Cuestión 1.- Razone si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:
a) El valor de la velocidad de escape de un objeto lanzado desde la superficie de la Tierra depende del valor de la masa del objeto.
b) En el movimiento elíptico de un planeta en tomo al Sol la velocidad del planeta en el perihelio (más próximo al Sol) es mayor que la velocidad en el afelio (más alejado del Sol).

Aplicando el teorema de conservación de la energía:

$$\left(\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 - G.\frac{M.m}{r}\right)_A = \left(\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 - G.\frac{M.m}{r}\right)_B \rightarrow \left(\frac{1}{2}\cdot v^2 - G.\frac{M}{r}\right)_A = \left(\frac{1}{2}\cdot v^2 - G.\frac{M}{r}\right)_B$$

Se observa que la masa se simplifica: la masa del cuerpo no influye en los movimientos libres.
a) Falso. En este caso el punto A es en la superficie de la Tierra ($v = V_{escape}$, $r = R_{Tierra}$) y el punto B es en el infinito ($v = 0$, $r = \infty$) por tanto la velocidad de escape no depende de la masa del cuerpo.
b) Cierto. El punto A sería el prihelio y B el Afelio. En el perihelio el radio de la órbita es menor que en el afelio por lo que la energía potencial es menor (más negativa), por lo que la energía cinética debe ser mayor, debe tener más velocidad que en el afelio.

Cuestión 2.- Una partícula realiza un movimiento armónico simple de 10 cm de amplitud y tarda 2 s en efectuar una oscilación completa. Si en el instante t=0 su velocidad es nula y la elongación positiva, determine:
a) La expresión matemática que representa la elongación en función del tiempo.
b) La velocidad y la aceleración de oscilación en el instante t = 0,25 s.

La amplitud es A = 0’1 m y el período es T = 2 s → $w = 2.\pi / T = 2.\pi / 2 = \pi$
Las ecuaciones del M.A.S. son:

$$x = 0'1 \cdot \text{sen}(\pi\cdot t + \Phi)$$
$$v = 0'1 \cdot \pi \cdot \cos(\pi\cdot t + \Phi)$$
$$a = -0'1 \cdot \pi^2 \cdot \text{sen}(\pi\cdot t + \Phi)$$

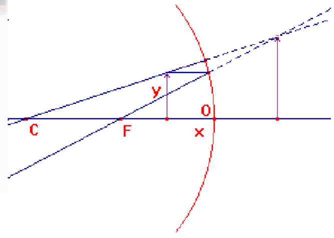
Si cuando t = 0 , v = 0 → $0 = 0'1 \cdot \pi \cdot \cos(\pi\cdot 0 + \Phi)$ → $\cos(\Phi) = 0$ → $\Phi = \pi/2$ ó $-\pi/2$
para $\Phi = \pi/2$, $x = 0'1 \cdot \text{sen}(\pi\cdot 0 + \pi/2) = 0'1 > 0$
para $\Phi = -\pi/2$, $x = 0'1 \cdot \text{sen}(\pi\cdot 0 - \pi/2) = -0'1 < 0$

$$x = 0'1 \cdot \text{sen}(\pi\cdot t + \pi/2)$$
$$v = 0'1 \cdot \pi \cdot \cos(\pi\cdot t + \pi/2)$$
$$a = -0'1 \cdot \pi^2 \cdot \text{sen}(\pi\cdot t + \pi/2)$$

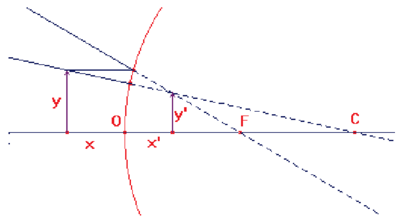
Al cabo de 0’25= 1/4 s
$$x = 0'1 \cdot \text{sen}(\pi/4 + \pi/2) = 0'07 \text{ m}$$
$$v = 0'1 \cdot \pi \cdot \cos(\pi/4 + \pi/2) = -0'22 \text{ m/s}$$
$$a = -0'1 \cdot \pi^2 \cdot \text{sen}(\pi/4 + \pi/2) = -0'7 \text{ m/s}^2$$

Cuestión 3.- La distancia focal de un espejo esférico es de 20 cm en valor absoluto. Si se coloca un objeto delante del espejo a una distancia de 10 cm de él, determine la posición y la naturaleza de la imagen formada en los dos casos siguientes:
a) El espejo es cóncavo.
b) El espejo es convexo.
Efectúe la construcción geométrica de la imagen en ambos casos.

Las ecuaciones de los espejos esféricos son: $1 / x' + 1 / x = 1 / f$,, $y' / y = - x' / x$
Para construir las imágenes:
Todo rayo que pasara por el centro de curvatura se refleja sin desviarse
Todo rayo paralelo al eje se refleja pasando por el foco

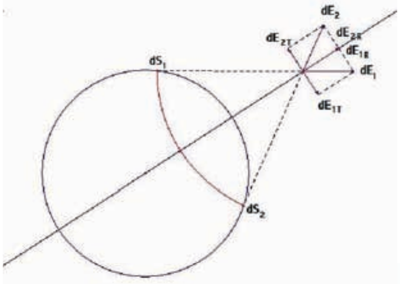


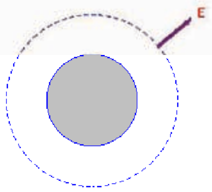
a) Espejo cóncavo
Sustituyendo datos, en cm, en la ecuación:
$1 / x' + 1 / (-10) = 1 / (-20)$ → $x' = +20$ cm Virtual
$y'/ y = - 20 / (-10) = + 2$ → imagen mayor, el doble, y derecha



b) Espejo convexo
Sustituyendo datos, en cm, en la ecuación:
$1 / x' + 1 / (-10) = 1 / 20$ → $x' = +6'7$ cm Virtual
$y'/ y = - 6'7 / (-10) = + 0'67$ → imagen menor y derecha

Cuestión 4.- Una superficie esférica de radio R tiene una carga eléctrica Q distribuida uniformemente en ella.
a) Deduzca la expresión del módulo del vector campo eléctrico en un punto situado en el exterior a dicha superficie haciendo uso del teorema de Gauss.
b) ¿Cuál es la razón entre los módulos de los vectores campo eléctrico en dos puntos situados a las distancias del centro de la esfera $r_1 = 2$ R Y $r_2 = 3$ R?





Tomando dos elementos diferenciales simétricos producen campos iguales tales que sus componentes transversales se anulan por ser opuestas, resultando un campo en sentido radial.
Como la esfera es simétrica, todos los puntos situados a la misma distancia tendrán la misma intensidad del campo y el sentido es radial.
La superficie de integración tiene que ser una esfera de radio la distancia del punto al centro de la esfera cargada. Por se E radial, el ángulo que forma E con el diferencial de superficie de integración es 0º, y la carga encerrada es toda:

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon} \quad \rightarrow \quad E.\oint dS.\cos 0 = \frac{Q}{\varepsilon}$$

$$E.4\pi.r^2 = Q / \varepsilon \rightarrow E = Q / (4\pi.\varepsilon..r^2)$$

$$E_1 / E_2 = [Q / (4\pi.\varepsilon..r_1{}^2)] / [Q / (4\pi.\varepsilon..r_2{}^2)] = (r_2 / r_1)^2 = (3R / 2R)^2 = 9 / 4$$

Cuestión 5.- La energía en reposo de un electrón es 0,511 MeV. Si el electrón se mueve con una velocidad v=O,8 c, siendo c la velocidad de la luz en el vacío:
a) ¿Cuál es la masa relativista del electrón para esta velocidad?
b) ¿Cuál es la energía relativista total?
Datos: Valor absoluto de la carga del electrón e=1'6. 10^{-19} C
Ve locidad de la luz en el vacío c= 3 . 10^{8} mis

La energía en reposo o energía propia es $E = m_o.\, c^2$ → la masa en reposo del electrón será:

$$m_o = E / c^2 = 0'511.10^6 \cdot 1'6.10^{-19} / (3.10^8)^2 = 9'08.10^{-31}\ \text{kg}$$

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{9'08\cdot 10^{-31}}{\sqrt{1-\frac{(0'8.c)^2}{c^2}}} = 1'67\cdot 9'08.10^{-31} = 1'51.10^{-30}\,\text{kg}$$

La energía relativista total será:

$$E = m\cdot c^2 = 1'51.10^{-30} \cdot (3.10^8)^2 = 1'359.10^{-13}\ \text{Julios} = 0'849\ \text{MeV}$$

Problema 1A.- Una onda armónica transversal de amplitud 8 cm y longitud de onda 140 cm se propaga en una cuerda tensa, orientada en el sentido positivo del eje X, con una velocidad de 70 cm/s. El punto de la cuerda de coordenada x = O (origen de la perturbación) oscila en la dirección de] eje Y y tiene en el instante t = O una elongación de 4 cm y una velocidad de oscilación positiva. Determine:
a) Los valores de la frecuencia angular y del número de onda.
b) La expresión matemática de la onda.
c) La expresión matemática del movimiento del punto de la cuerda situado a 70 cm del origen.
d) La diferencia de fase de oscilación, en un mismo instante, entre dos puntos de la cuerda que distan entre sí 35 cm.

Todas las medidas van en cm y s
La ecuación de la onda será:

$$A = 8\ \text{cm} \quad \lambda = 140\ \text{cm} \rightarrow k = 2\pi / 140 = \pi / 70\ \text{rad/cm}$$
$$v = \lambda / T = w / k \rightarrow w = v\,.\,k = 70\,.\,\pi / 70 = \pi\ \text{rad/s}$$
$$y = A\cdot \text{sen}\,(\omega.t - k.x + \Phi) \rightarrow y = 8 \cdot \text{sen}\,(\pi\cdot t - x\cdot\pi / 70 + \Phi)$$

Si en x = 0, para t = 0, y = 4 cm → $4 = 8 \cdot \text{sen}\,(\pi\cdot 0 - 0\cdot\pi / 70 + \Phi)$ → $\text{sen}\,\Phi = ½$ → $\Phi = \pi/6$
La ecuación de la onda resulta ser:

$$y = 8 \cdot \text{sen}\,(\pi\cdot t - x\cdot\pi / 70 + \pi/6)$$

Para un punto sito a 70 cm la ecuación del MAS que describe será:

$$y = 8 \cdot \text{sen}\,(\pi\cdot t - 70\cdot\pi / 70 + \pi/6) \rightarrow y = 8 \cdot \text{sen}\,(\pi\cdot t - 5\,\pi/6)$$

Para dos puntos separados 35 cm:

$$\text{Fase}_1 = \pi\cdot t - x\cdot\pi / 70 + \pi/6$$
$$\text{Fase}_2 = \pi\cdot t - (x+35)\cdot\pi / 70 + \pi/6 = \pi\cdot t - x\cdot\pi / 70 - \pi/3$$
$$\text{Fase}_1 - \text{Fase}_2 = (\pi\cdot t - x\cdot\pi / 70 + \pi/6) - (\pi\cdot t - x\cdot\pi / 70 - \pi/3) = \pi/2\ \text{rad}$$

C1.- Un satélite artificial de 500 kg describe una órbita circular alrededor de la Tierra con una velocidad de 6’5 km/s. Calcular:

a) **La energía mecánica del satélite**
b) **La altura sobre la superficie terrestre.**

Datos: $G = 6'67\cdot 10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2}$
$M_{Tierra} = 5'98\cdot 10^{24}$ kg
$R_{Tierra} = 6'37\cdot 10^{6}$ m

La fuerza de atracción gravitatoria es la fuerza centrípeta necesaria para tomar la curva:

$$F_a = F_c \quad \rightarrow \quad G\cdot\frac{M_T.m}{r^2} = m.\frac{v^2}{r} \quad \rightarrow \quad r = \frac{G.M_T}{v^2} = \frac{6'67\cdot 10^{-11}\cdot 5'98\cdot 10^{24}}{6500^2} = 9'44\cdot 10^{6}\,\mathrm{m}$$

El satélite orbita a $9'44.10^6$ m desde el centro de la tierra por lo que la altura sobre la superficie terrestre será:

$$h = 9'44.10^6 - 6'37.10^6 = 3'07.10^6\ \mathrm{m}$$

Y su energía mecánica será:

$$E_m = -\frac{1}{2}\cdot G\cdot\frac{M_T\cdot m}{r} = -\frac{6'67\cdot 10^{-11}\cdot 5'98\cdot 10^{24}\cdot 500}{2\cdot 9'44\cdot 10^{6}} = -1'02\cdot 10^{10}\,\mathrm{J}$$

C2.- Una fuente puntual emite un sonido que se percibe con un nivel de intensidad sonora de 50 dB a una distancia de 10 m.

a) **Determinar la potencia sonora de la fuente.**
b) **¿ A qué distancia dejaría de ser audible el sonido ?**

Dato: Intensidad umbral del sonido $I_o = 10^{-12}\ W.m^{-2}$

Sustituyendo datos en la definición de nivel sonoro y teniendo en cuenta que la potencia P_o del foco se reparte en esferas concéntricas, suponiendo medio isótropo:

$$\beta = 10\cdot\log\frac{I}{I_o} \quad \rightarrow \quad 50 = 10\cdot\log\frac{I}{10^{-12}} \quad \rightarrow \quad I = 10^{5}\cdot 10^{-12} = 10^{-7}\,\mathrm{W/m^2}$$

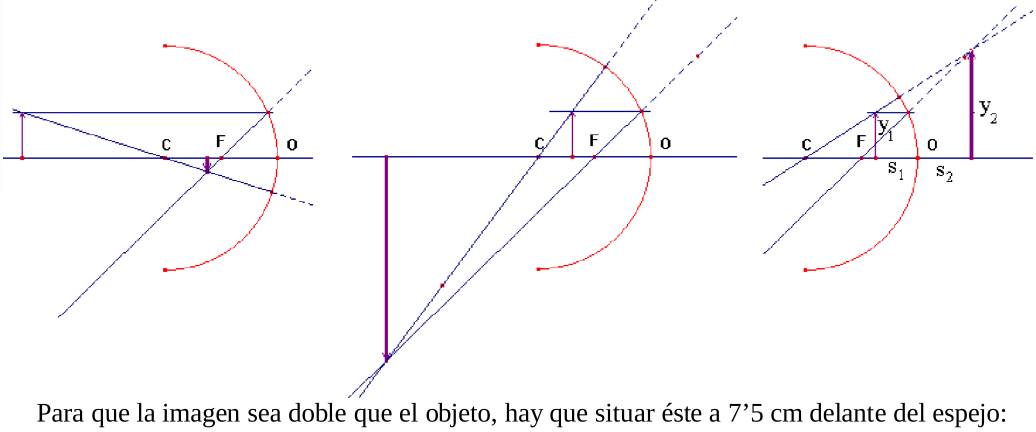
$$I = \frac{P_o}{4\cdot\pi\cdot r^2} \quad \rightarrow \quad P_o = I\cdot 4\cdot\pi\cdot r^2 = 10^{-7}\cdot 4\cdot\pi\cdot\pi\cdot{}^{2} = 1'26\cdot 10^{-4}\,\mathrm{W}$$

El sonido dejará de oirse a una distancia tal que la intensidad sea menor o igual a I_o :

$$I \le I_o \quad \rightarrow \quad \frac{P_o}{4\cdot\pi\cdot r^2} \le I_o \quad \rightarrow \quad r \ge \sqrt{\frac{P_o}{4\cdot\pi\cdot I_o}} = \sqrt{\frac{1'26\cdot 10^{-4}}{4\cdot\pi\cdot\pi\cdot{}^{-7}}} = 100'27\mathrm{m}$$

C3.- a) Explique la posibilidad de obtener una imagen derecha y mayor que el objeto mediante un espejo cóncavo, realizando un esquema con el trazado de los rayos, indicando si es real o virtual.
b) ¿ Dónde habría que colocar un objeto frente a un espejo cóncavo de 30 cm de radio para que la imagen sea derecha y doble de tamaño que el objeto.

El foco está en el punto medio del centro y del polo del espejo. Los casos posibles son que el objeto esté más allá del centro, entre el centro y el foco o entre el foco y el polo. Sólo se forma una imagen mayor y derecha cuando el objeto está entre el foco y el polo, siendo la imagen virtual:



Para que la imagen sea doble que el objeto, hay que situar éste a 7’5 cm delante del espejo:

$$A = -\frac{s_2}{s_1} \quad \rightarrow \quad 2 = -\frac{s_2}{s_1} \quad \rightarrow \quad s_2 = -2\cdot s_1$$

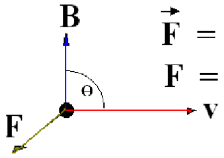
$$\frac{1}{s_2}+\frac{1}{s_1} = \frac{1}{f} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{-2s_1}+\frac{1}{s_1} = \frac{1}{-15} \quad \rightarrow \quad s_1 = -7'5\,\mathrm{cm}$$

C4.- Analice si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

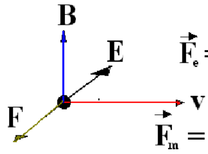
a) Una partícula cargada que se mueve en un campo magnético uniforme aumenta su velocidad cuando se desplaza en la misma dirección de las líneas del campo.

b) Una partícula cargada puede moverse en una región en la que existe un campo magnético y un campo eléctrico sin experimentar ninguna fuerza .

a) Falso: Toda carga en movimiento dentro de un campo magnético está sometida a una fuerza, ley de Lorentz, perpendicular al campo y a la velocidad por lo que no aumenta ni disminuye de velocidad, sino que se desvía describiendo una curva, pero en este caso, además la fuerza es nula por serlo el ángulo que forman la velocidad y el campo magnético:



$$\vec{F} = q\cdot(\vec{v}\wedge\vec{B})$$
$$F = q\cdot v\cdot B\cdot \text{sen}\,\Theta$$



$$\vec{F}_e = q\cdot\vec{E}$$
$$\vec{F}_m = q\cdot(\vec{v}\wedge\vec{B})$$

b) Cierto, siempre y cuando la fuerza eléctrica y la fuerza magnética sean iguales y opuestas con lo cual la fuerza total es nula.

C5.-Una roca contiene dos isótopos radiactivos A y B de periodos de semidesintegración de 1600 años y 1000 años respectivamente. Cuando la roca se formó el contenido de A y B era el mismo (10^{15} núcleos) en cada una de ellas.

a) ¿Qué isótopo tenía una actividad mayor en el momento de su formación?

b) ¿Qué isótopo tendrá una actividad mayor 3000 años después de su formación?

Según la ley de desintegración radiactiva: $A = \lambda\cdot N$ $\quad N = N_o\cdot e^{-\lambda.t}$ $\quad T = \ln 2 /\lambda$

Isótopo A) $\lambda = \ln 2 / 1600 = 0'000433$ años^{-1}

Isótopo B) $\lambda = \ln 2 / 1000 = 0'000693$ años^{-1}

Al principio las dos muestras tienen el mismo número de átomos radiactivos por lo que tendrá más actividad la muestra B por tener mayor constante de desintegración λ.

Pasados 3000 años el número de átomos radiactivos de cada isótopo y su actividad serán:

Isótopo A) $N = N_o\cdot e^{-\lambda.t} = 10^{15}.e^{-0'000433.3000} = 0'273.10^{15}$ $\quad A = 0'000433 \cdot 0'273.10^{15} = 1'18.10^{11}$ átomos/año

Isótopo B) $N = N_o\cdot e^{-\lambda.t} = 10^{15}.e^{-0'000693.3000} = 0'125.10^{15}$ $\quad A = 0'000693 \cdot 0'125.10^{15} = 8'66.10^{11}$ átomos/año

AP1.- Una partícula de 0,1 kg de masa se mueve en el eje X describiendo un movimiento armónico simple. La partícula tiene velocidad cero en los puntos de coordenadas x = -10 cm y x = 10 cm y en el instante t = O se encuentra en el punto de x = 10 cm. Si el periodo de las oscilaciones es de 1,5 s, determine:

a) **La fuerza que actúa sobre la partícula en el instante inicial.**
b) **La energía mecánica de la partícula.**
c) **La velocidad máxima de la partícula.**
d) **La expresión matemática de la posición de la partícula en función del tiempo.**

En todo MAS la velocidad es nula en los extremos por lo que A = 10 cm = 0'1 m

Si al principio, t=0, x=0'1 → $0'1 = 0'1.\text{ sen }(w.0 + f)$ → $f = \pi/2$

Si el período es 1'5 s → $w = 2.\pi / T = 4'19$ rad/s

$x = A \cdot \text{sen }(w.t + f)$ → $x = 0'1 \cdot \text{sen }(4'19.t + \pi/2)$

$v = A \cdot w \cdot \cos (w.t + f)$ → $v = 0'419 \cdot \cos (4'19.t + \pi/2)$ → $v_{max} = 0'419$ m/s

$a = -A \cdot w^2 \cdot \text{sen }(w.t + f)$ → $a = 1'76 \cdot \text{sen }(4'19.t + \pi/2)$

La fuerza inicial será :

$F = m\cdot a = - m\cdot w^2.x$ → $F_{inicial} = -0'1 \cdot 4'19^2 \cdot 0'1 = -0'176$ N

La energía mecánica será:

$E = ½\, k \cdot A^2 = ½ \cdot m\cdot w^2.A^2 = \ldots = 0'0088$ J

BP1.- Suponiendo que los planetas Venus y la Tierra describen órbitas circulares alrededor del Sol, calcule:

a) El periodo de revolución de Venus.

b) Las velocidades orbitales de Venus y de la Tierra.

Datos: Distancia de la Tierra al Sol: $1'49.10^{11}$ m Distancia de Venus al Sol: $1'08.10^{11}$ m

Periodo de revolución de la Tierra: 365 dias

La fuerza de atracción gravitatoria que ejerce el Sol sobre cada planeta es la fuerza centrípeta necesaria para orbitar

$$G.M.m / r^2 = m.v^2 / r \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{(G.M / r)} \quad \text{es la velocidad orbital}$$

$$\text{Como } v = w.r \quad y\ w = 2.\pi / T \quad \rightarrow \quad r^3 / T^2 = G.M / (4.\pi^2) = \text{constante}$$

Sustituyendo con los datos de la Tierra se obtiene el valor de G.M para determinar luego las velocidades orbitales.

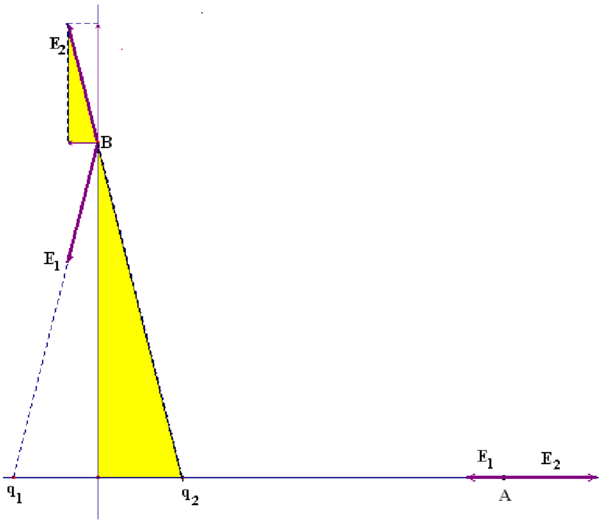
El período de Venus será : $(r^3 / T^2)_{Tierra} = (r^3 / T^2)_{Venus}$ → $T_{Venus} = \ldots =$

AP2.- Dos cargas puntuales de -3 µC y +3 µC se encuentran situadas en el plano XY, en los puntos (-1,0) y (1,0) respectivamente. Determine el vector campo eléctrico:

a) En el punto de coordenadas (10,0).

b) En el punto de coordenadas (0,10).

La intensidad del campo eléctrico se determina mediante la expresión $E = K \cdot Q / r^2$



a) En el punto A (10,0)

Campo creado por q_1 = -3 µC

$E_1 = 9.10^9 \cdot 3.10^{-6} / 11^2 = 223'14$ N/C → $\mathbf{E_1} = - 223'14\,\mathbf{i}$

Campo creado por q_2 = +3 µC

$E_2 = 9.10^9 \cdot 3.10^{-6} / 9^2 = 333'33$ N/C → $\mathbf{E_2} = + 333'33\,\mathbf{i}$

Campo total:

$\mathbf{E} = \mathbf{E_1} + \mathbf{E_2} = - 223'14\,\mathbf{i} + 333'33\,\mathbf{i} = 110'19\,\mathbf{i}$

b) En el punto B (0,10)

Las distancias entre las cargas y el punto son iguales, y las cargas en valor absoluto son iguales, por lo que el módulo de los campos serán iguales (el sentido se indica en el dibujo) y de valor:

$\sqrt{(1^2 + 10^2)} = 10'05$

$E_1 = E_2 = 9.10^9 \cdot 3.10^{-6} / 10'05^2 = 267'33$ N/C

Por simetría de triángulos determinamos las componentes de los vectores:

$\mathbf{E_2} / 10'05 = E_{2x} / 1 = E_{2y} / 10$ → $E_{2x} = 26'6$ $E_{2y} = 266$ → $\mathbf{E_2} = - 26'6\,\mathbf{i} + 266\,\mathbf{j}$

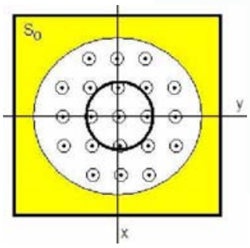
Por simetría: $\mathbf{E_1} = - 26'6\,\mathbf{i} - 266\,\mathbf{j}$

El campo total será: $\mathbf{E} = \mathbf{E_1} + \mathbf{E_2} = ... = - 53'2\,\mathbf{i}$

BP2.- Sea un campo magnético uniforme *B* dirigido en el sentido positivo del eje Z. El campo sólo es distinto de cero en una región cilíndrica de radio 10 cm cuyo eje es el eje Z y aumenta en los puntos de esta región a un ritmo de 10^{-3} T/s. Calcule la fuerza electromotriz inducida en una espira situada en el plano XY y efectúe un esquema gráfico indicando el sentido de la corriente inducida en los dos casos siguientes:

a) **Espira circular de 5 cm de radio centrada en el origen de coordenadas.**

b) **Espira cuadrada de 30 cm de lado centrada en el origen de coordenadas.**



El campo aumenta según la función: $B = B_o + 0'001.t$, siendo B_o una constante, B inicial

a) La espira está totalmente inmersa dentro del campo magnético

El flujo magnético será:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos 0 = (B_o + 0'001.t) \cdot \pi \cdot 0'05^2 = 0'007854 \cdot B_o + 7'854.10^{-6} . t$$

La f.e.m. inducida será:

$$E = - d\Phi/dt = - 7'854.10^{-6} \text{ Voltios}$$

La f.e.m. es de $7'854.10^{-6}$ voltios y el sentido de la corriente es tal que se opone al aumento del flujo, es decir en sentido horario

b) La espira rectangular abarca más del "área" magnética: area S_o más área círculo de radio 0'1 m

El flujo magnético será:

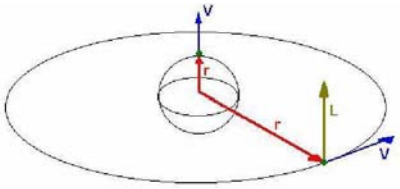
$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos 0 = 0 \cdot S_o + (B_o + 0'001.t) \cdot \pi \cdot 0'1^2 = 0'0314 \cdot B_o + 3'14.10^{-5} . t$$

La f.e.m. inducida será:

$$E = - d\Phi/dt = - 3'14.10^{-5} \text{ Voltios}$$

La f.e.m. es de $3'14.10^{-5}$ voltios y el sentido de la corriente es tal que se opone al aumento del flujo, es decir en sentido horario

Cuestión 1.-Calcule el módulo del momento angular de un objeto de 1000 kg respecto al centro de la Tierra en los siguientes casos:
a) Se lanza desde el polo norte perpendicularmente a la superficie de la Tierra con una velocidad de10 km/s.
b) Realiza un órbita circular alrededor de la Tierra en el plano ecuatorial a una distancia de 600 km de su superficie. ***Datos: G=6,67×10⁻¹¹N m²kg⁻² MT=5,98×10²⁴kg; Radio de la Tierra RT=6,37×10⁶m***



El momento angular es: $\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p} = \vec{r} \wedge (m.\vec{v})$
$L = r.m.v.sen\vartheta$

a) En este caso el ángulo que forman el vector posición r con el vector velocidad es cero por lo que: L = R.m.v. sen 0 = 0 kg.m^2/s
b) En este caso el ángulo que forma el vector posición r y la velocidad orbital es 90º :

La velocidad orbital debe ser tal que la fuerza de atracción gravitatoria sea la fuerza centrípeta necesaria para describir la órbita de radio r = R + h = 6,37.10^6 + 600000 = 6'97.10^6 m :

$$F_a = F_c \;\rightarrow\; G.\frac{M.m}{r^2} = m.\frac{v^2}{r} \;\rightarrow\; v = \sqrt{G.\frac{M}{r}} = \sqrt{6'67.10^{-11}.\frac{5'98.10^{24}}{6'97.10^6}} = 7565\,m/s$$

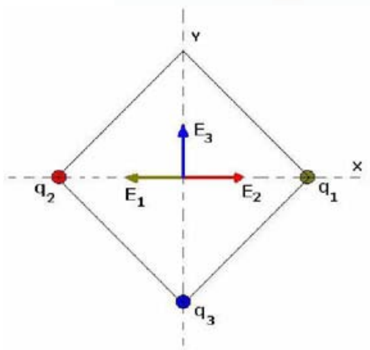
L = r.m.v. sen 90º = r.m.v = 6'97.10^6 . 1000 . 7565 = 5'27.10^{13} kg.m^2/s .El vector L es perpendicular al plano orbital

Cuestión 2.- Una partícula que realiza un movimiento armónico simple de 10 cm de amplitud tarda 2 s en efectuar una oscilación completa. Si en el instante t=0 su velocidad era nula y la elongación positiva, determine:
a) La expresión matemática que representa la elongación en función del tiempo.
b) La velocidad y la aceleración de oscilación en el instante t = 0,25 s.

La elongación, x, velocidad y aceleración vienen dadas por las ecuaciones:
x = A . sen (w.t +Φ) ,, v = dx/dt = A.w. cos (w.t +Φ) ,, a = dv/dt = - A.w^2. sen (w.t +Φ)

Conocido el período se calcula la pulsación: w = 2.π / T = 2.π / 2 = π rad/s
Si cuando t = 0 la velocidad es nula:
0 = A.w. cos (w.0 +Φ) → Φ = π/2 o Φ = - π/2
para Φ = - π/2 en t = 0 , x = A . sen (w.0 – π/2) = - A < 0 , solución no válida
para Φ = π/2 en t = 0 , x = A . sen (w.0 + π/2) = A > 0 , solución correcta
Las ecuaciones quedan:
x = 0'1 . sen (π.t + π) v = 0'1 . π . cos (π.t + π) a = 0'1 . π^2 . sen (π.t + π)
Al cabo de 0'25 s :
v = 0'1 . π . cos (π.0'25 + π) = - 0'22 m/s a = - 0'1 . π^2 . sen (π.0'25 + π) = + 0'698 m/s^2

Cuestión 3.- Se disponen tres cargas de 10 nC en tres de los vértices de un cuadrado de 1 m de lado. Determine en el centro del cuadrado:
a) El módulo, la dirección y el sentido del vector campo eléctrico.
b) El potencial eléctrico. ***Dato: Constante de la ley de Coulomb K=9 . 10⁹ N m² C⁻²***



La representación del sistema puede hacerse en la orientación que deseemos, por lo que nos interesa:

La distancia entre el centro y cualquier vértice es:
d^2 + d^2 = 1^2 → d^2 = 1/2 → d = 1 / √2

El módulo del campo creado por una carga es:

E = k.q / r^2

En el centro del cuadrado, por ser las tres cargas iguales y las distancias a los vértices iguales, los tres campos son iguales:

$E_1 = E_2 = E_3 = k.q / r^2 = 9.10^9 . 10.10^{-9} / 0'5 = 180$ N/C

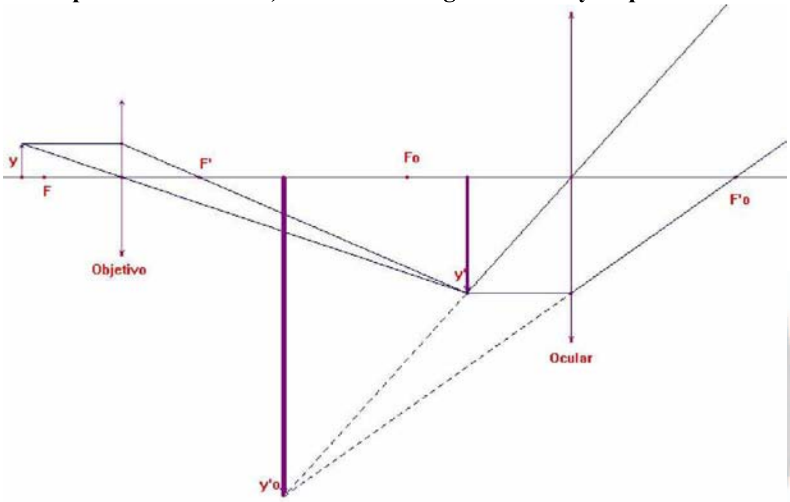
El vector Intensidad del campo eléctrico total resulta de módulo 180 N/C :

$\mathbf{E_1} = - 180 . \mathbf{i}$ $\quad \mathbf{E_2} = + 180 . \mathbf{i}$ $\quad \mathbf{E_3} = + 180 . \mathbf{j}$ $\quad\rightarrow\quad \mathbf{E} = \mathbf{E_1} + \mathbf{E_2} + \mathbf{E_3} = + 180 . \mathbf{j}$

El potencial eléctrico será la suma de los potenciales que son también iguales:

$V_1 = V_2 = V_3 = k . q / r = 9.10^9 . 10.10^{-9} / 0'707 = 127'3$ Voltios
$V = V_1 + V_2 + V_3 = 3 . 127'3 = 381'9$ Voltios

Cuestión 4.- **Un microscopio consta de dos lentes convergentes (objetivo y ocular). a) Explique el papel que desempeña cada lente. b) Realice un diagrama de rayos que describa el funcionamiento del microscopio.**



La lente Objetivo es de distancia focal pequeña. El objeto hay que situarlo fuera de la distancia focal y el ocular produce una imagen real invertida. Como interesa que esta imagen sea mayor que el objeto, éste no debe situarse más allá del doble de la distancia focal.
La lente ocular es desplazable y se ajusta de tal manera que la imagen anterior quede situada dentro de su distancia focal; esta lente actuará como "lupa" produciendo una imagen virtual mayor que su "objeto".

