ELM 264 - Proje 1

Hoca Eren KARATAŞ
200102002003
E.K.

1) a) $x[n] = e^{-(0,05 + j\,0,3)n}$

$e^{-0,05n} \cdot e^{-0,3jn} \Rightarrow e^{-0,05n}\left(\cos(0,3n) - j\sin(0,3n)\right)$

Reel part $\Rightarrow e^{-0,05n} \cdot \cos(0,3n)$

$\boxed{\text{Genlik} = \sqrt{a^2+b^2}\ ,\ a+ib}$

İmajiner part $\Rightarrow -e^{-0,05n} \cdot j\sin(0,3n)$

Genlik için $\Rightarrow |x[n]| = \left| e^{-0,05n} \cdot \cos(0,3n) - j\, e^{-0,05n} \cdot \sin(0,3n) \right|$

$\Rightarrow \sqrt{\left(e^{-0,05n}\right)^2 \cdot \cos^2(0,3n) + \left(e^{-0,05n}\right)^2 \cdot \sin^2(0,3n)}$

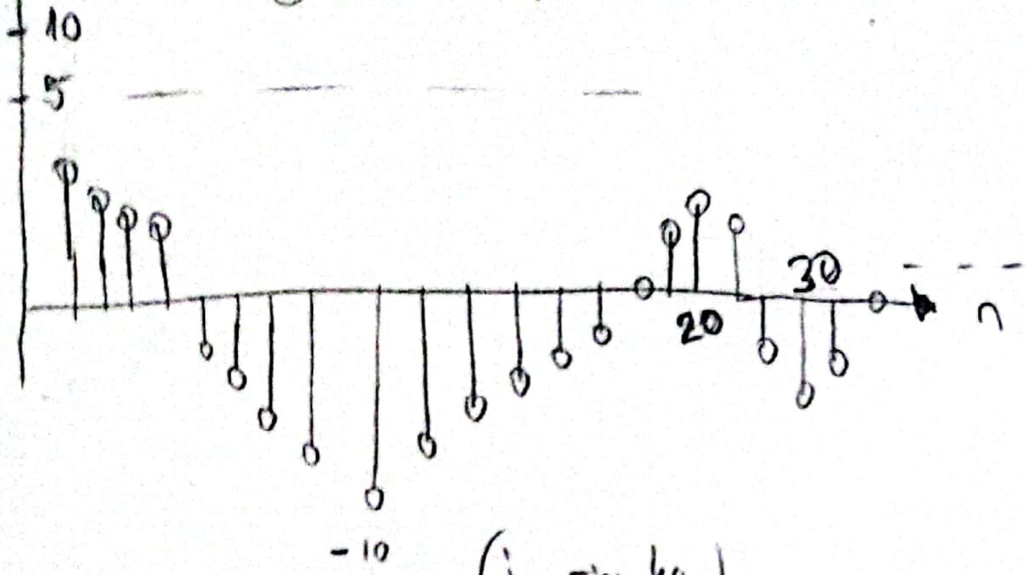
$\Rightarrow \sqrt{\left(e^{-0,05n}\right)^2 \underbrace{\left(\cos^2(0,3n) + \sin^2(0,3n)\right)}_{1}} = e^{-0,05n}$

Faz için:

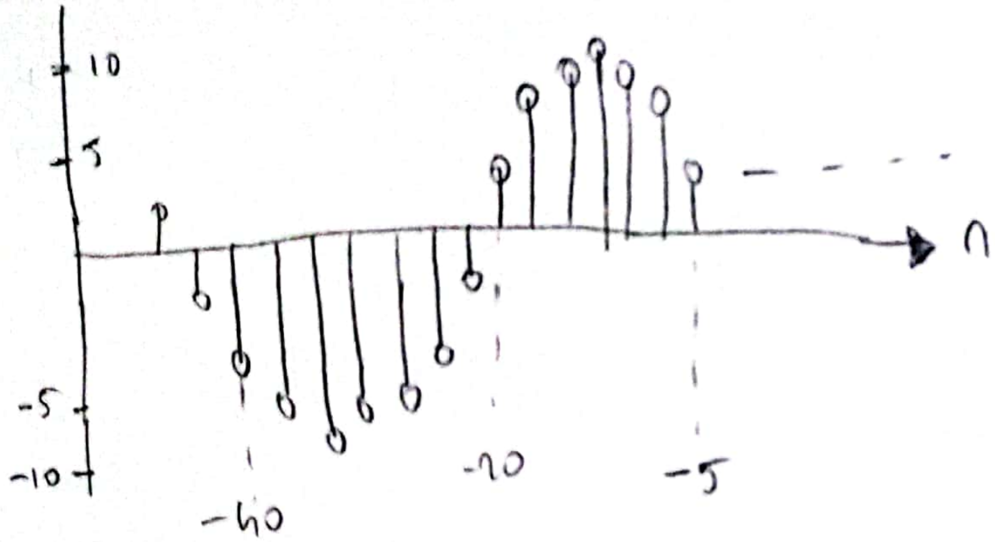
$\theta(x[n]) \Rightarrow \arctan\left(\dfrac{\text{imajiner Part}}{\text{Reel Part}}\right) \Rightarrow \arctan\left(\dfrac{-e^{-0,05n} \cdot \sin(0,3n)}{e^{-0,05n} \cdot \cos(0,3n)}\right)$

$\Rightarrow \arctan(-\tan(0,3n)) = -0,3n$ //

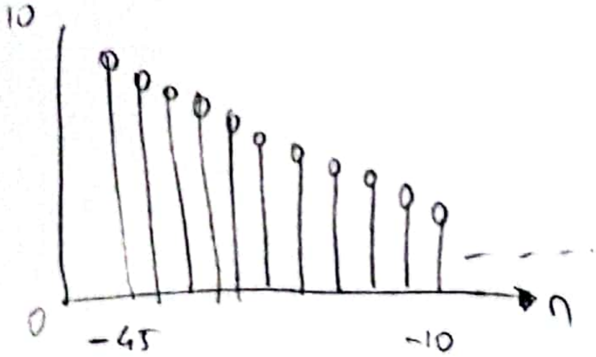
(Reel kısım)



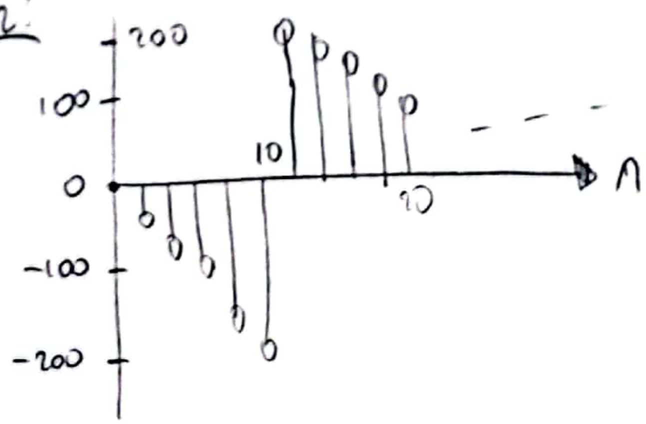
(imajiner kısım)



