

Realiza las operaciones que se piden con polinomios:

1. Si $P(x) = 4x^3 - 3x^2 + 1$ y $Q(x) = 3x^2 - 3x + 2$, se pide:

1. $P - Q$

2. $3P + 2Q$

3. $P + Q$

4. $P \cdot Q$

2. Si $P(x) = x^3 - x^2 - 3x + 1$, $Q(x) = 2x^2 - 2x + 1$ y $R(x) = 2x^3 - 6x^2 + 6x - 1$, se pide:

1. $P + Q$

2. $P - Q + R$

3. $2P - 3R$

4. $P \cdot Q - R$

5. $P + Q - R$

6. $Q \cdot (2P - R)$

3. Dados los polinomios: $P(x) = x^4 + 3x^3 + 2x^2 - 1$; $Q(x) = x^2 - 4x + 1$ y $R(x) = 2x^4 - x^3 + x^2 - 9$, calcula:

1. $P + Q$

2. $P + R$

3. $P + Q + R$

4. $P - Q$

5. $R - Q$

4. Multiplica:

1. $(x^2 - 3x + 1) \cdot (x + 2)$

2. $(2x^3 - 3x^2 + 2) \cdot (2x - 1)$

3. $(x^2 + x - 2) \cdot (x^2 + 1)$

5. Opera y reduce las siguientes expresiones:

1. $(2x^2) - 3x(2x^2 - 3x) + 2(x^2 - 2x)$

2. $3x(3 - x) + 4(x^2 - 3x)$

3. $x^2 - 3x(-5x) - x(x - 3x)$

4. $(x^2 - 3x + 2) \cdot (3x - 2)$

5. $(x - 3)(x^2 - 3x + 1)$

6. $(x - 3)(-2x + 3)$

6. Efectúa las operaciones y simplifica:

1. $4(x^2 - 5x + 5) - (2x^2 - 3x + 9)$

2. $2x(5x - 2x^2 - 3) + 6(x^2 - 3x + 5)$

3. $3 \cdot \left(\frac{5x - 2}{3} + \frac{2x - 3}{2} - 5 \right)$

4. $2 \cdot \left(\frac{3(x - 1)}{2} - \frac{3x + 2}{6} + \frac{x}{3} \right)$

5. $-2(x - 3) + 4(x + 3) + 2(3x - 4)$

6. $2(x - 1) + 3(x - 2) + 2(3x - 1) + 5$

7. $(3x^2 - 2x + 1) \cdot (x^2 - 3x - 2)$

7. Desarrolla las siguientes igualdades notables:

1. $(x + 1)^2$

2. $(x - 4)^2$

3. $(2x - 1)^2$

4. $(3x + 2)^2$

5. $\left(\frac{2}{3}x - 3 \right)^2$

6. $\left(\frac{2}{3} + 2x \right)^2$

7. $(x - y)^2$

8. $\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{3} \right)^2$

9. $(3 - x^2)^2$

10. $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^2$

11. $\left(\frac{x}{2} + x^2\right)^2$

12. $\left(\frac{x}{2} - \frac{3}{4}y\right)^2$

13. $(x+3)(x-3)$

14. $(2+x)(2-x)$

15. $(3-2x)(3+2x)$

16. $(2x-3)(2x+3)$

17. $\left(\frac{1}{2} - x^2\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + x^2\right)$

18. $\left(2 - \frac{1}{x}\right) \cdot \left(2 + \frac{1}{x}\right)$

19. $\left(2x + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(2x - \frac{1}{3}\right)$

20. $(x^2+1)(x^2-1)$

21. $\left(\frac{a}{3} + b\right) \cdot \left(\frac{a}{3} - b\right)$

22. $(x-a)(x+a)$

23. $\left(\frac{x}{2} - 3\right) \cdot \left(\frac{x}{2} + 3\right)$

24. $(a-3b)(a+3b)$

Divide los siguientes polinomios:

1. $(16 - 96x + 216x^2 - 216x^3 + 81x^4) : (2 - 3x)$

2. $(x^3 - x^2 - 9x - 12) : (x^2 + 3x + 3)$

3. $(2y^3 - 3y^2 - 6y - 1) : (2y^2 - 5y - 1)$

4. $(6a^3 - a^2 - 14a + 3) : (3a^2 + 4a - 1)$

5. $(6b^5 - 13b^4 + 4b^3 + 3b^2) : (3b^3 - 2b^2 - b)$

6. $(6x^5 - x^4 + 4x^3 - 5x^2 - x - 15) : (2x^2 - x + 3)$

7. $(2a^3 + 10 - 16a - 39a^2 + 15a^4) : (2 - 4a - 5a^2)$

8. $(x^4 + 4a^4) : (x^2 + 2xa + 2a^2)$

9. $(x^4 + x^3 + 7x^2 - 6x + 8) : (x^2 + 2x + 8)$

10. $(30x^4 + 11x^3 - 82x^2 - 5x + 3) : (2x - 4 + 3x^2)$

11. $(30y + 9 - 71y^3 + 28y^4 - 35y^2) : (4y^2 - 13y + 6)$

12. $(6n^5 - 15n^4 + 4n^3 + 7n^2 - 7n + 2) : (3n^3 - n + 1)$

13. $(2x^3 - 8x + x^4 + 12 - 7x^2) : (x^2 + 2 - 3x)$

14. $(x^5 - 2x^4 - 4x^3 + 19x^2) : (x^3 - 7x + 5)$

15. $(192 - x^4 + 128x + 4x^2 - 8x^3) : (16 - x^2)$

16. $(\frac{1}{8}a^3 - \frac{9}{4}a^2x + \frac{27}{2}ax^2 - 27x^3) : (\frac{1}{2}a - 3x)$
17. $(\frac{1}{27}x^3 - \frac{1}{12}x^2 + \frac{1}{16}x - \frac{1}{64}) : (\frac{1}{3}x - \frac{1}{4})$
18. $(\frac{9}{16}x^4 - \frac{3}{4}x^3 - \frac{7}{4}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{16}{9}) : (\frac{3}{2}x^2 - \frac{8}{3} - x)$

Divide por Ruffini:

1. $(x^3 - 7x^2 + 11x - 5) : (x - 3)$
2. $(2x^3 + 7x^2 - 9x + 2) : (x - 2)$
3. $(4x^3 - 5x^2 + 11x - 7) : (x + 9)$
4. $(x^2 + 4x + 7) : (x + 3)$
5. $(2x^4 - 12x^2 - 5) : (x + 3)$
6. $(3x^3 + 2x - 3) : (x + 2)$
7. $(3x^4 - 2x^3 + x^2 - 5x + 1) : (x - 2)$
8. $(x^4 - 3x^3 - 2x - 3) : (x + 2)$
9. $(6x^4 - x^3 - 42x^2 + 15x + 50) : (x - 2)$
10. $(-x^3 + 37x + 84) : (x + 3)$
11. $(-2x^3 + 5x^2 + 43x - 90) : (x - 2)$
12. $(x^3 - 2x^2 - 3) : (x - 1)$
13. $(2x^3 - x^2 + 3) : (x + 1)$
14. $(x^4 - x^2 - 5) : (x + 2)$
15. $(a^3 + 4a^2 - 6) : (a - 2)$

Teorema de Resto y del Factor:

1. ¿Para qué valor de p, el polinomio $(3x^2 - px + 10)$ es divisible por $(x - 5)$?
2. ¿Para qué valor de a, el polinomio $(x^2 - 7x + a)$ es divisible por $(x - 2)$?
3. ¿Qué valor ha de tomar b para que el polinomio $(3x^3 - 7x^2 - 9x - b)$ sea divisible por $(x - 3)$?
4. ¿Qué número se ha de añadir al polinomio $(x^3 + 2x^2)$ para que sea divisible por $(x + 4)$?
5. ¿Qué valor ha de tomar k para que el polinomio $(x^4 - 3x^3 + 2x^2 - kx + 1)$ sea divisible por $(x - 2)$?
6. Halla el valor de a para el cual el polinomio $(x^3 - 5x^2 + ax - 12)$ sea divisible por $(x + 2)$
7. ¿Qué valor ha de tener b para que $(x + 3)$ sea un factor de $(x^3 - 4x - 12b)$?
8. En el polinomio $(5x^4 - 7x^3 + 2x^2 + 4x + m)$, determina el valor de m para que al dividirlo por $(x + 2)$ dé 130 de resto.
9. ¿Qué valor ha de tener m para que $(x^4 - 7x^3 - 19x^2 + 163x - m)$ sea divisible por $(x + 5)$?
10. ¿Qué valor ha de darse a b para que el binomio $(x - 3)$ sea un factor del polinomio $(x^4 - 3x^3 - 4x^2 - 12x + b)$?

Descomposición Factorial (Factorización) de polinomios:

1. Extrae factor común:

1. $3x^2-2x+3x^3$

2. $12x^2y^3-4x^3y-6x^2y^2$

3. a^3-3a^2+4a

4. $4x^2y^3-3xy^3-3xy^2$

5. $(x-1)x^2-3x(x-1)+2x^3(x-1)^2$

6. $2x^4-6(x-1)x^2+4x^3$

2. Expresa en forma de producto:

1. x^2-6x+9

2. x^2-y^2

3. $4x^2-9y^2$

4. $4x^2-12x+9$

5. $2x^2+4x+2$

6. $x^2-x+1/4$

3. Factoriza:

1. $x^4-x^3-x^2+x$

2. $3x^3+3x^2-18x$

3. $x^4-2x^3-13x^2+38x-24$

4. $x^4-3x^3+3x^2-3x+2$

5. $x^5-5x^4+7x^3-3x^2$

6. $2x^3-2x^2-12x$

7. $3x^4+6x^3+6x^2+6x+3$

8. $x^4+x^3-7x^2-x+6$

9. $x^4+3x^3+4x^2+6x+4$

10. $4x^4-6x^3+2x^2$

4. Calcula el m.c.m y el M.C.D en los siguientes casos:

a) a^2+ab ; a^2-b^2

b) x^2-y^2 ; $(x+y)^2$

c) $2x^2-2xy$; x^3-x^2y

d) $6x^2-9xy$; $4x^2-9y^2$

e) x^3+x^2y ; x^3+y^3

f) a^3b-ab^3 ; $a^5b^2-a^2b^5$

g) a^3-a^2x ; a^3-a^2x ; a^4-ax^3

h) a^2-4x^2 ; a^2+2ax

i) a^2bx+ab^2x ; a^2b-b^3

j) $2x^2y-6xy^2$; x^2-9y^2

k) x^3+3x^2-4 ; $x^4-3x^3-3x^2+11x-6$; x^3-2x^2-5x+6

l) $4x^4+16x^3-8x^2-48x+36$; $x^3+7x^2+16x+12$; $2x^3+8x^2+2x-12$

m) x^3-3x^2 ; x^3-x^2-2x ; $x^4-5x^3+3x^2+9x$

Simplifica:

1. $\frac{x(x+2)}{2(x+2)}$

2. $\frac{x^2 - 2x}{3x}$

3. $\frac{3x^2(x+2)}{x(x+2)}$

4. $\frac{x^2 + 5x}{x^2}$

5. $\frac{x(x-2)}{3x^2}$

6. $\frac{x^3(x+1)}{x(x+1)}$

7. $\frac{3x+9}{x+3}$

8. $\frac{(2x^2+2x)}{2(x+1)}$

9. $\frac{x^3 - 2x^2}{x(x-2)}$

10. $\frac{x^2 - 2x + 1}{x(x-1)}$

11. $\frac{x^2 - 4x}{x^2 - 16}$

12. $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - x - 6}$

13. $\frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6}$

14. $\frac{x^3 + x^2 - 2x}{x^2 + 2x}$

15. $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$

16. $\frac{x^2 - 1}{(x-1)^2}$

17. $\frac{x^2 - 4}{2x - 4}$

18. $\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 4}$

19. $\frac{x^2 - 16}{x^2 + 8x + 16}$

20. $\frac{x(x+2)}{x^2 + 4x + 4}$

21. $\frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 9}$

22. $\frac{x^2 - 9}{x^4 - 81}$

23. $\frac{x^2 + 3x}{x^2 + x - 6}$

24. $\frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 - x^2}$

25. $\frac{x^3 + 4x^2 + 3x}{x^2 + x - 6}$

26. $\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 4x - 5}$

Haz las operaciones indicadas y simplifica:

$$1. \frac{3}{x+1} - \frac{2}{x^2-1} + \frac{x}{x-1}$$

$$2. \frac{3x}{x-1} - \frac{x+2}{x+1} - \frac{3x-1}{x^2-1}$$

$$3. \frac{\frac{3}{x+1} - \frac{2}{x^2-1} + \frac{x}{x-1}}{\frac{x+5}{x-5}}$$

$$4. \frac{\frac{3}{x+1} - \frac{2}{x^2-1} + \frac{x}{x-1}}{\frac{x^2-25}{x^2-4x-5}}$$

$$5. \frac{\frac{3}{x+1} - \frac{2}{x^2-1} + \frac{x}{x-1}}{\frac{x^2-6x+5}{x^2-1}}$$

$$6. \frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{x}{x^2-1}$$

$$7. \frac{x-1}{x^2+2x+1} - \frac{x}{x+1} - \frac{1}{x-1}$$

$$8. \frac{x}{x^2-x} + \frac{1}{x-1} + \frac{x-1}{x^2-1}$$

$$9. \frac{x^2+x}{x^2-1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1}$$

$$10. \frac{x}{x^2-1} + \frac{x}{x+1} - \frac{x}{x-1}$$

$$11. \frac{1}{x+1} - \frac{x^2+1}{x^2-1} - \frac{1}{x-1} + \frac{x}{x+1}$$

$$12. \frac{x-1}{x^2+x} - \frac{3(x-1)}{x} + \frac{2x}{x+1}$$

$$13. \frac{x+2}{x^2-x} - \frac{2}{x-1} + \frac{3x}{x^2-1}$$

Haz las operaciones indicadas y simplifica:

$$1. \frac{5a^2b^3c}{4a^2} \frac{2a^3b}{a^2b^2d}$$

$$2. \frac{ab-b^2}{3a} \frac{6a}{8b}$$

$$3. \frac{a+x}{a^2-x^2} \frac{a-x}{x^2+a^2}$$

$$4. \frac{a-1}{2a+1} \frac{1-4a^2}{ab-b}$$

$$5. \frac{a^2-b^2}{3c-3d} \frac{c-d}{a+b}$$

$$6. \left(a + \frac{b^2-a^2}{a} \right) a$$

$$7. \left(x + \frac{a}{b} \right) \left(x - \frac{a}{b} \right)$$

$$8. \frac{a^2-4}{a+3} \frac{a^2-9}{a+2} \frac{a}{a-3}$$

$$9. \frac{6ab}{3c-d} \left(\frac{c+d}{4} - \frac{d}{3} \right)$$

$$10. \frac{a^2x^2+2abx+b^2}{ax-b} \frac{a^2x^2-b^2}{ax+b} \frac{3}{(ax+b)^2}$$

$$11. \left(\frac{1}{1+x^2} + \frac{2x^2}{1-x^4} \right) \left(\frac{1}{x^2} - 1 \right)$$