El conjunto proporciona una imagen virtual mucho mayor que el objeto inicial.

Cuestión 5.- **La longitud de onda umbral de la luz utilizada para la emisión de electrones en un metal por efecto fotoeléctrico es la correspondiente al color amarillo. Explique si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:**

a) Iluminando con la luz amarilla umbral, si duplicamos la intensidad de luz duplicaremos también la energía cinética de los electrones emitidos.

b) **Iluminando con luz ultravioleta no observaremos emisión de electrones**.

violeta	380–450 nm
azul	450–495 nm
verde	495–570 nm
amarillo	570–590 nm
anaranjado	590–620 nm
rojo	620–750 nm

a) Falso. La luz amarilla umbral sólo arranca los electrones, no los aporta energía cinética, por definición de Umbral. En general, para una onda que produzca efecto fotoeléctrico sobre un metal, un aumento de intensidad no afecta a la energía cinética de los electrones emitidos, sino a la cantidad de los mismos.

b) Falso. Menor longitud de onda implica mayor frecuencia. La luz Ultravioleta tiene mayor frecuencia que la luz amarilla, por lo que la energía de un fotón ultravioleta, E = h . F, es mayor que la energía de un fotón Amarillo. Al iluminar con Ultravioleta se arrancarán electrones con energía cinética.

Problema A1.- En una muestra de azúcar hay $2{,}1\times10^{24}$ átomos de carbono. De éstos, uno de cada 10^{12} átomos corresponden al isótopo radiactivo ^{14}C. Como consecuencia de la presencia de dicho isótopo la actividad de la muestra de azúcar es de 8,1 Bq.

a) Calcule el número de átomos radiactivos iniciales de la muestra y la constante de desintegración (λ) del ^{14}C

b) ¿Cuántos años han de pasar para que la actividad sea inferior a 0,01Bq?

Nota: 1 Bq = 1 desintegración/segundo

La actividad es la velocidad de desintegración. El número de átomos radiactivos disminuye exponencialmente con el tiempo, según:

$$N = N_o.e^{-\lambda.t} \qquad A = \left|\frac{dN}{dt}\right| = \lambda.N$$

En la muestra de azucar hay actualmente 2'1.10^{24} / 10^{12} = 2'1.10^{12} átomos de ^{14}C radiactivo, siendo la constante de desintegración:

$$\lambda = \frac{A}{N} = \frac{8'1}{2{,}1.10^{12}} = 3'86.10^{-12}\ s^{-1}$$

Si la actividad deberá ser menor de 0'01 Bq :

$$A = \lambda.N \quad \rightarrow \quad 3'86.10^{-12}.N \le 0'01 \quad \rightarrow \quad N \le \frac{0'01}{3'86.10^{-12}} = 2'59.10^{9}$$

$$N = N_o.e^{-\lambda.t} \quad \rightarrow \quad \ln(\frac{N}{N_o}) = -\lambda.t \quad \rightarrow \quad t = -\frac{\ln N - \ln N_o}{\lambda} \quad \rightarrow \quad t \ge -\frac{\ln 2'59.10^{9} - \ln 2'1.10^{12}}{3'86.10^{-12}} = 1'74.10^{12}\ s$$

$$t \ge 55175\ \text{años}$$

Problema A2.- Un satélite artificial de 100 kg se mueve en una órbita circular alrededor de la Tierra con una velocidad de 7,5 km/s. Calcule:
a) El radio de la órbita. b) La energía potencial del satélite. c) La energía mecánica del satélite.
d) La energía que habría que suministrar al satélite para que describa una órbita circular con radio doble que el de la órbita anterior.
Datos: G = 6,67 . 10^{-11} N m^2 kg^{-2} M_T = 5,98 . 10^{24} kg; Radio de la Tierra R_T = 6,37 . 10^6 m

La velocidad orbital debe ser tal que la fuerza de atracción gravitatoria sea la fuerza centrípeta necesaria para describir la órbita de radio r :

$$F_a = F_c \;\rightarrow\; G.\frac{M.m}{r^2} = m.\frac{v^2}{r} \;\rightarrow\; r = \frac{G.M}{v^2} = \frac{6'67.10^{-11}.5'98.10^{24}}{7500^2} = 7'091.10^6 \text{ m}$$

Las energía potencial y mecánica son:

$$E_p = -G.\frac{M.m}{r} = -6'67.10^{-11}.\frac{5'98.10^{24}.100}{7'091.10^6} = -5'625.10^9 \text{ J}$$

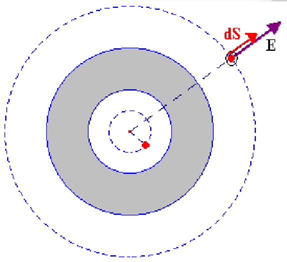
$$E_m = E_c + E_p = ... = -\frac{1}{2}.G.\frac{M.m}{r} = -2'813.10^9 \text{ J}$$

La energía que hay que suministrar al satélite para describir una órbita de radio doble será la diferencia de energías mecánicas de las dos órbitas:

$$\Delta E = E_m(2r) - E_m(r)$$

$$\Delta E = (-\frac{1}{2}.G.\frac{M.m}{2r}) - (-\frac{1}{2}.G.\frac{M.m}{r}) = -\frac{1}{2}.G.\frac{M.m}{r}.(\frac{1}{2}-1) = \frac{1}{4}.G.\frac{M.m}{r} = \frac{1}{4}.5'625.10^9 = 1'4.10^9 \text{ J}$$

Problema B1.- Una carga de +10 nC se distribuye homogéneamente en la región que delimitan dos esferas concéntricas de radios r_1=2 cm y r_2=4 cm. Utilizando el teorema de Gauss, calcule:
a) El módulo del campo eléctrico en un punto situado a 6 cm del centro de las esferas. b) El módulo del campo eléctrico en un punto situado a 1 cm del centro de las esferas.
Dato: Permitividad eléctrica del vacío ε_0=8,85 . 10^{-12} N^{-1} m^{-2} C^2



Teorema de Gauss: El flujo del campo eléctrico a través de una superficie cerrada es proporcional a la carga neta encerrada por la superficie.

$$\varphi = \frac{q}{\varepsilon} \;\rightarrow\; \oint \vec{E}.d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon}$$

Dada la simetría del sistema, en todos los puntos que equidistan del centro el campo eléctrico será radial y del mismo valor, por lo que interesa coger como superficie de integración una esfera, centrada en el centro.

$$\int E.dS.\cos\theta = q / \varepsilon \;\rightarrow\; \int E.dS.\cos 0 = q / \varepsilon \;\rightarrow\; E. \int dS = q / \varepsilon \;\rightarrow\; E.\ 4.\pi.r^2 = q / \varepsilon \;\rightarrow\; E = q / (\varepsilon.\ 4.\pi.r^2)$$

a) En este caso r = 0'06 m , $q_{encerrada}$ = +10.10^{-9} C → E = 10.10^{-9} / (8'85.10^{-12}.4.π.0'06^2) = 24977 N/C

b) Ahora, r = 0'01 m , pero $q_{encerrada}$ = 0 C → E = 0 / (8'85.10^{-12}.4.π.0'01^2) = 0 N/C

Problema B2.- Una onda armónica transversal se propaga en una cuerda tensa de gran longitud y está representada por la siguiente expresión: $y = 0'5\ \text{sen}(2\pi\ t - \pi\ x + \pi)$ (x e y en metros y t en seg.) Determine:

- **a) La longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda.**
- **b) La diferencia de fase en un mismo instante entre dos puntos separados entre sí 1 m.**
- **c) La diferencia de fase de oscilación para dos posiciones de un mismo punto de la cuerda cuando el intervalo de tiempo transcurrido es de 2 s.**
- d) **La velocidad máxima de vibración de cualquier punto de la cuerda.**

La ecuación general de una onda es: y = A. Sen (w.t – k.x + φ)
a) Comparando las ecuaciones:

$$k = \pi \;\rightarrow\; 2.\pi/\lambda = \pi \;\rightarrow\; \lambda = 2 \text{ m}$$

$$w = 2.\pi \;\rightarrow\; 2.\pi/T = 2.\pi \;\rightarrow\; T = 1 \text{ s} \;\rightarrow\; v = \lambda / T = 2/1 = 2 \text{ m/s}$$

Para un punto cualquiera su fase es : Φ(x,t) = 2. π . t – π . x + π
b) Para otro punto sito a 1 m del anterior: Φ(x+1,t) = 2. π . t – π . (x+1) + π
La diferencia de fase será:

$$\Delta\Phi = |\Phi(x+1,t) - \Phi(x,t)| = |\ 2.\pi.t - \pi.(x+1) + \pi - (2.\pi.t - \pi.x + \pi)\ | = \pi \text{ rad}$$

c) Para el punto anterior x, en el instante t + 2 es : Φ(x,t+2) = 2. π . (t+2) – π . x + π
La diferencia de fase será:

$$\Delta\Phi = |\Phi(x,t+2) - \Phi(x,t)| = |\ 2.\pi.(t+2) - \pi.x + \pi - (2.\pi.t - \pi.x + \pi)\ | = 4.\pi \text{ rad}$$

d) La velocidad de vibración de un punto será:
v = dy/dt = 0'5 . 2.π cos (2. π . t – π . x + π), siendo la velocidad máxima v_{max} = 0'5 . 2.π = π m/s

Cuestión 1.-

a) Defina las superficies equipotenciales en un campo de fuerzas conservativo.

b) ¿ Cómo son las superficies equipotenciales del campo eléctrico creado por una carga puntual ?

c) ¿ Qué relación geométrica existe entre las líneas de fuerza de un campo conservativo y las superficies equipotenciales ?

d) Indique un ejemplo de campo de fuerzas no conservativo.

Solución:

a) Superficie equipotencial es el conjunto de puntos de un campo de fuerzas que tienen el mismo potencial.

b) El potencial que crea una carga puntual q a una distancia r es:

$$V = k \cdot q / r$$

El conjunto de puntos que tienen el mismo valor de V es el que tiene el mismo valor de r, por tanto la superficie equipotencial es una esfera.

Las superficies equipotenciales creadas por una carga puntual son esferas.

c) Las líneas de fuerza son tales que en cada punto la intensidad del campo es tangente a la línea en dicho punto; por tanto las líneas de campo son perpendiculares a las superficies equipotenciales.

d) Campos de fuerzas no conservativos son: Campo Magnético, Movimiento de sólido en un fluido resistente ...

Cuestión 2.-

La expresión matemática de una onda armónica es $y(x,t) = 3.\ \mathrm{sen}(200.\pi.t - 5.x + \pi)$, estando todas las magnitudes en unidades S.I. Determine:

a) La frecuencia y longitud de onda.

b) La amplitud y la velocidad de propagación de la onda.

Solución:

La ecuación general de una onda es: $y = A \cdot \mathrm{sen}\ (w.t – k.x + f)$

Comparando la ecuación general con la dada se deduce:

$$A = 3 \text{ m}$$

$v = w / k = 200.\pi / 5 = 40.\pi = 125'7$ m/s en el sentido positivo de x

$$F = w /(2.\pi) = 200.\pi / (2.\pi) = 100 \text{ Hz}$$

$$l = 2.\pi / k = 2.\pi / 5 = 1'26 \text{ m}$$

Cuestión 3.-

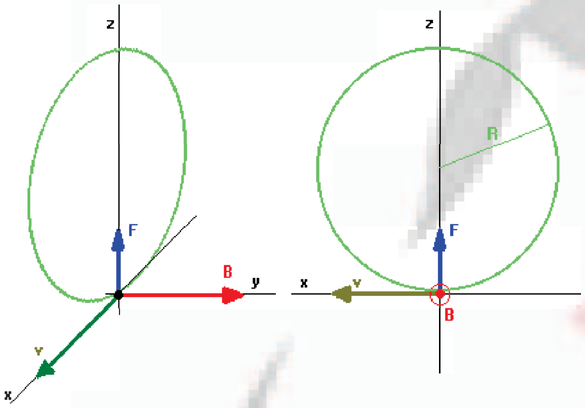
Una partícula de carga positiva q se mueve en la dirección del eje X con una velocidad constante a y entra en una región donde existe un campo magnético de dirección Y y valor constante b.

a) Determine la fuerza ejercida sobre la partícula en módulo, dirección y sentido.

b) Razone qué trayectoria seguirá la partícula y efectúe un esquema gráfico.

c) ¿ Qué sucede si el protón se deja en reposo en el campo magnético ?

Solución:



a) Toda carga eléctrica en movimiento dentro de un campo magnético se ve sometida a una fuerza:

$$\mathbf{F} = q \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

$$\mathbf{F} = q \cdot (a \cdot \mathbf{i} \times b \cdot \mathbf{j}) = q \cdot a \cdot b\ \mathbf{k}$$

El módulo de la fuerza será q.a.b, dirigida según el eje z, en sentido positivo del mismo

b) Como la fuerza siempre es perpendicular a la velocidad y constante, la trayectoria será una circunferencia de radio:

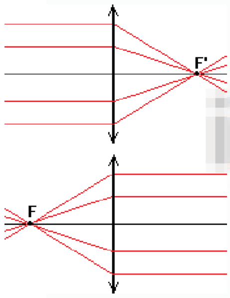
$$R = m.v /(q.B) = m.a /(q.b)$$

Cuestión 4.-

a) Explique qué son una lente convergente y una lente divergente. ¿ Cómo están situados los focos objeto e imagen en cada una de ellas ?

b) ¿ Qué es la potencia de una lente y en qué unidades se acostumbra a expresar ?

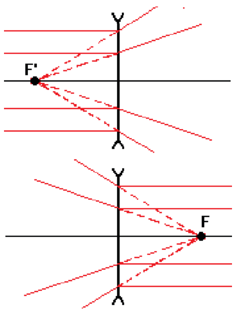
Solución:



La lente convergente desvía a la trayectoria de los rayos luminosos acercándolos al eje óptico.

Todo rayo que incide en una lente convergente paralelamente al eje óptico se desvía pasando por un punto llamado foco imagen, F', que está al otro lado de la lente.

Todo rayo que incide en la lente convergente pasando por el foco objeto, F, que está antes de la lente, se desvía saliendo paralelo al eje óptico.



La lente divergente desvía a la trayectoria de los rayos luminosos alejándolos del eje óptico.

Todo rayo que incide en una lente divergente paralelamente al eje óptico se desvía de tal forma que la prolongación del rayo pasaría por un punto llamado foco imagen, F', que está antes de la lente.

Todo rayo que incide en la lente divergente que pasara por el foco objeto, F, que está al otro lado de lente, se desvía saliendo paralelo al eje óptico.

Cuestión 5.-

A una partícula material se le asocia la llamada longitud de onda de De Broglie.

a) ¿ Qué magnitudes físicas determinan el valor de la longitud de onda de De Broglie?. ¿ Pueden dos partículas distintas con diferente velocidad tener asociada la misma longitud de onda de De Broglie ?

b) ¿ Qué relación existe entre las longitudes de onda de De Broglie de dos electrones cuyas energías cinéticas son 2 eV y 8 eV ?

Solución:

a) La longitud de onda es inversamente proporcional a la cantidad de movimiento del móvil:

$$l = h / p \qquad \text{siendo} \qquad p = m \, . \, v$$

Dos partículas distintas (masas distintas) con diferentes velocidades pueden tener la misma longitud de onda siempre y cuando tengan el mismo valor del producto de la masa por la velocidad.

b)
$$E = (m.v^2)/2 = p^2 /(2m) \rightarrow p = (2.m.E)^{1/2}$$

$$l = h / p = h /(2.m.E)^{1/2}$$

$$l_1 / l_2 = [h /(2.m.E_1)^{1/2}] / [h /(2.m.E_2)^{1/2}] = (E_2 / E_1)^{1/2}$$

$$l_1 / l_2 = (8 / 2)^{1/2} = 2$$

La longitud de onda asociada a la menor energía (2 eV) es el doble que la asociada a la mayor energía (8 eV)

Repertorio A. Problema 1.-

Un satélite artificial de 100kg de masa se encuentra girando alrededor de la Tierra en una órbita circular de 7100 km de radio. Determine:
a) El periodo de revolución del satélite
b) El momento lieal y el momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra.
c) La variación de energía potencial que ha experimentado el satélite al elevarlo desde la superficie de la Tierra hasta esa posición.
d) Las energías cinética y total del satélite.

Datos: Constante de gravitación universal $6'67.10^{-11}$ $N.m^2.kg^{-2}$
Masa de la Tierra $5'98.10^{24}$ kg   Radio de la Tierra $6'37.10^6$ m
Solución:

a) La fuerza centrípeta que obliga al satélite a describir una órbita circular es la fuerza de atracción gravitatoria:

$$F_c = F_a \rightarrow m.w^2 .r = G. M.m / r^2 \rightarrow$$
$$w = [G. M / r^3]^{1/2} = [6'67.10^{-11} . 5'98.10^{24} / (7'1.10^6)^3]^{1/2} = 1'06.10^{-3} \text{ rad/s}$$
$$T = 2.\pi / w = 2.\pi / 1'06.10^{-3} = 5952 \text{ s}$$
$$v = w.r = 1'06.10^{-3} .7'1.10^6 = 7526 \text{ m/s}$$

b) El momento lineal o cantidad de movimiento es $c = m.v = 100 . 7526 = 752600$ kg.m/s

El momento angular es el momento de la cantidad de movimiento:

$$L = m.v.r = 752600 . 7'1.10^6 = 5'34.10^{10} \text{ kg.m}^2\text{/s}$$

c) La energía potencial es $E_p = - G. M.m / r$

$$E_p - E_{po} = G. M.m (- 1/ r + 1 / r_o) = 6'67.10^{-11} . 5'98.10^{24} .100 . (- 1 / 7'1.10^6 + 1 / 6'37.10^6) = 6'44.10^8 \text{ J}$$

d) $E_c = m.v^2/2 = 100 . 7526^2 / 2 = 2'83.10^9$ julios

$$E_p = - G. M.m / r = - 6'67.10^{-11} . 5'98.10^{24} . 100 / 7'1.10^6 = - 5'62.10^9 \text{ julios}$$

$$E_m = E_c + E_p = 2'83.10^9 - 5'62.10^9 = - 2'79.10^9 \text{ julios}$$

Repertorio A. Problema 2.-

Un metal tiene una frecuencia umbral de 4'5.10^{14} Hz para el efecto fotoeléctrico.
a) Si el metal se ilumina con una radiación de 4.10^{-7} m de longitud de onda, ¿ cuál será la energía cinética y la velocidad de los electrones emitidos ?
b) Si el metal se ilumina con otra radiación distinta de forma que los electrones emitidos tengan una energía cinética el doble que en el caso anterior, ¿ cuál será la frecuencia de esta radiación ?

Datos:

Valor absoluto de la carga del electrón e = 1'6.10^{-19} C
Masa del electrón en reposo m = 9'1. 10^{-31} kg
Constante de Planck h = 6'63.10^{-34} J.s
Velocidad de la luz en el vacío c = 3.10^{8} m/s

Solución:

a) Cuando un metal se ilumina con una energía superior a la umbral se emiten electrones cuya energía cinética es la diferencia entre las energías incidente y umbral.

$$F = c / l = 3.10^8 / 4.10^{-7} = 7'5.10^{14} \text{ Hz}$$

$$E_c = h . F - h . F_o = h .(F - F_o) = 6'63.10^{-34} .(7'5.10^{14} - 4'5.10^{14}) = 1'99.10^{-19} \text{ J}$$

$$v = (2. E_c / m)^{1/2} = (2.1'99.10^{-19} / 9'1.10^{-31})^{1/2} = 6'61.10^5 \text{ m/s}$$

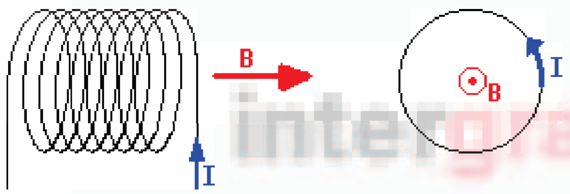
b) $E_c = h . F' - h . F_o \rightarrow F' = E_c / h + F_o = 2.1'99.10^{-19} / 6'63.10^{-34} + 4'5.10^{14} = 1'05.10^{15}$ Hz

o bien: $2. h.(F - F_o) = h.(F' - F_o) \rightarrow F' = 2.F - F_o = 2.7'5.10^{14} - 4'5.10^{14} = 10'5.10^{14}$ Hz

Repertorio B. Problema 1.-

Un solenoide de 20 W de resistencia está formado por 500 espiras circulares de 2'5 cm de diámetro. El solenoide está situado en un campo magnético uniforme de valor 0'3 T, siendo el eje del solenoide paralelo a la dirección del campo. Si el campo magnético disminuye uniformemente hasta anularse en 0'1 s, determinar:
a) El flujo inicial que atraviesa el solenoide y la fuerza electromotriz inducida.
b) La intensidad recorrida por el solenoide y la carga transportada en ese intervalo de tiempo.

Solución:



El flujo inicial es: F = N. **B.S** = N . B.S. cosq = 500 . 0'3 . π.(0'025/2)^2 . cos0 = 0'0736 Wb

El flujo final es cero por anularse el campo magnético

$$E = - dF/dt = - (0 - 0'0736) / 0'1 = 0'736 \text{ Voltios}$$

$$I = E / R = 0'736 / 20 = 0'037 \text{ Amperios}$$

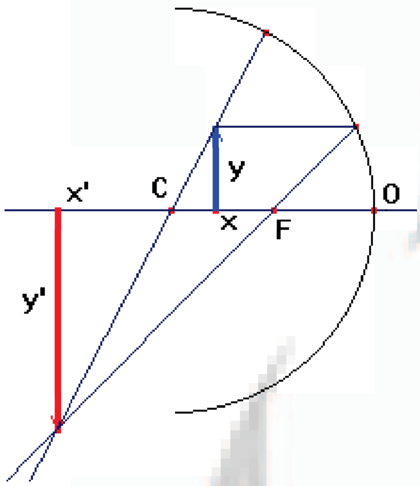
$$Q = I.t = 0'037 . 0'1 = 0'0037 \text{ Coulombios}$$

Repertorio B. Problema 2.-

Por medio de un espejo cóncavo se quiere proyectar la imagen de un objeto de tamaño 1 cm sobre una pantalla plana, de modo que la imagen sea invertida y de tamaño 3 cm. Sabiendo que la pantalla ha de estar colocada a 2m del espejo, calcule:

a) Las distancias del objeto y de la imagen al espejo, efectuando la construcción geométrica.

b) El radio del espejo y la distancia focal.



Solución:
La ecuación del espejo esférico es:

$$1 / x' + 1 / x = 1 / f$$

$$y' / y = - x' / x$$

Los datos son:

$y = 1$ cm
$y' = - 3$ cm
$x' = - 200$ cm

Sustituyendo los datos en las ecuaciones anteriores:

$$-3 / 1 = -(-200) / x \rightarrow x = -200/3 = -66'7 \text{ cm}$$

El objeto hay que colocarlo delante del espejo a 66'7 cm del polo y la imagen se forma delante del espejo a 2 m como dice el enunciado.

$$1 / (-200) + 1 / (-66'7) = 1 / f \rightarrow -1 / 200 - 3 / 200 = 1 / f \rightarrow 1 / f = -4/200 \rightarrow f = -50 \text{ cm}$$

El radio del espejo será: $R = 2.f = 2 . 50 = 100$ cm

Cuestión 1.-

Un planeta esférico tiene un radio de 3000 Km y la aceleración de la gravedad en su superficie es 6 m/s^2.

a) ¿ Cuál es su densidad media ?

b) ¿ Cuál es la velocidad de escape para un objeto situado en la superficie del planeta?.

Solución:

El volumen del planeta será: $V = 4.\pi.R^3 /3 = 4.\ 3'14.(3.10^6)^3 /3 = 1'13.10^{20}\ m^3$

La aceleración de la gravedad es la intensidad del campo gravitatorio creado por la masa del planeta:

$$g = G.M/r^2 \ \rightarrow\ M = g_o.R^2 /G = 6.(3.10^6)^2 / 6'67.10^{-11} = 8'096.10^{23}\ Kg$$

a) La densidad es la relación entre la masa y su volumen:

$$d = M/V = 8'096.10^{23} / 1'13.10^{20} = 7164'6\ Kg / m^3$$

b) La velocidad de escape es la velocidad mínima que hay que suministrar a un objeto para que escape del campo gravitatorio:

$$(E_c + E_p)_R = (E_c + E_p)_\infty$$

$$½ m.v^2 - G.M.m/R = ½ m.0^2 - G.M.m/\infty^2$$

$$v = [2.G.M/R]^{1/2} = [2.R.G.M/R^2\ ]^{1/2} = [2.R.g_o]^{1/2} = [2.3.10^6\ .6]^{1/2} = 6000\ \mathbf{m/s}$$

Cuestión 2.-

Escriba la expresión matemática de una onda armónica unidimensional como una función de x (distancia) y t (tiempo) y que contenga las magnitudes indicadas en cada uno de los siguientes apartados:

a) frecuencia angular w y velocidad de propagación v

b) período T y longitud de onda l

c) frecuencia angular w y número de onda k

d) Explique por qué es una función doblemente periódica

Solución:

La ecuación de una onda armónica unidireccional es:

$$y = A.\ sen\ (w\ .\ t - k\ .\ x)\ ,\quad w = 2p/\ T = 2p.\ F\ ,\quad k = 2p/l\ ,\quad v = l\ /\ T$$

siendo:

Y valor de la perturbación en el punto de coordenada x en el instante t	A amplitud en m
W frecuencia angular en rad/s	k número de onda en rad/m
l longitud de onda en m	T período en s
V velocidad de propagación en m/s	F frecuencia en Hz

a) En función de w y v

$$k = 2p/l = 2p\ /\ (v.T) = 2p\ .\ F\ /\ v = w\ /\ v$$

$$y = A.\ sen\ (w\ .\ t - k\ .\ x) = A.\ sen\ (w\ .\ t - w\ .\ x\ /v) = A.\ sen\ w.(t - x\ /v)$$

b) En función de T y l

$$k = 2p/l\ ,\ w = 2p/T$$

$$y = A.\ sen\ (w\ .\ t - k\ .\ x) = A.\ sen\ 2p\ .\ (t\ /\ T - x\ /\ l)$$

c) En función de w y k

$$y = A.\ sen\ (w\ .\ t - k\ .\ x)$$

d) La función es doblemente periódica en el espacio y en el tiempo.

Un punto fijo de coordenada x_o se ve sometido a una perturbación y cuyo valor varía periódicamente con el tiempo alcanzando el valor máximo de la amplitud.

$$y = A.\ sen\ (w\ .\ t - k\ .\ x_o),\ \text{periódica en el tiempo}\ T = 2p/w$$

Si por el contrario nos fijamos en todo el medio por el que se propaga la onda, en un instante dado, t_o, como si hiciéramos una fotografía, se observa que la función es periódica en el espacio; los puntos separados unos de otros por una longitud de onda están sometidos a la misma perturbación en ese instante.

$$y = A.\ sen\ (w\ .\ t_o - k\ .\ x),\ \text{periódica en el espacio}\ l = 2p/k$$

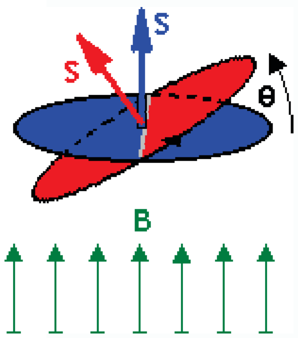
Cuestión 3.-

Una bobina de sección circular gira alrededor de uno de sus diámetros en un campo magnético uniforme perpendicular al eje de giro. El valor máximo de la f.e.m. inducida es de 50 V cuando la frecuencia es de 60 Hz. Determinar el valor máximo de la f.e.m. inducida si:

a) La frecuencia es 180 Hz en presencia del mismo campo magnético.

b) La frecuencia es 120 Hz y el campo magnético es doble.

Solución:



El flujo magnético que atraviesa la espira en un instante dado es:

$$F = B.\ S.\ \cos q$$

si la espira gira, el ángulo varí a con el tiempo:

$$q = w.\ t \qquad F = B.\ S.\ \cos w.t$$

Según la ley de Faraday, toda variación del flujo magnético induce una fuerza electromotriz que es proporcional y opuesta a la variación de flujo en la unidad de tiempo:

$$e = -\ dF\ /dt = -\ d/dt\ (B.\ S.\ \cos w.t\ ) = B.\ S.\ w.\ \text{sen}\ w.t$$

El sentido de esta corriente inducida es tal que se opone a la variación de flujo, produciendo su propio campo magnético.

El valor máximo de la f.e.m es: $e_o = B.\ S.\ w = 2.p\ .\ B\ .\ S\ .F$

Como en todos los casos propuestos la superficie de la espira es la misma, la relación entre el valor máximo de la f.e.m. inducida y el producto de la intensidad del campo magnético por la frecuencia es constante:

$$e_o\ /\ (B.F) = 2.p\ .\ S = \text{constante en todos los supuestos de este problema}$$

a) Si la frecuencia pasa a ser 180 Hz, con el mismo campo magnético:

$$50\ /\ (B.60) = e_o\ /\ (B.180) \qquad e_o = 50.\ B.\ 180\ /\ (B.60) = 150\ \text{Voltios}$$

b) Si la frecuencia pasa a se 120 Hz, duplicándose el campo:

$$50\ /\ (B.60) = e_o\ /\ (2B.120) \qquad e_o = 50.2B.\ 120\ /\ (B.60) = 200\ \text{Voltios}$$

Cuestión 4.-

Un objeto luminoso se encuentra delante de un espejo cóncavo. Efectuar la construcción geométrica de la imagen, indicando su naturaleza, si el objeto está situado a una distancia igual, en valor absoluto, a:

a) La mitad de la distancia focal del espejo.

b) Al triple de la distancia focal del espejo.

Solución:

Para obtener la imagen de forma geométrica sólo hay que dibujar dos rayos:

1º Todo rayo que sale paralelo al eje se refleja pasando por el foco

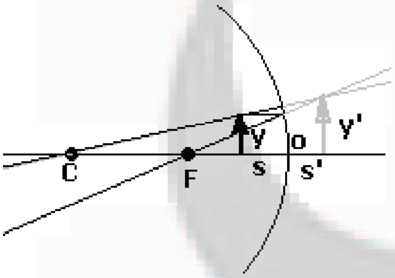
2º Todo rayo que pase por el centro de curvatura, doble de la distancia focal, se refleja en la misma dirección

Por otro lado, las ecuaciones de los espejos son:

$$1 / s' + 1 / s = 1 / f \, , \quad A = y' / y = - s' / s$$

Sea a el valor absoluto de la distancia focal

a) Si el objeto está a la mitad de la distancia focal



La imagen resulta ser: mayor, derecha y virtual. Concretando más:

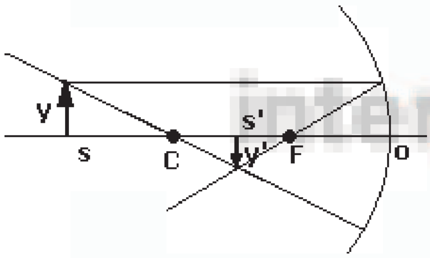
$$1 / s' + 1 / (- a/2) = 1 / (-a) \qquad 1 / s' - 2 / a = - 1/a$$

$$1 / s' = 2 / a - 1 / a = 1 / a \qquad s' = a$$

$$y' / y = - s' / s = - a /(-a/2) = 2 \qquad y' = 2y$$

la imagen es el doble que el objeto y está situada detrás del espejo a una distancia igual al valor absoluto de la distancia focal.

b) Si el objeto está al triple de la distancia focal



La imagen resulta ser: menor, invertida y real. Concretando más:

$$1 / s' + 1 / (- 3a) = 1 / (-a) \qquad 1 / s' - 1 / 3a = - 1/a$$

$$1 / s' = 1 / 3a - 1 / a = 1 / 3a - 3 / 3a = - 2 / 3^{a}$$

$$s' = - 3a / 2$$

$$y' / y = - s' / s = - (- 3a/2) /(-3a) = 1/2 \qquad y' = - y/2$$

la imagen es la mitad que el objeto y está situada delante del espejo a una distancia igual a una vez y media el valor absoluto de la distancia focal.

Cuestión 5.-

a) ¿ Qué velocidad ha de tener un electrón para que su longitud de onda de De Broglie sea 200 veces la correspondiente a un neutrón de energí a cinética 6 eV ?

b) ¿ Se puede considerar que el electrón a esta velocidad es no relativista ?

Datos:

Masa del electrón = $9'1.10^{-31}$ kg , Carga del electrón = $1'6.10^{-19}$ C

Masa del neutrón = $1'7.10^{-27}$ kg , Velocidad de la luz = 3.10^{8} m/s

Solución:

Según De Broglie, toda partí cula en movimiento tiene una onda asociada, de tal manera que la frecuencia, F, de la onda y la energí a, E, de la partí cula están relacionadas, así como la longitud de onda, l , y el momento lineal, p :

$$E = h . F , p = h / l$$

La relación entre la Energí a cinética y el momento lineal de una partí cula es:

$$E = m . v^2 / 2 = m^2 . v^2 / (2.m) = p^2 / (2.m) \qquad p = (2.m . E)^{1/2}$$

La longitud de onda asociada al neutrón será:

$$E = 6 \text{ eV} = 6 . 1'6.10^{-19} = 9'6.10^{-19} \text{ Julios}$$

$$p_n = (2. 1'7.10^{-27} . 9'6.10^{-19})^{1/2} = 5'7.10^{-23} \text{ kg.m/s}$$

$$l_n = h / p = 1'75.10^{22} . h \text{ metros}$$

Si la longitud de onda del electrón debe ser 200 veces la del neutrón:

$$l_e = 200 . l_n = 200 . 1'75.10^{22} . h = 3'5.10^{24} . h \text{ metros}$$

la cantidad de movimiento y la velocidad del electrón deben ser:

$$p_e = m_e . v_e = h /l_e = h / (3'5.10^{24} . h) = 2'86.10^{-25} \text{ kg.m/s}$$

$$v_e = p_e / m_e = 2'86.10^{-25} / 9'1.10^{-31} = 313\,909 \text{ m/s} » 314 \text{ Km/s}$$

A esta velocidad el electrón es no relativista pues su velocidad es del orden del 0'1 % de la velocidad de la luz.

