

Nama : Intan Noer Fatimah

NIM : 081811633011

1. Sebuah perusahaan pengalengan buah-buahan akan mengirimkan beberapa trailer dari beberapa pabrik pengolahan ke beberapa gudang penyimpanan, dengan rincian biaya transportasi (dalam jutaan rupiah) setiap trailernya disajikan pada tabel berikut.

	Gudang 1	Gudang 2	Gudang 3	Persediaan	
Pabrik 1	3	5	4	35	80
Pabrik 2	2	3	2	25	
Pabrik 3	6	2	4	20	
Permintaan	25	50	10		
	85				

Karena jumlah antara kolom dengan baris tidak sama, maka dibutuhkan variabel dummy pada baris

	G1	G2	G3	Persediaan
P1	3	5	4	35
P2	2	3	2	25
P3	6	2	4	20
Dummy (D)	0	0	0	5
Permintaan	25	50	10	85

$$\begin{aligned} Z_{\min} &= 3x_{11} + 5x_{12} + 4x_{13} \\ &+ 2x_{21} + 3x_{22} + 2x_{23} \\ &+ 5x_{31} + 2x_{32} + 4x_{33} \\ &+ 0x_{41} + 0x_{42} + 0x_{43} \end{aligned}$$

Dengan kendala :

$$\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + x_{13} &= 35 \text{ (persediaan P1)} \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} &= 25 \text{ (persediaan P2)} \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} &= 20 \text{ (persediaan P3)} \\ x_{41} + x_{42} + x_{43} &= 5 \text{ (persediaan D)} \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} &= 25 \text{ (permintaan G1)} \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} &= 50 \text{ (permintaan G2)} \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} &= 10 \text{ (permintaan G3)} \end{aligned}$$

$$x_{ij} \geq 0, i = 1,2,3,4 ; j = 1,2,3$$

Tabel Transportasi

	G1	G2	G3	Persediaan
P1	X_{11} 3	X_{12} 5	X_{13} 4	35
P2	X_{21} 2	X_{22} 3	X_{23} 2	25
P3	X_{31} 6	X_{32} 2	X_{33} 4	20
D	X_{41} 0	X_{42} 0	X_{43} 0	5
Permintaan	25	50	10	85

- Metode North West Corner (1)

	G1	G2	G3	Persediaan
P1	25 3	10 5	4	35
P2	2	25 3	2	25
P3	6	15 2	5 4	20
D	0	0	5 0	5
Permintaan	25	50	10	85

Sel basisnya :

P1-G1	}	X_{11}
P1-G2		X_{12}
P2-G2		X_{22}
P3-G2		X_{32}
P3-G3		X_{33}
D-G3		X_{43}

Jumlah sel basis = 6, sesuai dengan ketentuan yaitu

$$= (m+n) - 1$$

$$= (4+3) - 1$$

$$= 6$$

$$\begin{aligned} Z_{min} &= (25 \times 3) + (10 \times 5) + (25 \times 3) + (15 \times 2) + (5 \times 4) + (5 \times 0) \\ &= 250 \end{aligned}$$

- Stepping Stone (1)

Sel Bukan Basis	Closed Path	Pengurangan Biaya
P1-G3	P1G3 - P3G3 + P3G2 - P1G2	$4 - 4 + 2 - 5 = -3$

P2-G1	$P2G1 - P1G1 + P1G2 - P2G2$	$2 - 3 + 5 - 3 = 1$
P2-G3	$P2G3 - P3G3 + P3G2 - P2G2$	$2 - 4 + 2 - 3 = -3$
P3-G1	$P3G1 - P3G2 + P1G2 - P1G1$	$6 - 2 + 5 - 3 = 6$
D-G1	$DG1 - DG3 + P3G3 - P3G2 + P1G2 - P1G1$	$0 - 0 + 4 - 2 + 5 - 3 = 4$
D-G2	$DG2 - DG3 + P3G3 - P3G2$	$0 - 0 + 4 - 2 = 2$

Tabel awal metode North West Corner belum optimum, karena ada hasil minus pada : **P1-G3 = -3** dan **P2-G3 = -3**

- Karena nilai **P1-G3** dan **P2-G3** sama yaitu **-3**, maka dipilih salah satu untuk dimasukkan kedalam basis. Disini dipilih closed path sel **P1-G3**
- **P3-G3** dikeluarkan dari basis karena sel bertanda (-) dengan jumlah unit terkecil yaitu 5.