Genlik:



Faz:



b) $x(t) = e^{-(0{,}05 + j0{,}3)t}$

$\Rightarrow e^{-0{,}05t}\left(\cos(0{,}3t) - j\sin(0{,}3t)\right)$

Real kısım $\Rightarrow e^{-0{,}05t} \cdot \cos(0{,}3t)$

İmajinar kısım $\Rightarrow -e^{-0{,}05t} \cdot j\sin(0{,}3t)$

$\boxed{\text{Genlik} = \sqrt{a^2+b^2}\,,\ a+ib}$

Genlik için $\Rightarrow |x(t)| = \left| e^{-0{,}05t} \cdot \cos(0{,}3t) - j\, e^{-0{,}05t} \cdot \sin(0{,}3t) \right|$

$\Rightarrow \sqrt{\left(e^{-0{,}05t}\right)^2 \cdot \cos^2(0{,}3t) + \left(e^{-0{,}05t}\right)^2 \cdot \sin^2(0{,}3t)}$

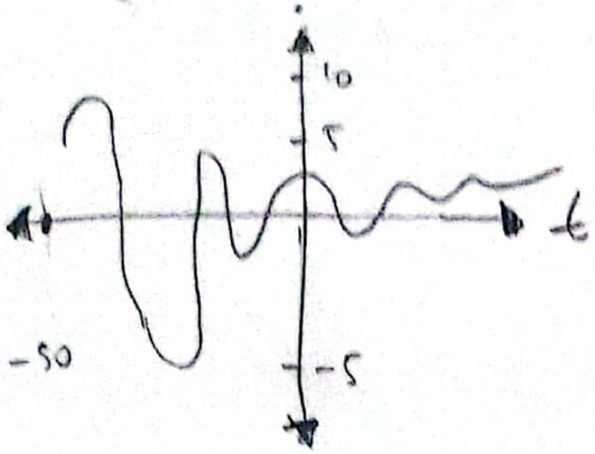
$\Rightarrow \sqrt{\left(e^{-0{,}05t}\right)^2 \underbrace{\left(\cos^2(0{,}3t) + \sin^2(0{,}3t)\right)}_{1}} \Rightarrow e^{-0{,}05t}$ //

Faz için:

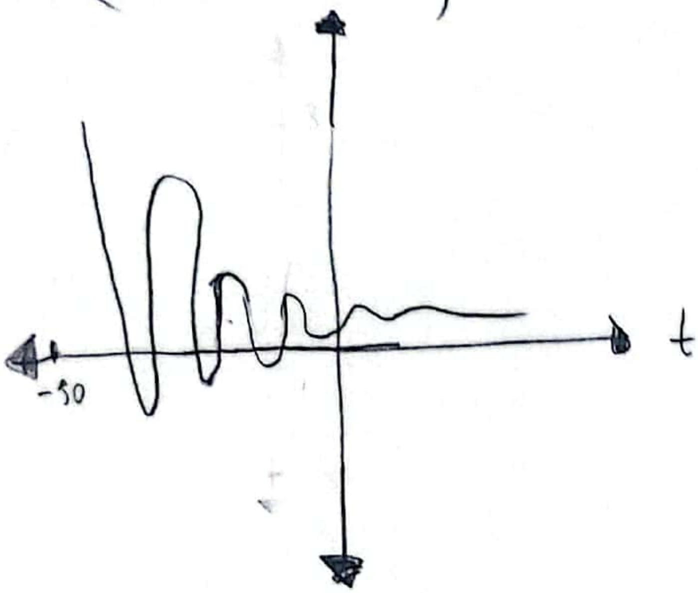
$\theta(x(t)) = \arctan\left(\dfrac{\text{imajinar Part}}{\text{Real Part}}\right) \Rightarrow \arctan\left(\dfrac{-e^{-0{,}05t} \cdot \sin(0{,}3t)}{e^{-0{,}05t} \cdot \cos(0{,}3t)}\right)$

$\Rightarrow \arctan\left(-\tan(0{,}3t)\right) = -0{,}3t$ //

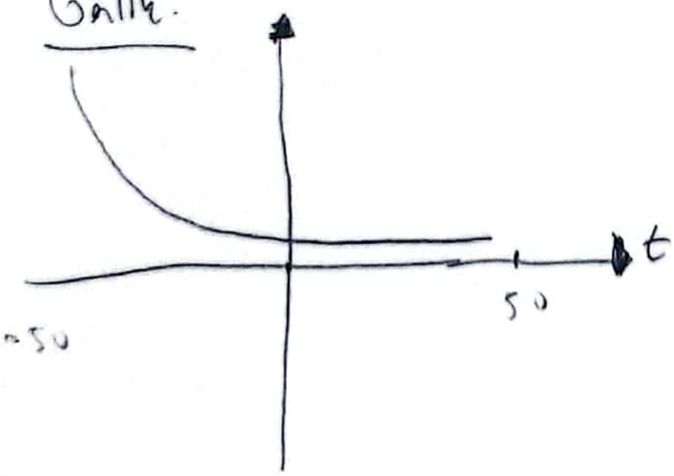
(Reel kısım)



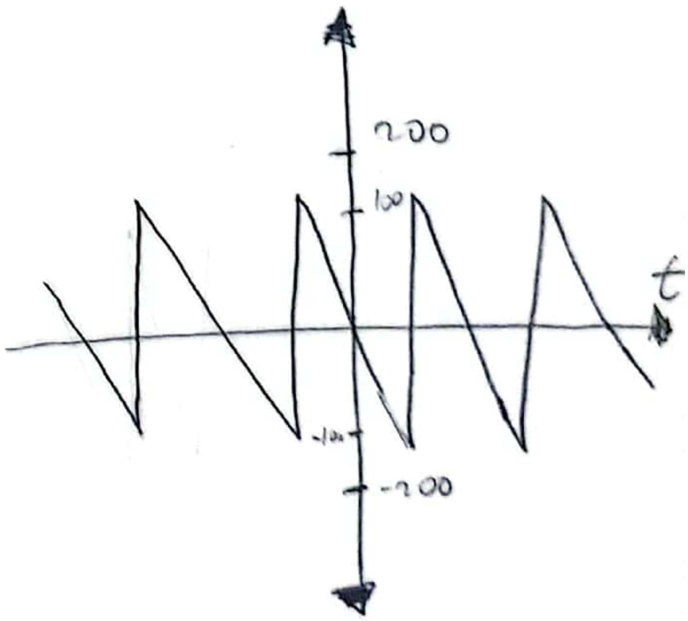
(imajiner kısım)