Repertorio A. Problema 1.-

La velocidad angular con la que un satélite describe una órbita circular en torno al planeta Venus es w_1 = 1'45.10^{-4} rad/s y su momento angular respecto al centro de la órbita es L_1 = 2'2.10^{12} Kg.m^2.s^{-1}

a) Determinar el radio r_1 de la órbita del satélite y su masa

b) ¿Qué energía sería necesaria para cambiar a otra órbita circular con velocidad angular w_2 = 10^{-4} rad/s

Dato: Masa de Venus 4'87.10^{24} Kg

Solución:

Si el satélite está en una órbita estacionaria, la fuerza centrípeta que le obliga a describir la órbita es la fuerza de atracción gravitatoria que ejerce Venus sobre el satélite:

$$m.v^2 /r = G.M.m/r^2 \text{ , ó bien } m.w^2 .r = G.M.m/r^2$$

$$\text{de donde: } r = [G.M/w^2]^{1/3} = [6'67.10^{-11} .4'87.10^{24} /(1'45.10^{-4})^2]^{1/3} = 24906 \text{ km}$$

El momento angular es L = I.w , siendo el momento de inercia I = m.r^2

$$L = m.r^2.w \quad \rightarrow m = L /(w.r^2) = 2'2.10^{12} /[1'45.10^{-4} .(24'906.10^6)^2] = 24'46 \text{ Kg}$$

La energía necesaria para cambiar la órbita del satélite será la diferencia de energías entre las dos órbitas:

$$E = E_2 - E_1 = (Ec + Ep)_2 - (Ec + Ep)_1$$

$$Ec = m.v^2 /2 = (G.M.m/r)/2$$

$$Ep = - G.M.m /r$$

$$Ec + Ep = (G.M.m/r)/2 - G.M.m /r = - (G.M.m /r)/2$$

Para w_1 = 1'45.10^{-4} el radio de la órbita es r_1 = 24906 km

$$\text{y su energía } (Ec + Ep)_1 = - 6'67.10^{-11}.4'87.10^{24}. 24'46 /(2.24'906.10^6) = - 1'6.10^8 \text{ Julios}$$

Para w_2 = 1.10^{-4} el radio de la órbita es: r_2 = [G.M/w^2]$^{1/3}$ = 31907 Km

$$\text{y su energía } (Ec + Ep)_2 = - 6'67.10^{-11}.4'87.10^{24}. 24'46 /(2.31'907.10^6) = - 1'25.10^8 \text{ Julios}$$

La energía a suministrar al satélite será:

$$E =- 1'25.10^8 + 1'6.10^8 = 0'35.10^8 \text{ Julios}$$

Repertorio A. Problema 2.-

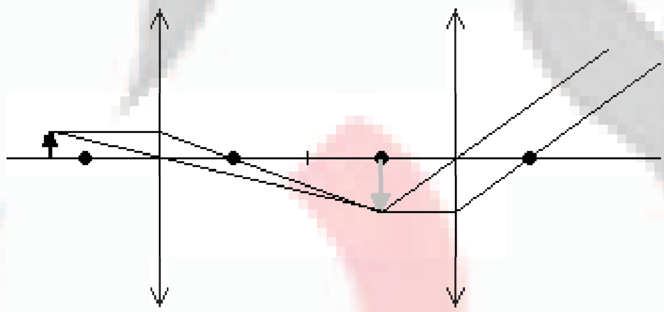
Un sistema óptico centrado está formado por dos lentes delgadas convergentes de igual distancia focal, 10 cm, separadas 40 cm. Un objeto lineal de altura 1 cm se coloca delante de la primera lente a una distancia de 15 cm. Determinar:

a) La posición, tamaño y naturaleza de la imagen formada por la primera lente

b) La posición de la imagen final del sistema, efectuando su construcción geométrica.

Solución:

La construcción geométrica se hace teniendo en cuenta que la imagen producida por la primera lente es el objeto de la segunda lente:



Las ecuaciones de las lentes son:

$$1 / x' - 1 / x = 1 / f' , \; A = y' / y = x' / x$$

Para la primera lente, todo en cm :

$$1 / x' - 1 / (- 15) = 1 / 10 \qquad 1 / x' = 1 / 10 - 1 / 15 = 1 / 30 \qquad x' = 30 \text{ cm}$$

$$A = y' / y = x' / x = 30 / (-15) = - 2 \qquad y' = -2.y = -2 \cdot 1 = -2 \text{ cm}$$

la imagen resulta ser el doble, invertida, real y situada a 30 cm detrás de la primera lente.

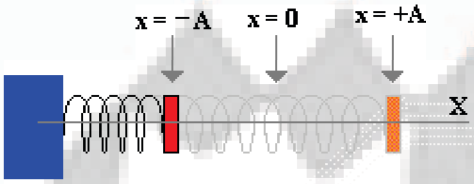
Al formarse esta imagen a 30 cm, estando las lentes separadas 40 cm y ser la segunda lente delgada también convergente y de distancia focal 10 cm, resulta que esta imagen inicial está situada en el foco objeto de la segunda lente por lo que no se formará ninguna imagen final al salir los rayos paralelos, se dice entonces que la imagen se forma en el infinito y con un tamaño infinito:

$$1 / x' - 1 / (-10) = 1 / 10 \qquad 1 / x' = 1 / 10 - 1 / 10 = 0 \qquad x' = \infty$$

Repertorio B. Problema 1.-

Una masa de 2 kg está unida a un muelle horizontal cuya constante recuperadora es k = 10 N/m. El muelle se comprime 5 cm desde la posición de equilibrio (x = 0) y se deja en libertad. Determinar:
a) La expresión de la posición de la masa en función del tiempo, x = x(t)
b) Los módulos de la velocidad y aceleración de la masa en un punto situad a 2 cm de la posición de equilibrio.
c) La fuerza recuperadora cuando la masa se encuentra en los extremos de la trayectoria.
d) La energía mecánica del sistema oscilante.

Solución:



Al ser un muelle, se cumple la ley de Hock, es decir, la fuerza recuperadora es proporcional y opuesta a la deformación: **F** = - k . **x**

Aplicando la ley de Newton, **F** = m . **a** , se obtiene: - k . **x** = m . **a** **a** = - (k/m) . **x**

La aceleración es proporcional y opuesta a la posición; es un M.A.S. Si denominamos A a la amplitud del movimiento y f al desfase, las ecuaciones del movimiento son:

$$x = A. \text{ sen } (w.t - f) \qquad v = A . w . \cos (wt - f) \qquad a = - A . w^2 . \text{ sen } (wt - f)$$

$$w^2 = k/m \qquad w = \sqrt{(10/2)} = \sqrt{5}$$

Si empezamos a contar el tiempo cuando soltamos el resorte, extremo izquierdo, muelle comprimido 5 cm, el desfase valdrá:

$$- 0'05 = 0'05 . \text{ sen } (w.0 - f) \qquad - 1 = - \text{ sen } f \qquad f = \pi /2$$

a) La posición en función del tiempo será:

$$x = 0'05 . \text{ sen } (\sqrt{5} .t - \pi /2)$$

b) La velocidad y aceleración, cuando x=2 cm ,serán:

$$0'02 = 0'05 . \text{ sen } (\sqrt{5} .t_o - \pi /2) \qquad \text{sen } (\sqrt{5} .t_o - \pi /2) = 0'4$$

$$\cos (\sqrt{5} .t_o - \pi /2) = \sqrt{(1 - 0'4^2)} = 0'917$$

$$v = 0'05. \sqrt{5} . \cos (\sqrt{5} .t_o - \pi /2) = 0'05. \sqrt{5} . 0'917 = 0'1025 \text{ m/s}$$

$$a = - 0'05 . 5 . \text{ sen } (\sqrt{5} .t_o - \pi /2) = - 0'05 . 5 . 0'4 = - 0'1 \text{ m/s}^2$$

c) Si la masa se encuentra en un extremo la fuerza recuperadora será: **F** = - K . **x** F = 10 . 0'05 = 0'5 N ,

hacia la izquierda en el extremo derecho, y hacia la derecha en el extremo izquierdo.

d) La energía mecánica será la suma de la energía cinética más la energía potencial del resorte:

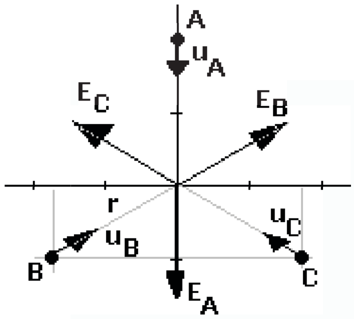
$$E_m = E_c + E_p = ½m.v^2 + ½k.x^2 = ½m.v^2 + ½m.w^2.x^2$$

$$E_m = ½m.A^2 .w^2 .\cos^2(w.t -p/2) + ½m.w^2.A^2 .\text{sen}^2(w.t -p/2) = ½m.A^2 .w^2 = ½. 2 . 0'05^2 . 5 = 0'0125 \text{ Julios, constante}$$

Repertorio B. Problema 2.-

Se tienen tres cargas en los vértices de un triángulo equilátero cuyas coordenadas, expresadas en cm, son:

A (0,2) , B (-√3 , -1) , C (√3 , -1)



Se sabe que las cargas situadas en los puntos B y C son iguales a 2 mC y que el campo eléctrico en el origen de coordenadas (centro del triángulo) es nulo. Determinar:

a) El valor de la carga situada en el vértice A

b) El potencial en el origen de coordenadas

Solución:

El campo eléctrico a una distancia r de una carga es : $\mathbf{E} = [K.Q / r^2].\mathbf{u}$

siendo **u** el vector unitario en el sentido de la carga al punto

Si el triángulo es equilátero el centro del mismo equidista de los vértices, por lo que el valor de r es el mismo para las tres cargas. Al mismo tiempo los sentidos de los tres campos en el centro del triángulo forman 120º.

Si el campo total es nulo, si el centro equidista de los vértices y si los campos forman 120º, las tres cargas deben ser iguales; por tanto el valor de la carga situada en el vértice A es + **2 mC**

El potencial en el centro del triángulo será la suma de los potenciales creados por cada carga:

$$V_O = V_{O,A} + V_{O,B} + V_{O,C}$$

El potencial en un punto debido a una carga es una magnitud escalar de valor:

$$V = K.Q / r$$

Al tener cada vértice la misma carga, al tener r el mismo valor para cada carga, se deduce que los potenciales creados por cada carga son iguales y de valor:

$$V_{O,A} = V_{O,B} = V_{O,C} = K.\ Q / r = 9.10^9 .2.10^{-6} / 0'02 = 900\ 000 \text{ Voltios}$$

$$V_O = 3 .\ 900000 = 2\ 700\ 000 \text{ Voltios}$$

Nota: Con los datos de las coordenadas se puede deducir que el triángulo es equilátero y que el centro del triángulo coincide con el centro de coordenadas, por lo que estos datos son redundantes.

Cuestión 1.- a) ¿Cuál es la aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta esférico cuyo radio es la mitad del de la Tierra y posee la misma densidad media? b) ¿Cuál sería el periodo de la órbita circular de un satélite situado a una altura de 400 km respecto a la superficie del planeta?

Datos: Radio de la Tierra $R_r=6371$ *km*
Aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra $g=9{,}8\ m/s^2$

a)

$$d = M / V = M / (4.\pi.R^3/3) \rightarrow M / R^2 = 4.\pi.R.\ d /3$$
$$g = F/m = G.\ M / r^2 \rightarrow g_o = G.\ M / R^2 = G.4.\pi.R.\ d /3$$
$$g_o(\text{planeta}) / g_o(\text{tierra}) = (R.d)(\text{planeta}) / (R.d)(\text{tierra}) = ½ \rightarrow g_o(\text{planeta}) = g_o(\text{tierra}) / 2 = 9’8 / 2 = 4’9\ m/s^2$$

b)
$g_o = G.\ M / R^2 \rightarrow G.M = g_o\ .\ R^2$
$G.M.m / r^2 = m.w^2.r \rightarrow g_o\ .\ R^2 = w^2.r^3 \rightarrow g_o\ .\ R^2 = (2.\pi / T)^2.r^3 \rightarrow T^2 = 4.\pi^2.r^3 /(g_o.R^2)$

Siendo R = 6371000 / 2 = 3185500 m ,, r = R + h = 3185500 +400000 = 3585500 m → T = 6049,63 s

Cuestión 2.- Una onda sinusoidal transversal en una cuerda tiene un periodo de 0,2 s y se propaga en el sentido negativo del eje X a una velocidad de 30 *m/s.* En el instante t=0, la partícula de la cuerda en x=0 tiene un desplazamiento positivo de 0,02 m y una velocidad de oscilación negativa de 2 *m/s.* a) ¿Cuál es la amplitud de la onda? b) ¿Cuál es la fase inicial? c) ¿Cuál es la máxima velocidad de oscilación de los puntos de la cuerda? d) Escriba la función de onda correspondiente.

$$T = 0’2 \rightarrow w = 2.\pi /T = 10.\pi$$
$$v = w / k \rightarrow k = w / v = 10.\pi / 30 = \pi / 3$$

La ecuación general de una onda es $y = A\ .\ sen (w.t +– k.x + \Phi)$
Por ser la velocidad negativa → $y = A\ .\ sen (10.\pi.t + \pi.x /3 + \Phi) \rightarrow y’ = A\ .\ 10.\pi.\ cos (10.\pi.t + \pi.x /3 + \Phi)$

Al principio, x=0, t=0 :

$y = A\ .\ sen (10.\pi.t + \pi.x /3 + \Phi) \rightarrow 0’02 = A\ .\ sen (10.\pi.0 + \pi.x0/ 3 + \Phi) \rightarrow 0’02 = A\ .\ sen (\Phi)$

$y’ = A\ .\ 10.\pi.\ cos (10.\pi.t + \pi.x /3 + \Phi) \rightarrow - 2 = A\ .\ 10.\pi.\ cos (10.\pi.0 + \pi.0 /3 + \Phi) \rightarrow - 2 = A10.\pi.\ cos (\Phi)$

dividiendo y despejando → $tg (\Phi) = - \pi. /10 \rightarrow \Phi$ (seno positivo, coseno negativo) = $-0’3 + \pi$ = **2,837 rad**

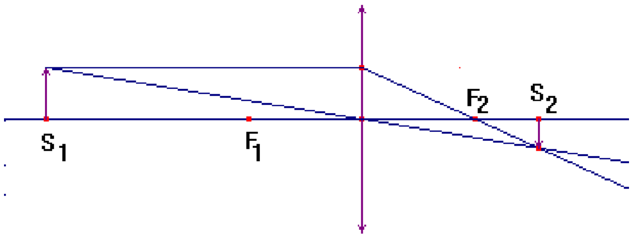
→ $0’02 = A\ .\ sen (\Phi) \rightarrow A = 0’02 / sen (2{,}837)$ = **0’06673**

→ **$y = 0’06673\ .\ sen (10.\pi.t + \pi.x /3 + 2{,}837)$** → $y’ = 0’06673\ .\ 10.\pi.\ cos (10.\pi.t + \pi.x /3 + 2{,}837)$

→ $y’(máx) = 0’06673\ .\ 10.\pi$ = **2’096 m/s**

Cuestión 3.- Una lente convergente tiene una distancia focal de 20 cm. Calcule la posición y aumento de la imagen que produce dicha lente para un objeto que se encuentra delante de ella a las siguientes distancias: a) 50 cm; b) 15 cm. . Realice el trazado de rayos en ambos casos.

a)



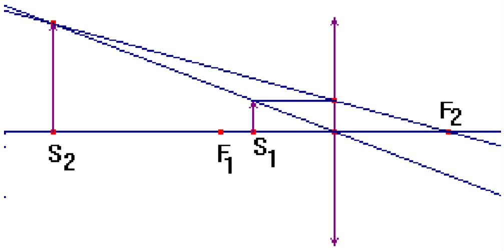
$1 / s_2 – 1 / s_1 = 1 / f_2 \quad \rightarrow \quad 1 / s_2 – 1 / (–50) = 1 / 20$

$1 / s_2 = 1 / 20 – 1 / 50 = 3 /100 \quad \rightarrow \quad s_2 = 100/3 = +33'3$ cm

$A = y_2 / y_1 = s_2 / s_1 = 100/3 /(–50) = – 2/3$

Imagen menor, real e invertida

b)



$1 / s_2 – 1 / s_1 = 1 / f_2 \quad \rightarrow \quad 1 / s_2 – 1 / (–15) = 1 / 20$

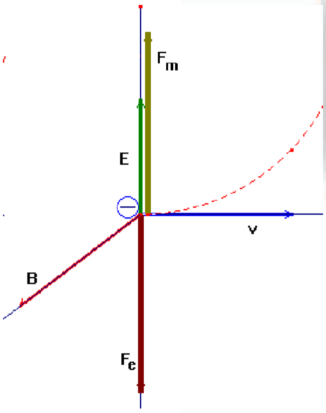
$1 / s_2 = 1 / 20 – 1 / 15 = – 1 /60 \quad \rightarrow \quad s_2 = – 60$ cm

$A = y_2 / y_1 = s_2 / s_1 = - 60 /(–15) = + 4$

Imagen mayor, virtual y derecha

Cuestión 4.- a) ¿Cuál es la velocidad de un electrón cuando se mueve en presencia de un campo eléctrico de módulo 3,5x1O^5 N/C y de un campo magnético de 2 T, ambos mutuamente perpendiculares y, a su vez, perpendiculares a la velocidad del electrón, para que éste no se desvíe? b) ¿Cuál es el radio de la órbita descrita por el electrón cuando se suprime el campo eléctrico?

Datos: Masa del electrón m_e =9,1 . 10^{-31} kg; Valor absoluto de la carga del electrón e=1,6.10^{-19} C



Si el electrón no se desvía, las fuerzas eléctricas y magnéticas tienen que ser iguales y opuestas:

$F_e = q . E \quad „ \quad F_m = q . (v \wedge B)$

$F_e = F_m \rightarrow q . E = q .v . B . \text{sen } 90 \rightarrow v = E / B = 3'5.10^5 / 2 = 1'75.10^5$ m/s

Si desaparece el campo eléctrico , el campo magnético desvía al electrón describiendo una circunferencia de radio y centro en semieje vertical:

$F_c = F_m \rightarrow m . v^2 / R = q .v . B . \text{sen } 90 \rightarrow R = m.v / q.B = 0{,}0000005$ m

Cuestión 5.- Determine la longitud de onda de De Broglie y la energia cinética, expresada en eV, de: a) un electrón cuya longitud de onda de De Broglie es igual a la longitud de onda en el vacío de un fotón de energia 10^4 eV; b) una piedra de masa 80 g qne se mueve con una velocidad de 2 *m/s.*

Datos: Constante de Planck h=6,63x10^{-34} J s; Velocidad de la luz en el vacío c=3.10^8 m/s
Masa del electrón m_e =9,1 . 10^{-31} kg; Valor absoluto de la carga del electrón e=1,6.10^{-19} C

Fotón: $E = h . F = h . c / \lambda \rightarrow \lambda = h . c / E = 6'63.10^{-34} . 3.10^8 / (10^4.1'6.10^{-19}) = 1'243125 . 10^{-10}$ m

a) La cantidad de movimiento del electrón será :

$p = h / \lambda = 6'63.10^{-34} / 1'243125 . 10^{-10} = 5'3 . 10^{24}$ kg.m/s

$v = p / m = 5'3 . 10^{24} / 9'1.10^{-31} = 5'861.10^6$ m/s , 2% de c, el comportamiento es no relativista

$E = m.v^2/2 = 9'1.10^{-31} . (5'861.10^6)^2 /2 = 0{,}00000000000000001'6 . 10^{-17}$ J = 97'7 eV

b) $\lambda = h / p = 6'63.10^{-34} / (0'080 . 2) = 4'14.10^{-33}$ m

$E = m.v^2/2 = 0'08. 2^2 /2 = 0'16$ J = 1.10^{18} eV

REPERTORIO A. Problema 1.- Un satélite de masa 20 kg se coloca en órbita circular sobre el ecuador terrestre de modo que su radio se ajusta para que dé una vuelta a la Tierra cada 24 horas. Así se consigue que siempre se encuentre sobre el mismo punto respecto a la Tierra (satélite geoestacionario).
¿Cuál debe ser el radio de su órbita?
b) ¿Cuánta energía es necesaria para situarlo en dicha órbita?

Datos: Constante de Gravitación Universal $G = 6{,}67x10^{-11}$ *N* m^2 *kg*$^{-2}$
Masa de la Tierra $M_r = 5.96 \text{ x } 10^{24}$ *kg*
Radio dela Tierra $Rr = 6371$ *km*

La fuerza de atracción gravitatoria es la fuerza centrípeta necesaria para orbitar

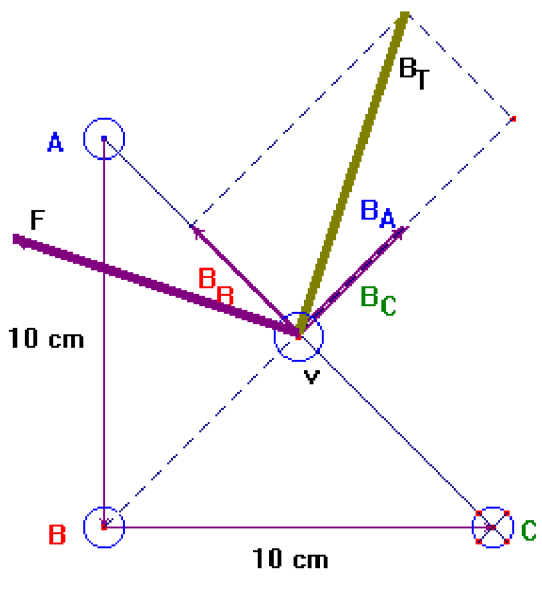
$$F_c = F_g \rightarrow m.w^2.\ r = G.\ M.m / r^2 \quad \rightarrow r = (G.M / w^2)^{1/3}$$
$$r = [\ 6'67.10^{-11}.\ 5'96.10^{24} / (2.\pi /(24.3600))^2]^{1/3} = 4'22.10^7 \text{ m}$$

La energía necesaria para colocar allí el satélite será la diferencia entre la energía total allí y la energía del punto de salida, supongamos el suelo:

$$E = E_m(\text{órbita}) - E_m(\text{suelo}) = (E_c + E_p)(\text{órbita}) - E_p(\text{suelo}) = - G.M.m /(2.r) + G.M.m/R = G.M.m.\ (1/R - 1/2r)$$

$$E = 6'67.10^{-11}.\ 5'96.10^{24}.20\ (\ 1/6'371.10^6 - 1/8'44.10^7) = 1'15.10^9 \text{ J}$$

REPERTORIO A. Problema 2.- Tres hilos conductores rectilíneos, muy largos y paralelos, se disponen como se muestra en la figura (perpendiculares al plano del papel pasando por los vértices de un triángulo rectángulo). La intensidad de corriente que circula por todos ellos es la misma, I=25 A, aunque el sentido de la corriente en el hilo C es opuesto al de los otros dos hilos.
Determine: El campo magnético en el punto *P*, punto medio del segmento *AC*.
La fuerza que actúa sobre una carga positiva Q=1'6.10^{-19} C si se encuentra en el punto *P* moviéndose con una velocidad de 10^6 m/s perpendicular al plano del papel y con sentido hacia fuera.
Datos: Permeabilidad magnética del vacío $\mu_o = 4.\pi.10^{-7}$ N A^{-2}



El triángulo es rectángulo e isósceles, por lo que el segmento BP es la altura y divide al triángulo en otros dos iguales e isósceles
$AC = (0'1^2 + 0'1^2)^{1/2} = 0'1414$ m,,, $BP = AP = CP = 0'07$ m

El Campo magnético creado por un hilo es: $B = \mu.I /(2.\pi.d)$
En el punto P los campos serán, por ser las distancias y corrientes iguales:
$B_A = B_B = B_C = \mu.I /(2.\pi.d) = 4.\pi.10^{-7}.\ 25 /(2.\ \pi.0'07) = 7'14.10^{-5}$ T

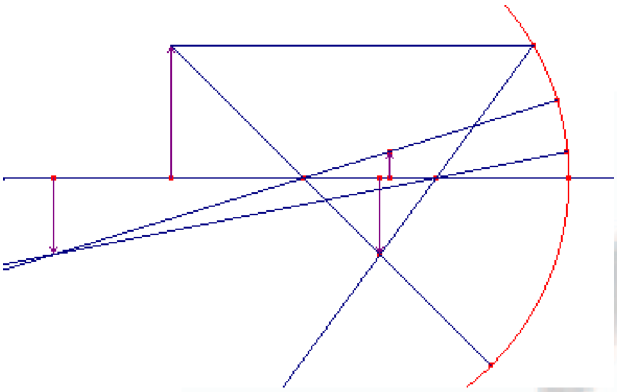
$B_{Ax} = B_{Ax} = 7'14.10^{-5}$ .sen 45 $= 5'05.10^{-5}$

$\mathbf{B_A} = 5'05.10^{-5}\ .\mathbf{i} + 5'05.10^{-5}\ .\ \mathbf{j}$
$\mathbf{B_C} = 5'05.10^{-5}\ .\mathbf{i} + 5'05.10^{-5}\ .\ \mathbf{j}$
$\mathbf{B_B} = -5'05.10^{-5}\ .\mathbf{i} + 5'05.10^{-5}\ .\ \mathbf{j}$

$\mathbf{B_T} = 5'05.10^{-5}\ .\mathbf{i} + 15'15.10^{-5}\ .\ \mathbf{j}$

$\mathbf{F} = q.\ (\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}) = 1'6.10^{-19}\ .[\ (10^6.\ \mathbf{k}\ ) \wedge(\ 5'05.10^{-5}\ .\mathbf{i} + 15'15.10^{-5}\ .\ \mathbf{j}\ )] = -\ 24{,}24.10^{20}\ \mathbf{i}\ + 8'08.10^{20}\ \mathbf{j}$

REPERTORIO B. Problema 1.- Un espejo esférico cóncavo tiene un radio de 10 cm. Determine la posición y el tamaño de la imagen de un objeto de 5 cm de altura que se encuentra frente al mismo, a la distancia de 15 cm. ¿Cómo es la imagen obtenida? Efectúe la construcción geométrica de dicha imagen.
Un segundo objeto de 1 cm de altura se sitúa delante del espejo, de manera que su imagen es del mismo tipo y tiene el mismo tamaño que la imagen del objeto anterior. Determine la posición que tiene el segundo objeto respecto al espejo.



$1 / S_2 + 1 / S_1 = 1 / f$,, $A = y_2 / y_1 = – S_2 / S_1$

f = R/” = 10 / 2 = 5 cm

$1 / S_2 + 1 / (–15) = 1 / (–5)$

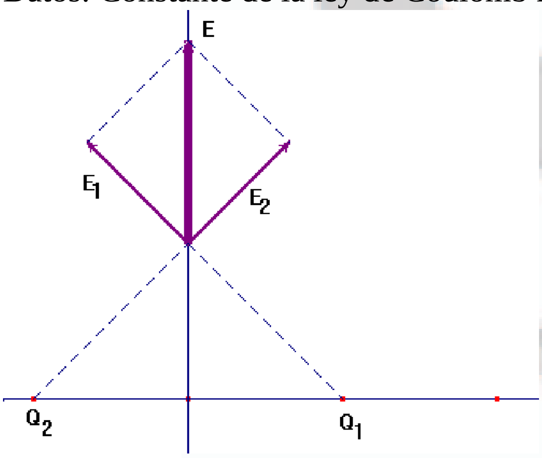
$1 / S_2 = + 1 / 15 – 1 / 5 = – 2 /15 \rightarrow S_2 = - 7'5$ cm
$y_2 = – y_1 . S2 / S_1 = – 5 . (- 7'5)/(-15) = - 5/2 = - 2'5$

la imagen es real, menor e invertida.

$A = y_2 / y_1 = – S_2 / S_1 \rightarrow - 2'5 / 1 = – S_2 / S_1 \rightarrow S_2 = 2'5 . S_1$

$1 / S_2 + 1 / S_1 = 1 / f \rightarrow 1 / (2'5.S_1) + 1 / S_1 = 1 / (–5) \rightarrow S_1 = – 7$ cm $\rightarrow S_2 = – 17'5$ cm

REPERTORIO B. Problema 2.- Se disponen dos cargas eléctricas sobre el eje X: una de valor Q_1 en la posición (1,0), y otra de valor Q_2 en (-1,0). Sabiendo qne todas las distancias están expresadas en metros, determine en los dos casos siguientes:
a) Los valores de las cargas Q_1 y Q_2 para que el campo eléctrico en el punto (0,1) sea el vector $E = 2 . 10^5 j$ N/C, siendo j el vector unitario en el sentido positivo del eje Y.
b) La relación entre las cargas Q_1 y Q_2 para que el potencial eléctrico en el punto (2,0) sea cero.
Datos: Constante de la ley de Coulomb $k = 9.10^9$ N m^2C^{-2}



a) Para que el campo total tenga el sentido j, los campos E_1 y E_2 deben ser iguales, por lo tanto $Q_1 = Q_2$ y positivas

$E^2 = E_1^2 + E_2^2 \rightarrow E_1 = E_2 = E / 2^{1/2} = 0'707.2.10^5 = 1'41.10^5$ N/C

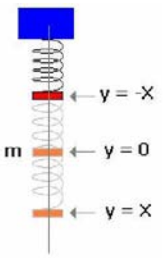
$E = k.Q/r^2 \rightarrow Q = E.r^2 /k = 1'41.10^5 . 2 /9.10^9 = 3'14.10^{-5}$ C

b) $V = V_1 + V_2 = k.Q_1/1 + k.Q_2/3 = 0$

$\rightarrow Q_1 / Q_2 = - 1 / 3$

Cuestión 1.- Un cuerpo de masa m está suspendido de un muelle de constante elástica k. Se tira verticalmente del cuerpo desplazando éste una distancia X respecto de su posición de equilibrio, y se le deja oscilar libremente. Si en las mismas condiciones del caso anterior el desplazamiento hubiese sido 2X, deduzca la relación que existe, en ambos casos, entre: a) las velocidades máximas del cuerpo; b) las energías mecánicas del sistema oscilante.

Solución:



Las ecuaciones del M.A.S. serán:

$y = X \cdot \text{sen}(w.t + \Phi) \rightarrow \quad v = dy/dt = X \cdot w \cdot \cos(w.t + \Phi) \quad \rightarrow \quad v_{max} = X \cdot w$

$a = dv/dt = - X \cdot w^2 \cdot \text{sen}(w.t + \Phi) \qquad w^2 = k / m \qquad E_m = ½ \cdot k \cdot X^2$

Como es el mismo muelle la constante elástica k es la misma y como tiene la misma masa la pulsación w será la misma en los dos casos.

Caso 1) La amplitud es X $\rightarrow \quad v_{max\,1} = X \cdot w \qquad E_{m\,1} = ½ \cdot k \cdot X^2$

Caso 2) La amplitud es 2X $\rightarrow \quad v_{max\,2} = 2X \cdot w \qquad E_{m\,2} = ½ \cdot k \cdot (2X)^2$

Dividiendo se obtienen las relaciones pedidas:

$$v_{max\,1} / v_{max\,2} = (X.w) / (2X.w) = ½$$

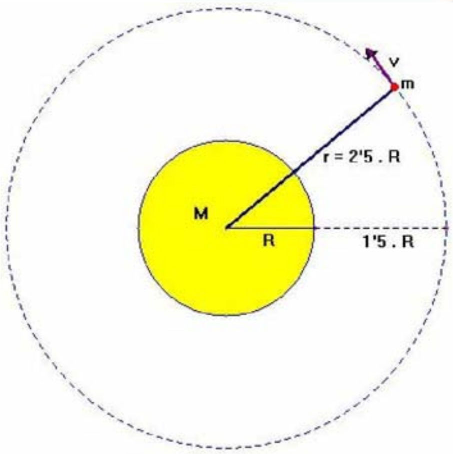
$$E_{m\,1} / E_{m\,2} = (½ \cdot k \cdot X^2) / (½ \cdot k \cdot (2X)^2) = ¼$$

Cuestión 2.- Una sonda de masa 5000 kg se encuentra en una órbita circular a una altura sobre la superficie terrestre de 1,5 R_T• Determine: a) el momento angular de la sonda en esa órbita respecto al centro de la Tierra; b) la energía que hay que comunicar a la sonda para que escape del campo gravitatorio terrestre desde esa órbita.

Datos: Constante de Gravitación Universal G = 6,67 .10^{-11} N m^2 kg-^{2}

Masa de la Tierra M_T = 5,98 .10^{24} kg; Radio de la Tierra R_T = 6,37 . 10^6 m

Solución:



a) El momento angular es el momento de la cantidad de movimiento

Por ser la órbita circular la velocidad orbital es siempre perpendicular al vector posición r y su valor será, siendo v la velocidad orbital:

$$F_a = F_c \rightarrow G.\frac{M.m}{r^2} = m.\frac{v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{G.\frac{M}{r}}$$

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge \vec{p} = \vec{r} \wedge (m.\vec{v}) \rightarrow L = r.m.v.\text{sen}90 = r.m.v \quad \text{vector hacia fuera}$$

$$L = r.m.\sqrt{G.\frac{M}{r}} = \sqrt{G.M.m^2.r} = \sqrt{G.M.m^2.2'5.R}$$

$$L = \sqrt{6'67.10^{-11}.5'98.10^{24}.5000^2.2'5.6'37.10^6} = 3'985.10^{14}\ \text{Kg.m}^2/\text{s}$$

b) La energía que hay que suministrar será la diferencia entre la energía que tendría fuera del campo gravitatorio terrestre y la energía actual en su órbita:

$$E_{necesaria} = E_\infty - E_{orbital} = 0 - (-\frac{1}{2}.G.\frac{M.m}{r}) = G.\frac{M.m}{2.r} = 6'67.10^{-11}.\frac{5'98.10^{24}.5000}{2.2'5.6'37.10^6} = 6'26.10^{10}\ \text{julios}$$

Cuestión 3.- Una lámina de vidrio (índice de refracción n = 1,52) de caras planas y paralelas y espesor d se encuentra entre el aire y el agua. Un rayo de luz monocromática de frecuencia $5x10^{14}$ Hz incide desde el agua en la lámina. Determine:

a) Las longitudes de onda del rayo en el agua y en el vidrio.

b) El ángulo de incidencia en la primera cara de la lámina a partir del cual se produce reflexión total interna en la segunda cara.