$$12. 5ab : \frac{5a^2b}{2c}$$

13. $\frac{2xy^2}{7ab} : 4x^2y^2$

14. $\frac{3x^2y^2}{5ab^2} : \frac{6x^2y}{15a^2b^2}$

15. $\frac{a+b}{a-b} : \frac{a^2-b^2}{a+b}$

16. $\frac{1}{a+b} : \frac{1}{a^2-b^2}$

17. $\frac{3a}{a+b} : \frac{2a}{a^2+2ab+b^2}$

18. $\frac{x^3-x}{3x-6} : \frac{5x+5}{2x-4}$

19. $\frac{5m^2c^2-20n^2d^2}{mc+2nd} : \frac{x^2-y^2}{x-y}$

20. $\frac{x^2y^2-2xyz+z^2}{xy-z} : \frac{x^2y^2-z^2}{xy+z}$

21. $(x^2-y^2) : \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$

22. $\left(x - \frac{x-y}{1+xy}\right) : \left(1 + \frac{x(x-y)}{1+xy}\right)$

23. $\frac{x^4-y^4}{x^3-y^3} : \frac{x^2+y^2}{x^2+xy+y^2}$

maristas

Colexio Santa María - Ourense

Haz las operaciones indicadas y simplifica:

$$1. \frac{x-2}{6x+6} - \frac{x+2}{2x+2} + \frac{3-x}{4x+4}$$

$$2. \frac{x-y}{x+y} - \frac{3x^2-y^2}{x^2+2xy+y^2}$$

$$3. \frac{1+x}{1-x} + \frac{1-x}{1+x} - \frac{x^2}{1-x^2} + 1$$

$$4. \frac{x}{x^2-y^2} + \frac{1}{(x-y)^2} - \frac{1}{(x+y)^2} - \frac{4xy}{(x^2-y^2)^2}$$

$$5. \frac{9-13x-13x^2}{x^3+x^2-12x} - \frac{x-3}{x+4} + \frac{x+4}{x-3}$$

$$6. \frac{x^2-3y^3}{x^3-x^2y-xy^2+y^3} - \frac{2y^2}{x^2-2xy+y^2} - 1 + \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$$

$$7. \frac{3a}{3ab-2b^2} + \frac{3a+2b}{12ab} - \frac{4b}{9a^2-6ab}$$

$$8. \frac{ab(6ab-5b^2)}{(4a^2-b^2)^2} - \frac{b^2}{4a^2+4ab+b^2} - \frac{a^2+b^2}{4a^2-b^2} + \frac{a^2}{4a^2-4ab+b^2}$$

$$9. \frac{2x-3(x-1)}{x^2-3x} - \frac{x-(3x+1)}{x+2} + \frac{10+(5-x)(x-3)-(x-1)(x+2)}{x^2-x-6}$$

$$10. \frac{(x^n-1)^{-1} + x^n(1-x^n)^{-1}}{2} + \frac{2^{-1}}{x^n}$$

$$11. \left(\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2} \right) \left(\frac{1}{x} - 1 \right)$$

$$12. \frac{x^2-y^2}{x-y} \cdot \frac{x+y}{x^2+2xy+y^2}$$

$$13. \left(\frac{1}{x} - x \right) \left(\frac{1}{x} + x \right) \left(\frac{1}{x+1} - 1 \right)$$

$$14. \left(x + \frac{x}{3} + \frac{2}{3}x \right) \frac{3x}{2(x+1)(x-1)}$$

$$15. \left(1 + \frac{x}{1-x} \right) \left(1 - \frac{x}{1+x} \right) \left(1 - x^2 - \frac{1-x^2}{x} \right)$$

$$16. \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 - y^2} \cdot \frac{x^4 - y^4}{x^2 + y^2}$$

$$17. \frac{16x^4 - 81y^4}{4x^2 - 12xy + 9y^2} \cdot \frac{4x^2 - 9y^2}{16x^4 + 72x^2y^2 + 81y^4}$$

$$18. \frac{4a^2 - 4}{(a+1)^2 - a} \cdot \frac{a^3 - 1}{a^3 + 2a^2} \cdot \frac{a^4 + 2a^3}{a^2 - 1}$$

$$19. \frac{x^2 - x - 2}{x + 3} \cdot \frac{x^2 + 2x - 3}{(x-2)^3} \cdot \frac{(x-2)^2}{x^2 - 1}$$

$$20. \frac{(x-y)^2 - z^2}{x + y + z} \cdot \frac{x^2 - (y+z)^2}{x - y + z} \cdot \frac{1}{x - y - z}$$