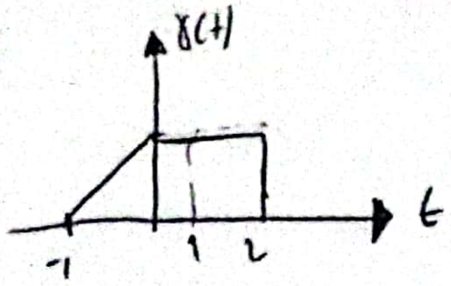
Genlik:



Faz:

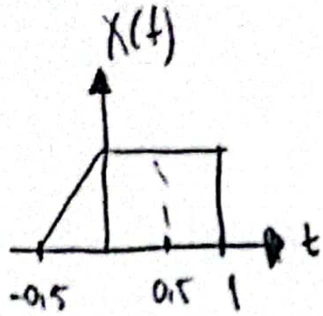


2)

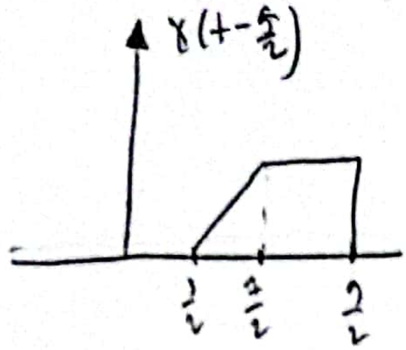


a) x(2t) (Scale)

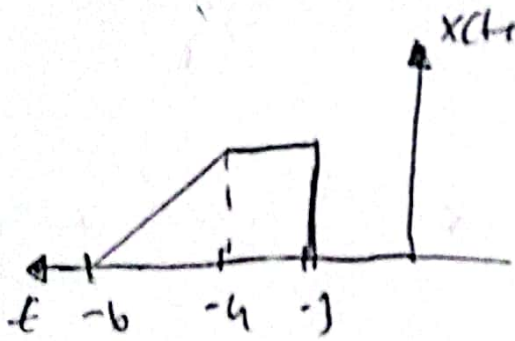
=>



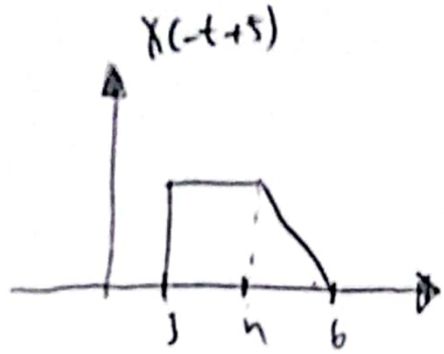
b) $x(t-\frac{5}{2})$ (ötelenme)

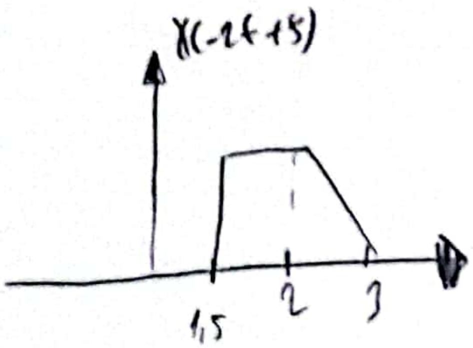


c) x(-2t+5) (ötelenme - ters)



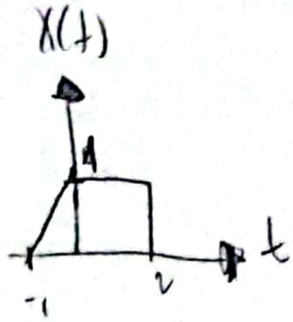
=>





7) Çift için $\Rightarrow \{x(t)\} = \frac{1}{2}\left[x(t) + x(-t)\right]$

Tek için $\Rightarrow \{x(t)\} = \frac{1}{2}\left[x(t) - x(-t)\right]$



$$\Rightarrow \begin{cases} t+1, & -1 \le t \le 0 \\ 1, & 0 \le t < 2 \\ 0, & t = 2 \end{cases}$$

Çift için:

$x(-1) = \frac{1}{2}\left(x(-1) + x(1)\right) = \frac{0+1}{2} = 1/2$

$x(0) = \frac{1}{2}\left(x(0) + x(0)\right) = x(0) = 1$

$x(1) = \frac{1}{2}\left(x(1) + x(-1)\right) = \frac{0+1}{2} = \frac{1}{2}$

$x(2) = \frac{1}{2}\left(x(2) - x(-2)\right) = 0$

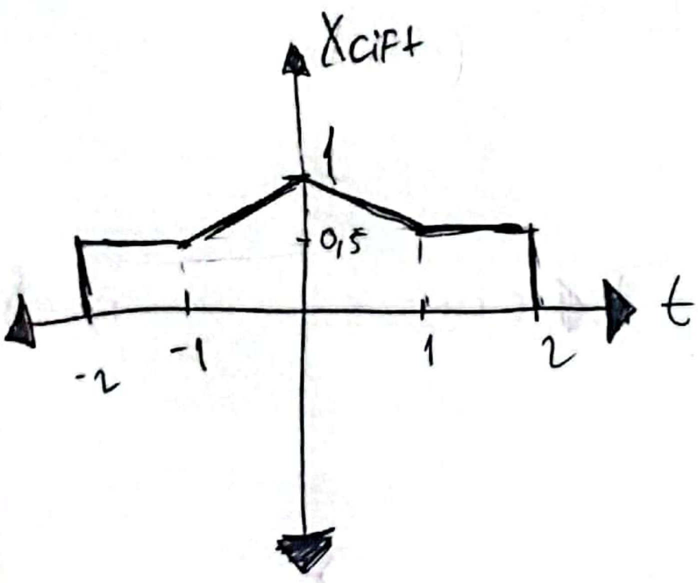
Tek için:

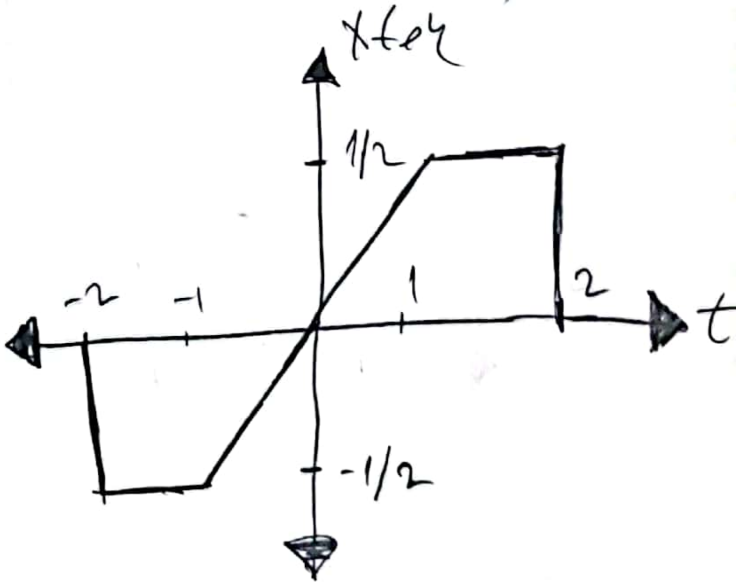
$x(-1) = \frac{1}{2}\left(x(-1) - x(1)\right) = \frac{0-1}{2} = -1/2$

$x(0) = \frac{1}{2}\left(x(0) - x(0)\right) = 0$

$x(1) = \frac{1}{2}\left(x(1) - x(-1)\right) = \frac{1-0}{2} = 1/2$

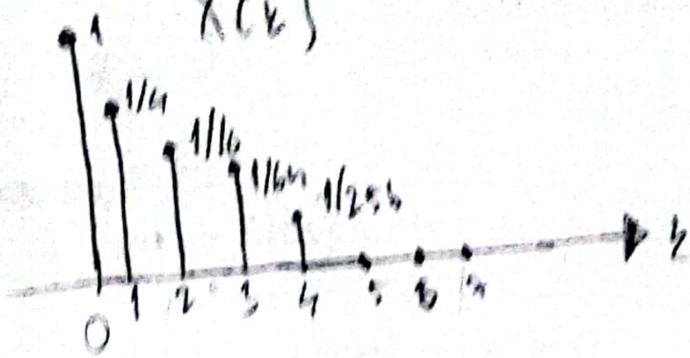
$x(2) = \frac{1}{2}\left(x(2) - x(-2)\right) = 0$

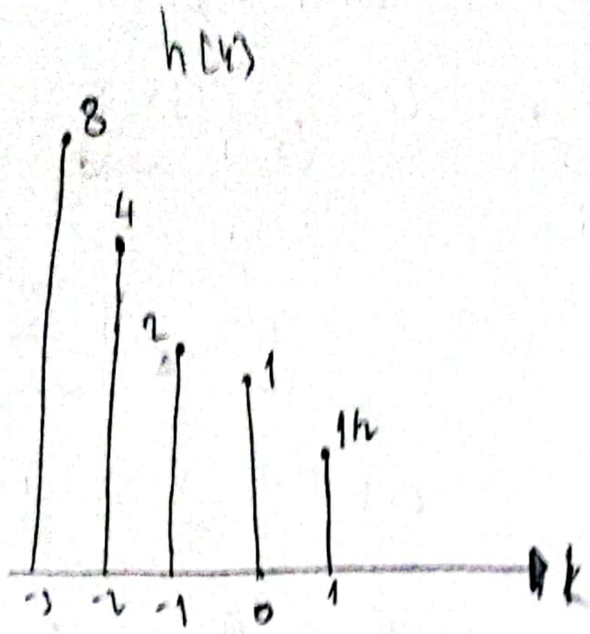




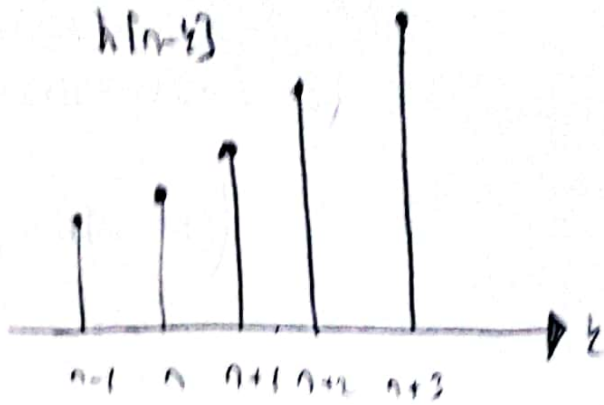
4) a) $x[n]=\left(\frac{1}{4}\right)^n\left(u[n]-u[n-5]\right)$ $\Rightarrow x[n]*h[n]$

$h[n]=\left(\frac{1}{2}\right)^n\left(u[n+3]-u[n-2]\right)$ $\Rightarrow \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\cdot h[n-k]$





$\Rightarrow$



$n<0$ için:

$y[n]=0$; $y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\cdot h[n-k]=0$

$0\leq n<4$ için:

$x[k]=\left(\frac{1}{4}\right)^k\left(u[k]-u[k-5]\right)$

$h[n-k]=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-k}\left(u[n-k+3]-u[n-k-2]\right)$

$$y[n]=\sum_{k=0}^{n}\left(\frac{1}{4}\right)^k\left(\frac{1}{2}\right)^n\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-k}$$

$$y[n]=\left(\frac{1}{8}\right)^n\sum_{k=0}^{n}\left(\frac{1}{2}\right)^{-k} \Rightarrow y[n]=\left(\frac{1}{8}\right)^n\cdot\frac{1-2^{n+1}}{-1}$$

$$y[n]=2^{-3n}\cdot\frac{1-2^{n+1}}{-1}$$

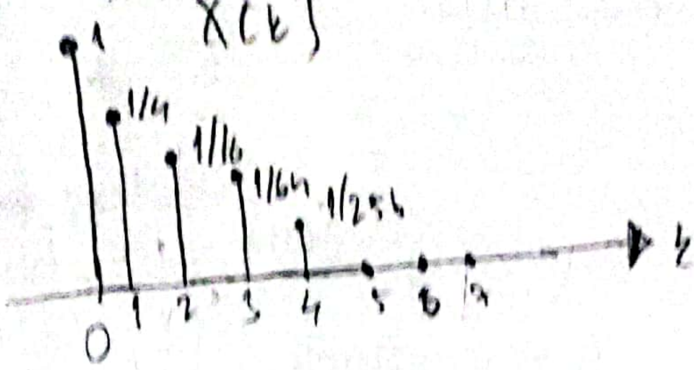
$0\Rightarrow(-1,3)$
$1\Rightarrow(0,4)$
$2\Rightarrow(1,5)$
$3\Rightarrow(2,6)$
$4\Rightarrow(3,7)$