Datos: Índice de refracción de agua = 1,33; Velocidad de la luz en el vacío c = 3.10^8 m/s

Solución:

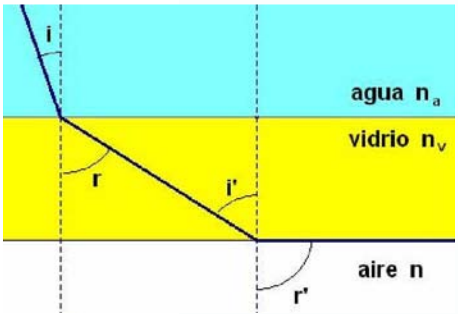
a) Cuando un rayo de luz se propaga por diferentes medios su frecuencia no varía pero sí su longitud de onda:

$$v = \lambda . F \quad \rightarrow \quad \lambda = v / F, \quad \text{como} \quad n = c / v \quad \rightarrow \quad v = c / n \quad \rightarrow \quad \lambda = c / (n.F)$$

$$\lambda_{agua} = 3.10^8 / (1'33 . 5.10^{14}) = 4'51.10^{-7}\ m$$

$$\lambda_{vidrio} = 3.10^8 / (1'52 . 5.10^{14}) = 3'95.10^{-7}\ m$$

b) Supongamos que la luz se propaga en el aire a la misma velocidad que en el vacío, n =1



Al incidir el rayo de luz en el vidrio se refracta alejándose de la normal, según la ecuación de Snell:

$$n_a . \text{sen } i = n_v . \text{sen } r$$

El rayo de luz sigue su camino y se refracta al pasar al aire según la ecuación:

$$n_v . \text{sen } i' = n . \text{sen } r'$$

Como la lámina es planoparalela, el rayo incidirá sobre la otra cara con un ángulo de incidencia i' = r y por tanto:

$$n_a . \text{sen } i = n_v . \text{sen } r = n_v . \text{sen } i' = n . \text{sen } r' \quad \rightarrow \quad n_a . \text{sen } i = n . \text{sen } r'$$

Para que se produzca reflexión total en la capa vidrio-agua r' debe ser 90º por lo que:

$$n_a.\text{sen } i = n . \text{sen } 90 \quad \rightarrow \quad \text{sen } i = n / n_a = 1 / 1'33 = 0'7519 \quad \rightarrow \quad i = 48'8^{o}$$

Cuestión 4.- El potencial de frenado de los electrones emitidos por la plata cuando se incide sobre ella con luz de longitud de onda de 200 nm es 1,48 V. Deduzca:

a) La función de trabajo (o trabajo de extracción) de la plata, expresada en eV.

b) La longitud de onda umbral en nm para que se produzca el efecto fotoeléctrico.

Datos: Constante de Planck h = 6,63 x 10^{-34} J s; Velocidad de la luz en el vacío c = 3 x 10^8 m/s

Valor absoluto de la carga del electrón e= $1,6^x$ 10^{-19} C

Solución:

a) La energía del fotón se invierte en arrancar el electrón (trabajo de extacción) y en suministrale energía cinética. El potencial de detención es el potencial necesario para parar el electrón:

$$h.F = W_e + E_c \ ,, \quad q.V = E_c \quad \rightarrow \quad W_e = h.F - q.V = h.c / \lambda - q.V$$

$$W_e = 6'63.10^{-34}.3.10^8 / 200.10^{-9} - 1'6.10^{-19}.1,48 = 7'58.10^{-19} \text{ julios}$$

b) La longitud de onda umbral es aquella con la que se produce efecto fotoeléctrico pero no se suministra energía cinética:

$$h.F = W_e \quad \rightarrow \quad h.c / \lambda = W_e \quad \rightarrow \quad \lambda = h.c / W_e = 6'63.10^{-34}.3.10^8 / 7'58.10^{-19} = 2'624.10^{-7}\ m$$

Cuestión 5.- Justifique si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones, según la teoría de la relatividad especial:

a) La masa de un cuerpo con velocidad v respecto de un observador es menor que su masa en reposo.

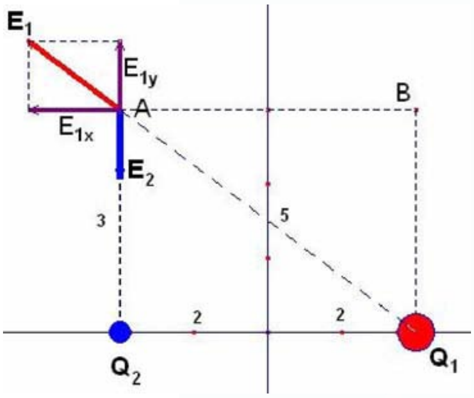
b) La energía de enlace del núcleo atómico es proporcional al defecto de masa nuclear Δm.

Solución:

a) La masa de un cuerpo, de masa en reposo m_o , que se mueve respecto de un observador es: $m = \dfrac{m_o}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} > m_o$

b) La energía de enlace que mantiene unidos los nucleones es la energía equivalente al defecto de masa experimentada por el núcleo.

Problema A-1.- Dos cargas fijas Q_1 = +12,5 nC y Q_2 = -2,7 nC se encuentran situadas en los puntos del plano XY de coordenadas (2,0) y (-2,0) respectivamente. Si todas las coordenadas están expresadas en metros, calcule:
a) El potencial eléctrico que crean estas cargas en el punto A (-2,3).
b) El campo eléctrico creado por Ql y Q2 en el punto A.
c) El trabajo necesario para trasladar un ión de carga negativa igual a *-2e* del punto A al punto B, siendo B (2,3), indicando si es a favor o en contra del campo.
d) La aceleración que experimenta el ión cuando se encuentra en el punto A.
Datos: Constante de la ley de Coulomb K = 9×10^9 N m^2 C^{-2}
Valor absoluto de la carga del electrón e = $1{,}6 \times 10^{-19}$ C Masa del ión M=$3{,}15 \cdot 10^{-26}$ kg
Solución:



a) El potencial en el punto A será la suma escalar de potenciales:

$$V_A = V_{A,1} + V_{A,2} = k.Q_1 / r_1 + k.Q_2 / r_2$$
$$V_A = 9.10^9 \,.\, 12'5.10^{-9} / 5 + 9.10^9 \,.\, (-2'7.10^{-9}) / 3 = 14'4 \text{ voltios}$$

El potencial en el punto B será:

$$V_A = 9.10^9 \,.\, 12'5.10^{-9} / 3 + 9.10^9 \,.\, (-2'7.10^{-9}) / 5 = 32'64 \text{ voltios}$$

b) El campo eléctrico en A será la suma vectorial de los campos:
$E_1 = k.|Q_1| / r_1^2 = 9.10^9 \,.\, 12'5.10^{-9} / 5^2 = 4'5$ N/C
Por semejanza de triángulos:

$$E_{1x} = 4'5 \,.\, 4 / 5 = 3'6 \quad ,, \quad E_{1y} = 4'5 \,.\, 3 / 5 = 2'7 \;\rightarrow\; \mathbf{E_1} = -3'6.\,\mathbf{i} + 2'7.\,\mathbf{j}$$
$$E_2 = k.|Q_2| / r_2^2 = 9.10^9 \,.\, 2'7.10^{-9} / 3^2 = 2'7 \text{ N/C} \;\rightarrow\; \mathbf{E_2} = 0.\,\mathbf{i} - 2'7.\,\mathbf{j}$$
$$\mathbf{E} = \mathbf{E_1} + \mathbf{E_2} = -3'6.\,\mathbf{i}$$

c)El trabajo que realiza el campo para trasladar una carga de un punto A a otro punto B es:

$$W_{A,B} = q.(V_A - V_B) = -2.1'6.10^{-19} \,.\, (14'4 - 32'64) = 5'84.10^{-18} \text{ julios}$$

d) La aceleración será: $\mathbf{a} = \mathbf{F} / m = q.\mathbf{E} / m = -2.1'6.10^{-19} \,.\, (-3'6.\,\mathbf{i}) / 3'15.10^{-26} = 3'7.10^7 \,.\, \mathbf{i}$

Problema A-2.- Se realizan dos mediciones del nivel de intensidad sonora en las proximidades de un foco sonoro puntual, siendo la primera de 100 dB a una distancia x del foco, y la segunda de 80 dB al alejarse en la misma dirección 100 m más.
a) Obtenga las distancias al foco desde donde se efectúan las mediciones.
b) Determine la potencia sonora del foco.
Dato: Intensidad umbral de audición $I_o = 10^{-12}$ W/m^2
Solución:

Supongamos un medio de propagación isótropo con ondas esféricas. En cualquier punto situado a una distancia r del foco que emite con potencia P_o , la intensidad será:

$$I = P / S = P_o / (4.\pi.r^2) \;\rightarrow\; I_1 = P_o / (4.\pi.x^2) \;\;,,\;\; I_2 = P_o / (4.\pi.(100+x)^2) \;\rightarrow\; I_1 / I_2 = (100+x)^2/x^2$$

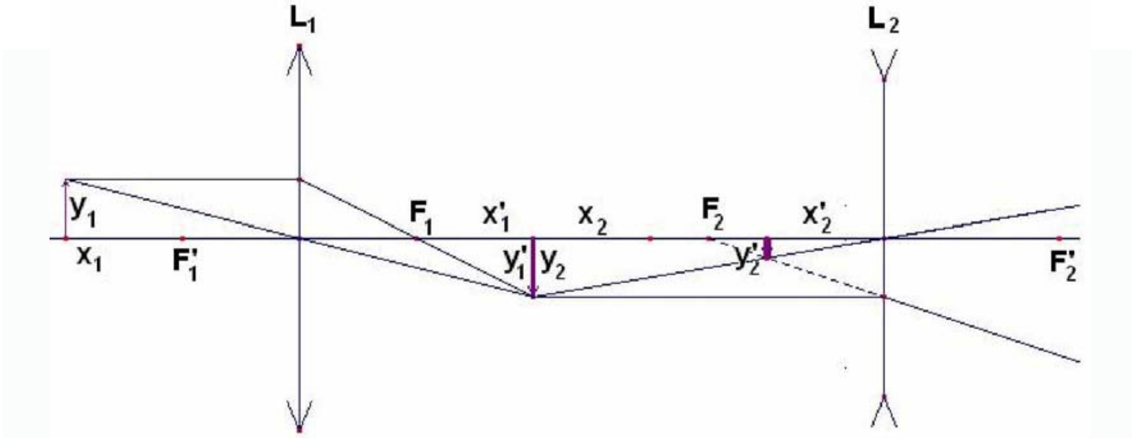
Y el nivel de intensidad sonora en ese punto, en decibelios será:

$$\beta = 10 \,.\, \lg (I / I_o) \;\rightarrow\; 100 = 10 \lg (I_1 / I_o) \;\;,,\;\; 80 = 10 \lg (I_2 / I_o)$$
$$\rightarrow\; 10^{10} = I_1 / I_o \;\;,,\;\; 10^8 = I_2 / I_o \;\rightarrow\; 10^2 = I_1 / I_2$$
$$\rightarrow\; 10^2 = (100+x)^2/x^2 \;\rightarrow\; 10 = (100+x) / x \;\rightarrow\; 10.x = 100 + x \;\rightarrow\; x = 100 / 9 \text{ metros}$$

las mediciones se realizaron a 11'1 m y 111'1 m
b) Considerando el primer punto:

$$I_1 = I_o.10^{10} = 10^{-12}.10^{10} = 0'01 \text{ W/m}^2 \;\rightarrow\; P_o = I_1.\, 4.\pi.x^2 = 0'01.\, 4.\pi.11'1^2 = 15'5 \text{ W}$$

Problema B-1.- Un sistema óptico está formado por dos lentes: la primera es convergente y con distancia focal de 10 cm; la segunda, situada a 50 cm de distancia de la primera, es divergente y con 15 cm de distancia focal. Un objeto de tamaño 5 cm se coloca a una distancia de 20 cm delante de la lente convergente.
a) Obtenga gráficamente mediante el trazado de rayos la imagen que produce el sistema óptico.
b) Calcule la posición de la imagen producida por la primera lente.
c) Calcule la posición de la imagen producida por el sistema óptico.
d) ¿ Cuál es el tamaño y la naturaleza de la imagen final formada por el sistema óptico?
Solución:
a)



b)

$$\frac{1}{x_1'} - \frac{1}{x_1} = \frac{1}{f_1'} \rightarrow \frac{1}{x_1'} - \frac{1}{-20} = \frac{1}{10} \rightarrow \frac{1}{x_1'} = \frac{1}{10} - \frac{1}{20} = \frac{1}{20} \rightarrow x_1' = 20\ \text{cm}$$

$$\frac{y_1'}{y_1} = \frac{x_1'}{x_1} = \frac{+20}{-20} = -1 \rightarrow y_1' = -y_1 = -5\ \text{cm}$$

c)

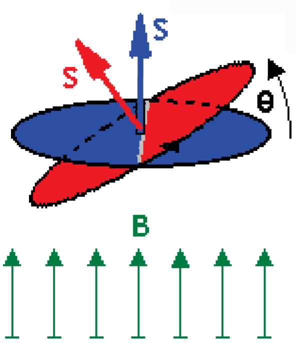
$$\frac{1}{x_2'} - \frac{1}{x_2} = \frac{1}{f_2'} \rightarrow \frac{1}{x_2'} - \frac{1}{-30} = \frac{1}{\text{-}15} \rightarrow \frac{1}{x_2'} = -\frac{1}{15} - \frac{1}{30} = -\frac{3}{30} \rightarrow x_2' = -10\ \text{cm}$$

d)

$$\frac{y_2'}{y_2} = \frac{x_2'}{x_2} = \frac{-10}{-30} = \frac{1}{3} \rightarrow y_2' = \frac{y_2}{3} = \frac{-5}{3} = -1'67\ \text{cm}$$

La imagen final es virtual, menor e invertida

Problema B-2.- Una espira circular de radio r = 5 cm y resistencia 0,5 Ω se encuentra en reposo en una región del espacio con campo magnético $B = B_0 . k$, siendo B_0 = 2 T y k el vector unitario en la dirección Z. El eje normal a la espira en su centro forma 0° con el eje Z. A partir de un instante t = 0 la espira comienza a girar con velocidad angular constante w = π (rad/s) en tomo a un eje diametral. Se pide:
a) La expresión del flujo magnético a través de la espira en función del tiempo t, para t ≥ 0.
b) La expresión de la corriente inducida en la espira en función de t.
Solución:



a) El flujo magnético que atraviesa la espira en un instante dado es: Φ = B. S. cos θ
si la espira gira, el ángulo varía con el tiempo: θ = w. t →

$$\Phi = B.\ S.\ \cos w.t \quad \rightarrow \quad \Phi = 2.\ \pi.0'05^2 \cos \pi.t = 0'0157.\ \cos \pi.t \quad T.m^2$$

b) Según la ley de Faraday, toda variación del flujo magnético induce una fuerza electromotriz que es proporcional y opuesta a la variación de flujo en la unidad de tiempo:

$$V = -\ d\Phi/dt = -\ d/dt\ (0'0157.\ \cos \pi.t) = 0'0157.\ \pi\ .\ \text{sen}\ \pi.t = 0'049.\ \text{sen}\ \pi.t \quad \text{voltios}$$

$$I = V / R = 0'049.\ \text{sen}\ \pi.t\ \ /\ 0'5 = 0'0987\ .\ \text{sen}\ \pi.t \quad \text{Amperios}$$

El sentido de esta corriente inducida es tal que se opone a la variación de flujo, produciendo su propio campo magnético.

Cuestión 1.- Sabiendo que la aceleración de la gravedad en un movimiento de caída libre en la superficie de la Luna es un sexto de la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra y que el radio de la Luna es aproximadamente 0,27 R_T (siendo R_T el radio terrestre), calcule:

a) **la relación entre las densidades medias ρ Luna / ρ Tierra;**
b) **la relación entre las velocidades de escape de un objeto desde sus respectivas superficies ve Luna / ve Tierra**

$$g = G\cdot\frac{M}{R^2} \rightarrow \frac{g_{Luna}}{g_{Tierra}} = \frac{M_{Luna}}{M_{Tierra}}.(\frac{R_{Tierra}}{R_{Luna}})^2 \rightarrow \frac{1}{6} = \frac{M_{Luna}}{M_{Tierra}}.(\frac{1}{0'27})^2 \rightarrow \frac{M_{Luna}}{M_{Tierra}} = 0'01215 \rightarrow M_{Tierra} = 82'3\cdot M_{Luna}$$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}.\pi\pi.^3} \rightarrow \frac{\rho_{Luna}}{\rho_{Tierra}} = \frac{\frac{M_{Luna}}{R_{Luna}^3}}{\frac{M_{Tierra}}{R_{Tierra}^3}} = \frac{G.\frac{M_{Luna}}{R_{Luna}^2}.\frac{1}{R_{Luna}}}{G.\frac{M_{Tierra}}{R_{Tierra}^2}.\frac{1}{R_{Tierra}}} = \frac{g_{Luna}}{g_{Tierra}}.\frac{R_{Tierra}}{R_{Luna}} = \frac{1}{6}.\frac{1}{0'27} = 0'62$$

$$v = \sqrt{\frac{2.G.M}{R}} = \sqrt{\frac{2.G.M.R}{R^2}} = \sqrt{2.g.R} \rightarrow \frac{v_{Luna}}{v_{Tierra}} = \sqrt{\frac{g_{Luna}.R_{Luna}}{g_{Tierra}.R_{Tierra}}} = \sqrt{\frac{1}{6}.0'27} = 0'212$$

Cuestión 2.- Un objeto de 2,5 kg está unido a un muelle horizontal y realiza un movimiento armónico simple sobre una superficie horizontal sin rozamiento con una amplitud de 5 cm y una frecuencia de 3,3 Hz. Determine:

a) **El período del movimiento y la constante elástica del muelle.**
b) **La velocidad máxima y la aceleración máxima del objeto.**

A = 0’05 m y F = 3’3 Hz → T = 1/F = 0’303 s → w = 2.π.F = 20’73 rad/s

F = - k.x ,,, F = m.a ,,, a = - w^2.x → k = m.w^2 = 2’5 . 20’73^2 = 1074’8 N/m

La ecuación del MAS es: x = 0’05 . sen (20’73.t + Φ)

V = dx/dt = 0’05 . 20’73 . cos (20’73.t + Φ) = 1’04 . cos (20’73.t + Φ) → $V_{máx}$= 1’04 m/s
a = dV/dt = – 1’04 . 20’73 . sen (20’73.t + Φ) = – 21’49 . cos (20’73.t + Φ) → $a_{máx}$ = 21’49m/s^2

Cuestión 3.- Una superficie plana separa dos medios de índices de refracción distintos n_1 y n_2 .Un rayo de luz incide desde el medio de índice n_1. Razone si son verdaderas o falsas las afirmaciones siguientes:

a) El ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de reflexión. FALSO , sólo es cierto cuando $n_2 > n_1$
b) Los ángulos de incidencia y de refracción son siempre iguales.
c) El rayo incidente, el reflejado y el refractado están en el mismo plano.
d) Si $n_1 > n_2$ se produce reflexión total para cualquier ángulo de incidencia.

a) El ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de reflexión. FALSO , son siempre iguales

b) Los ángulos de incidencia y de refracción son siempre iguales. FALSO , sólo es cierto cuando $n_2 = n_1$

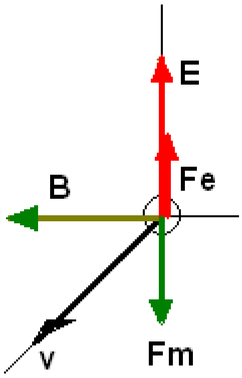
c) El rayo incidente, el reflejado y el refractado están en el mismo plano. CIERTO, es la primera ley de Snell

d) Si $n_1 > n_2$ se produce reflexión total para cualquier ángulo de incidencia. FALSO, sólo se produce reflexión total si el ángulo de incidencia supera al ángulo límite: i > arc sen (n_2 / n_1)

Cuestión 4.- Un protón que se mueve con velocidad constante en el sentido positivo del eje X penetra en una región del espacio donde hay un campo eléctrico $E = 4 \times 10^5\ k$ N/C y un campo magnético $B = -2\ j$ T, siendo k , j los vectores unitarios en las direcciones de los ejes Z e Y respectivamente.

a) **Determine la velocidad que debe llevar el protón para que atraviese dicha región sin ser desviado.**
b) **En las condiciones del apartado anterior, calcule la longitud de onda de De Broglie del protón.**

Datos: Constante de Planck $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J s; Masa del protón $m_p = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg



Por ser la carga positiva la Fuerza eléctrica tiene el mismo sentido del Campo E → $F_e = q.E$

Por ser la carga positiva la Fuerza magnética tiene el sentido –j → $F_m = q.v.B.\text{sen}\ 90 = q.v.B$

Si la carga no se desvía las dos fuerzas deben ser iguales y opuestas para que la resultante sea nula

$F_e = F_m \rightarrow q.E = q.v.B \rightarrow v = E / B = 4.10^5 / 2 = 2.10^5$ m/s

La longitud de onda de De Broglie será: $\lambda = h / (m.v) = 6'63.10^{-34} / (1'67.10^{-27}.2.10^5) = 1'98.10^{-12}$ m

Cuestión 5.-. Una muestra de un material radiactivo posee una actividad de 115 Bq inmediatamente después de ser extraída del reactor donde se formó. Su actividad 2 horas después resulta ser 85,2 Bq.

a) **Calcule el período de semidesintegración de la muestra.**
b) **¿Cuántos núcleos radiactivos existían inicialmente en la muestra?**
Dato: 1 Bq = 1 desintegración/segundo

La actividad de una muestra es la velocidad de desintegración en valor absoluto y es proporcional al número de átomos radiactivos, es decir: $A = |dN / dt| = \lambda.N$

Sea N_o el número inicial de átomos radiactivos:
Al principio: : $A = \lambda.N \rightarrow 115 = \lambda.N_o \rightarrow N_o = 115 / \lambda$
Al cabo de 2 horas = 7200 s $\rightarrow 85'2 = \lambda.N \rightarrow N = 85'2 / \lambda$

Según la ley de desintegración, $N = N_o.e^{-\lambda.t} \rightarrow 85'2 / \lambda = (115 / \lambda).e^{-\lambda.t} \rightarrow 85'2 = 115.e^{-\lambda.t} \rightarrow \lambda = 4'17.10^{-5}\ s^{-1}$

$\rightarrow N_o = 115 / 4'17.10^{-5} = 2'76.10^6$ átomos

Problema A-1.- Un punto material oscila en torno al origen de coordenadas en la dirección del eje Y, según la expresión:
$y = 2\ \text{sen}\ (\pi.t/4 + \pi/2)$ y en cm; t en s,
originando una onda armónica transversal que se propaga en el sentido positivo del eje X. Sabiendo que dos puntos materiales de dicho eje que oscilan con un desfase de π radianes están separados una distancia mínima de 20 cm, determine:

a) **La amplitud y la frecuencia de la onda armónica.**
b) **La longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda.**
c) **La expresión matemática que representa la onda armónica.**
d) **La expresión de la velocidad de oscilación en función del tiempo para el punto material del eje X de coordenada x=80 cm, y el valor de dicha velocidad en el instante t=20 s.**

La ecuación de la onda será: $y = 0'02.\ \text{sen}\ (\pi/4\ .\ t - k.x + \pi/2)$

Si dos puntos x_1 , x_2 tienen una diferencia de fase de π: $(\pi/4\ .\ t - k.x_1 + \pi/2) - (\pi/4\ .\ t - k.x_2 + \pi/2) = \pi \rightarrow k.(x_1 - x_2) = \pi$

$\rightarrow k.0'2 = \pi \rightarrow k = \pi / 0'2 = 5.\pi \rightarrow 2.\pi / \lambda = 5.\pi \rightarrow \lambda = 0'4$ m $\rightarrow v = w / k = \pi/4 / (5\pi) = 1 / 20 = 0'05$ m/s

La ecuación de la onda resulta ser: $y = 0'02.\ \text{sen}\ (\pi/4\ .\ t - 5\pi.x + \pi/2)$

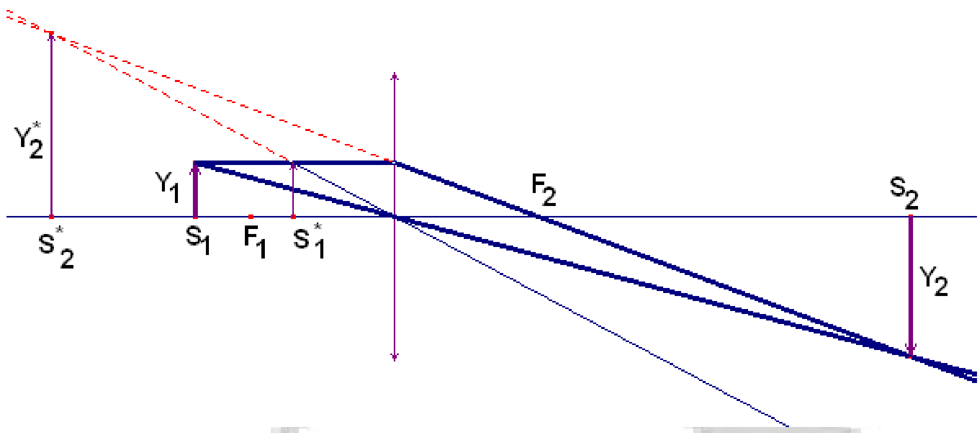
La velocidad de un punto es: $v = dy/dt = 0'02.\ \pi/4\ .\ \cos\ (\pi/4\ .\ t - 5\pi.x + \pi/2)$

Para un punto sito en x = 0'8 m $\rightarrow v = 0'02.\ \pi/4\ .\ \cos\ (\pi/4\ .\ t - 5\pi.0'8 + \pi/2) = 0'005.\pi\ .\ \cos\ (\pi/4\ .\ t - 7.\pi/2)$

Y cuando t=20 s $\rightarrow v = 0'005.\pi\ .\ \cos\ (\pi/4\ .\ 20 - 7.\pi/2) = 0'005.\pi\ .\ \cos\ (3.\pi/2) = 0$

Problema 2.- Una lente convergente forma, de un objeto real, una imagen también real, invertida y aumentada 4 veces. Al desplazar el objeto 3 cm hacia la lente, la imagen que se obtiene es virtual, derecha y con el mismo aumento en valor absoluto. Determine:

a) **La distancia focal imagen y la potencia de la lente.**
b) **Las distancias del objeto a la lente en los dos casos citados.**
c) **Las respectivas distancias imagen.**
d) **Las construcciones geométricas correspondientes.**



Las ecuaciones de la lente son:

$$1 / s_2 \; - \; 1 / s_1 \; = \; 1 / f_2 \qquad\qquad y_2 / y_1 = s_2 / s_1$$

Si se desplaza el objeto : $s_1^* = s_1 + 3$ cm

En el primer caso: $y_2 / y_1 = s_2 / s_1 = -4 \;\rightarrow\; s_2 = -4.s_1 \;\rightarrow\; 1 / (-4.s_1) - 1 / s_1 = 1 / f_2 \;\rightarrow\; -5 / 4 = s_1 / f_2$

En el segundo caso: $y_2^* / y_1 = s_2^* / s_1^* = 4 \;\rightarrow\; s_2^* = 4.s_1^* \;\rightarrow\; 1 / (4.s_1^*) - 1 / s_1^* = 1 / f_2 \;\rightarrow\; -3 / 4 = s_1^* / f_2$

Dividiendo ámbas ecuaciones: $5 / 3 = s_1 / s_1^* \;\rightarrow\; 5 . s_1^* = 3 . s_1 \;\rightarrow\; 5.(s_1 + 3) = 3.s_1 \;\rightarrow\; s_1 = -7'5$ cm $\rightarrow\; s_1^* = -4'5$ cm

$f_2 = -4 . s_1 / 5 = \ldots = 6$ cm $\rightarrow$ P = 1 / 0'06 = 16,67 dioptrías

$s_2 = -4.s_1 = ...= +30$ cm $\qquad s_2^* = 4.s_1^* = \ldots = -18$ cm

Problema B-1.- Fobos es un satélite de Marte que gira en una órbita circular de 9380 km de radio, respecto al centro del planeta, con un periodo de revolución de 7,65 horas. Otro satélite de Marte, Deimos, gira en una órbita de 23460 km de radio. Determine:

a) **La masa de Marte.**
b) **El período de revolución del satélite Deimos .**
c) **La energía mecánica del satélite Deimos.**
d) **El módulo del momento angular de Deimos respecto al centro de Marte.**

Datos: Constante de Gravitación Universal G = 6,67 . 10^{-11} N. m^2 kg^{-2}
Masa de Fobos = l,l X1O^{16} kg; Masa de Deimos = 2,4x1O^{15} kg

La fuerza de atracción gravitatoria es la fuerza centrípeta necesaria para tomar la curva:

$G. M.m / r^2 = m.w^2.r \;\rightarrow\; M = w^2 . r^3 / G = (2.\pi / T)^2 . r^3 / G = (2.\pi / 7'65 / 3600)^2 . 9380000^3 / 6'67.10^{-11} = 6'44.10^{23}$ kg

Al mismo tiempo se deduce: r^3 / T^2 = constante para todos los satélites

$(r^3 / T^2)_{Fobos} = (r^3 / T^2)_{Deimos} \;\rightarrow\; T_{Deimos} = T_{Fobos} . (r_{Deimos} / r_{Fobos})^{3/2} = 7,65 . (23460 / 9380)^{3/2} = 30'26$ horas

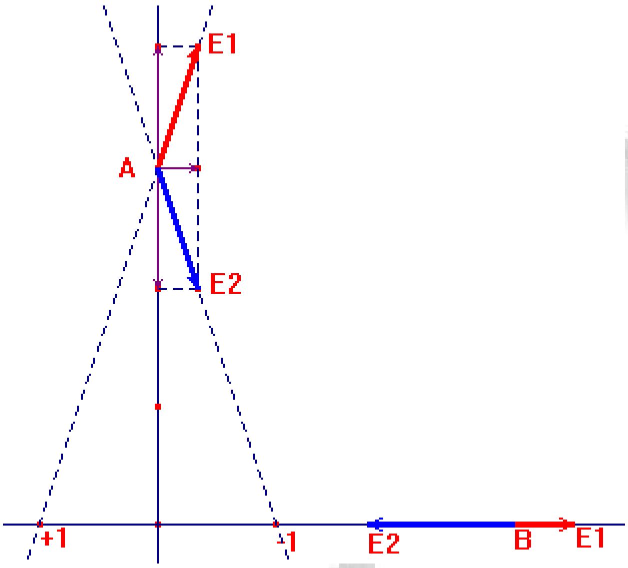
La energía mecánica de un satélite es: $E = - G.M.m / (2.r) \;\rightarrow\; E_{Deimos} = -6'67.10^{-11}. 6'44.10^{23} . 2'4.10^{15} / (2. 2'346.10^7) = -2'2.10^{21}$ J

El momento angular será: $L = I.w = m.r^2.w = 2'4.10^{15} . (2'346.10^7)^2 . 2.\pi / 30'26 / 3600 = 7'6.10^{25}$ kg.m^2 / s

Problema 2.- Dos partículas con cargas de +1 µC y de -1 µC están situadas en los puntos del plano XY de coordenadas (-1,0) y (1,0) respectivamente. Sabiendo que las coordenadas están expresadas en metros, calcule:

a) **El campo eléctrico en el punto (0,3).**
b) **El potencial eléctrico en los puntos del eje Y.**
c) **El campo eléctrico en el punto (3,0).**
d) **El potencial eléctrico en el punto (3,0).**

Dato: Constante de la ley de Coulomb **$K = 9.10^9$ N m² C-²**



El campo eléctrico será la suma vectorial de los campos creados por cada carga en el punto considerado.

$E = k. Q / r^2$

En el punto A (0,3) los campos son según el dibujo y de valor:

$E_1 = 9.10^9 . 1.10^{-6} / (3^2 + 1^2) = 900$ N/C

$E_2 = 9.10^9 . 1.10^{-6} / (3^2 + 1^2) = 900$ N/C

Las componentes verticales de E_1 y E_2 son iguales y opuestas por lo que al sumarlas se anulan.

Las componentes horizontales son iguales y del mismo sentido. Por semejanza de triángulos:

$E_{1x} = E_{2x} = 900 / 10^{1/2} = 284'6$

$E = E_{1x} + E_{2x} = 2.284'6 = 569'21 \rightarrow$ **E** = 569'21 **i** N/C

El potencial es la suma escalar de potenciales. Al ser las cargas iguales pero de distinto signo y estar en puntos simétricos del eje Y, los potenciales en cualquier punto del eje Y son iguales pero de distinto signo por lo que el potencial total es nulo: V = 0

En el punto B (3,0) los campos E estarán dirigidos según el eje X según la figura, y valdrán:

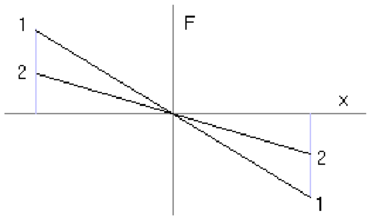
$E_1 = 9.10^9 . 1.10^{-6} / 4^2 = 562'5$ N/c

$E_2 = 9.10^9 . 1.10^{-6} / 2^2 = 2250$ N/C $\rightarrow E = E_2 - E_1 = 2250 - 562'5 = 1687'5 \rightarrow$ **E** = - 1687'5 **i** N/C

$V_1 = 9.10^9 . 1.10^{-6} / 4 = 2250$ Voltios

$V_2 = 9.10^9 .(- 1.10^{-6})/ 2 = -4500$ Voltios $\rightarrow V = V_1 + V_2 = 2250 - 4500 = - 2250$ Voltios

CUESTIÓN 1.- Se tienen dos muelles de constantes elásticas k_1 y k_2 en cuyos extremos se disponen dos masas m_1 y m_2 respectivamente, siendo $m_1 < m_2$. Al oscilar, las fuerzas que actúan sobre cada una de estas masas en función de la elongación aparecen representadas en la figura. ¿ Cuál es el muelle de mayor constante elástica ?. ¿ Cuál de estas masas tendrá mayor período de oscilación ?.