• Metode North-West Corner (2)

	G1	G2	G3	Persediaan
P1	25 ³	10 ⁵	4	35
P2	2	20 ³	5 ²	25
P3	6	20 ²	4	20
D	0	0	5 ⁰	5
Permintaan	25	50	10	85

$$\begin{aligned}
 Z_{\min} &= (25 \times 3) + (10 \times 5) + (20 \times 3) + (5 \times 2) + (20 \times 2) + (5 \times 0) \\
 &= 235
 \end{aligned}$$

• Metode Stepping Stone (2)

Sel Bukan Basis	Closed Path	Pengurangan Biaya
P1-G3	$P1G3 - P2G3 + P2G2 - P1G2$	$4 - 2 + 3 - 5 = 0$
P2-G1	$P2G1 - P1G1 + P1G2 - P2G2$	$2 - 3 + 5 - 3 = 1$
P3-G1	$P3G1 - P3G2 + P1G2 - P1G1$	$6 - 2 + 5 - 3 = 6$
P3-G3	$P3G3 - P2G3 + P2G2 - P3G2$	$4 - 2 + 3 - 2 = 3$
D-G1	$DG1 - DG3 + P2G3 - P2G2 + P1G2 - P1G1$	$0 - 0 + 2 - 3 + 5 - 3 = 1$

D-G2	$DG2 - DG3 + P2G3 - P2G2$	$0 - 0 + 2 - 3 = -1$
------	---------------------------	----------------------

Tabel kedua metode North West Corner belum optimum, karena ada hasil minus pada : **D-G2 = -1**

- Sel **D-G3** dikeluarkan dari basis karena sel bertanda (-) dengan jumlah unit terkecil yaitu 5.
- Sel **D-G2** dimasukkan ke basis.

- **Metode North-West Corner (3)**

	G1	G2	G3	Persediaan
P1	25 ³	10 ⁵	4	35
P2	2	15 ³	10 ²	25
P3	6	20 ²	4	20
D	0	5 ⁰	0	5
Permintaan	25	50	10	85

$$\begin{aligned} Z_{\min} &= (25 \times 3) + (10 \times 5) + (15 \times 3) + (10 \times 2) + (20 \times 2) + (5 \times 0) \\ &= 230 \end{aligned}$$

- **Metode Stepping Stone (3)**

Sel Bukan Basis	Closed Path	Pengurangan Biaya
P1-G3	$P1G3 - P2G3 + P2G2 - P1G2$	$4 - 2 + 3 - 5 = 0$
P2-G1	$P2G1 - P1G1 + P1G2 - P2G2$	$2 - 3 + 5 - 3 = 1$
P3-G1	$P3G1 - P3G2 + P1G2 - P1G1$	$6 - 2 + 5 - 3 = 6$
P3-G3	$P3G3 - P2G3 + P2G2 - P3G2$	$4 - 2 + 3 - 2 = 3$
D-G1	$DG1 - DG3 + P2G3 - P2G2 + P1G2 - P1G1$	$0 - 0 + 2 - 3 + 5 - 3 = 1$
D-G3	$DG3 - DG2 + P2G2 - P2G3$	$0 - 0 + 3 - 2 = 1$

Tabel ketiga tersebut sudah optimum karena sel non basis tidak ada yang bernilai negatif. **Maka, biaya minimumnya adalah 230.**

2. Selesaikan masalah transportasi dengan tabel biaya sbb :

	Tujuan 1	Tujuan 2	Tujuan 3	Tujuan 4	Suplai
Sumber 1	3	5	3	4	45
Sumber 2	4	3	2	3	55
Sumber 3	5	3	4	2	35
Permintaan	20	45	30	30	

Jawab :

	Tujuan 1	Tujuan 2	Tujuan 3	Tujuan 4	Suplai	
Sumber 1	3	5	3	4	45	135
Sumber 2	4	3	2	3	55	
Sumber 3	5	3	4	2	35	
Permintaan	20	45	30	30		
	125					

Karena jumlah antara kolom dengan baris tidak sama, maka dibutuhkan variabel dummy pada kolom.

	T1	T2	T3	T4	Dummy (D)	Suplai
S1	3	5	3	4	0	45
S2	4	3	2	3	0	55
S3	5	3	4	2	0	35
Permintaan	20	45	30	30	10	135

$$\begin{aligned}
 Z_{\min} &= 3x_{11} + 5x_{12} + 3x_{13} + 4x_{14} + 0x_{15} \\
 &\quad + 4x_{21} + 3x_{22} + 2x_{23} + 3x_{24} + 0x_{25} \\
 &\quad + 5x_{31} + 3x_{32} + 4x_{33} + 2x_{34} + 0x_{35}
 \end{aligned}$$