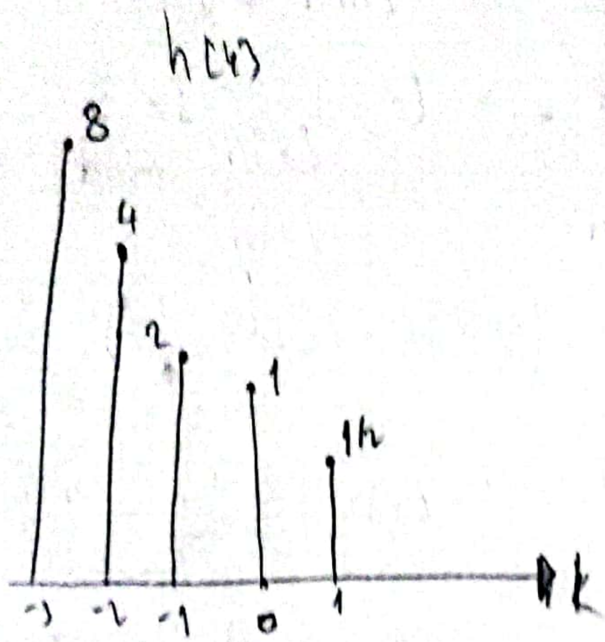
4) a) $x[n] = \left(\frac{1}{4}\right)^n \left(u[n] - u[n-5]\right)$

$h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n \left(u[n+3] - u[n-2]\right)$

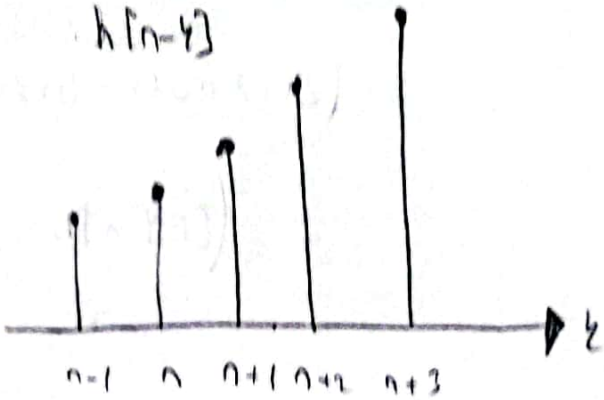
$\Rightarrow x[n] * h[n]$

$\Rightarrow \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot h[n-k]$





$\Rightarrow$



n<0 için:

$y[n] = 0 \quad , y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot h[n-k] = 0$

0 ≤ n < 4 için:

$x[k] = \left(\frac{1}{4}\right)^k \left(u[k] - u[k-5]\right)$

$h[n-k] = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-k} \left(u[n-k+3] - u[n-k-2]\right)$

$y[n] = \sum_{k=0}^{n} \left(\frac{1}{4}\right)^n \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-k}$

$y[n] = \left(\frac{1}{8}\right)^n \sum_{k=0}^{n} \left(\frac{1}{2}\right)^{-k} \Rightarrow y[n] = \left(\frac{1}{8}\right)^n \cdot \frac{1-2^{n+1}}{-1}$ //

$y[n] = 2^{-3n} \cdot \frac{1-2^{n+1}}{-1}$ //

$0 \Rightarrow (-1,3)$

$1 \Rightarrow (0,4)$

$2 \Rightarrow (1,5)$

$3 \Rightarrow (2,6)$

$4 \Rightarrow (3,7)$

$4 < n \leq 6$ için:

$$y[n] = \left(\frac{1}{8}\right)^n \sum_{k=0}^{4} \left(\frac{1}{2}\right)^{-k} \Rightarrow y[n] = \left(\frac{1}{8}\right)^n \cdot \frac{1-2^5}{1-2} \Rightarrow \frac{2^{-3n} \cdot (1-2^5)}{1-2}$$

$$y[n] = \frac{2^{-3n} - 2^{5-3n}}{-1} \Rightarrow y[n] = 2^{5-3n} - 2^{-3n} \;//$$

$6 < n \leq 10$ için:

$$y[n] = \sum_{k=n-6}^{4} \left(\frac{1}{8}\right)^n \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-k} \Rightarrow y[n] = \left(\frac{1}{8}\right)^n \sum_{k=n-6}^{4} \left(\frac{1}{2}\right)^{-k} \qquad \boxed{Q = k - n + 6}$$

$$y[n] = \left(\frac{1}{8}\right)^n \sum_{Q=0}^{10-n} \left(\frac{1}{2}\right)^{6-Q} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{3n} \cdot \left(\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-11}}{1-2}\right)$$

$$y[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{3n} \cdot \left(\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-11}}{-1}\right) \Rightarrow \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{3n} - \left(\frac{1}{2}\right)^{4n-11}}{-1}$$

$n > 10$:

$y[n] = 0 \Rightarrow h[n-k]$'dan 4'dan 10'a kadar sıdan kesişim yoktur.

$$y[n] = \begin{cases} 0 & , n < 0 \\ 2^{1-2n} - 2^{3n} & , 0 \leq n \leq 4 \\ 2^{5-3n} - 2^{-3n} & , 4 < n \leq 6 \\ 2^{11-4n} - 2^{-3n} & , 6 < n \leq 10 \\ 0 & , n > 10 \end{cases}$$

Hacı Eren Karataş 200102002009

ELM 264 PROJE 1 RAPORU

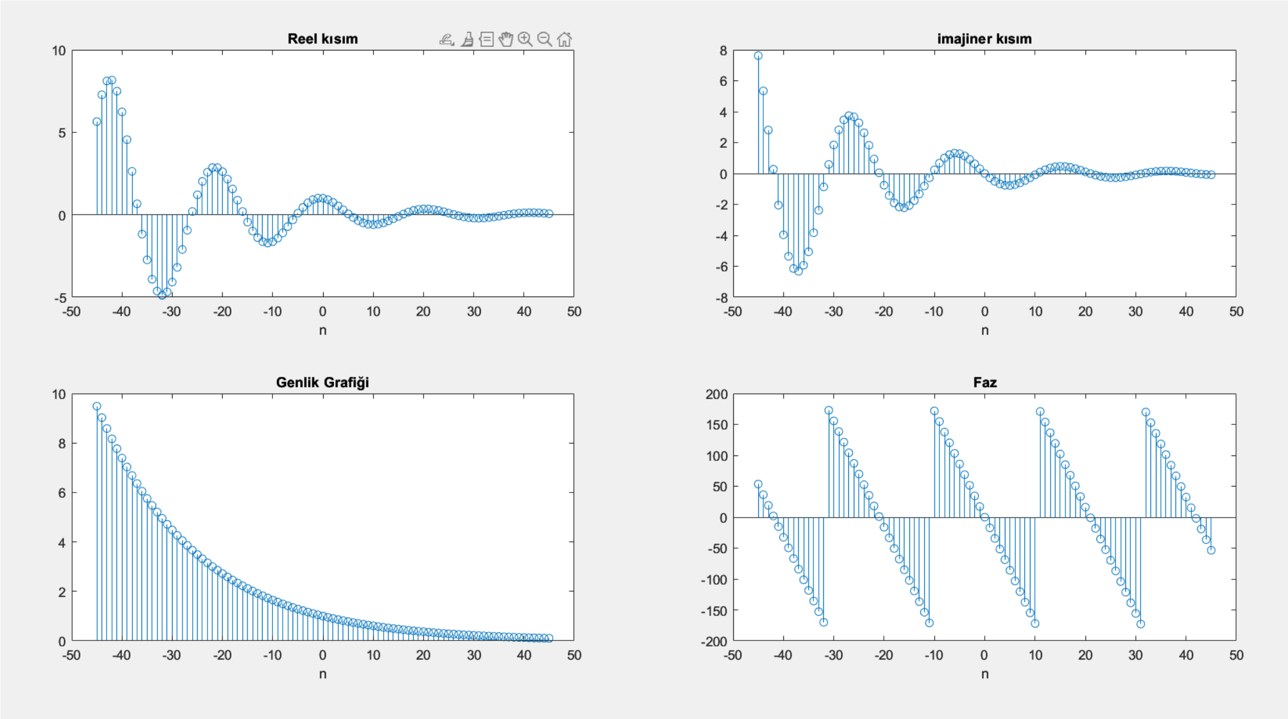
1.