Solución: En todo sistema elástico la fuerza es proporcional y opuesta a la deformación, $F = - k \cdot x$, siendo la representación gráfica de esta función un recta de pendiente negativa que pasa por el origen de coordenadas. Por tanto, según la gráfica, es el muelle 1 el que posee mayor constante elástica: $k_1 > k_2$

La aceleración de la masa será $a = F / m = - (k / m) \cdot x$ La aceleración es proporcional y opuesta a la posición, ecuación característica del movimiento armónico simple, y por tanto:

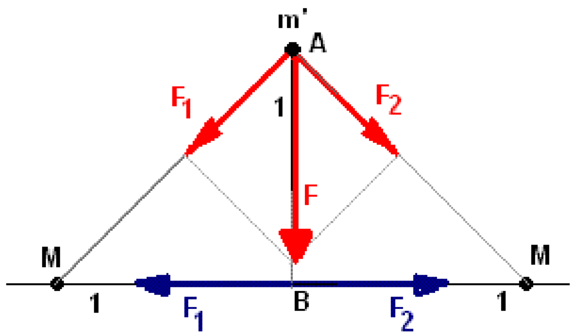
$$w^2 = k / m \quad \rightarrow \quad (2.\pi / T)^2 = k / m \quad \rightarrow \quad T = 2.\pi .\sqrt{(m/k)}$$

Para saber qué periodo es mayor se parte de uno de ellos y se cambian sus variables por las del otro :

$$T_1 = 2.\pi .\sqrt{(m_1 / k_1)} < 2.\pi . \sqrt{(m_1 / k_2)} < 2.\pi . \sqrt{(m_2 / k_2)} = T_2 \quad \rightarrow \quad T_1 < T_2$$

CUESTIÓN 2.- Dos masas iguales de 20 kg, ocupan posiciones fijas separadas una distancia de 2 m, según la figura. Una tercera masa m' de 0'2 kg se suelta desde el reposo en un punto A equidistante de las dos masas anteriores y a 1m del punto medio (AB = 1 m). Si sólo actúan las acciones gravitatorias, determinar, siendo $G = 6'67 \cdot 10^{-11}$ $N.m^2/ kg^2$:

a) La fuerza ejercida sobre m' en el punto inicial A
b) Las aceleraciones de m' en A y en B



Solución:

Al ser las masas iguales y por estar m' en la mediatriz , las fuerzas F_1 y F_2 son iuales.

En el punto A las fuerzas forman un ángulo de 90º , por lo que la fuerza resultante, suma de F_1 y F_2 , tendrá la dirección de la mediatriz , el sentido hacia el punto B y su valor será:

$$F_1 = F_2 = G \cdot (M \cdot m') / r^2 = 6'67.10^{-11} \cdot 20 \cdot 0'2 / (\sqrt{2})^2 = 1'334.10^{-10} \text{ N}$$

$$F = \sqrt{(F_1^2 + F_2^2)} = 1'887.10^{-10} \text{ N}$$

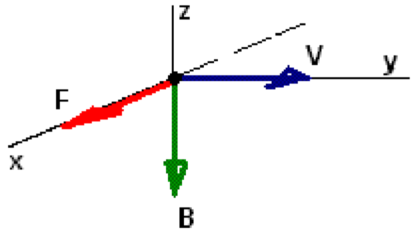
$$a = F / m' = 1'887.10^{-10} / 0'2 = 9'433.10^{-10} \text{ m/s}^2 \text{ con igual sentido que F}$$

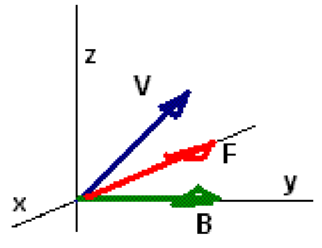
En el punto B, las fuerzas son iguales y opuestas por lo que la fuerza resultante será nula y también la aceleración.

CUESTIÓN 3.-Una partícula cargada penetra con velocidad v en una región en la que existe un campo magnético uniforme B. Determinar la expresión de la fuerza sobre la partícula en los casos:

a) **La carga es negativa, la velocidad es $\mathbf{v} = v_o\,\mathbf{j}$ y el campo magnético es $\mathbf{B} = -B_o\,\mathbf{k}$**
b) **La carga es positiva, la velocidad es $\mathbf{v} = v_o\,(\mathbf{j} + \mathbf{k})$ y el campo es $\mathbf{B} = B_0\,\mathbf{j}$**

Solución:





La fuerza viene dada por el producto vectorial: $\mathbf{F} = q \cdot (\mathbf{v} \wedge \mathbf{B})$

a) En este caso el producto vectorial $\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$ tiene el sentido $-\mathbf{i}$, pero al ser la carga negativa la fuerza tendrá el sentido $+\mathbf{i}$

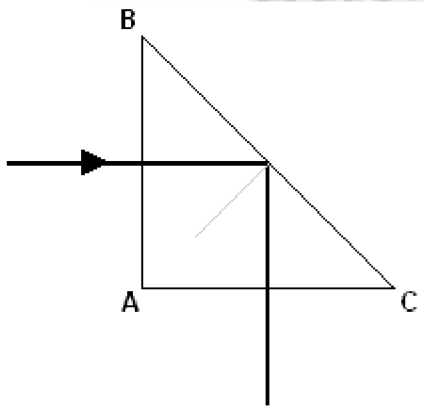
$$\mathbf{F} = q \cdot (\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}) = -|q| \cdot [(v_o\,\mathbf{j}) \wedge (-B_o\,\mathbf{k})] = |q| \cdot v_o \cdot B_o \cdot (\mathbf{j} \wedge \mathbf{k}) = |q| \cdot v_o \cdot B_o \cdot \mathbf{i}$$

En este caso el sentido de la fuerza es $-\mathbf{i}$

$$\mathbf{F} = q \cdot (\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}) = |q| \cdot [v_o\,(\mathbf{j} + \mathbf{k}) \wedge (B_0\,\mathbf{j})] = |q| \cdot v_o \cdot B_o \cdot (-\mathbf{i}) = -\,|q| \cdot v_o \cdot B_o \cdot \mathbf{i}$$

CUESTIÓN 4.-Se tiene un prisma óptico de índice de refracción 1’5 inmerso en el aire. La sección del prisma es un triángulo rectángulo isósceles. Un rayo luminoso incide perpendicularmente sobre la cara AB del prisma. ¿ Se produce o no reflexión total en la cara BC del prisma ¿?. Realice un esquema gráfico de la trayectoria del rayo a través del prisma, determinando la dirección del rayo emergente.

Al incidir el rayo perpendicularmente a la cara AB, el ángulo con la normal, o de incidencia es nulo, siendo por tanto nulo el ángulo de refracción, el rayo no cambia de dirección al entrar en el prisma e incide en la cara interna BC con un ángulo respecto a la normal de 45º, por ser la sección del prisma un triángulo rectángulo isósceles.



El ángulo límite para esta cara interna BC es:

$$1'5 \cdot \text{sen}\ a = 1 \cdot \text{sen}\ 90 \quad \rightarrow \quad \text{sen}\ a = 0'6667 \quad \rightarrow \quad a = 41'8^\circ$$

Al incidir con un ángulo superior al límite todo el rayo se refleja en la superficie saliendo con un ángulo de 45º respecto a la normal, siguiendo en línea recta hasta incidir en la cara interna AC con un ángulo de 0º respecto a la normal, por lo que sale sin cambiar de dirección.

CUESTIÓN 5.-Un protón que parte del reposo es acelerado por una diferencia de potencial de 10 V. Determinar:

a) **La energía que adquiere el protón expresada en eV y su velocidad en m/s**
b) **La longitud de onda de De Broglie asociada al protón con la velocidad anterior.**

Constante de Panck $6'63 \cdot 10^{-34}$ J.s, Masa del protón $1'67 \cdot 10^{-27}$ kg, Carga del protón $1'6.10^{-19}$ C

El trabajo que realiza el campo eléctrico se convierte en variar la energía cinética de la carga:

$$q \cdot V = E_c - E_{co}\ ,\ \text{ en este caso la velocidad inicial } v_o \text{ es nula } \rightarrow$$

$$E_c = q \cdot V = 1\ e \cdot 10\ V = 10\ eV = 1'6.10^{-19} \cdot 10 = 1'6.10^{-18} \text{ Julios}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\,(2 \cdot E_c / m)} = \sqrt{\,(2 \cdot 1'6.10^{-18} / 1'67.10^{-31})} = 4'38.10^6 \text{ m/s } \approx 0'15.c$$

La velocidad es pequeña comparada con la velocidad de la luz, no tiene carácter relativista por lo que la expresión aplicada es correcta.

La longitud de onda de De Broglie viene dada por la expresión:

$$\lambda = h / p = h / (m.v) = 6'63 \cdot 10^{-34} / (1'67 \cdot 10^{-27} \cdot 4'38.10^6) = 9'06.10^{-14} \text{ m}$$

REPERTORIO A, PROBLEMA 1.-Desde la superficie terrestre se lanza un satélite de 400 kg de masa hasta situarlo en una órbita circular a una distancia del centro de la Tierra igual a 7/6 veces el radio terrestre. Calcular:

a) **La intensidad del campo gravitatorio terrestre en los puntos de la órbita del satélite.**
b) **La velocidad y el período del satélite.**
c) **La energía mecánica del satélite.**
d) **La variación de energía potencial que ha experimentado el satélite.**

Datos: $G = 6'67.10^{-11}$ N.m²/kg², $M_T = 5'98.10^{24}$ kg , $R_T = 6'37.10^6$ m

El radio de la órbita es: $r = 7 \cdot R_T / 6 = 7'4317.10^6$ m

$g = G \cdot M_T / r^2 = 6'67.10^{-11} \cdot 5'98.10^{24} / (7'4317.10^6)^2 = 7'222 \text{ m/s}^2$

Para que la órbita sea estacionaria la Fuerza de atracción debe ser la fuerza centrípeta necesaria para tomar esa curva, es decir:

$G \cdot M_T \cdot m / r^2 = m \cdot v^2 / r \ \rightarrow\ v = \sqrt{(G \cdot M_T / r)} = \sqrt{(6'67.10^{-11} \cdot 5'98.10^{24} / 7'4317.10^6)} = 7326 \text{ m/s}$

El período será: $V = 2 \cdot \pi \cdot r / T \quad \rightarrow\ T = 2 \cdot \pi \cdot r / V = 2 \cdot \pi \cdot 7'4317.10^6 / 7326 = 6374$ s

La energía mecánica en una órbita circular es:

$$E_m = - \frac{1}{2}\, G \cdot M_T \cdot m / r = - \frac{1}{2}\ 6'67.10^{-11} \cdot 5'98.10^{24} \cdot 400 / 7'4317.10^6 = -1'07.10^{10} \text{ J}$$

La energía potencial viene dada por la expresión: $E_p = - G \cdot M_T \cdot m / r$

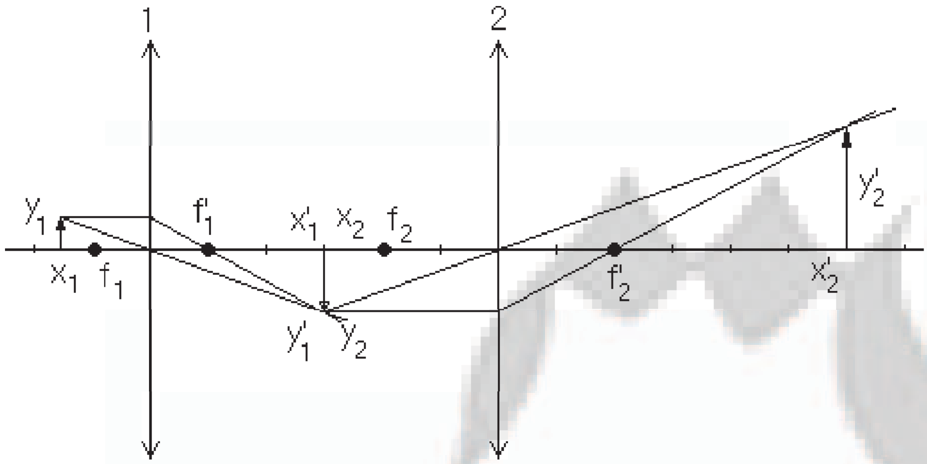
$$\text{En el suelo: } E_{po} = - \ 6'67.10^{-11} \cdot 5'98.10^{24} \cdot 400 / 6'37.10^6 = - 2'5.10^{10} \text{ J}$$

$$\text{En la órbita: } E_p = - 6'67.10^{-11} \cdot 5'98.10^{24} \cdot 400 / 7'4317.10^6 = - 2'15.10^{10} \text{ J}$$

La variación será: $E_{po} - E_p = - 2'5.10^{10} - (- 2'15.10^{10}) = - 3'5.10^9$ J

REPERTORIO A, PROBLEMA 2.- Un sistema óptico está formado por dos lentes delgadas convergentes, de distancias focales 10 cm y 20 cm la segunda, separadas una distancia de 60 cm. Un objeto luminoso de 2 mm de altura está situado 15 cm delante de la primera lente.

a) **Calcular la posición y el tamaño de la imagen final del sistema.**
b) **Efectuar la construcción geométrica de la imagen final.**



Las ecuaciones de las lentes delgadas son:

$$1 / x' - 1 / x = 1 / f'$$

$$A = y' / y = x' / x$$

Aplicando a cada lente las ecuaciones anteriores y teniendo en cuenta que la imagen producida por la primera lente es el objeto de la segunda:

$1 / x'_1 - 1 / (-15) = 1 / 10 \rightarrow 1 / x'_1 = 1/10 - 1/15 = 1/30 \rightarrow x'_1 = 30$ cm $\rightarrow |x_2| = 60 - 30 = 30 \rightarrow x_2 = -30$ cm

$A_1 = y'_1 / 0'2 = 30/(-15) = -2 \rightarrow y'_1 = -0'4$ cm, imagen real, invertida y mayor $\rightarrow y_1 = -0'4$ cm

$1 / x'_2 - 1 / (-30) = 1 / 20 \rightarrow 1 / x'_2 = 1/20 - 1/30 = 1/60 \rightarrow x'_2 = 60$ cm

$A_2 = y'_2 / (-0'4) = 60/(-30) = -2 \rightarrow y'_2 = 0'8$ cm, imagen real, invertida y mayor

La imagen final, respecto al objeto inicial es real, derecha y 4 veces mayor

REPERTORIO B, PROBLEMA 1.- Dada la expresión matemática en unidades del S.I. de una onda armónica transversal que se propaga en una cuerda tensa de gran longitud:

$$\mathbf{y = 0'03 \,.\, sen\,(2.\pi.t - \pi.x)\,,}$$

a) **Cuál es la velocidad de propagación de la onda.**
b) **Cuál es la velocidad de oscilación de un punto de la cuerda, y su velocidad máxima.**
c) **Para t = 0, cuál es el valor del desplazamiento de los puntos cuando x = 0'5 m y x = 1 m**
d) **Para x = 1 m , cuál es el desplazamiento cuando t = 0'5 s**

Solución:

$v = w / k = 2.\pi / \pi = 2$ m/s

$V_{oscilación} = y' = 0'03 \cdot 2.\pi \cdot \cos (2.\pi.t - \pi.x) = 0'19 \cdot \cos (2.\pi.t - \pi.x)$

siendo su valor máximo 0'19 m/s

En el instante inicial t = 0, los desplazamientos valdrán:

$$y(t=0,x=0'5) = 0'03 \,.\, sen\,(2.\pi.0 - \pi.0'5) = 0'03 \,.\, sen\,(- \pi.0'5) = - 0'03 \text{ m}$$

$$y(t=0,x=1) = 0'03 \,.\, sen\,(2.\pi.0 - \pi.1) = 0'03 \,.\, sen\,(- \pi) = 0 \text{ m}$$

En x = 1m y t = 0'5 s :

$$y(t=0'5,x=1) = 0'03 \,.\, sen\,(2.\pi.0'5 - \pi.1) = 0'03 \,.\, sen\,(0) = 0 \text{ m}$$

REPERTORIO B, PROBLEMA 2.- Una espira circular de 0’2 m de radio se sitúa en un campo magnético uniforme de 0’2 T con su eje paralelo a la dirección del campo. Determinar la fuerza electromotriz inducida en la espira si en 0’1 s y de manera uniforme:

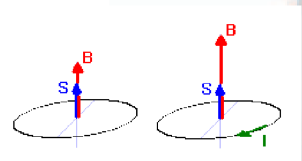
a) Se duplica el valor del campo.
b) Se reduce el valor del campo a cero.
c) Se invierte el sentido del campo.
d) Se gira la espira 90º en torno a un eje diametral perpendicular al campo.

La superficie de la espira es: $S = \pi . r^2 = \pi . 0'2^2 = 0'126\ m^2$
El flujo magnético que atraviesa la espira es: $\Phi_i = B.S. \cos\theta = 0'2 . 0'126 . \cos 0 = 0'025$ Wb

La fuerza electromotriz inducida es igual y opuesta a la variación del flujo magnético en la unidad de tiempo; si la variación del flujo es uniforme:

$$V = - d\Phi / dt = - (\Phi_f - \Phi_i) / t$$

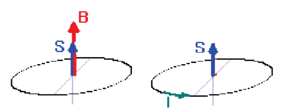
a)



$\Phi_f = B.S. \cos\theta = 0'4 . 0'126 . \cos 0 = 0'050$ Wb

$V = - (\Phi_f - \Phi_i) / t = - (0'050 – 0'025) / 0'1 = - 0'25$ Voltios

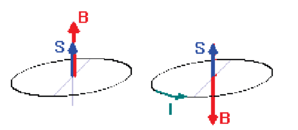
b)



$\Phi_f = B.S. \cos\theta = 0 . 0'126 . \cos 0 = 0$ Wb

$V = - (\Phi_f - \Phi_i) / t = - (0 – 0'025) / 0'1 = 0'25$ Voltios

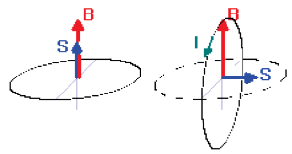
c)



$\Phi_f = B.S. \cos\theta = 0'2 . 0'126 . \cos 180 = - 0'025$ Wb

$V = - (\Phi_f - \Phi_i) / t = - (- 0'025 – 0'025) / 0'1 = 0'5$ Voltios

d)



$\Phi_f = B.S. \cos\theta = 0'2 . 0'126 . \cos 90 = 0$ Wb

$V = - (\Phi_f - \Phi_i) / t = - (0 – 0'025) / 0'1 = 0'25$ Voltios

Cuestión 1.-

La luz solar tarda 8'31 minutos e llegar a la Tierra y 6'01 minutos en llegar a Venus. Suponiendo que las órbitas de los planetas son circulares, determine el período orbital de Venus y la velocidad de Venus en su órbita.

Datos: Velocidad de la luz = $3 \cdot 10^8$ m/s   Período orbital de la tierra = 365'25 días

Solución:

La distancia de un planeta al Sol, o radio de la órbita, se obtiene multiplicando la velocidad de la luz por el tiempo que tarda en llegar:

$$r = c \cdot t \qquad r_{Tierra} = 3.10^8 \,.\, 8'31.60 = 1'496.10^{11}\ \text{m} \qquad r_{Venus} = 3.10^8 \,.\, 6'01.60 = 1'082.10^{11}\ \text{m}$$

Aplicando la tercera ley de Kepler se determina el período orbital de Venus:

$$(r^3 / T^2)_{Tierra} = (r^3 / T^2)_{Venus} \qquad (1'496.10^{11})^3 / 365'25^2 = (1'082.10^{11})^3 / T^2 \qquad T_{Venus} = 224'66\ \text{días}$$

La velocidad de Venus será:

$$w = 2.\pi / T = 3'2.10^{-7}\ \text{rad/s} \qquad v = w.r = 3'2.10^{-7} \,.\, 1'082.10^{11} = 35023\ \text{m/s}$$

Cuestión 2.-

Una partícula oscila con movimiento armónico simple según el eje Y en torno al origen de coordenada, originando una onda transversal que se propaga en el sentido del eje X con una velocidad de 20 m/s, una amplitud de 0'02 m y una frecuencia de 10 Hz. Determinar:

a) El período y la longitud de onda

b) La expresión matemática de la onda, si en t=0 la partícula situada en el origen de coordenadas está en la posición de máxima elongación positiva.

Solución:

El período es la inversa de la frecuencia: $T = 1 / F = 1 / 10 = 0'1$ s

La longitud de onda es el espacio recorrido en un período: $l = v \,.\, T = 20 \,.\, 0'1 = 2$ m Como:

$A = 0'02$ m $w = 2.p.F = 2.p.10 = 20.p$ $k = 2.p / l = 2.p/2 = p$ f = desfase

La ecuación de la onda será: $y = A \,.\, \text{sen} (w.t - k.x + f) = 0'02.\ \text{sen} (20.p.t - p.x + f)$

Al principio, t = 0, el punto del origen, x = 0, está en la posición de máxima elongación positiva, es decir y = 0'02, por lo que:

$$0'02 = 0'02.\ \text{sen}\ (20.p.0 - p.0 + f) \qquad \text{sen}\ f = 1 \qquad f = p/2$$

La ecuación de la onda es: $y = 0'02.\ \text{sen} (20.p.t - p.x + p/2) = 0'02.\ \cos (20.p.t - p.x)$

Cuestión 3.-

a) Defina el concepto de ángulo límite y determine su expresión para el caso de dos medios de índices de refracción n_1 y n_2 , si $n_1 > n_2$

b) Sabiendo que el ángulo límite definido entre un medio material y el aire es 60º , determine la velocidad de la luz en dicho medio.

Dato: Velocidad de la luz en el vacío = $3 \cdot 10^8$ m/s

Solución:

a) Ángulo límite es el ángulo de incidencia de una onda que tiene un ángulo de refracción de 90º

$$n_1 \,.\, \text{sen } i = n_2 \,.\, \text{sen } 90º \qquad i = \text{arc sen } (n_2 / n_1)$$

b) Aplicando el concepto anterior, y suponiendo que el índice de refracción del aire es 1:

$$n_1 \,.\, \text{sen } 60º = 1 \,.\, \text{sen } 90º \qquad n_1 = 1 / 0'866 = 1'15$$

$$\text{Como } n = c / v \qquad v = c / n = 3.10^8 / 1'15 = 2'6.10^8 \text{ m/s}$$

Cuestión 4.-

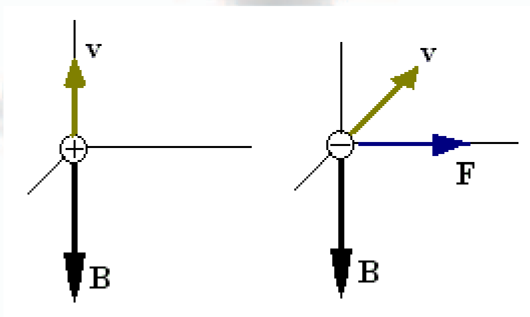
En una región del espacio existe un campo magnético dirigido en el sentido negativo del eje Z. Indique mediante un esquema la dirección y el sentido de la fuerza que actúa sobre una carga, en los siguientes casos:

a) La carga es positiva y se mueve en el sentido positivo del eje Z b)

La carga es negativa y se mueve en el sentido positivo del eje X

Solución:

La fuerza viene dada por la expresión: **F** = q . (**v** ^ **B**)



En el primer caso el ángulo que forman B y v es de 180º por lo que el seno es cero, no existe fuerza alguna.

En el segundo caso el ángulo es 90º , siendo el seno 1, la fuerza es máxima; el sentido de **v** ^ **B** sería en el sentido negativo del eje x, pero al ser la carga negativa la fuerza resulta ser en el sentido positivo del eje x.

Cuestión 5.-

El trabajo de extracción para el sodio es 2'5 eV. Calcule:

a) La longitud de onda de la radiación que debemos usar para que los electrones salgan del metal con una velocidad máxima de 10^7 m/s

b) La longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones que salen del metal con esa velocidad

Datos:

$h = 6'63.10^{-34}$ J.s $c= 3.10^8$ m/s $e = 1'6.10^{-19}$ C $m_e = 9'1.10^{-31}$ Kg

Solución:

a) La energía de un haz luminoso, $h\cdot F$, se invierte parte en arrancar los electrones o trabajo de extracción, W_e , y el resto en comunicar energía cinética a los electrones, E_c :

$$h\cdot F = W_e + E_c = W_e + m.v^2 /2$$

$$F = (W_e + m.v^2 /2)/h = (2'5.1'6.10^{-19} + 0'5.9'1.10^{-31}.10^{14}) / 6'63.10^{-34} = 6'92.10^{16} \text{ Hz}$$

$$l = c/F = 3.10^8 / 6'92.10^{16} = 4'33.10^{-9} \text{ m}$$

b) La longitud de la onda asociada será:

$$l = h / mv = 6'63.10^{-34} / (9'1.10^{-31} . 10^7) = 7'29.10^{-11} \text{ m}$$

Repertorio A. Problema 1.-

Un planeta esférico tiene 3200 km de radio y la aceleración de la gravedad en su superficie es 6'2 m/s^2 . Calcule:

a) La densidad media del planeta y la velocidad de escape desde su superficie

b) La energía que hay que comunicar a un objeto de 50 Kg de masa para lanzarlo desde la superficie del planeta y ponerlo en órbita circular alrededor del mismo con un período de 2 horas.

Dato: G = 6'67.10^{-11} N.m^2 / kg^2

Solución:

La aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta es: $g = G.M / R^2$ $\qquad M = g.R^2/G$

La densidad media será:

$$d = M / V = (g.R^2/G) / (4.p.R^3/3) = 3.g / (4.p.G.R) = 3.6'2 / (4.p.6'67.10^{-11}.3'2.10^6) = 6'93.10^3 \text{ kg/m}^3$$

La velocidad de escape será:

$$v_{escape} = (2. G.M / R)^{1/2} = (2.g.R)^{1/2} = (2.6'2.3'2.10^6)^{1/2} = 6'3.10^3 \text{ m/s}$$

Para que el objeto de 50 kg orbite con un período de 2 horas debe estar a una distancia:

$$G. M. m / r^2 = m . w^2. r \qquad r = (G.M / w^2)^{1/3} = (G.M.T^2 / 4p^2)^{1/3} = (g.R^2.T^2 / 4.p^2)^{1/3}$$

$$r = [6'2.(3'2.10^6)^2.(2.3600)^2 / 4.p^2]^{1/3} = 4'37.10^6 \text{ m}$$

La energía total que tiene este objeto en esa órbita será:

$$E = E_c + E_p = - G.M.m / 2r$$

La energía cinética que hay que suministrarle en el suelo para situarlo en esa órbita será la energía que tiene que tener en la órbita menos la energía que ya tiene en el suelo, energía potencial:

$$(E_c + E_p)_{suelo} = (E_c + E_p)_{órbita} \qquad E_{c\ suelo} - G.M.m / R = - G.M.m / 2r$$

$$E_{c\ suelo} = G.M.m / R - G.M.m / 2r = G.M.m.(1 / R - 1 / 2r) = g.R^2 .m.(1 / R - 1 / 2r)$$

$$E_{c\ suelo} = 6'2 . (3'2.10^6)^2.50.(1 / 3'2.10^6 - 1 / 2.4'37.10^6) = 6'29.10^8 \text{ Julios}$$

Repertorio A. Problema 2.-

Una espira conductora circular de 4 cm de radio y 0'5 ohmmios de resistencia está situada inicialmente en el plano XY y se encuentra sometida a la acción de un campo magnético uniforme B, perpendicular al plano de la espira y en el sentido positivo del eje Z.

a) Si el campo magnético aumenta a razón de 0'6 T /s, determine la fuerza electromotriz y la intensidad de la corriente inducida en la espira, indicando el sentido de la misma.

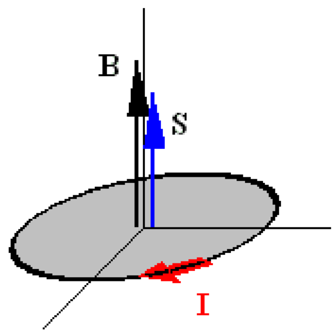
b) Si el campo magnético se estabiliza en un valor constante de 0'8 T,y la espira gira alrededor de uno de sus diámetros con velocidad angular constante de 10p rad/s, determine el valor máximo de la fuerza electromotriz inducida.

Solución:

La f.e.m inducida es proporcional y opuesta a la variación del flujo magnético que atraviesa la espira:

$V = -\, d\, f /dt$ siendo el flujo $f = B.S.\cos q$

a) En este caso el ángulo que forman el vector campo magnético y el vector superficie es cero, y el campo magnético es de la forma:



$B = B_o + 0'6\ .\ t$

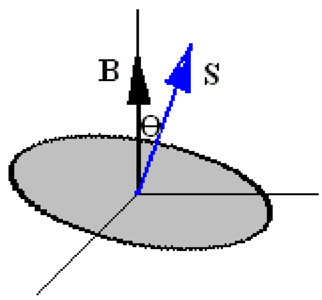
$f = (B_o + 0'6\ .\ t).p.r^2.\cos 0 = p.0'04^2.(B_o + 0'6\ .t) = 0'005.B_o + 0'003.\ t$

$V = -\, d\, f /dt = -\, 0'003$ voltios

$I = V / R = 0'003 / 0'5 = 0'006$ Amperios

el signo menos indica que el sentido de la corriente se opone al aumento del flujo.

b) En este caso B es constante y de valor 0'8 T, pero el ángulo entre B y S varí a con el tiempo: $q = w.t = 10.p.t$



$f = B.p.r^2.\cos wt = 0'8\ .\ p.0'04^2.\ \cos 10.p.t = 0'004.\ \cos 10.p.t$ V

$= -\, d\, f /dt = -\, (\, -\, 0'004.10.p.\ \mathrm{sen}\ 10.p.t\ ) = 0'126\ .\ \mathrm{sen}\ 10.p.t$

siendo su valor máximo 0'126 voltios

Repertorio B. Problema 1.-

Un objeto luminoso de 2 cm de altura está situado a 4 m de una pantalla. Entre el objeto y la pantalla se coloca una lente esférica delgada, de distancia focal desconocida, que produce una imagen tres veces mayor que el objeto. Determine:

a) La posición del objeto respecto a la lente y la clase de lente necesaria

b) La distancia focal de la lente y efectúe la construcción geométrica de la imagen

Solución:

Las ecuaciones de las lentes delgadas son:

$$1 / x' - 1 / x = 1 / f'$$

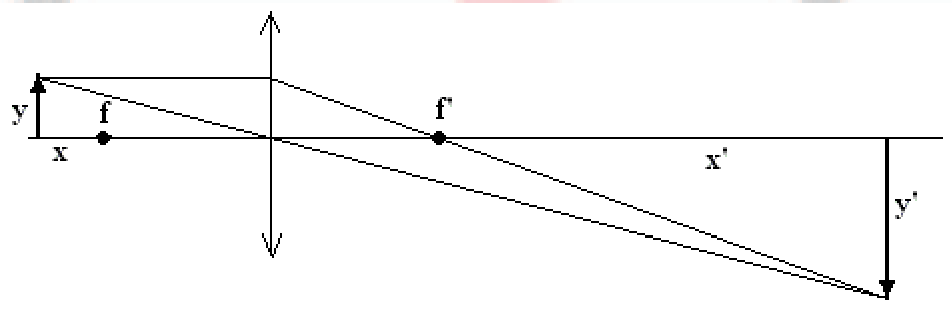
$$A = x' / x$$

Como $y' = -3.y = -6$ cm, el aumento es -3 $\quad -3 = x' / x \quad x' = -3.x$

Teniendo en cuenta el criterio de signos, la suma de la distancia objeto y la distancia imagen debe ser 4 m:

$$x' - x = 4 \qquad -3.x - x = 4 \qquad x = -4 / 4 = -1 \text{ metro} \qquad x' = 3 \text{ m}$$

$$1 / f' = 1 / 3 - 1 / (-1) = 4/3 \qquad f' = 3/4 = 0'75 \text{ metros, lente convergente}$$



Repertorio B. Problema 2.-

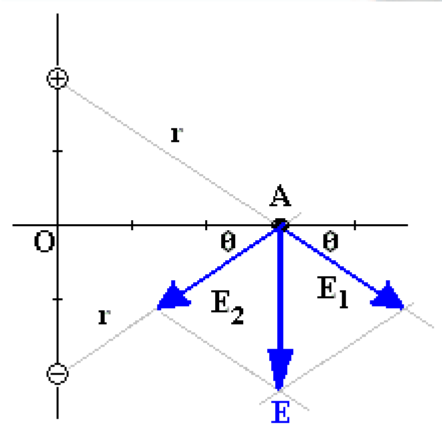
Dos cargas eléctricas en reposo de valores 2mC y -2mC están situadas en los puntos (0,2) y (0,-2) respectivamente, estando las distancias en metros. Determine:

a) El campo eléctrico creado en el punto A de coordenadas (3,0)

b) El potencial en el punto A y el trabajo necesario para llevar una carga de 3mC de dicho punto hasta el origen de coordenadas.

Solución:

a) Por ser las cargas del mismo valor y por ser las distancias iguales, los campos son iguales en módulo y los ángulos respecto al eje x iguales.



$r = (2^2 + 3^2)^{1/2} = 3'6$ m

$E_1 = E_2 = K.q / r^2 = 9.10^9.2.10^{-6} / 3'6^2 = 1385$ N/C

El campo total será la suma vectorial:

$E_{1,x} = E_1 . \cos q = 1385 . 3/3'6 = 1154'2$

$E_{1,y} = E_1 . \text{sen } q = 1385 . 2/3'6 = 769'4$

$\mathbf{E_1} = 1154'2\ \mathbf{i} - 769'4\ \mathbf{j}$ $\mathbf{E_2} = -1154'2\ \mathbf{i} - 769'4\ \mathbf{j}$ $\mathbf{E} = \mathbf{E_1} + \mathbf{E_2} = -1538'8\ \mathbf{j}$

b) El potencial en A será la suma escalar de potenciales.