Dengan kendala :

$$\begin{aligned}
 x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} &= 45 \text{ (supply S1)} \\
 x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} &= 55 \text{ (supply S2)} \\
 x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} &= 35 \text{ (supply S3)} \\
 x_{11} + x_{21} + x_{31} &= 20 \text{ (permintaan T1)} \\
 x_{12} + x_{22} + x_{32} &= 45 \text{ (permintaan T2)} \\
 x_{13} + x_{23} + x_{33} &= 30 \text{ (permintaan T3)} \\
 x_{14} + x_{24} + x_{34} &= 30 \text{ (permintaan T4)} \\
 x_{15} + x_{25} + x_{35} &= 10 \text{ (permintaan D)}
 \end{aligned}$$

$$x_{ij} \geq 0, i = 1, 2, 3 ; j = 1, 2, 3, 4, 5$$

Tabel Transportasi

	T1	T2	T3	T4	D	Persediaan
S1	X_{11}^3	X_{12}^5	X_{13}^3	X_{14}^4	X_{15}^0	45
S2	X_{21}^4	X_{22}^3	X_{23}^2	X_{24}^3	X_{25}^0	55
S3	X_{31}^5	X_{32}^3	X_{33}^4	X_{34}^2	X_{35}^0	35
Permintaan	20	45	30	30	10	135

• **Metode North West Corner (1)**

	T1	T2	T3	T4	D	Persediaan
S1	20 ³	25 ⁵	3	4	0	45
S2	4	20 ³	30 ²	5 ³	0	55
S3	5	3	4	25 ²	10 ⁰	35
Permintaan	20	45	30	30	10	135

Sel basisnya :

S1-T1	}	X_{11}
S1-T2		X_{12}
S2-T2		X_{22}
S2-T3		X_{23}
S2-T4		X_{24}
S3-T4		X_{34}
S3-D		X_{35}

Jumlah sel basis = 7, sesuai dengan ketentuan yaitu

$$= (m+n) - 1$$

$$= (3+5) - 1$$

$$= 7$$

$$\begin{aligned} Z_{\min} &= (20 \times 3) + (25 \times 5) + (20 \times 3) + (30 \times 2) + (5 \times 3) + (25 \times 2) + (10 \times 0) \\ &= 370 \end{aligned}$$

• **Stepping Stone (1)**

Sel Bukan Basis	Closed Path	Pengurangan Biaya
S1-T3	$S1T3 - S2T3 + S2T2 - S1T2$	$3 - 2 + 3 - 5 = -1$
S1-T4	$S1T4 - S2T4 + S2T2 - S1T2$	$4 - 3 + 3 - 5 = -1$
S1-D	$S1D - S3D + S3T4 - S2T4 + S2T2 - S1T2$	$0 - 0 + 2 - 3 + 3 - 5 = -3$

S2-T1	$S2T1 - S1T1 + S1T2 - S2T2$	$4 - 3 + 5 - 3 = 3$
S2-D	$S2D - S3D + S3T4 - S2T4$	$0 - 0 + 2 - 3 = -1$
S3-T1	$S3T1 - S1T1 + S1T2 - S2T2 + S2T4 - S3T4$	$5 - 3 + 5 - 3 + 3 - 2 = 5$
S3-T2	$S3T2 - S2T2 + S2T4 - S3T4$	$3 - 3 + 3 - 2 = 1$
S3-T3	$S3T3 - S3T4 + S2T4 - S2T3$	$4 - 2 + 3 - 2 = 3$

Tabel awal metode North West Corner belum optimum, karena ada hasil minus pada : $S1-T3 = -1$; $S1-T4 = -1$; $S1-D = -3$; dan $S2-D = -1$

- $S1-D$ dipilih karena memiliki nilai paling negative yaitu -3.
- $S2-T4$ dikeluarkan dari basis karena sel bertanda (-) dengan jumlah unit terkecil yaitu 5.

• Metode North West (2)

	T1	T2	T3	T4	D	Persediaan
S1	20 ³	20 ⁵	3	4	5 ⁰	45
S2	4	25 ³	30 ²	3	0	55
S3	5	3	4	30 ²	5 ⁰	35
Permintaan	20	45	30	30	10	135

$$Z_{min} = (20 \times 3) + (20 \times 5) + (5 \times 0) + (25 \times 3) + (30 \times 2) + (30 \times 2) + (5 \times 0) \\ = 355$$

• Metode Stepping Stone (2)

Sel Bukan Basis	Closed Path	Pengurangan Biaya
S1-T3	$S1T3 - S2T3 + S2T2 - S1T2$	$3 - 2 + 3 - 5 = -1$
S1-T4	$S1T4 - S1D + S3D - S3T4$	$4 - 0 + 0 - 2 = 2$
S2-T1	$S2T1 - S2T2 + S1T2 - S1T1$	$4 - 3 + 5 - 3 = 3$
S2-T4	$S2T4 - S2T2 + S1T2 - S1D + S3D - S3T4$	$3 - 3 + 5 - 0 + 0 - 2 = 3$
S2-D	$S2D - S1D + S1T2 - S2T2$	$0 - 0 + 5 - 3 = 2$
S3-T1	$S3T1 - S1T1 + S1T2 - S1D + S3D - S3T4$	$5 - 3 + 5 - 0 + 0 - 2 = 5$