a.

_proje1_1.m elm264_proje1_2.m elm264_proje1_3.m elm264_proje1_4.n

```
n=-45:1:45;
eq=-(0.05 + 0.3j);
y=exp(eq*n);

subplot(2,2,1);
stem(n,real(y))
title('Reel kısım');
xlabel('n');

subplot(2,2,2);
stem(n,imag(y));
title('imajiner kısım');
xlabel('n');

subplot(2,2,3);
stem(n,abs(y));
title('Genlik Grafiği');
xlabel('n');

subplot(2,2,4);
stem(n,(180/pi)*angle(y)); title('Faz'); xlabel('n')
```

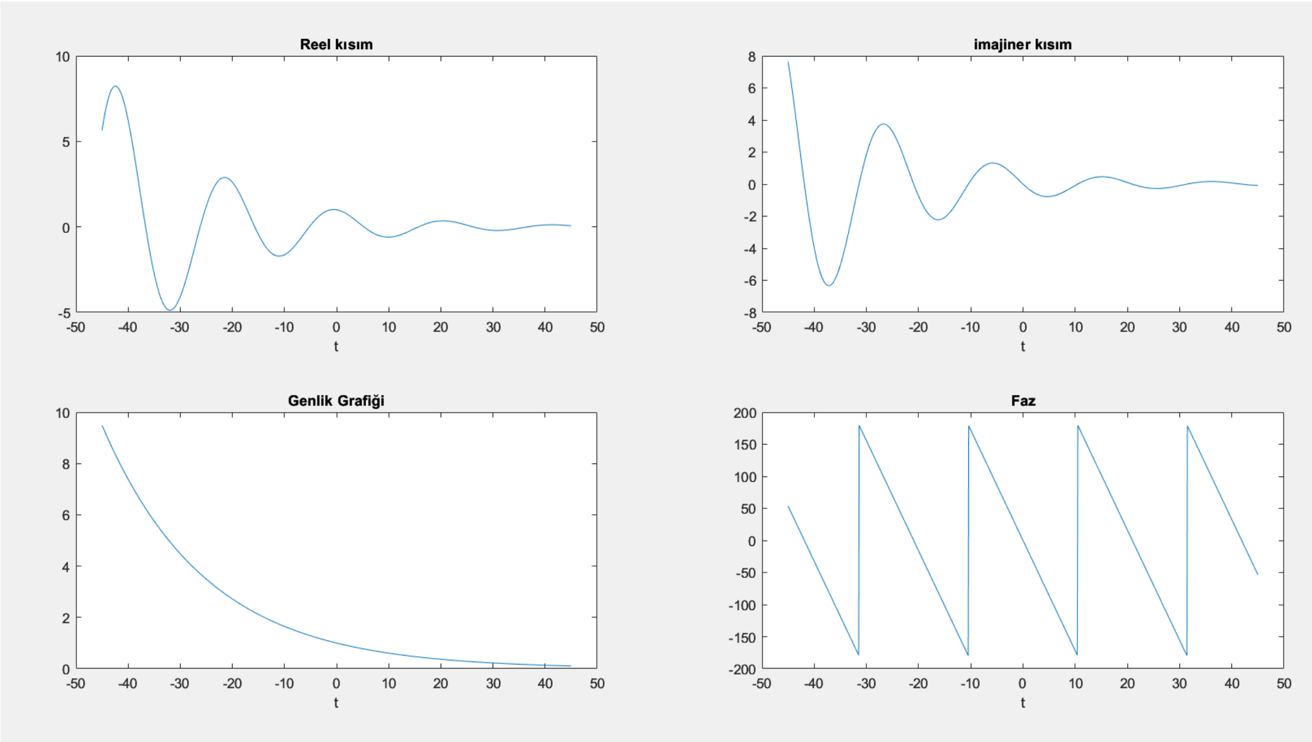
Verilen Kompleks işaretin Gerçek Kısım ve sanal Kısım,0 Genlik, Faz grafikleri çizdirilmesi istenmiş. n ifadesine çalışmak istediğimiz aralık ve neye göre belirleneceği yazıldı. -45'den 45'e seçilmesi kodların çıktısında sadece belirli bir aralık üretmek için kullanılmıştır bu sayılar değişik sayılar da olabilir. Bu yapıda Start : Stop : Step olarak adlandırılan yapıya göre elde edilmiştir. eq değişkenine verilen denklemin ataması yapılmıştır ve exp() fonksiyonu ile verilen ifadenin e^n(eq) olarak oluşturulmasına olanak sağlamıştır. Subplot komutu ise 4 grafiği aynı anda ekranda göstermek için kullanılan MATLAB fonksiyonudur. stem() fonksiyonu 1. Parametresi n kısmını yani zamanı 2. Parametresi ise Verilen sinyali işlemektedir. Ve bu hepsinin sonucunda ekrana ekte bulunan grafikleri gösterir. Burada stem() kullanılma sebebi stem fonksiyonunun ayrık zamanlı sinyallerde çalışmasındandır,Plot kullanamayız bu sebepten ötürü.Reel kısım için kullanılan real() kompleks sayının gerçek kısmını kırpabilmek için kullanıldı. İmag() fonksiyonu ise kompleks sayının Reel olmayan kısmını kırpmak için kullanıldı. Abs() fonksiyonu ise genliği elde etmek için kulanılan fonksiyondur. Faz için ise faz elde etme formülü olan (180/pi)*Açı kullanılmıştır angle() fonksiyonu ile istenilen açıya erişilmiştir. Xlabel metodu ise grafik x eksenini isimlendirilmede kullanılmıştır. İstenilen çıktılar ekteki dosyada mevcuttur.