$V_1 = K.q / r$ y $V_2 = - K.q / r$ son iguales pero de distinto signo $V_A = V_1 + V_2 = 0$

lo mismo sucede en el punto O, su potencial es cero: $V_O = 0$

El trabajo para trasladar una carga de un punto a otro es: $W = q. (V_A - V_O) = q.0 = 0$ Julios

Cuestión 1.-

Suponiendo un planeta esférico que tiene un radio la mitad del radio terrestre e igual densidad que la tierra, calcule:
a) La aceleración de la gravedad en la superficie del planeta.
b) La velocidad de escape de un objeto desde la superficie del planeta, si la velocidad de escape en la tierra es 11'2 km/s
Datos g en la superficie terrestre 9'8 m/s^2

Solución:

$$R_{planeta} = R_{tierra} / 2$$

La intensidad gravitatoria en la superficie de un planeta es:

$$g_{planeta} = G \, . \, M_{planeta} / R_{planeta}^2$$

$$g_{tierra} = G \, . \, M_{tierra} / R_{tierra}^2$$

Densidad = Masa / Volumen Igual densidad → $M_{tierra} / V_{tierra} = M_{planeta} / V_{planeta}$

$$\rightarrow M_{planeta} / R_{planeta}^3 = M_{tierra} / R_{tierra}^3$$

$$\rightarrow g_{planeta} = G \, . \, M_{planeta} \, . \, R_{planeta} / R_{planeta}^3 = G \, . \, M_{tierra} \, . \, R_{planeta} / R_{tierra}^3 = g_{tierra} \, . \, R_{planeta} / R_{tierra}$$

$$\rightarrow g_{planeta} = g_{tierra} / 2 = 4'9 \text{ m/s}^2$$

La velocidad de escape en la superficie de un planeta es $m.v^2 / 2 = G \, . \, M \, . \, m / R$

$$v_{planeta} = (2 \, . \, G \, . \, M_{planeta} / R_{planeta})^{1/2} = (2 \, . \, G \, . \, M_{planeta} \, . \, R_{planeta} / R_{planeta}^2)^{1/2}$$

$$v_{planeta} = (2 \, . \, g_{planeta} \, . \, R_{planeta})^{1/2}$$

$$\rightarrow v_{planeta} / v_{tierra} = (2 \, . \, g_{planeta} \, . \, R_{planeta})^{1/2} / (2 \, . \, g_{tierra} \, . \, R_{tierra})^{1/2} =$$

$$(g_{planeta} / g_{tierra} \, . \, R_{planeta} / R_{tierra})^{1/2} = (½ \, . \, ½)^{1/2} = ½$$

$$\rightarrow v_{planeta} = 11'2 / 2 = 5'6 \text{ km/s}$$

Cuestión 2.-

El periodo de una onda transversal que se propaga en una cuerda tensa es 2.10^{-3} s
Si dos puntos consecutivos con diferencia de fase π/2 rad están separados 10 cm, calcular:
- **a) Longitud de onda**
- **b) Velocidad de propagación**

Solución:

La ecuación de una onda es: $y = A \, . \, \text{sen}\,(w.t - k.x)$

Si $T = 2.10^{-3}$ → $w = 2.\pi / T = 2.\pi / 2.10^{-3} = 1000.\pi$ rad/s

La diferencia de fase será : $(w.t - k.x_1) - (w.t - k.x_2) = \pi/2$ → $k.(x_2 - x_1) = \pi/2$

$$k = (\pi/2)/0'1 = \pi/0'2 \rightarrow \lambda = 2.\pi / k = 0'4 \text{ m}$$

$$v = \lambda / T = w / k = 1000.\pi / (\pi/0'2) = 200 \text{ m/s}$$

Cuestión 3.-

Un protón penetra en una región donde existe un campo magnético uniforme. Explique qué tipo de trayectoria describirá el protón si su velocidad es:

a) paralela al campo

b) perpendicular al campo

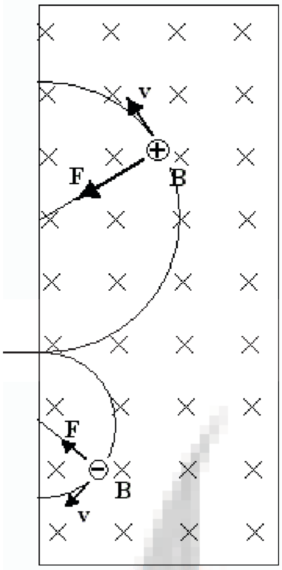
c) ¿ Qué sucede si el protón se deja en reposo en el campo magnético ?

d) ¿ Y si fuera un electrón ?

Solución:

Toda carga eléctrica en movimiento dentro de un campo magnético se ve sometida a una fuerza:

$$\mathbf{F} = q \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$



esta fuerza es perpendicular a v y a B y depende del seno del ángulo entre v y B : $F = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\,\theta$

El sentido de F es según v x B si la carga es positiva y opuesto si es negativa

a) si v paralelo a B → sen θ = sen 0 = 0 → F = 0

no existe fuerza por lo que la carga, sea positiva o negativa sigue con la misma velocidad en línea recta.

b) si v perpendicular a B → sen θ = sen 90 = 1 la fuerza es máxima y perpendicular a v lo que obliga a la carga a describir una circunferencia sin variar el módulo de la velocidad (no hay componente de F según la velocidad).

El radio de la circunferencia será $R = m.v /(q.B)$

c) Si la carga se deja en reposo, v = 0, la fuerza será nula por lo que seguirá en reposo

d) Si la carga es negativa la fuerza tendrá sentido opuesto a la fuerza sobre la carga positiva y la circunferencia que describiría sería simétrica, de radio menor en el caso del electrón por tener menos masa.

Cuestión 4.-

Un haz luminoso está formado por dos rayos superpuestos: uno azul de longitud de onda 450 nm y otro rojo de longitud de onda 650 nm. Si este haz incide desde el aire sobre la superficie plana de un vidrio con un ángulo de incidencia de 30º, calcular:

a) El ángulo que forman entre sí los rayos azul y rojo reflejados.

b) El ángulo que forman entre sí los rayos azul y rojo refractados

Datos:

Índice de refracción del vidrio para el rayo azul 1'55

Índice de refracción del vidrio para el rayo rojo 1'40

Solución:

a) En la reflexión no influye el índice de refracción de la superficie por lo que los dos rayos se reflejan con el mismo ángulo, 30º, por lo que el ángulo entre los dos rayos será cero.

b) En la refracción sí influye el índice de refracción: sen i / sen r = n

Para el rayo azul: r = arc sen (sen 30 / 1'55) = 18'81º

Para el rayo rojo: r = arc sen (sen 30 / 1'40) = 20'92º

El ángulo que formarán los dos rayos después de la refracción será de 20'92 - 18'81 = 2'11º

Cuestión 5.-

Se dispone inicialmente de una muestra radiactiva que contiene 5.10^{18} átomos de un isótopo de Ra, cuyo periodo de semidesintegración (semivida) es de 3'64 días. Calcular:
a) La constante de desintegración radiactiva del Ra y la actividad inicial de la muestra.
b) El número de átomos en la muestra al cabo de 30 días.
Solución:

a) El número de átomos radiactivos en un instante t , a partir de N_o átomos radiactivos iniciales es:

$$N = N_o \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

El periodo de semidesintegración es el tiempo que tarda una muestra en reducirse a la mitad

$$N_o / 2 = N_o \cdot e^{-\lambda \cdot T} \rightarrow \lambda = \ln 2 / T = \ln 2 / 3'64 = 0'1904 \text{ días}^{-1} = 2'2.10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

La actividad es la velocidad de desintegración en valor absoluto: $A = |dN/dt| = \lambda \cdot N$

La actividad inicial será: $A_o = \lambda \cdot N_o = 2'2.10^{-6} \cdot 5.10^{18} = 1'1.10^{13}$ átomos/seg

b) El número de átomos en la muestra será siempre el mismo transcurra el tiempo que sea, es decir 5.10^{18} átomos. A medida que pase el tiempo habrá menos átomos radiactivos de Ra y más átomos de otro tipo.

Si lo que quiere preguntar es el número de átomos radiactivos al cabo de 30 días, la respuesta sería a:

$$N = 5.10^{18} \cdot e^{-0'1904.30} = 1'65.10^{16} \text{ átomos radiactivos}$$

Repertorio A. Problema 1.-

Mercurio describe una órbita elíptica alrededor de Sol. En el afelio su distancia al sol es $6'99.10^{10}$ m y su velocidad orbital es $3'88.10^{4}$ m/s. Su distancia al sol en el perihelio es $4'60.10^{10}$ m.
a) Calcular la velocidad orbital en el perihelio
b) Energía cinética, potencial y mecánica en el perihelio
c) Módulo de su momento lineal y angular en el perihelio
d) Qué magnitudes de las calculadas anteriormente permanece constante en el afelio.
Datos:

Masa de Mercurio $3'18.10^{23}$ kg
Masa del sol $1'99.10^{30}$ kg
Constante de gravitación universal $6'67.10^{-11}$ $N.m^2.kg^{-2}$

Solución:

d) Las magnitudes que permanecen constantes son la Energía mecánica y el momento angular, cuya constancia da lugar a que la trayectoria sea plana y la velocidad aerolar sea constante.

a) Al ser la velocidad aerolar constante $\rightarrow$ v.r = constante $\rightarrow$ $v_p \cdot r_p = v_a \cdot r_a$

$$v_p = v_a \cdot r_a / r_p = 3'88.10^4 \cdot 6'99.10^{10} / 4'60.10^{10} = 5'6 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

b) $E_c = m.v^2/2 = 3'18.10^{23} \cdot (5'6 \cdot 10^4)^2 / 2 = 4'99.10^{32}$ julios

$E_p = - G. M.m / r = - 6'67.10^{-11} \cdot 1'99.10^{30} \cdot 3'18.10^{23} / 4'60.10^{10} = - 9'18.10^{32}$ julios

$$E_m = E_c + E_p = 4'99.10^{32} - 9'18.10^{32} = - 4'19.10^{32} \text{ julios}$$

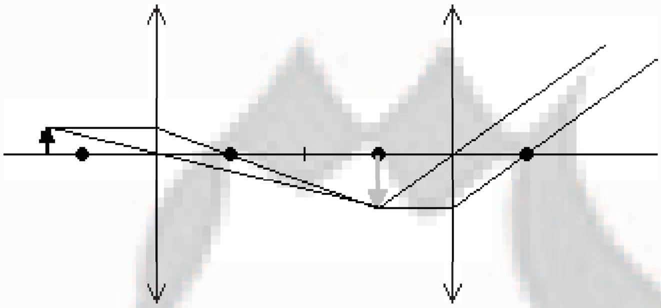
c) momento lineal o cantidad de movimiento es $c = m.v = 3'18.10^{23} \cdot 5'6 \cdot 10^4 = 1'78.10^{28}$ kg.m/s

El momento angular es el momento de la cantidad de movimiento:

$L = m.v.r = 1'78.10^{28} \cdot 4'60.10^{10} = 8'19.10^{38}$ $kg.m^2/s$

Repertorio A. Problema 2.-
Un objeto de 1 cm de altura se sitúa a 15 cm de una lente convergente de 10 cm de distancia focal.

a) Determinar la posición, tamaño y naturaleza de la imagen formada, efectuando su construcción geométrica.
b) ¿ A qué distancia de la lente anterior habría que colocar una segunda lente convergente de 20 cm de distancia focal para que la imagen final se formara en el infinito ?
Solución:



1 / x' - 1 / x = 1 / f' → 1 / x' - 1 /(-15) = 1 / 10 → x' = 30 cm

A = y' / y = x' / x = 30 /(-15) = - 2 → y' = - 2.1 = - 2 cm

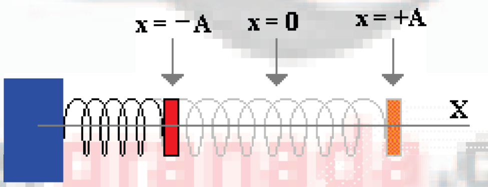
la imagen es real, mayor e invertida

b) Para que la imagen final producida al colocar una segunda lente convergente se produzca en el infinito, la imagen de la primera lente debe quedar en el plano focal objeto de la segunda lente, es decir a 20 cm delante de la segunda lente, por lo que las lentes tienen que estar separadas 30 + 20 = 50 cm

Repertorio B. Problema 1.-

Un bloque de 50 gramos, conectado a un muelle de constante elástica 35 N/m, oscila en una superficie horizontal sin rozamientos con una amplitud de 4 cm. Cuando el bloque se encuentra a 1 cm de su posición de equilibrio, calcular:
a) Fuerza sobre el bloque **b) Aceleración del bloque**
c) Energía potencial elástica **d) Velocidad del bloque**

Solución:



La fuerza es proporcional y opuesta a la deformación F = - k.x

A 1 cm de la posición de equilibrio la fuerza será F = 35.0'01 = 0'35 N opuesta a la deformación

La aceleración será: a = F / m = 0'35 / 0'050 = 7 m / s^2 en el sentido de la fuerza

La energía potencial elástica es $E_p = k \cdot x^2 / 2 = 0'35 \cdot 0'01^2 / 2 = 0'0000175$ julios

La energía total es constante e igual a la existente en un extremo (v=0)

$m.v^2 / 2 + k \cdot x^2 / 2 = k \cdot A^2 / 2$ --> $v = (k.(A^2 - x^2) / m)^{1/2} = (0'35.(0'04^2 - 0'01^2) / 0'050)^{1/2}$

v = 0'102 m/s

Repertorio B. Problema 2.-

Un protón se encuentra situado en el origen de coordenadas del plano XY. Un electrón, inicialmente en reposo, está situado en el punto (2,0). Por el efecto del campo eléctrico creado por el protón (supuesto inmóvil), el electrón se acelera. Estando todas las coordenadas en μm, calcular:

- **a) Campo eléctrico y potencial creado por el protón en el punto (2,0)**
- **b) Energía cinética del electrón cuando se encuentre en el punto (1,0)**
- **c) Velocidad y momento lineal del electrón en el punto (1,0)**
- **d) Longitud de onda de De Broglie asociada al electrón en (1,0)**

Datos:

Constante de Coulomb 9.10^9 N.m^2/C^2
Carga protón $1'6.10^{-19}$ C
Masa electrón $9'1.10^{-31}$kg
Constante de Planck $6'63.10^{-34}$ J.s

Solución:

a)

$$E = K.Q / r^2 = 9.10^9 \ . \ 1'6.10^{-19} / (2.10^{-6})^2 = 360 \text{ N/C}$$
$$V = K \ . \ Q / r = 9.10^9 \ . \ 1'6.10^{-19} / 2.10^{-6} = 7'2 \ .10^{-4} \text{ Voltios}$$

b) Al ser un campo conservativo la energía mecánica es constante, es decir la energía en el punto (2,0) debe ser igual que en el punto (1,0)

$$Ec(2,0) + Ep(2,0) = Ec(1,0) + Ep(1,0)$$

Como en el punto (2,0) la velocidad es cero su energía cinética es nula:

$$Ec(1,0) = Ep(2,0) - Ep(1,0) = K \ . \ Q \ .q / r_2 - K \ . \ Q.q / r_1 =$$

$$- 9.10^9 \ . \ 1'6.10^{-19} \ . \ 1'6.10^{-19} / 2.10^{-6} + 9.10^9 \ . \ 1'6.10^{-19} \ .1'6.10^{-19} / 1.10^{-6} = 1'152.10^{-22} \text{ julios}$$

c) La velocidad será: $Ec = m.v^2 /2 \rightarrow v = (2. \ Ec / m)^{1/2} = (2 \ . \ 1'152.10^{-22} / 9'1.10^{-31})^{1/2} =$

$$v = 15912 \text{ m/s}$$

Su momento $p = m.v = 15912 \ . \ 9'1.10^{-31} = 1'448.10^{-26}$ kg.m/s

d) La longitud de onda asociada será: $\lambda = h / p = 6'63.10^{-34} / 1'448.10^{-26} = 4'58.10^{-8}$ m

Cuestión 1.-

Se tiene una onda armónica transversal que se propaga en una cuerda tensa. Si se reduce a la mitad su frecuencia, razone qué ocurre con: a) el periodo; b) la velocidad de propagación; c) la longitud de onda; d) la amplitud.

Solución:

La velocidad de propagación de una onda transversal por una cuerda sólo depende de la tensión de la cuerda y de su masa, por lo que la velocidad no varía al variar la frecuencia.

Si la frecuencia se reduce a la mitad el período se duplica, pues el período es la inversa de la frecuencia:

$$F' = F / 2$$

$$T' = 1 / F' = 1 /(F/2) = 2.\ 1 / F = 2 \ .\ T$$

La longitud de onda depende de la velocidad y de la frecuencia y si se reduce ésta a la mitad la longitud de onda se duplica:

$$\lambda = v / F$$

$$\lambda' = v / F' = v /(F/2) = 2 \ .\ v / F = 2 \ .\ \lambda'$$

La amplitud de la onda es la de la perturbación que se propaga y es independiente de la frecuencia. La amplitud no varía al variar la frecuencia.

Cuestión 2.-

Un electrón se mueve con velocidad v en una región del espacio donde coexisten un campo eléctrico y un campo magnético, ambos estacionarios. Razone si cada uno de estos campos realiza o no trabajo sobre la carga.

Solución:

Cuando un electrón entra en un campo eléctrico se ve sometido a una fuerza que lo desvía de su trayectoria. Si el campo es uniforme la trayectoria será una parábola. El electrón pasará por puntos con diferente potencial y por tanto el campo eléctrico habrá realizado un trabajo sobre el electrón. Como el campo es conservativo este trabajo dependerá de la posición inicial y final del electrón. $W = q.\ (V_1 - V_2)$

Si el electrón se mueve en el interior de un campo magnético uniforme, la trayectoria será circular, o helicoidal, según que la velocidad sea perpendicular al campo o no. En ambos casos la fuerza magnética es perpendicular a la velocidad, $F = q\ .\ (v \wedge B)$, por lo que en cada intervalo de tiempo el espacio recorrido es perpendicular a la fuerza y por tanto el trabajo es cero , $W = F\ .\ e\ .\ \cos 90 = 0$.

Cuestión 3.-

Una superficie de discontinuidad plana separa dos medios de índices de refracción n_1 y n_2 . Si un rayo incide desde el medio de índice n_1, razone si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

a) Si $n_1 > n_2$ el ángulo de refracción es menor que el ángulo de incidencia.

b) Si $n_1 < n_2$ a partir de un cierto ángulo de incidencia se produce el fenómeno de reflexión total.

Solución:

Las dos afirmaciones son falsas.

a) Cuando un rayo de luz pasa de un medio a otro de menor índice de refracción el rayo se aleja de la normal:

$$n_1 \cdot \text{sen } i = n_2 \cdot \text{sen } r \qquad \text{sen } r = n_1 \cdot \text{sen } i / n_2$$

$$\text{si } n_1 > n_2 \qquad \text{sen } r > \text{sen } i \qquad r > i$$

b) Sólo puede producirse reflexión total cuando el ángulo de refracción es mayor que el ángulo de incidencia: cuando el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo límite se produce la reflexión. Esto sólo puede suceder cuando el índice de refracción del otro medio, en este caso n_2 , es menor que el índice del medio, n_1; por tanto la afirmación del apartado b) es falsa.

Cuestión 4.-

Una bolita de 0,1 g de masa cae desde una altura de 1 m, con velocidad inicial nula. Al llegar al suelo el 0,05 por ciento de su energía cinética se convierte en un sonido de duración 0,1 s.

a) Halle la potencia sonora generada.

b) Admitiendo que la onda sonora generada puede aproximarse a una onda esférica, estime la distancia máxima a la que puede oírse la caída de la bolita si el ruido de fondo sólo permite oír intensidades mayores que 10^{-8} W/m^2

Solución:

Aplicando el teorema de conservación de la energía calculamos la energía cinética con que impacta la bola con el suelo:

$$E_c = m.g.h = 0'0001 .\ 9'8 \ .\ 1 = 9'8.10^{-4} \text{ Julios}$$

La energía que se convierte en sonido es: $E_{sonido} = 0'05 \ .\ 9'8.10^{-4} /100 = 4'9.\ 10^{-7}$ Julios

La potencia sonora es la energía emitida en la unidad de tiempo:

$$P = E / t = 4'9.10^{-7} / 0'1 = 4'9.10^{-6} \text{ Watios}$$

Esta potencia se reparte uniformemente por el espacio en forma de ondas esféricas. La intensidad del sonido a una distancia r del foco emisor será:

$$I = P / (4.\pi.r^2)$$

Si la intensidad mínima de audición es 10^{-8} W/m^2 , la distancia máxima a la que puede oirse este sonido será:

$$r_{máx} = [P / (4.\pi \ .I_{mín})]^{1/2} = [\ 4'9.10^{-6} /(4.\pi.10^{-8})]^{1/2} = 6'24 \text{ m}$$

Cuestión 5.-

El isótopo 214U tiene un periodo de semidesintegración (semivida) de 250000 años. Si partimos de una muestra de 10 gramos de dicho isótopo, determine:

a) La constante de desintegración radiactiva.

b) La masa que quedará sin desintegrar después de 50000 años.

Solución:

La ecuación que rige la desintegración radiactiva es: $N = N_o \cdot e^{-\lambda . t}$

siendo: N_o número de átomos radiactivos inicial

N número de átomos radiactivos al cabo de un tiempo t

T período de semidesintegración, tiempo en reducirse a la mitad

λ constante de desintegración

Si T es el tiempo que tarda en reducirse a la mitad:

$$N_o /2 = N_o \cdot e^{-\lambda . T} \quad - \ln 2 = - \lambda \cdot T \quad \lambda = \ln 2 / T = \ln 2 / 2'5.10^5 = 2'77.10^{-6} \text{ años}^{-1}$$

Al cabo de 50000 años el número de átomos radiactivos presentes será:

$$N = N_o \cdot e^{-2'77.10\text{-}6 \,.\, 50000} = 0'87 \cdot N_o$$

Como la masa es proporcional al número de átomos:

$$m = 0'87 \cdot m_o = 0'87 \cdot 10 = 8'7 \text{ gramos}$$

Repertorio A. Problema 1.-

Se pretende colocar un satélite artificial de forma que gire en una órbita circular en el plano del ecuador terrestre y en el sentido de rotación de la Tierra. Si se quiere que el satélite pase periódicamente sobre un punto del ecuador cada dos días, calcule:

a) La altura sobre la superficie terrestre a la que hay que colocar el satélite.

b) La relación entre la energía que hay que comunicar a dicho satélite desde el momento de su lanzamiento en la superficie terrestre para colocarlo en esa órbita y la energía mínima de escape.

Datos: Constante de Gravitación Universal $G = 6,67.10^{-11}$ N.m^2 /kg^2

Radio de la Tierra $R_T = 6370$ km

Masa de la Tierra $M_T = 5,98.10^{24}$ kg

Solución:

Este problema tiene enjundia, sustancia, (cualquier alumno diría que tiene mala leche) y en mi opinión su nivel excede del Bachillerato español.

Como el tiempo en posicionarse el satélite sobre la misma vertical es superior a un día la solución no es única pues puede suceder que el satélite gire con mayor velocidad angular que la tierra, lo que daría una solución, o por el contrario, el satélite gire a menor velocidad angular que la Tierra, lo que nos daría la segunda solución. Como hay dos posibilidades (por ser dos días superior a un día, periodo de rotación de la Tierra) vamos resolver el problema considerando que el satélite gira más lentamente que la Tierra.

Sea w la velocidad de giro del satélite. Cuando el satélite se encuentra en la vertical de un punto de la Tierra ponemos en marcha el cronómetro. Dos días después el satélite habrá girado un ángulo igual a w . 2.24.3600, pero en ese tiempo la tierra habrá girado una vuelta más, por ir más rápida:

$$2.\pi + w\,.2.24.3600 = w_T\,.\,2.24.3600 \qquad w = w_T - 2.\pi/(2.24.3600) \qquad w = 2.\pi/(24.3600) - 2.\pi/(2.24.3600) = 2.\pi/(2.24.3600) = 3'64.10^{-5}\ \text{rad/s}$$

La fuerza de atracción gravitatoria es la fuerza centrípeta que obliga al satélite a tomar la curva de la órbita:

$$G.\,m\,.\,M / r^2 = m\,.\,v^2 / r \qquad G.\,m\,.\,M / r^2 = m\,.\,w^2\,.\,r \qquad r = (\,G\,.\,M / w^2\,)^{1/3}$$

$$r = (\,6'67.10^{-11}\,.\,5'98.10^{24} / (3'64.10^{-5})^2\,)^{1/3} = 6'7.10^7\ \text{m desde el centro de la tierra}$$

$$\text{la altura de la órbita será: } h = r - R = 6'7.10^7 - 6'37.10^6 = 6'07.10^7\ \text{m}$$

La energía que hay que suministrar al objeto para situarlo a esa altura es la variación de energía potencial entre ese punto y la superficie terrestre:

$$E = E_p(r) - E_p(R) = -\,G.M.m/r - (-\,G.M.m/R) = G.M.m.(\,1/R - 1/r)$$

La energía de escape es la energía que hay que suministrar al objeto para que escape de la acción gravitatoria (r= , v=0)

$$E_{escape} = G.M.m.(\,1/R - 1/\quad) = G.M.m/R$$

La relación entre estas energías será:

$$E / E_{escape} = [G.M.m.(\,1/R - 1/r)] / (G.M.m/R) = 1 - R/r = 1 - 6'37.10^6 / 6'07.10^7 = 0'895$$

Repertorio A. Problema 2.-

Los fotoelectrones expulsados de la superficie de un metal por una luz de 400 nm de longitud de onda en el vacío son frenados por una diferencia de potencial de 0,8 V.

a) Determine la función de trabajo del metal.

b) ¿Qué diferencia de potencial se requiere para frenar los electrones expulsados de dicho metal por una luz de 300 nm de longitud de onda en el vacío?

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón e= $1,6.\ 10^{-19}$ C

Constante de Planck h = $6,63\ .\ 10^{-34}$ Js

Velocidad de la luz en el vacío c = $3\ .\ 10^{8}$ m/s

Solución:

La energía de los fotones, h.F, se invierte en extraer los electrones del metal, W_o , y en suministrarles una energía cinética, E_c :

$$h\ .\ F = W_o + E_c$$

los electrones son frenados hasta detenerse por un campo eléctrico por lo que el trabajo eléctrico es igual a la Energía cinética: $e.V = E_c$

$$h\ .\ F = W_o + e\ .\ V$$

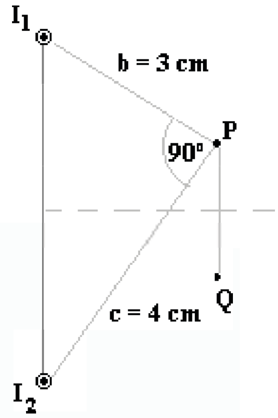
la frecuencia en función de la longitud de onda es: $F = c / \lambda$

$$W_o = h\ .\ F - e\ .\ V \qquad W_o = h\ .\ c / \lambda - e\ .\ V = 6'63.10^{-34}\ .3.10^{8} / 4.10^{-7} - 1'6\ .\ 10^{-19}\ .\ 0'8 = 3'7.10^{-19}\ \text{J}$$

El trabajo de extracción de electrones del metal es constante para ese metal, por lo que para una longitud de onda de 300 nm la d.d.p. para frenar los electrones será:

$$V = (\ h\ .\ c / \lambda - W_o\ ) /e = (6'63.10^{-34}\ .3.10^{8} / 3.10^{-7} - 3'7.10^{-19}\ ) / 1'6.10^{-19} = 1'83 \text{ Voltios}$$

Repertorio B. Problema 1.-



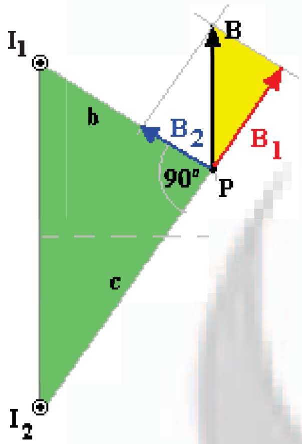
En la figura se representan dos hilos conductores rectilíneos de gran longitud que son perpendiculares al plano del papel y llevan corrientes de intensidades I_1 e I_2 de sentidos hacia el lector.

a) Determine la relación entre I_1 e I_2 para que el campo magnético B en el punto P sea paralelo a la recta que une los hilos indicada en la figura.

b) Para la relación entre I_1 e I_2 obtenida anteriormente, determine la dirección del campo magnético B en el punto Q (simétrico del punto P respecto del plano perpendicular a la citada recta que une los hilos y equidistante de ambos).

Solución:

Los campos magnéticos creados por hilos conductores rectilíneos en un punto son perpendiculares al plano formado por el punto y el hilo:



El campo creado por el conductor 1 tendrá la dirección de c debido a que el ángulo entre b y c es recto y su valor será:

$$B_1 = \mu \,.\, I_1 / (2 \,.b)$$

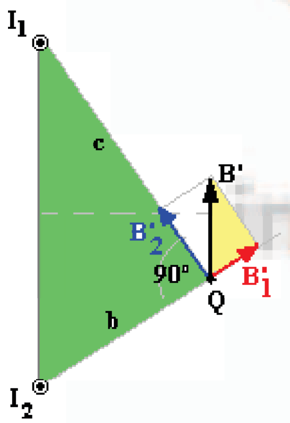
El campo creado por el conductor 2 tendrá la dirección de b por ser el ángulo entre b y c recto y su valor será:

$$B_2 = \mu \,.\, I_2 / (2 \,.c)$$

Si el campo magnético resultante, suma de los campos anteriores debe ser paralelo al plano que forman los conductores se deduce que los triángulos son semejantes:

$b / c = B_2 / B_1 \quad b / c = [\mu \,.\, I_2 / (2 \,.c)] / [\mu \,.\, I_1 / (2 \,.b)] \quad 1 = I_2 / I_1 \quad I_1 = I_2$

las intensidades deben ser iguales.



Si las intensidades son iguales, en el punto simétrico Q los campos manéticos creados por los conductores serán:

$$B'_1 = \mu \,.\, I / (2 \,.c)$$

$$B'_2 = \mu \,.\, I / (2 \,.b)$$

$B'_1 / B'_2 = b / c$ relación de semejanza, es decir los triángulos son semejantes y por tanto el campo total B es paralelo al plano que forman los conductores.

Nota: los resultados obtenidos son independientes de los valores de b y c y sólo son válidos si el ángulo entre los lados es recto.

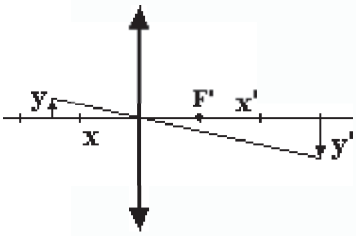
Repertorio B. Problema 2.-

Una lente delgada convergente proporciona de un objeto situado delante de ella una imagen real, invertida y de doble tamaño que el objeto. Sabiendo que dicha imagen se forma a 30 cm de la lente, calcule:

a) La distancia focal de la lente.

b) La posición y naturaleza de la imagen que dicha lente formará de un objeto situado 5 cm delante de ella, efectuando su construcción geométrica.

Solución:



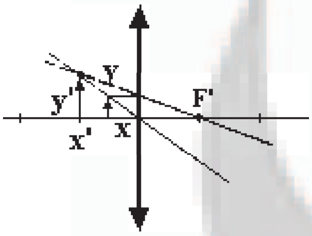
Aplicando el concepto de aumento:

$A = y' / y = x' / x \qquad -2 = 30 / x \qquad x = -30 / 2 = -15$ cm

Aplicando la ecuación de la lente:

$1 / x' - 1 / x = 1 / f' \qquad 1 / 30 - 1 / (-15) = 1 / f' \qquad 1 / 10 = 1 / f' \qquad f' = 10$ cm

Si el objeto está a 5 cm de la lente, la imagen se formará en :



$1 / x' - 1 / x = 1 / f' \qquad 1 / x' - 1 / (-5) = 1 / 10$

$1 / x' = 1 / 10 - 1 / 5 = -1 / 10 \qquad x' = -10$ cm , imagen virtual

$A = y' / y = x' / x = (-10) / (-5) = 2$, imagen doble y derecha

Cuestión 1.-

El nivel de intensidad sonora de la sirena de un barco es de 60 dB a 10 m de distancia. Suponiendo que la sirena es un foco emisor puntual, calcule:

a) El nivel de intensidad sonora a 1 km de distancia.

b) La distancia a la que la sirena deja de ser audible.

Dato: Intensidad umbral de audición $I_o = 10^{-12}$ W/m^2

Solución:

Por ser una onda esférica, la intensidad es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al foco emisor:

$$I_1 \cdot r_1^2 = I_2 \cdot r_2^2$$

El nivel de intensidad sonora, o número de decibelios es: $N = 10 \log (I / I_o)$

A 10 m de distancia la intensidad será:

$$60 = 10 \cdot \log (I / I_o) \quad \rightarrow \quad I = I_o \cdot 10^6$$

A 1 Km de distancia la intensidad será:

$$I_1 \cdot r_1^2 = I_2 \cdot r_2^2 \;\rightarrow\; I_o \cdot 10^6 \cdot 10^2 = I \cdot 1000^2 \;\rightarrow\; I = I_o \cdot 10^2$$

$$N = 10 \cdot \log (I / I_o) = 10 \cdot \log (I_o \cdot 10^2 / I_o) = 20 \text{ decibelios}$$

El sonido dejará de ser audible cuando su intensidad sea menor o igual a la intensidad umbral:

$$I_1 \cdot r_1^2 = I_2 \cdot r_2^2 \;\rightarrow\; I_o \cdot r^2 = I_o \cdot 10^6 \cdot 10^2 \;\rightarrow\; r^2 = 10^8 \;\rightarrow\; r = 10^4 \text{ metros}$$

Cuestión 2.-

a) Deduzca la expresión de la energía cinética de un satélite en órbita circular alrededor de un planeta en función del radio de la órbita y de las masas del satélite y del planeta.

b) Demuestre que la energía mecánica del satélite es la mitad de su energía potencial.

Fuerza centrípeta = Fuerza atracción

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$$

$$E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$$

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M \cdot m}{r} - G \cdot \frac{M \cdot m}{r} = -\frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$$

$$\frac{E_m}{E_p} = \frac{-\frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M \cdot m}{r}}{-G \cdot \frac{M \cdot m}{r}} = \frac{1}{2}$$

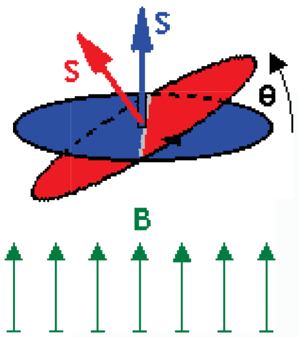
Cuestión 3.-

Una espira metálica circular, de 1 cm de radio y resis tencia 10^{-2} ohmmios, gira en tomo a un eje diametral con una velocidad angular de 2n rad/s en una región donde hay un campo m agnético unifonne de 0,5 T dirigido según el sentido posit ivo d el eje Z. Si el eje de giro de la esp ira t iene la dirección del eje X y en el instante t=0 la espira se encuentra situada en el plano XY, deternine:

a) La expresión de la fuerza electromotriz inducida en la espira en función del tiempo.

b) El valor máximo de la intensidad de la corriente que recorre la espira.

