan ke tiga daerah pemasaran, yaitu daerah A, B, dan C. Kapasitas produksi per bulan ketiga pabrik tersebut adalah 106, 132, dan 127 unit. Sedangkan jumlah permintaan perbulan ketiga daerah pemasaran masing-masing 122, 152, dan 91 unit. Biaya produksi per unit dari masing-masing pabrik besarnya sama, yaitu: 30 IDR. Biaya transportasi perunit dari pabrik ke tiga daerah pemasaran dapat dilihat pada tabel dibawah ini :

Soal 1 : (lanjutan)

		Daerah Pemasaran		
		A	**B**	**C**
Pabrik	**P1**	2	3	4
	P2	6	12	8
	P3	4	7	10

- **Formulasikan masalah diatas dalam bentuk model pemrograman linear.**
- **Rencanakan pengiriman produk dari tiap pabrik ke daerah pemasaran sehingga diperoleh total biaya transportasi yang minimum.**

MASALAH KHUSUS

- Masalah degeneracy
- Maksimimisasi keuntungan
- Masalah prioritas
- Masalah pemblokiran
- Masalah Multi Commodity
- Masalah transhipment

Masalah Degenaracy

- Jika tabel transportasi memiliki jumlah variabel basis kurang dari m + n – 1.
- Untuk mengatasinya, diperlukan sel basis buatan (dummy) dengan nilai nol.
- Pemilihan dummy dapat sembarang, tapi diusahakan agar jalur tertutup setiap sel bukan basis dapat dibentuk.
- Contoh : lihat Yamit, hal 250

Maksimisasi Keuntungan

- Terjadi apabila fungsi tujuannya memaksimumkan keuntungan
- Untuk mengatasinya, dengan cara mengubah parameter biaya per unit dengan "**opportunity cost**"
- **opportunity cost =**

laba terbesar - c_{ij}

Masalah prioritas

- Jika daerah (tujuan) tertentu diprioritaskan untuk menerima alokasi
- Untuk mengatasinya, dengan mengubah biaya per unit menjadi "**nol**"

Masalah Pemblokiran

- Sebagai lawan dari prioritas, perusahaan tidak akan mengalokasi-kan produk ke daerah (tujuan) tertentu.
- Untuk mengatasinya, dengan cara memberikan biaya per unit yg sangat tinggi (M)