b.

```
t=linspace(-45,45,1000);
eq=-(0.05 + 0.3j);
y=exp(eq*t);

subplot(2,2,1);
plot(t,real(y))
title('Reel kısım');
xlabel('t');

subplot(2,2,2);
plot(t,imag(y));
title('imajiner kısım');
xlabel('t');

subplot(2,2,3);
plot(t,abs(y));
title('Genlik Grafiği');
xlabel('t');

subplot(2,2,4);
plot(t,(180/pi)*angle(y)); title('Faz'); xlabel('t')
```

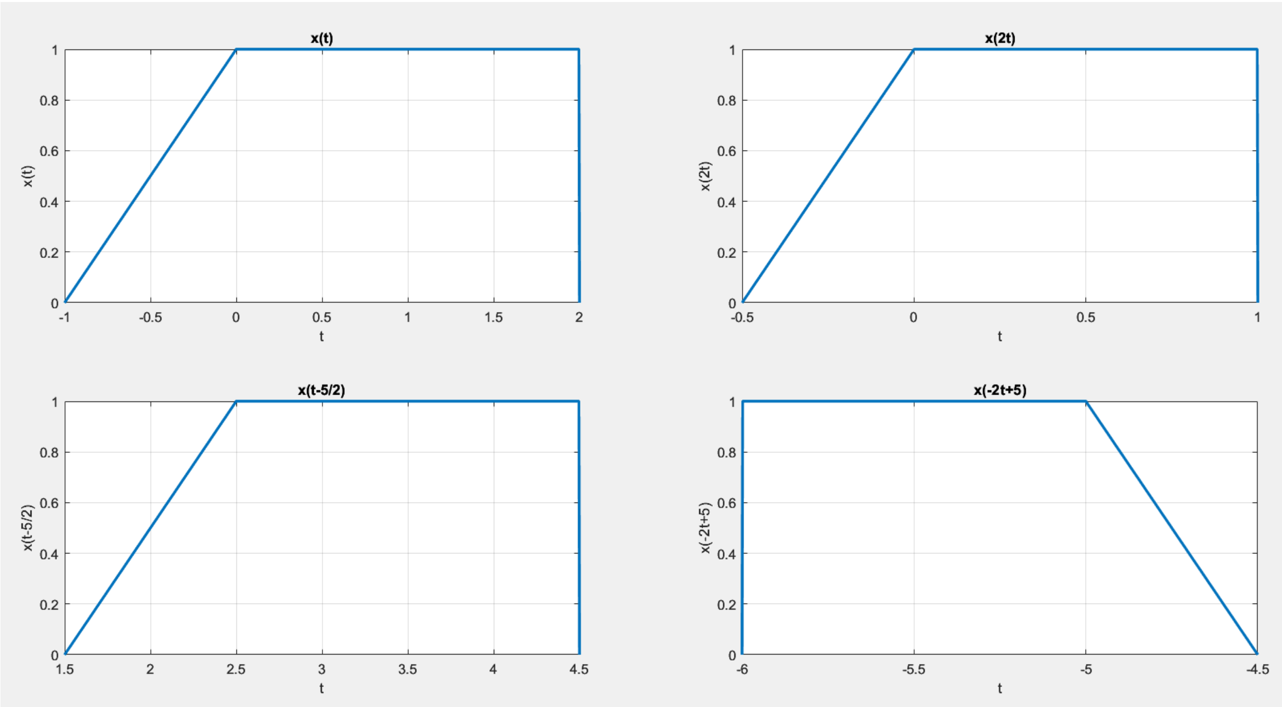
Bu sefer burada verilen ifade sürekli zamanlı bir ifadeye aittir. Bundan ötürü daha küçük parçalara ayırma işlemi yapılması gerekliydi ve bu şekilde linspace() kullanımına ihtiyaç duyuldu. -45 ile 45 arasını 1000 parçaya bölme işlemi uygulanması sürekli zamanı elde etmek istenilmesindendir. Eq ile gerekli Kompleks sayı tanımlandı ve exp() fonksiyonu kullanılarak ifadenin e^t(eq) olarak tanımlanması sağlandı. Subplot yine istenilen Genlik, Faz, Reel kısım, İmajiner kısım grafiklerinin hepsini aynı anda gösterilmesi sağlandı. Sürekli zamanlı grafikler için plot komutu kullanılmalıdır ve ilk parametresi zaman ikinci parametresi ise sinyali istenilen durum için işlemeye yarayan yapılardır. Xlabel ile x ekseni adlandırılması yapılmıştır.Verilen kompleks sayının Reel olmayan kısmına imag() reel kısmına ise real() ile ulaşılmıştır. Abs() genlik için kullanıldı. (180/pi)*Açı ile de gerekli faz tanımı yapılmış açıya ise angle() komutu ile ulaşılmıştır. Gerekli çıktı ekte bulunmaktadır.



2.

```
t = linspace(-1, 2, 1000);
x = (t>=-1 & t<0).*(t+1) + (t>=0 & t<2)*1 + (t==2)*0;

subplot(2,2,1);
plot(t, x, 'LineWidth', 2);
grid on;
title('x(t)');
xlabel('t');
ylabel('x(t)');

subplot(2,2,2);
plot(t/2, x, 'LineWidth', 2);
grid on;
title('x(2t)');
xlabel('t') ;
ylabel('x(2t)');

subplot(2,2,3);
plot(t+5/2, x, 'LineWidth', 2);
grid on;
title('x(t-5/2)');
xlabel('t') ;
ylabel('x(t-5/2)');

subplot(2,2,4);
plot((t/-2 -5), x, 'LineWidth', 2);
grid on;
title('x(-2t+5)');
xlabel('t') ;
ylabel('x(-2t+5)');
```