Solución:



Al girar la espira, el ángulo que forma el vector superficie y el campo magnético varía en la forma:

$$\theta = w\cdot t$$

El flujo magnético será:

$$\Phi = B\cdot S\cdot \cos\theta = B\cdot S\cdot \cos(w\cdot t)$$

La f.e.m será:

$$V = -\,d\Phi/dt = B\cdot S\cdot w\cdot \text{sen}(w\cdot t) = 0'5\cdot (\pi\, 0'01^2)\cdot 2\pi\cdot \text{sen}(2\pi\, t)$$

$$V = 0'000987 \text{ sen}(2\pi\, t)$$

$$I = V / R = 0'000987 \text{ sen}(2\pi\, t) / 0'01 = 0'0987 \text{ sen}(2\pi\, t)$$

$$I_{maximo} = 0'0987$$

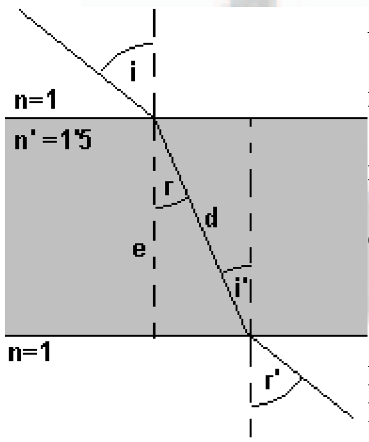
Cuestión 4.-

Sobre una lámina transparente de índice de refracción 1,5 y de 1 cm de espesor, situada en el vacío, incide un rayo luminoso formando un ángulo de 30º con la normal a la cara. Calcule:

a) El ángulo que forma con la normal el rayo que emerge de la lámina, Efectúe la construcción geométrica correspondiente.

b) La distancia recorrida por el rayo dentro de la lámina.

Solución:



Aplicando la ley de la refracción dos veces :

$n\cdot \text{sen } i = n'\cdot \text{sen } r \rightarrow 1\cdot \text{sen } 30 = 1'5\cdot \text{sen } r \rightarrow r = 19'47º$

$n'\cdot \text{sen } i' = n\cdot \text{sen } r'$

como r = i', por ser las caras paralelas:

$n\cdot \text{sen } i = n'\cdot \text{sen } r = n'\cdot \text{sen } i' = n\cdot \text{sen } r' \rightarrow i = r'$

El rayo de salida sale con el mismo ángulo de entrada, en este caso 30º

Para calcular d : $\cos r = e / d$ $\quad \cos 19'47º = 0'01 / d$ $\quad d = 0'01061$ m

Cuestión 5.-

Un electrón que parte del reposo es acelerado por una diferencia de potencial de 50 V. Calcule:

a) El cociente entre los valores de la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad alcanzada por el electrón.

b) La longitud de onda de De Broglie asociada al electrón después de atravesar dicho potencial.

Datos: $h = 6'63\cdot 10^{-34}$ J.s $\quad c = 3\cdot 10^8$ m/s $\quad m = 9'1\cdot 10^{-31}$ kg $\quad q = 1'6\cdot 10^{-19}$ C

Solución:

El trabajo que realiza el campo se invierte en variar la energía cinética:

$q\cdot V = m\cdot v^2 /2 \qquad v = (2\cdot q\, V / m) = 4'1931\, .10^6$ m/s << c, no tiene carácter relativista

$$c / v = 3.10^8 / 4'1931\, .10^6 = 71'545$$

$$\lambda = h /(m\cdot v) = 1'7375.10^{-10} \text{ m}$$

Repertorio A. Problema 1.-

Un satélite artificial de la Tierra de 1000 kg describe una órbita circular a una altura de 655 km. Calcular:

a) Período orbital.

b) Energía mecánica del satélite.

c) Módulo del momento angular del satélite respecto del centro de la Tierra.

d) Cociente entre los valores de la intensidad del campo gravitatorio terrestre en el satélite y en la superficie terrestre.

Datos:

$M_{Tierra} = 5'98 \cdot 10^{24}$ kg $R_{Tierra} = 6'37 \cdot 10^{6}$ m $G = 6'67 \cdot 10^{-11}$ u.S.I.

Solución:

El radio de la órbita es: $r = R + h = 6'37 \cdot 10^6 + 655 \cdot 10^3 = 7'025 \cdot 10^6$ m

La fuerza necesaria para describir una órbita es la fuerza de atracción gravitatoria:

$$m \cdot \frac{v^2}{r} = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \quad \text{siendo} \quad v = w \cdot r$$

$$m \cdot w^2 \cdot r = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \quad \rightarrow \quad w = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r^3}} = \sqrt{\frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 5'98 \cdot 10^{24}}{(7'025 \cdot 10^6)^3}} = 0'001073 \ \text{rad/s}$$

$$\rightarrow \quad T = \frac{2 \cdot \pi}{w} = \frac{2 \cdot \pi}{0'001073} = 5858 \ \text{s}$$

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - G \cdot \frac{M \cdot m}{r} = -G \cdot \frac{M \cdot m}{2 \cdot r} = -6'67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5'98 \cdot 10^{24} \cdot 100}{2 \cdot 7'025 \cdot 10^6} = 2'84 \cdot 10^9 \ \text{Julios}$$

$$L = I \cdot w = m \cdot r^2 \cdot w = 100 \cdot (7'025 \cdot 10^6)^2 \cdot 0'001073 = 5'3 \cdot 10^{12} \ \text{kg.m}^2/\text{s}$$

$$\frac{g}{g_o} = \frac{G \cdot M / r^2}{G \cdot M / R^2} = \left(\frac{R}{r}\right)^2 = \left(\frac{6'37 \cdot 10^6}{7'025 \cdot 10^6}\right)^2 = 0'822 \quad 82'2\%$$

Repertorio B. Problema 1.-

Una onda armónica transversal se propaga por una cuerda tensa de gran longitud, y por ello, una partícula de la misma realiza un movimiento armónico simple en la dirección perpendicular a la cuerda. El periodo de dicho movimiento es de 3 s y la distancia que recorre la partícula entre posiciones extremas es de 20 cm.

a) ¿Cuáles son los valores de la velocidad máxima y de la aceleración máxima de oscilación de la partícula?

b) Si la distancia mínima que separa dos partículas de la cuerda que oscilan en fase es de 60 cm, ¿cuál es la velocidad de propagación de la onda? ¿cuál es el número de onda?

Solución:

La amplitud de la onda es 20 / 2 = 10 cm = 0'1 m , y la ecuación de la onda es:

$y = A \cdot \text{sen}(w \cdot t - k \cdot x) = 0'1 \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \, t/3 - k \cdot x)$

$v = dy/dt = 0'1 \cdot (2 \cdot \pi/3) \cdot \cos(2 \cdot \pi \, t/3 - k \cdot x)$, cuyo valor máximo es: $v_{máx} = 0'1 \cdot (2 \cdot \pi/3) = 0'21$ m/s

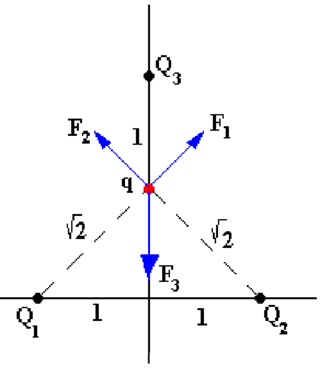
$a = dv/dt = -0'1 \cdot (2 \cdot \pi/3)^2 \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \, t/3 - k \cdot x)$, cuyo valor máximo es: $a_{max} = 0'1 \cdot (2 \cdot \pi/3)^2 = 0'44$ m/s

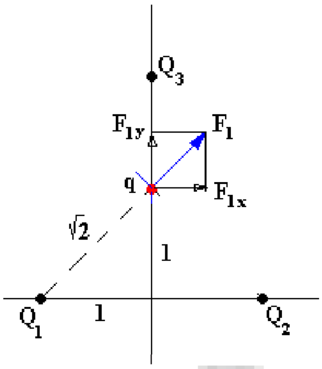
La distancia mínima entre dos puntos en fase es la longitud de onda: $\lambda = 0'6$ m

$$v_{onda} = \lambda / T = 0'6 / 3 = 0'2 \ \text{m/s}$$

$$k = 2 \cdot \pi / \lambda = 2 \cdot \pi / 0'6 = 10'47 \ \text{rad/m}$$

Repertorio A. Problema 2.-
Tres cargas de valores Q_1 =2 microC, Q_2 = 2 microC y Q_3 desconocida, están en el plano XY en los puntos Q_1: (1,0), Q_2: (-1,0) y Q_3: (0,2), en metros. Determinar:
a) El valor de Q_3 para que la fuerza sobre una carga situada en (0,1) sea nula.
b) El Potencial en el punto (0,1) debido a las tres cargas.
Constante de Coulomb K= $9 \cdot 10^9$ u.S.I.
Solución:





Al ser las cargas Q_1 y Q_2 iguales y al ser las distancias al punto (0,1) iguales, las fuerzas F_1 y F_2 deben ser iguales y simétricas respecto al eje Y. La carga Q_3 tendrá que ser también positiva, para que la suma de las fuerzas pueda dar cero:

$$F = K \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} \rightarrow F_1 = F_2 = K \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot q}{(\sqrt{2})^2} = K \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot q}{2}$$

$$\vec{F}_1 = K \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot q}{2} \cdot \cos 45 \, \vec{i} + K \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot q}{2} \operatorname{sen} 45 \, \vec{j}$$

$$\vec{F}_2 = -K \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot q}{2} \cdot \cos 45 \, \vec{i} + K \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot q}{2} \operatorname{sen} 45 \, \vec{j}$$

$$\vec{F}_3 = -K \cdot \frac{Q_3 \cdot q}{1} \vec{j}$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0 \rightarrow K \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot q}{2} \operatorname{sen} 45 + K \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot q}{2} \operatorname{sen} 45 = K \cdot \frac{Q_3 \cdot q}{1}$$

$$2 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = Q_3 \rightarrow Q_3 = \sqrt{2} \cdot 10^{-6} \text{ Coulombs}$$

El potencial total será la suma de los potenciales:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = K \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} + K \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} + K \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot 10^{-6}}{1} = K \cdot 3 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^{-6} = 38.183'77 \text{ Voltios}$$

Repertorio B. Problema 2.-

Por un hilo conductor rectilíneo y de gran longitud circula una corriente de 12 A. El hilo define el eje Z de coordenadas y la corriente fluye en el sentido positivo. Un electrón se encuentra situado en el eje Y a una distancia del hilo de 1 cm. Calcule el vector aceleración instantánea que experimentaría dicho electrón si:

a) Se encuentra en reposo.

b) Su velocidad es de 1 m/s según la dirección positiva del eje Y.

c) Su velocidad es de l m/s según la dirección positiva del eje Z.

d) Su velocidad es de 1 m/s según la dirección negativa del eje X.

Datos: Permeabilidad magnética $\mu = 4\cdot\pi\, 10^{-7}$

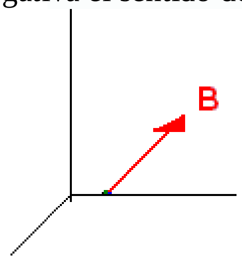
Masa electrón $m = 9'1\cdot 10^{-31}$ kg Carga electrón $q = 1'6\cdot 10^{-19}$ C

Solución:

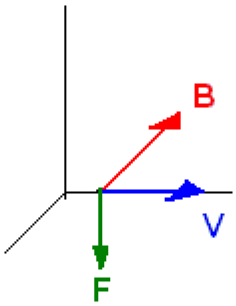
El conductor crea a su alrededor un campo magnético. Si el punto está en el semieje positico Y. el sentido del campo magnético será -X.

$$B = \mu\cdot I / (2\cdot\pi\, d) = 4\cdot\pi\, 10^{-7}\cdot 12 / (2\cdot\pi\, 0'01) = 2'4\cdot 10^{-4} \text{ Teslas}$$

Si en el punto se coloca una carga, aparecerá una fuerza cuyo valor es $F = q\cdot (v \wedge B)$; al ser la carga negativa el sentido de F será opuesto al sentido de v^B

a) 

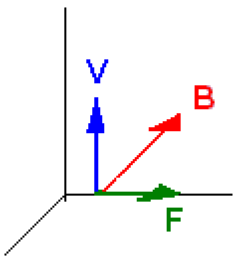
La fuerza es nula por ser cero la velocidad. Aceleración = 0

b) 

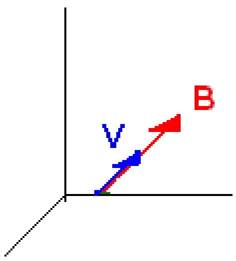
La fuerza y la aceleración tendrán el sentido -Z , y su valor será:

$F = q\cdot v\cdot B\cdot \text{sen } 90 = 1'6\cdot 10^{-19}\cdot 1\cdot 2'4\cdot 10^{-4} = 3'84\cdot 10^{-23}$ Newtons

$a = F / m = 3'84\cdot 10^{-23} / 9'1\cdot 10^{-31} = 4'2\cdot 10^{7}$ m /s^2

c) 

La fuerza y la aceleración tendrán el sentido +Y, siendo su valor:

d) 

En este caso la fuerza y la aceleración son nulas por ser cero el ángulo que forman v y B

CUESTION 1.- Llamando g_o, y V_o a la intensidad de campo gravitatorio y al potencial gravitatorio en la superficie terrestre respectivamente, determine en función del radio de la Tierra:
a) La altura sobre la superficie terrestre a la cual la intensidad de campo gravitatorio es $g_o / 2$
b) La altura sobre la superficie terrestre a la cual el potencial gravitatorio es $V_o / 2$.

a)

$$g_o = G\cdot\frac{M}{R^2} \rightarrow G\cdot M = g_o\cdot R^2$$

$$g = G\cdot\frac{M}{r^2} \rightarrow \frac{g_o}{2} = \frac{g_o\cdot R^2}{(R+h)^2} \rightarrow (R+h)^2 = 2\cdot R^2 \rightarrow h = R\cdot(\sqrt{2}-1)$$

b)

$$V_o = -G\cdot\frac{M}{R} \rightarrow G\cdot M = -V_o\cdot R$$

$$V_o = -G\cdot\frac{M}{r} \rightarrow \frac{V_o}{2} = -\frac{-V_o\cdot R}{R+h} \rightarrow R+h = 2\cdot R \rightarrow h = R$$

CUESTION 2.- Una onda sonora que se propaga en el aire tiene una frecuencia de 260 Hz.
a) Describa la naturaleza de la onda sonora e indique cuál es la dirección en la que tiene lugar la perturbación. respecto a la dirección de propagación.
b) Calcule el periodo de esta onda y su longitud de onda.
Datos: velocidad del sonido en el aire v = 340 m/s.

a) Onda de presión longitudinal: las variaciones de presión se producen en la misma dirección que la propagación.

b) $v = \lambda / T = \lambda \cdot F$ → $\lambda = v / F = 340 / 260 = 1'31$ m
$T = 1 / F = 1 / 260 = 0'00385$ s

CUESTION 3. - Una carga puntual de valor Q ocupa la posición (0,0) del plano XY en el vacío. En un punto A del eje X el potencial es V = -120 V, y el campo eléctrico es E = -80 i N/C, siendo i el vector unitario en el sentido positivo del eje X. Si las coordenadas están dadas en metros, calcule:
a) La posición del punto A y el valor de Q.
b) El trabajo necesario para llevar un electrón desde el punto B (2,2) hasta el punto A.
Datos: Valor absoluto de la carga del electrón e = 1,6x10^{-19} C
Constante de la ley de Coulomb en el vacío K=9x10^9 N m^2 C^{-2}

Una carga eléctrica crea a su alrededor un potencial V y un campo de intensidad E de valores:

$$V = k \cdot Q / r \rightarrow -120 = 9.10^9 \cdot Q / x$$

$$E = k \cdot Q / r^2 \rightarrow -80 = 9.10^9 \cdot Q / x^2$$

Resolviendo el sistema:

$$x = 120 / 80 = 1'5 \text{ m} \rightarrow Q = -120 \cdot 1'5 / 9.10^9 = -2.10^{-8} \text{ Coulombs}$$

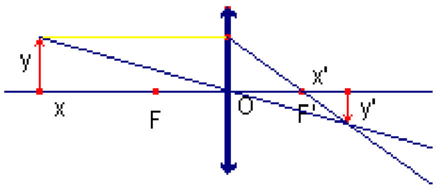
El trabajo para trasladar una carga de un punto a otro es igual $W = q \cdot (V_B - V_A)$

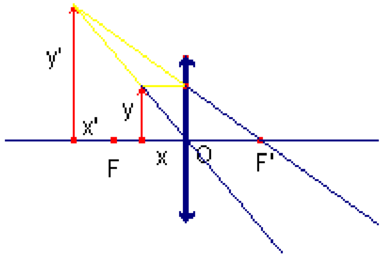
$$V_B = k \cdot Q / r = 9.10^9 \cdot (-2.10^8) / (2^2 + 2^2)^{1/2} = -63'64 \text{ Volts}$$

$$W = -1'6.10^{-19} \cdot (-63'64 - (-120)) = -9'02.10^{-18} \text{ Julios}$$

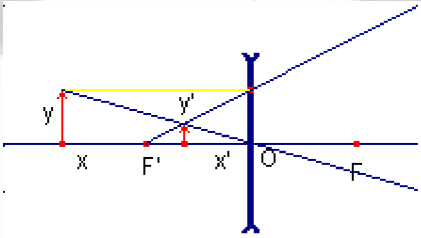
CUESTION 4. - Explique dónde debe estar situado un objeto respecto a una lente delgada para obtener una imagen virtual y derecha:
a) Si la lente es convergente.
b) Si la lente es divergente.
Realice en ambos casos las construcciones geométricas e indique si la imagen es mayor o menor que el objeto.

a) Con una lente convergente sólo es posible si el objeto está situado entre el foco objeto y la lente, siendo la imagen virtual, derecha y mayor.





b) Con una lente divergente la imagen siempre es virtual, derecha y menor, estando el objeto en cualquier punto



CUESTIÓN 5.- Calcule en los dos casos siguientes la diferencia de potencial con que debe ser acelerado un protón que parte del reposo para que después de atravesar dicho potencial:
a) El momento lineal del protón sea 10^{-21} kg m s^{-1}
b) La longitud de onda de De Broglie asociada al protón sea 5x 10^{-13} m.
Datos: Carga del protón q_p= 1,6xl0^{-19} C; Masa del protón m_p=1,67x10^{-27} kg
Constante de Planck h = 6,63 x10^{-34} J S.

El trabajo realizado por el campo sirve para variar la energía cinética del protón:

$$W = q\cdot\Delta\cdot = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 = \frac{m^2\cdot v^2}{2\cdot m} = \frac{p^2}{2\cdot m} \quad \rightarrow \quad \Delta V = \frac{p^2}{2\cdot m\cdot q}$$

a) Si p = 10^{-21} → $\Delta V = (10^{-21})^2 / (2\cdot 1'67.10^{-27}\cdot 1'6.10^{-19})$ = 1871 Voltios

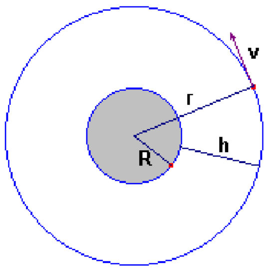
b) La longitud de onda asociada es $\lambda = h / p$ → $p = h / \lambda = 6'63.10^{-34} / 5.10^{-13} = 1'326.10^{-21}$ kg.m/s

→ $\Delta V = (1'326.10^{-21})^2 / (2\cdot 1'67.10^{-27}\cdot 1'6.10^{-19})$ = 3290 Voltios

REPERTORIO A. PROBLEMA 1.

Un satélite artificial describe una órbita circular alrededor de la Tierra. En esta órbita la energía mecánica del satélite es -4,5 . 10^9 J y su velocidad es 7610 m/s. Calcule:
El módulo del momento lineal del satélite y el módulo del momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra.
El periodo de la órbita y la altura a la que se encuentra el satélite.

Datos: Constante de Gravitación Universal G = 6,67 x l0-JJ N m^2 kg-^{2}
Masa de la Tierra M_T = 5,98^{x}10" kg
Radio de la Tierra R_T = 6,37 X 10^6 m



Sean M masa de la Tierra, m, v, r la masa, velocidad y radio de la órbita del satélite.

La velocidad orbital es :

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} \quad \rightarrow \quad r = \frac{G \cdot M}{v^2} = \frac{6'67.10^{-11} \cdot 5'98.10^{24}}{7610^2} = 6'89.10^6 \; m$$

La energía mecánica de un objeto orbitando en el campo gravitatorio es:

E_m = – G · M · m / 2r → m = – 2r · E_m / (G · M) = … = 155'41 kg

El módulo del momento lineal es: p = m · v = 155'41 · 7610 = 1182670 kg.m/s

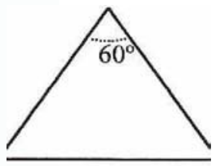
El módulo del momento angular es: L = r · p · sen 90 = 8'1 . 10^{12} kg.m^2/s

La altura será: h = r – R = 6'89.10^6 – 6'37.10^6 = 520 km

El período será: T = 2·π·r / v = 2·π·6'89.10^6 / 7610 = 5689 seg

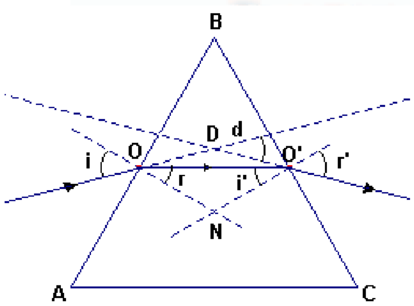
REPERTORIO A. PROBLEMA 2

Sobre un prisma de ángulo 60º como el de la figura, situado en el vado, incide un rayo luminoso monocromático que forma un ángulo de 41,3· con la normal a la cara AB. Sabiendo que en el interior del prisma el rayo es paralelo a la base AC:
Calcule el índice de refracción del prisma.
Realice el esquema gráfico de la trayectoria seguida por el rayo a A través del prisma.
Determine el ángulo de desviación del rayo al atravesar el prisma.
Explique si la frecuencia y la longitud de onda correspondientes al rayo luminoso son distintas, o no, dentro y fuera del prisma



El enunciado es ambiguo. La figura no es un prisma, sino un triángulo y por ninguna parte indica el valor del ángulo Â o del C, por tanto el problema tiene infinitas interpretaciones o soluciones. Por ejemplo:

Consideremos el prisma de sección el triángulo equilátero, es decir, A = B = C = 60º



Por ser OO' paralelo a AC, el ángulo BOO' vale 60º, y la figura tiene simetría axial respecto al eje BN

r = BON - BOO' = 90º - 60º = 30º

Aplicando la ley de Snell de la refracción: n_i · sen i = n_r · sen r

n_r = n_i · sen i / sen r = 1 · sen 41'3º / sen 30º = 1'32

Por simetría: i' = r = 30º → DOO' = DO'O = i – r = 41'3º - 30º = 11'3º

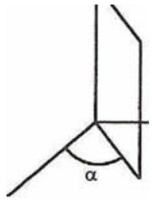
La desviación será: d = DOO' + DO'O = 11'3º + 11'3º = 22'6º
La frecuencia de una onda se debe al foco emisor y no cambia al atravesar un medio, sólo cambia la longitud de onda:

v = λ · F → λ = v / F

Como el rayo luminoso va del vacío a otra sustancia en la que se propaga con velocidad menor, la frecuencia no varía pero la longitud de onda disminuye.

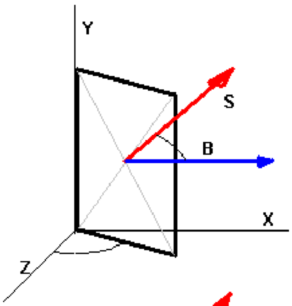
REPERTORIO B. PROBLEMA 1.

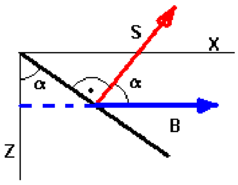
Una espira cuadrada de 1,5 Ω de resistencia está inmersa en un campo magnético uniforme B = 0,03 T dirigido según el sentido positivo del eje X. La espira tiene 2 cm de lado y forma un ángulo α variable con el plano YZ como se muestra en la figura.



a) Si se hace girar la espira alrededor del eje Y con una frecuencia de rotación de 60 Hz, siendo α = π/2 en el instante t=0, obtenga la expresión de la fuerza electromotriz inducida en la espira en función del tiempo.

b) ¿Cuál debe ser la velocidad angular de la espira para que la corriente máxima que circule por ella sea de 2 mA?





El ángulo α varía con el tiempo según la función:

$\alpha = w \cdot t + \alpha_o = w \cdot t + \pi/2$

$w = 2 \cdot \pi \cdot F = 120 \cdot \pi$

El flujo magnético que atraviesa la espira es:

$\Phi = B \cdot S \cdot \cos \alpha = B \cdot S \cdot \cos(w \cdot t + \pi/2)$

$\Phi = 0'03 \cdot 0'02^2 \cdot \cos(120 \cdot \pi \cdot t + \pi/2) = 1'2.10^{-5} \cdot \text{sen}(120 \cdot \pi \cdot t + \pi/2)$

La f.e.m. inducida será:

$E = - d\Phi/dt = B \cdot S \cdot w \cdot \text{sen}(w \cdot t + \pi/2)$

$E = 1'2.10^{-5} \cdot 120 \cdot \pi \cdot \text{sen}(120 \cdot \pi \cdot t + \pi/2) = 4'5.10^{-3} \cdot \text{sen}(120 \cdot \pi \cdot t + \pi/2)$ volt

Para que la corriente máxima sea de 2 mA, la f.e.m. máxima deberá ser:

$E_{max} = I_{max} \cdot R = 0'002 \cdot 1'5 = 0'003$ Volts

Como $E_{max} = B \cdot S \cdot w \rightarrow w = E_{max}/(B \cdot S) = 0'003 / (0'03 \cdot 0'02^2) = 250$ rad/s

REPERTORIO B. PROBLEMA 2.

Problema 2.- Una masa puntual de valor 150 g unida a un muelle horizontal de constante elástica k = 65 N/m constituye un oscilador armónico simple. Si la amplitud del movimiento es de 5 cm, determine:

a) La expresión de la velocidad de oscilación de la masa en función de la elongación.

b) La energía potencial elástica del sistema cuando la velocidad de oscilación es nula.

c) La energía cinética del sistema cuando la velocidad de oscilación es máxima.

d) La energía cinética y la energía potencial elástica del sistema cuando el módulo de la aceleración de la masa es igual a 13 m/s^2

Las ecuaciones de un M.A.S. son:

$x = A \cdot \text{sen}(w \cdot t - \Phi) \qquad v = dx/dt = A \cdot w \cdot \cos(w \cdot t - \Phi) \qquad a = dv/dt = - A \cdot w^2 \cdot \text{sen}(w \cdot t - \Phi) = - w^2 \cdot x$

$$F = - k \cdot x \rightarrow a = - k \cdot x / m \rightarrow w^2 = k/m \rightarrow w = (k/m)^{1/2} = (65/0'15)^{1/2} = 20'8 \text{ rad/s}$$

a) La velocidad en función del tiempo será:

$$v = A \cdot w \cdot \cos(w \cdot t - \Phi) = 0'05 \cdot 20'8 \cdot \cos(20'8 \cdot t - \Phi) = 1'04 \cdot \cos(20'8 \cdot t - \Phi) \text{ m/s}$$

b) Cuando la velocidad es nula la elongación es máxima x = ± o'o5 m y la energía potencial será:

$$E_p = ½ \cdot k \cdot x^2 = ½ \cdot 65 \cdot 0'05^2 = 0'081 \text{ Julios}$$

c) La velocidad máxima es: $v_{max} = 1'04$ m/s y la energía cinética será máxima que debe coincidir con la potencial máxima

$$E_c = ½ \cdot m \cdot v^2 = ½ \cdot 0'15 \cdot 1'04^2 = 0'081 \text{ Julios}$$

d) Si el módulo de la aceleración vale 13 m/s^2, el móvil se encuentra en $x = - a / w^2 = \pm 13 / 20'8^2 = \pm 0'03$ m

La energía potencial valdrá $E_p = ½ \cdot k \cdot x^2 = ½ \cdot 65 \cdot 0'03^2 = 0'029$ Julios

La energía cinética valdrá $Ec = E_{total} - E_{potencial} = E_{potencial\ máxima} - E_{potencial} = 0'081 - 0'029 = 0'052$ Julios

Cuestión 1.-

a) Al colgar una masa en el extremo de un muelle en posición vertical, éste se desplaza 5 cm; ¿de qué magnitudes del siste ma depende la relación entre dicho desplazamiento y la Aceleración de la g ravedad? b) Calcule el periodo de oscilación del sistema muelle-masa anterior si se deja oscilar en posición horizontal (sin rozamiento).
Dato: aceleración de la gravedad ***g = 9,81*** **m/s^2**

Solución:

a) Al colgar una masa en el resorte aparece la fuerza peso que alarga el muelle. El equilibrio se alcanza cuando el peso es igual a la fuerza recuperadora del muelle:

$$\text{Peso} = m.g \quad , \quad \text{Fuerza recuperadora} = k \cdot x$$

$$m \cdot g = k \cdot x \qquad x / g = m / k = 0'05 / 9'81 = 0'005 \text{ s}^2$$

La relación entre el desplazamiento y la ac. de la gravedad depende directamente de la masa e inversamente de la constante elástica del muelle.

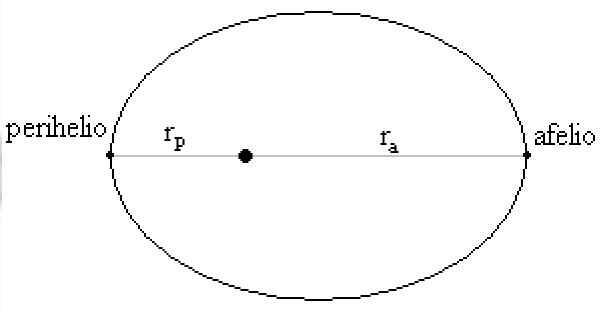
b) La aceleración del movimiento será:

$$a = F / m = - k \cdot x / m, \text{ ecuación de un M.A.S. } a = - w^2 \cdot x$$

$$\text{siendo } w = 2 \cdot \pi / T = (k / m)^{1/2} \qquad T = 2 \cdot \pi \cdot (m / k)^{1/2} = 2 \cdot \pi \cdot (0'005)^{1/2} = 0'45 \text{ s}$$

Cuestión 2.-Plutón describe una órbita elíptica alrededor del Sol. Indique para cada una de las siguientes magnitudes si su valor es mayor, menor o igual en el afelio (punto más alejado del Sol) comparado con el perihelio (punto más próximo al Sol): a) momento angular respecto a la posición del Sol; b) momento lineal; c) energía potencial; d) energía mecánica.

Solución:



Por ser un campo de fuerzas centrales es un campo conservativo por lo que el Momento Angular y la Energía Mecánica permanecen constantes.

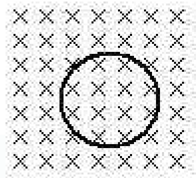
El momento lineal, $p = m .v$, es mayor en el perihelio por tener una velocidad mayor al ser menor el radio vector (Ley de las áreas , $r \cdot v$ = constante)

La energía potencial en un punto es $E_p = - G \cdot M \cdot m / r$, por lo que es menor en el perihelio al ser la expresión negativa y $r_p < r_a$

Cuestión 3.-

a) Enuncie las leyes de Faraday y de Lenz de la inducción electromagnética.

b) La espira circular de la figura adjunta está situada en el seno de un campo magnético uniforme. Explique si existe fuerza electromotriz inducida en los siguientes casos:



b1) la espira se desplaza hacia la derecha;

b2) el valor del campo magnético aumenta linealmente con el tiempo.

Solución:

La fuerza electromotriz inducida es proporcional y opuesta a la variación de flujo en la unidad de tiempo.

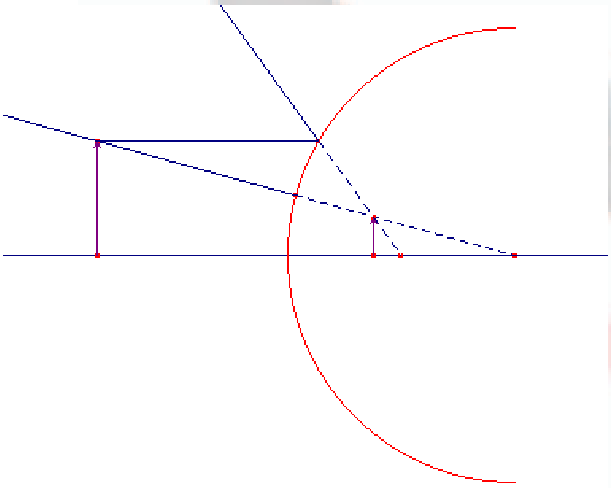
Cualquier desplazamiento de la espira que mantenga la posición relativa de la espira respecto al campo no hace variar el flujo y por tanto no genera ninguna fuerza electromotriz.

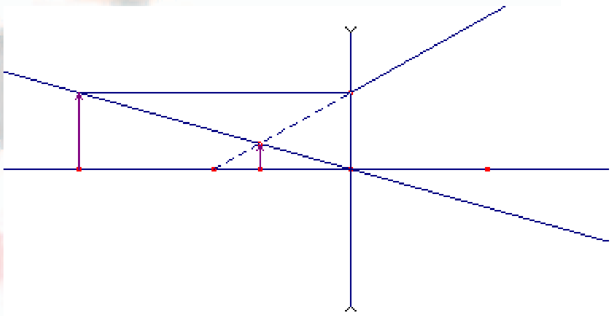
Si el campo varía linealmente con el tiempo, $B = a + b \cdot t$, con a y b constante provocará la siguiente fuerza electromotriz:

$$\Phi = B \,.\, S \,.\, \cos 90 = (a + b \cdot t) .\, S \qquad \varepsilon = - d\,\Phi/dt = - b \cdot S$$

Cuestión 4.- a) ¿Qué tipo de imagen se obtiene con un espejo esférico convexo? b) ¿Y con una lente esférica divergente? Efectúe las construcciones geométricas adecuadas para justificar las respuestas. El objeto se supone real en ambos casos.