$$21. \frac{ax + ay}{bx - by} \cdot \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - y^2} \cdot \frac{b}{ay - a}$$

$$22. \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right) \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) \left(\frac{xy}{x^2 + y^2} \right)$$

$$23. \left(\frac{x}{y^3} - \frac{1}{y^2} \right) \left(\frac{x-y}{y} + \frac{2x}{x-y} - \frac{x^2}{xy - y^2} \right)$$

$$24. \frac{3a+3}{12-12a} \cdot \frac{(a+1)^2}{a^2-1}$$

$$25. \left(1 + \frac{a}{b} \right) \cdot \frac{a^2 - b^2}{ab - b^2}$$

$$26. \left[\left(\frac{x}{y} - y \right) \left(\frac{x}{y} + y \right) \right] \cdot \left(\frac{x}{x^2 - y^4} - \frac{1}{x - y^2} \right)$$

$$27. \left(x^2 - x + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) \cdot \left(x - 1 + \frac{1}{x} \right)$$

$$28. \left[\left(\frac{9x^2 + 4y^2}{6xy} - 2 \right) \cdot \left(\frac{9x^2 + 4y^2}{6xy} + 2 \right) \right] \cdot \left(\frac{3x}{3x-2y} \cdot \frac{2b}{3x+2y} \right)^2$$

$$29. \left(\frac{2x - 8x^2}{16x^2 - 1} \cdot \frac{16x^2 + 1 + 8x}{6x} \right) \cdot \frac{4x - 16x^2 + 2}{24x^2 - 12x}$$

$$30. \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^2 + 2xy + y^2} : \frac{x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3}{x^2 - y^2}$$

$$31. \left(\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - x} : \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 4x + 4} \right) : \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 2x + 1}$$

$$32. \frac{1 - \frac{x}{y}}{1 + \frac{x}{y}} : \frac{1 + \frac{y}{x}}{1 - \frac{y}{x}}$$

$$33. \frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}{\frac{x}{y} - 2 + \frac{y}{x}} : \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{x} \right)$$

$$34. \frac{\frac{x-y}{x+y} - \frac{x+y}{x-y}}{\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} - \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}} : \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right)$$

$$35. \frac{1 + \frac{2x}{y}}{1 + \frac{(2x-y)^2}{8xy}} \cdot \left(\frac{y}{2x} + 1 \right) + \frac{\frac{2x}{2x+y} + \frac{y}{2x-y}}{\frac{y}{2x+y} - \frac{2x}{2x-y}}$$

$$36. \frac{(x-y)^2 - \left(\frac{1}{2}x - 2y \right)^2}{\frac{1}{2}x - y + \frac{x-2y}{x}} : \frac{\left(\frac{1}{2}x - 2y \right)^2 - (x-y)^2}{\frac{x+2y}{x} - \frac{1}{2}x + y}$$

$$37. \frac{\left(\frac{x}{y} - 1 \right) \left(\frac{x}{y} + 1 \right)}{\left(\frac{x^2}{y^2} - 1 \right) \left(\frac{x^2}{y^2} + 1 \right)} : \frac{\left(\frac{2x}{3y} - \frac{3y}{2x} \right) : \left(\frac{3y}{2x} - \frac{2x}{3y} \right)}{\frac{5(x^2 + y^2) + 8xy}{(x-y)^2 - (x+y)^2}}$$

$$38. \frac{\left[\left(\frac{x+2y}{2} - \frac{\frac{1}{4}x^2 + y^2}{\frac{x-2y}{2}} \right) \left(\frac{x-2y}{2} + \frac{\frac{x^2 + 4y^2}{4}}{\frac{x+2y}{2}} \right) \right]}{\left\{ \left[\left(1 - \frac{x}{x+2y} \right) \frac{x^2 - 4y^2}{2x} \right] : \left(1 + \frac{2y}{x} \right) \right\} : \left(\frac{x}{2} - \frac{x^2 + 4y^2}{2x + 4y} \right)}$$