S3-T2	$S3T2 - S2T2 + S1T2 - S1D + S3D - S3T4$	$3 - 3 + 5 - 0 + 0 - 2 = 3$
S3-T3	$S3T3 - S2T3 + S2T2 - S1T2 + S1D - S3D$	$4 - 2 + 3 - 5 + 0 - 0 = 0$

Tabel kedua metode North West Corner belum optimum, karena ada hasil minus pada : **S1-T3 = -1**

- Sel **S1-T3** dimasukkan ke basis karena satu-satunya yang mengandung nilai negative.
- Sel **S1-T2** dikeluarkan dari basis karena sel bertanda (-) dengan jumlah unit terkecil yaitu 20.

• **Metode North West (3)**

	T1	T2	T3	T4	D	Persediaan
S1	20 ³	5	20 ³	4	5 ⁰	45
S2	4	45 ³	30 ²	3	0	55
S3	5	3	4	30 ²	5 ⁰	35
Permintaan	20	45	30	30	10	135

$$Z_{min} = (20 \times 3) + (20 \times 3) + (5 \times 0) + (45 \times 3) + (30 \times 2) + (30 \times 2) + (5 \times 0) = 335$$

• **Metode Stepping Stone (3)**

Sel Bukan Basis	Closed Path	Pengurangan Biaya
S1-T2	$S1T2 - S1T3 + S2T3 - S2T2$	$5 - 3 + 2 - 3 = 1$
S1-T4	$S1T4 - S1D + S3D - S3T4$	$4 - 0 + 0 - 2 = 2$
S2-T1	$S2T1 - S1T1 + S1T3 - S2T3$	$4 - 3 + 3 - 2 = 2$
S2-T4	$S2T4 - S2T3 + S1T3 - S1D + S3D - S3T4$	$3 - 2 + 3 - 0 + 0 - 2 = 2$
S2-D	$S2D - S1D + S1T3 - S2T3$	$0 - 0 + 3 - 2 = 1$
S3-T1	$S3T1 - S1T1 + S1T3 - S1D + S3D - S3T4$	$5 - 3 + 3 - 0 + 0 - 2 = 3$
S3-T2	$S3T2 - S2T2 + S2T3 - S1T3 + S1D - S3D$	$3 - 3 + 2 - 3 + 0 - 0 = -1$
S3-T3	$S3T3 - S2T3 + S1T3 - S1D + S3D - S3T4$	$4 - 2 + 3 - 0 + 0 - 2 = 3$

Tabel kedua metode North West Corner belum optimum, karena ada hasil minus pada : **S3-T2= -1**

- Sel **S3-T2** dimasukkan ke basis karena satu-satunya yang mengandung nilai negative.
- Sel **S3-D** dikeluarkan dari basis karena sel bertanda (-) dengan jumlah unit terkecil yaitu 5.

• **Metode North West (4)**

	T1	T2	T3	T4	D	Persediaan
S1	20 ³	5	15 ³	4	10 ⁰	45
S2	4	40 ³	15 ²	3	0	55
S3	5	5 ³	4	30 ²	0	35
Permintaan	20	45	30	30	10	135

$$Z_{min} = (20 \times 3) + (15 \times 3) + (10 \times 0) + (40 \times 3) + (15 \times 2) + (5 \times 3) + (30 \times 0) \\ = 330$$

• **Metode Stepping Stone (3)**

Sel Bukan Basis	Closed Path	Pengurangan Biaya
S1-T2	S1T2 - S1T3 + S2T3 - S2T2	$5 - 3 + 2 - 3 = 1$
S1-T4	S1T4 - S1T3 + S2T3 - S2T2 + S3T2 - S3T4	$4 - 3 + 2 - 3 + 3 - 2 = 1$
S2-T1	S2T1 - S1T1 + S1T3 - S2T3	$4 - 3 + 3 - 2 = 2$
S2-T4	S2T4 - S3T4 + S3T2 - S2T2	$3 - 2 + 3 - 3 = 1$
S2-D	S2D - S1D + S1T3 - S2T3	$0 - 0 + 3 - 2 = 1$
S3-T1	S3T1 - S3T2 + S2T2 - S2T3 + S1T3 - S1T1	$5 - 3 + 3 - 2 + 3 - 3 = 3$
S3-T3	S3T3 - S2T3 + S2T2 - S3T2	$4 - 2 + 3 - 3 = 2$
S3-D	S3D - S1D + S1T3 - S2T3 + S2T2 - S3T2	$0 - 0 + 3 - 2 + 3 - 3 = 1$

Tabel ketiga tersebut sudah optimum karena sel non basis tidak ada yang bernilai negatif. **Maka, biaya minimumnya adalah 330.**