Solución:





En los dos casos la imagen es virtual, derecha y menor

Cuestión 5.-

Un cierto haz luminoso provoca efecto fotoeléctrico en un determinado metal. Explique cómo se modifica el número de fotoelectrones y su energía cinética si: a) aumenta la intensidad del haz luminoso; b) aumenta la frecuencia de la luz incidente; c) disminuye la frecuencia de la luz por debajo de la frecuencia umbral del metal. d) ¿Cómo se define la magnitud trabajo de extracción?

Solución:

La energía de un haz luminoso, $h \cdot F$, se invierte parte en arrancar los electrones o trabajo de extracción, W_e, y el resto en comunicar energía cinética a los electrones, E_c,:

$$h \cdot F = W_e + E_c \qquad E_c = h \cdot F - W_e$$

a) Si aumenta la intensidad luminosa aumentará el número de electrones emitidos pero no la energía cinética.

b) Si aumenta la frecuencia el número de electrones emitidos no varía pero aumenta su energía cinética.

c) Si disminuye la frecuencia por debajo de la frecuencia umbral no se emiten electrones. No tiene energía suficiente para arrancarlos.

Repertorio A. Problema 1.-

Una onda transversal se propaga a lo largo de una cuerda horizontal, en el sentido negativo del eje de abscisas, siendo 10 cm la distancia mínima entre dos puntos que oscilan en fase. Sabiendo que la onda está generada por un foco emisor que vibra con un movimiento armónico simple de frecuencia 50 Hz y una amplitud de 4 cm, determine:

a) La velocidad de propagación de la onda.

b) La expresión matemática de la onda, si el foco emisor se encuentra en el origen de coordenadas, y en t=0 la elongación es nula.

c) La velocidad máxima de oscilación de una partícula cualquiera de la cuerda.

d) La aceleración máxima de oscilación en un punto cualquiera de la cuerda.

Solución:

La ecuación de la onda será: $y = A \cdot \text{sen}\,(w \cdot t + k \cdot x + \varphi)$, siendo:

$$A = 0'04 \text{ m} \;, \; w = 2 \cdot \pi \cdot 50 = 100 \cdot \pi \;, \; k = 2 \cdot \pi / 0'10 = 20 \cdot \pi \;, \; \varphi = \text{fase inicial}$$

$$y = 0'04 \cdot \text{sen}\,(100 \cdot \pi \cdot t + 20 \cdot \pi \cdot x + \varphi)$$

a) $v = w / k = 100 \cdot \pi / 20 \cdot \pi = 5$ m/s

b) para $x = 0$ y $t = 0$ el valor de y es cero $\quad 0 = 0'04.\ \text{sen}\ \varphi \quad \varphi = 0$

$$y = 0'04 \cdot \text{sen}\,(100 \cdot \pi \cdot t + 20 \cdot \pi \cdot x)$$

c) $v = dy/dt = 0'04 \cdot 100 \cdot \pi \cdot \cos\,(100 \cdot \pi \cdot t + 20 \cdot \pi \cdot x) \qquad v_{máximo} = 0'04 \cdot 100 \cdot \pi = 12'57$ m/s

d) $a = dv/dt = - 0'04 \cdot (100 \cdot \pi)^2 \cdot \text{sen}\,(100 \cdot \pi \cdot t + 20 \cdot \pi \cdot x) \qquad a_{máximo} = 0'04 \cdot (100 \cdot \pi)^2 = 3947'8 \text{ m/s}^2$

Repertorio A. Problema 2.-

Un electrón, con velocidad inicial 3×10^5 m/s dirigida en el sentido positivo del eje X, penetra en una región donde existe un campo eléctrico uniforme y constante de valor 6×10^{-6} N/C dirigido en el sentido positivo del eje Y. Determine:

a) Las componentes cartesianas de la fuerza experimentada por el electrón.

b) La expresión de la velocidad del electrón en función del tiempo.

c) La energía cinética del electrón 1 segundo después de penetrar en el campo.

d) La variación de la energía potencial experimentada por el electrón al cabo de 1 segundo de penetrar en el campo.

Datos: Valor absoluto* de la carga *del electrón e = $1'6.10^{-19}$ C

Masa del electrón = $9'1.10^{-31}$ kg

Solución:

El electrón se ve sometido a una fuerza de valor F = q · E dirigida siempre en el sentido negativo del eje y, mientras que segúnn el eje X la fuerza es nula. La trayectoria resulta de la composición de un movimiento uniforme según el eje X y un movimiento acelerado según el eje Y, es decir, la trayectoria es una parábola:

La fuerza será: $\mathbf{F} = 0 \cdot \mathbf{i} - q \cdot E/m \cdot \mathbf{j} = 0 \cdot \mathbf{i} - 1'05.10^6\, \mathbf{j}$

Las ecuaciones del movimiento son:

$$a_x = 0 \qquad v_x = \text{constante} = 3 \cdot 10^5 \qquad x = 3 \cdot 10^5 \cdot t$$

$$a_y = -q \cdot E / m = -1'05.10^6 \qquad v_y = -1'05.10^6 \cdot t \qquad y = -1'05.10^6\,) \cdot t^2/2 = -0'53.10^6 \cdot t^2$$

El vector velocidad, en función del tiempo será:

$$\mathbf{v} = 3 \cdot 10^5 \cdot \mathbf{i} - 1'05.10^6 \cdot t \cdot \mathbf{j}$$

La energía cinética 1 segundo después será:

$$v(t=1) = ((3 \cdot 10^5)^2 + (1'05.10^6)^2)^{1/2} = 1'9.10^6 \text{ m/s}$$

$$E_{\text{cinética}} = m \cdot v^2/2 = 1'6.10^{-18} \text{ Julios}$$

La variación de la energía potencial se calcula teniendo en cuenta que en un campo conservativo la energía mecánica debe permanecer constante:

$$(E_{\text{cinética}} + E_{\text{potencial}})_{\text{inicial}} = (E_{\text{cinética}} + E_{\text{potencial}})_{\text{final}}$$

$$E_{p,final} - E_{p,inicial} = E_{c,inicial} - E_{c,final} = 9'1.10^{-31} \cdot (3.10^5)^2 / 2 - 1'6.10^{-18} = -1'56.10^{-18} \text{ Julios}$$

Repertorio B. Problema 1.-

Un conductor rectilíneo indefinido transporta una corriente de 10 A en el sentido positivo del eje Z. Un protón, que se mueve a 2 x 10^5 m/s, se encuentra a 50 cm del conductor. Calcule el módulo de la fuerza ejercida sobre el protón si su velocidad:

a) es perpendicular al conductor y está dirigida hacia él.

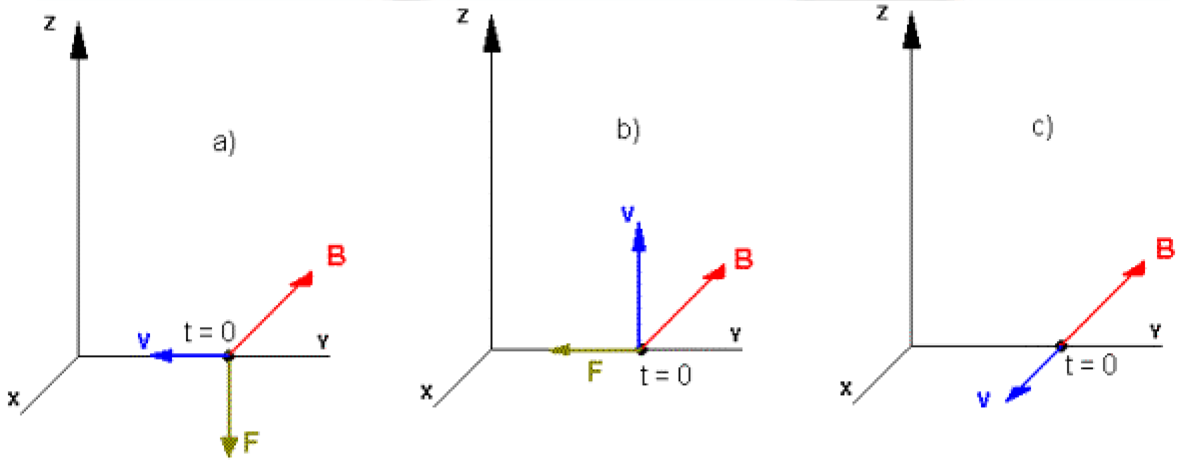
b) es paralela al conductor.

c) es perpendicular a las direcciones definidas en los apartados a) y b).

d) ¿En qué casos, de los tres anteriores, el protón ve modificada su energía cinética?

Datos: Permeabilidad magnética $\mu o = 4 \cdot \pi\ 10^{-7}$ *Valor absoluto de la carga del electrón e =* $1'6.10^{-19}$

Solución:



En todos los casos la fuerza a que se ve sometido el protón es: $F = q \cdot (v \times B)$, es decir , la fuerza, caso de existir, es perpendicular a la velocidad en todo instante por lo que no existe ninguna componente de la fuerza en la dirección de la velocidad que lo acelere o lo frene, la velocidad del protón es constante en módulo y por consiguiente la energía cinética del protón permanece constante.

El valor del campo magnético en el punto inicial será:

$B = \mu \cdot I / (2 \cdot \pi\ d) = 4 \cdot \pi\ 10^{-7} \cdot 10 / (2 \cdot \pi\ 0'5) = 4.10^{-6}$ Teslas

a) $F = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen } 90 = 1'6.10^{-19} \cdot 2.10^{5} \cdot 4.10^{-6} = 1'28.10^{-19}$ Newton

b) $F = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen } 90 = 1'6.10^{-19} \cdot 2.10^{5} \cdot 4.10^{-6} = 1'28.10^{-19}$ Newton

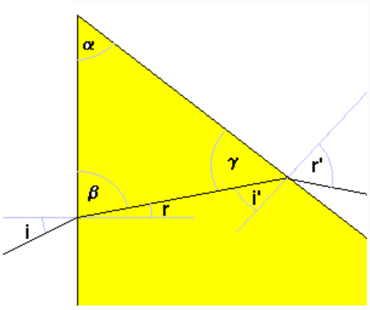
c) $F = q \cdot v \cdot B \cdot \text{sen } 180 = 0$ Newton

Repertorio B. Problema 2.-

Un rayo de luz monocromática incide sobre una cara lateral de un prisma de vidrio, de índice de refracción n = 2 . El ángulo del prisma es 60º. Determine:

a) El ángulo de emergencia a través de la segunda cara lateral si el ángulo de incidencia es de 30'. Efectúe un esquema gráfico de la marcha del rayo.

b) El ángulo de incidencia para que el ángulo de emergencia del rayo sea 90'.



$1 \cdot \text{sen } i = n \cdot \text{sen } r$ $\quad$ $\text{sen } 30 = 2 \cdot \text{sen } r$

$r = 20'7^{\circ}$ $\quad$ $\beta = 90 - 20'7 = 69'3^{\circ}$

$\gamma = 180 - 60 - 69'3 = 50'7^{\circ}$ $\quad$ $i' = 90 - 50'7 = 39'3^{\circ}$

$n \cdot \text{sen } i' = 1 \cdot \text{sen } r'$ $\quad$ $2 \cdot \text{sen } 39'3 = 1 \cdot \text{sen } r'$ $\quad$ $r' = 63'6^{\circ}$

Si el ángulo de emergencia es de 90º:

$2 \cdot \text{sen } i' = 1 \cdot \text{sen } 90$ $\quad$ $i' = 45^{\circ}$ $\quad$ $\gamma = 90 - 45 = 45$ $\quad$ $\beta = 180 - 60 - 45 = 75$

$r = 90 - 75 = 15^{\circ}$ $\quad$ $1 \cdot \text{sen } i = 2 \cdot \text{sen } 15$ $\quad$ $i = 21'47^{\circ}$

Cuestión 1.-

a) **Desde la superficie de la Tierra se lanza verticalmente hacia arriba un objeto con una velocidad v. Si se desprecia el rozamiento, calcule el valor de v necesario para que el objeto alcance una altura igual al radio de la Tierra.**
b) **Si se lanza el objeto desde la superficie de la Tierra con una velocidad doble a la calculada en el apartado anterior, ¿escapará o no del campo gravitatorio terrestre?**

Datos: Masa de la Tierra $M_T = 5{,}98 \times 10^{24}$ ***kg*** ***Radio de/a Tierra*** $R_T = 6370$ ***km***
Constante de Gravitación $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ ***J/ Nm² kg-²***

Por se el campo gravitatorio conservativo, la energía mecánica es constante: $E_m = E_c + E_p$ = constante

$$[\ ½\ m.v^2 - G.M.m/r\ ]_A = [\ ½\ m.v^2 - G.M.m/r\ ]_B$$

tomando A el suelo: $r = R_T$ y B el punto más alto: $r = 2.R_T$,, $v = 0$

$$½\ m.v_A{}^2 - G.M.m/R_T = ½\ m.0^2 - G.M.m/(2R_T) \rightarrow ½\ v_A{}^2 = G.M/R_T - G.M/(2R_T)$$

$$\rightarrow v_A{}^2 = 2.\ G.M/R_T - G.M/R_T = G.M/R_T \rightarrow v_A = (G.M/R_T)^{1/2} = 7913 \text{ m/s}$$

La velocidad de escape, alcanzar el infinito, es $V_e = (2.G.M/R_T)^{1/2} = 11191$ m/s

Si se duplica la velocidad de salida, 15826 m/s, escapa del campo gravitatorio

Cuestión 2.-

Una partícula que describe un movimiento armónico simple recorre una distancia de 16 cm en cada ciclo de su movimiento Y su aceleración máxima es de 48 *mls²*• Calcule: a) la frecuencia y el periodo del movimiento; b) la velocidad máxima de la partícula.

Si en cada vaiven recorre 16 cm, significa que 16 = 4.A, la amplitud del MAS es 4 cm = 0'04 m

Las ecuaciones del MAS son:

$$x = A\ .\ \text{sen}\ (w.t - \Phi)$$

$$v = A.w.\ \cos\ (w.t - \Phi)$$

$$a = -A.w^2.\ \text{sen}\ (w.t - \Phi) = -w^2\ .x$$

La aceleración máxima se alcanza en los extremos: $48 = w^2\ .\ 0'04 \rightarrow w = 34'64$ rad/s

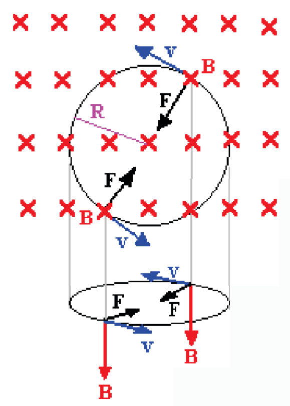
$$w = 2.\pi / T \rightarrow T = 2.\pi / w = 0'18 \text{ seg} \rightarrow F = 1/T = 5'5 \text{ Hz}$$

La velocidad máxima es $V_{max} = A\ .\ w = 1'39$ m/s

Cuestión 3.-

Un protón que se mueve con una velocidad V entra en una región en la que existe un campo magnético *B* uniforme. Explique cómo es la trayectoria que seguirá el protón:

a) **Si la velocidad del protón V es paralela a B.**
b) **Si la velocidad del protón V es perpendicular a B.**



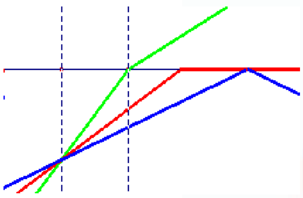
La fuerza que actúa sobre una carga que se mueve en un campo magnético viene dada por la expresión **F** = q. (**V ^ B**) , siendo perpendicular a V y a B

Si la Velocidad es paralela a B, forman un ángulo de 0º por lo que el valor de la fuerza también es cero: F = q . V . B . sen 0 = 0, la carga no se ve afectada y sigue con trayectoria rectilínea.

Si la velocidad es perpendicular a B, forman un ángulo de 90º por lo que existe una fuerza perpendicular a V y a B, de valor: F = q . V .B . sen 90 = q.V.B

En cualquier punto de la trayectoria la fuerza es perpendicular a la velocidad por lo que la carga no varía su velocidad, sólo se desvía, siguiendo una trayectoria circular.

Cuestión 4.-
Un buceador enciende una linterna debajo del agua (índice de refracción 1,33) Y dirige el haz luminoso hacia arriba formando un ángulo de 40° con la vertical.
a) ¿Con qué ángulo emergerá la luz del agua?
b) ¿Cuál es el ángulo de incidencia a partir del cual la luz no saldrá del agua?
Efectúe esquemas gráficos en la explicación de ambos apartados.



La ley de la refracción es : n_i . sen i = n_r . sen r

En este caso la luz pasa del agua, n_i = 1’33 , i = 40º , al aire, n_r =1

1’33 . sen 40 = 1 . sen r → sen r = 0'855 → r = 58’75º

Se define ángulo límite al ángulo de incidencia que tiene un ángulo de salida de 90º,; a partir de este ángulo la luz se refleja, no sale.

1’33 . sen i_L = 1 . sen 90 → sen i_L = 0’7519 → i_L = 48’75º

Cuestión 5.-
La ley de desintegración de una sustancia radiactiva es N = N_o . $e^{-0'003.t}$, donde N representa el número de núcleos presentes en la muestra en el instante t. Si t está expresado en días, determinar:

a) **El periodo de semidesintegración (o semivida) de la sustancia $T_{1/2}$**
b) **La fracción de núcleos radiactivos sin desintegrar en el instante t = 5 $T_{1/2}$**

La semivida T de una muestra radiactiva es el tiempo necesario para que el número de átomos radiactivos se reduzca a la mitad, es decir :

si t = T → N = N_o /2 → N_o /2 = N_o . $e^{-0'003.T}$ → 1 /2 = $e^{-0'003.T}$ → ln 2 = 0’003 . T

T = ln2 / 0’003 = 231 días

Si transcurre un tiempo igual a 5 veces la semivida, el número de átomos radiactivos que quedan en la muestra será:

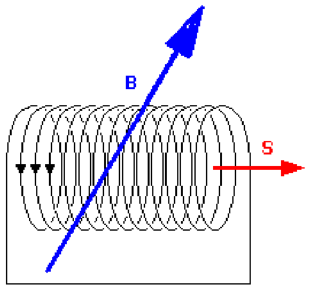
N = N_o . $e^{-0'003\,.\,5.T}$ = N_o .($e^{-0'003\,.\,T}$)^5 = N_o . (½)^5 = N_o / 32 → N / N_o = 1 / 32

Por cada 32 átomos radiactivos iniciales ahora sólo queda uno

REPERTORIO A. Problema 1.-

Un campo magnético uniforme forma un ángulo de 30° con el eje de una bobina de 200 vueltas y radio 5 cm. Si el campo magnético aumenta a razón de 60 *T/s*, permaneciendo constante la dirección, determine:

a) **La variación del flujo magnético a través de la bobina por unidad de tiempo.**
b) **La fuerza electromotriz inducida en la bobina.**
c) **La intensidad de la corriente inducida, si la resistencia de la bobina es 150 n.**
d) **¿Cuál sería la fuerza electromotriz inducida en la bobina, si en las condiciones del enunciado el campo magnético *disminuyera* a razón de 60 *T/s* en lugar de aumentar?**



El flujo magnético es: $\Phi = \mathbf{B} \, . \mathbf{S} = B.S. \cos\theta$

Siendo $B = B_o + 60 \cdot t$,, $S = N \cdot \pi \cdot R^2$

$\Phi = B.S. \cos\theta = (B_o + 60 \cdot t) \cdot N \cdot \pi \cdot r^2 . \cos 30$

$d\,\Phi / dt = 60 \cdot N \cdot \pi \cdot r^2 . \cos 30 = 60 \cdot 200 \cdot \pi \cdot 0'05^2 . \cos 30 = 81'6$ volts

$V = - d\,\Phi / dt = = - 81'6$ voltios

$I = V / R = 81'6 / 150 = 0'54$ Amperios, y el sentido el de la figura.

Si en vez de aumentar, disminuyera, $B = B_o - 60 \cdot t$, la f.e.m. inducida sería + 81'6 voltios

$\Phi = B.S. \cos\theta = (B_o - 60 \cdot t) \cdot N \cdot \pi \cdot r^2 . \cos 30$

$d\,\Phi / dt = - 60 \cdot N \cdot \pi \cdot r^2 . \cos 30 = - 60 \cdot 200 \cdot \pi \cdot 0'05^2 . \cos 30 = - 81'6$ volts

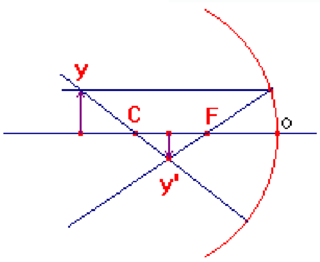
$V = - d\,\Phi / dt = = + 81'6$ voltios

REPERTORIO A. Problema 2.-

Se tiene un espejo cóncavo de 20 cm de distancia focal.
a) ¿Dónde se debe situar un objeto para que su imagen sea real y doble que el objeto?
b) ¿Dónde se debe situar el objeto para que la imagen sea doble que el objeto pero tenga carácter virtual?
Efectúe la construcción geométrica en ambos casos.

Las ecuaciones de un espejo esférico son:

$1 / x' + 1 / x = 1 / f$,, $f = R / 2$,, $A = y' / y = - x / x'$

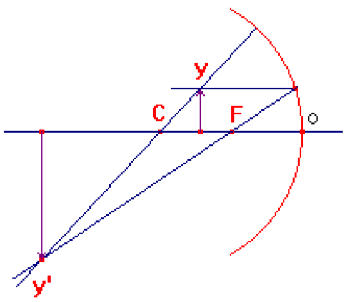


Si el objeto está entre el infinito y el centro de curvatura la imagen es siempre real, menor e invertida.

Si el objeto está entre el centro de curvatura y el foco, la imagen es real, mayor e invertida:

$1 / x' + 1 / x = 1 / (-20)$,, $- 2 = y' / y = - x' / x$

resolviendo el sistema anterior:



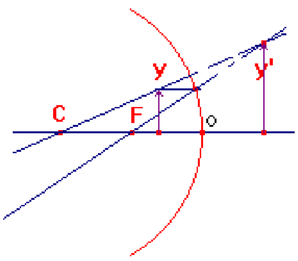
$x' = 2.x \rightarrow 1 / 2x + 1 / x = 1 / (-20) \rightarrow 3 / 2x = - 1 / 20$

$\rightarrow x = - 30 \text{ cm} \rightarrow x' = - 60 \text{ cm}$

Si el objeto se sitúa entre el foco y el polo, la imagen es virtual, mayor y derecha :

$1 / x' + 1 / x = 1 / (-20)$,, $2 = y' / y = - x' / x$

resolviendo el sistema anterior:



$x' = - 2.x \rightarrow - 1 / 2x + 1 / x = 1 / (-20) \rightarrow 1 / 2x = - 1 / 20$

$\rightarrow x = - 10 \text{ cm} \rightarrow x' = + 20 \text{ cm}$

REPERTORIO B. Problema 1.-

Una onda armónica transversal se desplaza en la dirección del eje X en sentido positivo y tiene una amplitud de 2 cm, una longitud de onda de 4 cm y una frecuencia de 8 Hz. Determine:

a) **La velocidad de propagación de la onda.**
b) **La fase inicial, sabiendo que para x = 0 y t = 0 la elongación es y = 2 cm.**
c) **La expresión matemática que representa la onda.**
d) **La distancia mínima de separación entre dos partículas del eje X que oscilan desfasadas π / 3 rad.**

La función de onda es $y = A \cdot \text{sen}\,(w.t - k.x + \Phi)$, siendo

A = Amplitud = 0’02 m ,, w = pulsación , $w = 2.\pi / T = 2.\pi\ .\ F = 2.\pi\ .\ 8 = 16.\pi$ rad/s

k = número de onda , $k = 2.\pi / \lambda = 2.\pi / 0'04 = 50.\pi$ rad/m

Φ = fase inicial , para t = 0 y x = 0 y = 0’02 $\rightarrow 0'02 = 0'02\ .\ \text{sen}\,(\Phi) \rightarrow \text{sen}\,\Phi = 1 \rightarrow \Phi = \pi/2$

La función de onda es $y = 0'02 \cdot \text{sen}\,(16.\pi\ .t - 50.\pi\ .x + \pi/2)$

La velocidad de la onda es $v = \lambda / T = \lambda\ .\ F = 0'04\ .\ 8 = 0'32$ m/s

Si en el mismo instante dos partículas tienen un desfase de π / 3 rad , estarán separadas como mínimo:

$\Phi_1 - \Phi_2 = \pi / 3 \rightarrow (16.\pi\ .t - 50.\pi\ .x_1 + \pi/2) - (16.\pi\ .t - 50.\pi\ .x_2 + \pi/2) = \pi / 3$

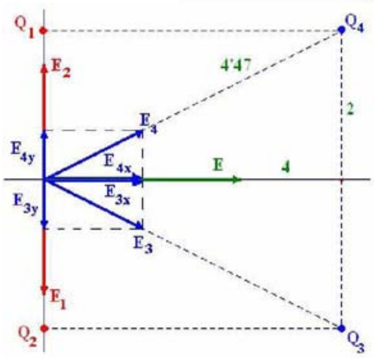
$\rightarrow -50.\pi\ .x_1 + 50.\pi\ .x_2 = \pi / 3 \rightarrow 50.\pi\ .\ (x_2 - x_1) = \pi / 3 \rightarrow x_2 - x_1 = 1 / 150 = 0'0067$ m

REPERTORIO B. Problema 2.-

Dos cargas eléctricas positivas e iguales de valor 3 x 10-⁶ C están situadas en los puntos A (0,2) Y B (0,-2) del plano XY. Otras dos cargas iguales Q están localizadas en los puntos C (4,2) Y D (4,-2). Sabiendo que el campo eléctrico en el origen de coordenadas es E = 4 . 10^3 i N/C, siendo *i* el vector unitario en el sentido positivo del eje X, y que todas las coordenadas están expresadas en metros, determine:

a) **El valor numérico y el signo de las cargas Q.**
b) **El potencial eléctrico en el origen de coordenadas debido a esta configuración de cargas.**

Datos: Constante de la ley de Coulomb K = 9xIO⁹ u.s.i.



La intensidad del campo eléctrico viene dada por la expresión: $E = k\ .\ Q / r^2$

El campo total E será la suma vectorial de los campos creados por cada carga. $\mathbf{E = E_1 + E_2 + E_3 + E_4}$

En el origen de coordenadas, la distancia a Q_1 y a Q_2 es la misma, r = 2.

Como $Q_1 = Q_2 = 3 \cdot 10^{-6} \rightarrow E_1 = E_2$ pero de sentidos opuestos $\rightarrow \mathbf{E_1 + E_2 = 0}$

En el origen de coordenadas el campo total sólo se debe a Q_3 y a Q_4 $\rightarrow \mathbf{E = E_3 + E_4}$

Y como está dirigido en el sentido positivo del eje X, las cargas deben ser negativas.

Al ser la distancia del origen a Q_3 y a Q_4 la misma, $r = (2^2 + 4^2)^{1/2} = 4'47$

$\rightarrow E_3 = E_4 = 9.10^9\ .\ Q / 4'47^2 = 4'5.10^8\ .\ Q \rightarrow E_{3y} = E_{4y}$ y opuestas, $E_{3x} = E_{4x}$ del mismo sentido

$E_{3x} = E_{4x} = E_3\ .\ \cos\theta = 4'5.10^8\ .\ Q\ .\ 4 / 4'47 = 4'03.10^8\ .\ Q$

$\rightarrow \mathbf{E = E_{3x} + E_{4x} = 2.\ E_{3x}} \rightarrow 4.10^3 = 2 \cdot 4'03.10^8\ .\ Q \rightarrow Q = 4.10^3 / 2 \cdot 4'03.10^8 = 4'97\ .\ 10^{-6} \rightarrow Q_3 = Q_4 = -\ 4'97\ .\ 10^{-6}$ culombios

El potencial viene dado por la expresión $V = k\ .\ Q / r$

El potencial total será la suma escalar: $V = k\ .\ Q_1 / r_1 + k\ .\ Q_2 / r_2 + k\ .\ Q_3 / r_3 + k\ .\ Q_4 / r_4$

$V = 9.10^9\ .\ 3.10^{-6} / 2 + 9.10^9\ .\ 3.10^{-6} / 2 + 9.10^9\ .\ (-4'97).10^{-6} / 4'47 + 9.10^9\ .\ (-4'97).10^{-6} / 4'47 = 6987$ volts

Problema 2A.- En un tiempo determinado, una fuente radiactiva A tiene una actividad de 1,6.10^{11} Bq y un periodo de semi desintegración de 8,983 x 10^5 s. Y una segunda fuente B tiene una actividad de 8,5 x 10^{11} Bq. Las fuentes A y B tienen la misma actividad 45,0 días más tarde. Determine:
a) La constante de desintegración radiactiva de la fuente A
b) El número de núcleos iniciales de la fuente A.
c) El valor de la actividad común a los 45 días.
d) La constante de desintegración radiactiva de la fuente B.
Nota: 1 Bq= 1 desintegración/segundo

Para la fuente A:

$$T = \ln 2 / \lambda \rightarrow \lambda = \ln 2 / T = \ln 2 / 8'983.10^5 = 7'7.10^{-7}\ s^{-1}$$

$$A = \lambda \cdot N \rightarrow N_o = A_o / \lambda = 1'6.10^{11} / 7'7.10^{-7} = 2'07.10^{17} \text{ núcleos iniciales}$$

La actividad al cabo de 45 días será:

$$A = A_o.e^{-\lambda.t} \rightarrow A = 1'6.10^{11} . e^{-7'7.10-7.45.24.3600} = 8'02.10^9 \text{ Bq}$$

Para la fuente B:

La actividad inicial, hace 45 días, era:

$$A = A_o.e^{-\lambda.t} \rightarrow 8'02.10^9 = 8'5.10^{11} . e^{-\lambda .45.24.3600} \rightarrow 0'00944 = e^{-\lambda .45.24.3600} \rightarrow \lambda = 1'2.10^{-6}\ s^{-1}$$

Problema 1B.- Un rayo de luz roja que se propaga en el aire tiene una longitud de onda de 650 nm. Al incidir sobre la superficie de separación de un medio transparente y penetrar en él, la longitud de onda del rayo pasa a ser de 500 nm
a) Calcule la frecuencia de la luz roja.
b) Calcule el índice de refracción del medio transparente para la luz roja.
c) Si el rayo incide desde el aire con un ángulo de 30° respecto a la normal, ¿cuál será el ángulo de refracción en el medio transparente?
d) Si el rayo se propagara por el medio transparente en dirección haciaa el aire, ¿cuál sería el ángulo de incidencia a partir del cual no se produce refracción?
Datos: Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \times 10^8$ m/s

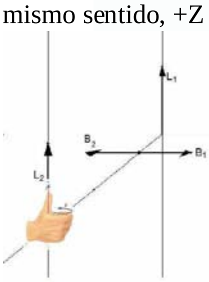
$$c = \lambda.F \rightarrow F = c / \lambda = 3.10^8 / 650.10^{-9} = 4'62.10^{14} \text{ Hz}$$
$$v = \lambda.F = 500.10^{-9} \cdot 4'62.10^{14} = 2'31.10^8 \text{ m/s}$$
$$n = c / v = 8.10^8 / 2'31.10^8 = 3'46$$
$$n_i \cdot \text{sen } i = n_r \cdot \text{sen } r \rightarrow 1 \cdot \text{sen } 30 = 3'46 \cdot \text{sen } r \rightarrow \text{sen } r = 0'145 \rightarrow r = 8'3^o$$

El ángulo límite es tal que el de refracción es 90º

$$n_i \cdot \text{sen } i = n_r \cdot \text{sen } r \rightarrow 3'46 \cdot \text{sen } L = 1 \cdot \text{sen } 90^o \rightarrow \text{sen } L = 0'289 \rightarrow L = 16'8^o$$

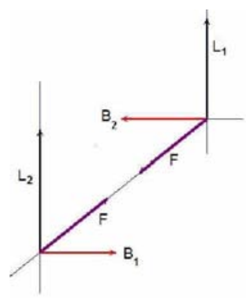
Problema 2B.- Un hilo conductor rectilíneo de longitud infinita está situado en el eje Z y transporta una corriente de 20 A en el sentido positivo de dicho eje. Un segundo hilo conductor, también infinitamente largo y paralelo al anterior, corta al eje X en el punto de coordenada x = 10 cm. Determine:
a) La intensidad y el sentido de la corriente en el segundo hilo, sabiendo que el campo magnético resultante en el punto del eje X de coordenada x = 2 cm es nulo.
b) La fuerza por unidad de longitud que actúa sobre cada conductor, explicando cuál es su dirección y sentido.
Dato Permeabilidad magnética del vacío $\mu = 4\pi . 10^{-7} = N\ A^{-2}$

a) El hilo L_1 por el que pasan 20A crea un campo B_1 en el punto (2,0,z) con sentido +Y. Para que el campo total sea nulo, la corriente del hilo L_2 debe ser tal que el campo que cree B_2 sea opuesto e igual a B_1, por tanto la corriente en L_2 tiene el mismo sentido, +Z



$$B = \frac{\mu \cdot I}{2\cdot\pi\cdot a}$$

$$B_1 = B_2 \rightarrow \frac{\mu\cdot I_1}{2\cdot\pi\cdot a_1} = \frac{\mu\cdot I_2}{2\cdot\pi\cdot a_2} \rightarrow \frac{20A}{2cm} = \frac{I_2}{10cm} \rightarrow I_2 = 100A$$



b) El campo magnético B_1 creado por el hilo L_1 en el punto donde está el otro hilo es: $B_1 = \frac{\mu\cdot I_1}{2\cdot\pi\cdot a}$

El hilo L_2 se ve sometido a una fuerza por estar dentro de un campo magnético:

$$\vec{F} = I\cdot(\vec{L} \wedge \vec{B}) \rightarrow F = I_2\cdot L_2 \cdot B_1 \cdot \text{sen}90 = \frac{I_2\cdot L_2\cdot\mu\cdot I_1}{2\cdot\pi\cdot a} \rightarrow \frac{F}{L_2} = \frac{\mu\cdot I_1\cdot I_2}{2\cdot\pi\cdot a}$$

Por la misma razón el hilo L_1 se ve sometido a una fuerza por unidad de longitud, que debe ser igual y opuesta, principio de acción y reacción

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu\cdot I_1\cdot I_2}{2\cdot\pi\cdot a} = \frac{4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\cdot 20\cdot 100}{2\cdot\pi\cdot 0'1} = 4.10^{-3}\text{ N/m}$$