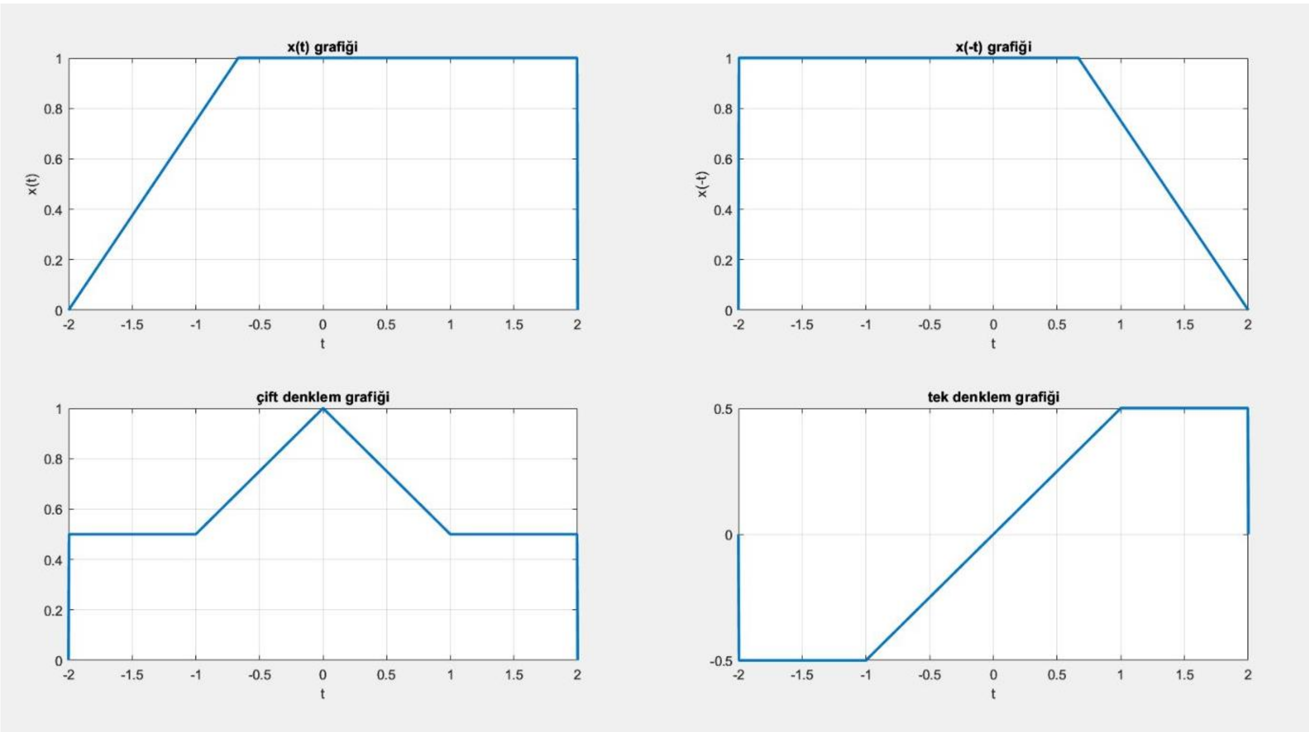
Gerekli ifadenin çıktısı için tanımlamalar yapıldı. t ifadesine linspace ile -2 den 1 işaret tanımı yapıldı aralık 1000 parçaya bölünerek sürekli zamanlı olması sağlandı. X ifadesine ise parçalı fonksiyon aktarıldı. İfade de görüldüğü gibi ,-1<= t < 0, aralığına t + 1, 0 <= t < 2 aralığına 1, t = 2 için ise 0 atanmıştır. Bu Şekilde parçalı fonksiyonu tanımlamış olduk. Subplot yardımıyla istenilen tüm grafikler çıktı olarak verilmiştir. Plot ifadelerinde 1. Parametre zaman t, 2. Parametre fonksiyon 3. Parametre 'Linewidth' ise grafik çizgilerini kalınlaştırmada kullanılmıştır ki son parametre kalınlaştırma miktarını göstermektedir. Grid on ifadeleri ile de grafik ızgarası denilen Kareli şema elde edilmiştir. Xlabel ile x ekseni adlandırılması ylabel ile y ekseni adlandırılması yapılmıştır. Sonuç olarak elde edilen grafik çıktıları ekteki gibidir.



3.

Soruda istenilen verilen işaretin tek ve çift kısımlarını çizdirilmesiydi.Bunun için tek ifade elde etme metodu (x(t) – x(-t))/2 iken çift ifadelerde (x(t) + x(-t))/2 'dir.Bu formülü uygulamak üzere t1,t2,t3 ile 3 farklı zaman dilimi oluşturuldu.X first x(t) denklemi elde etmek için kullanıldı ve x first'e parçalı fonksiyon atanması yapılmıştır.X second ise x(-t) ifadesini oluşturmak için kullanılmıştır.Sonrasında ise aynı zaman diliminde hareket etmeleri için ifadeler x_1 ve x_2 olarak yazıldı. Sonrasında tek ve çift ifadeler için x_1 ve x_2 denklemleri kullanılarak tek ve çift kısımları çizildi. subplot() komutu ile 4 tane grafiği de elde edilmiş ve bunları ekrana bastırdık. 'Linewidth' ile çizgi kalınlığı ve grid on ile de ızgara sistemi olan kareli alan çizgileri atanmıştır.

```
t1 = linspace(-2, 2, 1000);
t2= linspace(-1, 2, 1000);
t3= linspace(-2, 1, 1000);

xfirst = (t2>=-1 & t2<0).*(t2+1) + (t2>=0 & t2<2)*1 + (t2==2)*0;
xsecond = (t3>-2 & t3<0).*(1) + (t3>=0 & t3<=1).*(-t3+1) + (t3==-2)*0;
x_1 = (t1>=-1 & t1<0).*(t1+1) + (t1>=0 & t1<2)*1 + (t1==2)*0;
x_2 = (t1>-2 & t1<0).*(1) + (t1>=0 & t1<=1).*(-t1+1) + (t1==-2)*0;

subplot(2,2,1);
plot(t1, xfirst,'LineWidth',2);
title('x(t) grafiği');
xlabel('t'); ylabel('x(t)');
grid on;

subplot(2,2,2);
plot(t1, xsecond, 'LineWidth',2);
title('x(-t) grafiği')
xlabel('t'); ylabel('x(-t)');
grid on;

subplot(2,2,3);
plot(t1, (x_1+x_2)/2,'LineWidth',2);
title('çift denklem grafiği')
xlabel('t');
grid on;

subplot(2,2,4);
plot(t1,(x_1-x_2)/2,'LineWidth',2);
title('tek denklem grafiği');xlabel('t');
grid on;
```



Yorumlar:

Sonuç olarak elle yapılan çalışmada elde edilen sonuçlar ile MATLAB üzerinde yapılan çalışmalarda bir paralellik gözlemlendi. El ile yapılan hesaplamalarda çizilen grafikler ve kodlardan gelen grafiklerin eşgüdümlü olması uyuşumu desteklendi. MATLAB ile yapılan kodlamalarda daha hassas ölçümler alındı ve bu sayede elde edilen teorik bilginin pratik ile pekiştirilmesine yardımcı olundu. Yapılan uygulamalar ile Matematiksel altyapıda gelişime sebep olundu.