EJERCICIOS PROPUESTOS

15.1 El número de libros leídos por los miembros de un círculo de lectores en un mes se resume en esta tabla.

N.° de personas f_i
5
12
18
11
7
4
1

Halla la media de libros leídos a lo largo de un mes.

$$\overline{x} = \frac{1 \cdot 5 + 2 \cdot 12 + 3 \cdot 18 + 4 \cdot 11 + 5 \cdot 7 + 6 \cdot 4 + 7 \cdot 1}{5 + 12 + 18 + 11 + 7 + 4 + 1} = 3,3 \text{ libros}$$

15.2 Estas son las edades de los niños que acuden al Servicio de Urgencias de un hospital pediátrico.

Edad (años)	Número de niños
[0, 2)	12
[2, 4)	8
[4, 6)	5
[6, 8)	7
[8, 10)	3

Calcula la edad media de los niños.

Utilizando las marcas de clase:
$$\overline{x} = \frac{1 \cdot 12 + 3 \cdot 8 + 5 \cdot 5 + 7 \cdot 7 + 9 \cdot 3}{12 + 8 + 5 + 7 + 3} = 3,9$$
 años

15.3 El número de libros leídos por los miembros de un círculo de lectores, a lo largo de un mes, viene dado por la siguiente tabla. Halla la moda.

N.º de libros x _i	1	2	3	4	5	6	7
$N.^{\circ}$ de personas f_i	5	12	18	11	7	4	1

La moda es el valor con mayor frecuencia, por tanto: Mo 5 3 libros

15.4 Estas son las edades de los niños que acuden al servicio de Urgencias de un hospital pediátrico. Halla la moda.

Edad (años)	[0, 2)	[2, 4)	[4, 6)	[6, 8)	[8, 10)
N.º de niños	12	8	5	7	3

En este caso, la moda es la marca de la clase con mayor frecuencia, por tanto: $M_o = 1$ año.

15.5 Halla la mediana de estas series estadísticas.

- a) La serie ordenada de menor a mayor es 9, 10, 13, 14, 15, 17, 23. La mediana es el valor central: M=14
- b) La serie ordenada de menor a mayor es 3, 4, 7, 9, 11, 17, 21, 43. La mediana es la media de los dos valores centrales

$$M=\frac{9+11}{2}=10.$$

15.6 Determina la mediana de la distribución.

Altura (cm)	[0, 5)	[5, 10)	[10, 15)	[15, 20)
N.º de plantas	3	6	7	4

Se realiza una tabla con las frecuencias absolutas acumuladas F_i :

Altura	N.º de plantas	F _i
[0, 5)	3	3
[5, 10)	6	9
[10, 15)	7	16
[15, 20)	4	20

La mitad del número de datos es $\frac{20}{2}$ = 10, luego la clase mediana es [10, 15), ya que es la primera cuya frecuencia acumulada supera ese valor. La mediana es la marca de esta clase: M = 12,5.

15.7 El número de libros leídos por los alumnos de 3.º de ESO durante el curso viene dado por la siguiente tabla. Halla los cuartiles.

N.º de libros x _i	1	2	3	4	5	6	7
$N.^{\circ}$ de alumnos f_i	5	12	18	11	7	4	1

Se realiza una tabla con las frecuencias absolutas acumuladas F;

N.° de libros x_i	1	2	3	4	5	6	7
N.° de alumnos f_i	5	12	18	11	7	4	1
F _i	5	17	35	46	53	57	58

La cuarta parte del número de datos es $\frac{58}{4}$ = 14,5. El primer cuartil es el primer valor cuya frecuencia acumulada supera ese valor: $Q_1 = 2$ libros

La mitad del número de datos es $\frac{58}{2}$ = 29. El segundo cuartil es el primer valor cuya frecuencia acumulada supera ese valor: O_2 = 3 libros

Tres cuartos del número de datos es 3 $\cdot \frac{58}{4} = 43,5$. El tercer cuartil es el primer valor cuya frecuencia acumulada supera ese valor: $Q_3 = 4$ libros

15.8 Estas son las edades de los niños que acuden al Servicio de Urgencias de un hospital pediátrico. Halla los cuartiles.

Edad (años)	[0, 2)	[2, 4)	[4, 6)	[6, 8)	[8, 10)
N.º de niños	12	8	5	7	3

Se realiza una tabla con las frecuencias absolutas acumuladas F_i :

Edad (años)	[0, 2)	[2, 4)	[4, 6)	[6, 8)	[8, 10)
N.º de niños	12	8	5	7	3
F _i	12	20	25	32	35

 $\frac{35}{4}$ = 8,75. Q_1 es la marca de la primera clase cuya frecuencia acumulada supera ese valor, que es [0, 2): Q_1 = 1año

 $\frac{35}{2}$ = 17,5. Q_2 es la marca de la primera clase cuya frecuencia acumulada supera ese valor, que es [2, 4): Q_2 = 3 años

 $\frac{3}{4} \cdot 35 = 26,25$. Q_3 es la marca de la primera clase cuya frecuencia acumulada supera ese valor, que es [6, 8): $Q_3 = 7$ años

15.9 Determina el rango de esta distribución.

N.° de libros x_i	1	2	3	4	5	6	7
$N.^{\circ}$ de personas f_i	5	12	18	11	7	4	1

El rango es la diferencia entre el valor mayor y el menor: rango = 7 - 1 = 6 libros.

15.10 Halla el rango de la distribución.

Edad (años)	[0, 2)	[2, 4)	[4, 6)
N.º de niños	12	8	5

Rango = 6 - 0 = 6 años

15.11 Calcula la varianza y la desviación típica de esta distribución.

N.° de libros x_i	1	2	3	4	5	6	7
N.° de personas f_i	5	12	18	11	7	4	1

$$\overline{x} = \frac{5 \cdot 1 + 12 \cdot 2 + 18 \cdot 3 + 11 \cdot 4 + 7 \cdot 5 + 4 \cdot 6 + 1 \cdot 7}{5 + 12 + 18 + 11 + 7 + 4 + 1} = 3,33 \text{ libros}$$

$$s^2 = \frac{5 \cdot 1^2 + 12 \cdot 2^2 + 18 \cdot 3^2 + 11 \cdot 4^2 + 7 \cdot 5^2 + 4 \cdot 6^2 + 1 \cdot 7^2}{5 + 12 + 18 + 11 + 7 + 4 + 1} - 3,33^2 = 1,99$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{1,99} = 1,41 \text{ libros}$$

15.12 Determina la varianza y la desviación típica de la siguiente distribución.

Edad (años)	[0, 2)	[2, 4)	[4, 6)
N.º de niños	12	8	5

Utilizamos las marcas de clase para los cálculos:

$$\overline{x} = \frac{1 \cdot 18 + 3 \cdot 8 + 5 \cdot 5}{18 + 8 + 5} = 2,16 \text{ años}$$

$$s^2 = \frac{18 \cdot 1^2 + 8 \cdot 3^2 + 5 \cdot 5^2}{18 + 8 + 5} - 2,16^2 = 2,27$$

$$s = 2,27 = 1,51$$
 años

15.13 Calcula el coeficiente de variación de esta distribución.

N.° de libros x_i	1	2	3	4	5	6	7
N.° de personas f_i	5	12	18	11	7	4	1

$$\overline{x} = \frac{1 \cdot 5 + 2 \cdot 12 + 3 \cdot 18 + 4 \cdot 11 + 5 \cdot 7 + 6 \cdot 4 + 7 \cdot 1}{5 + 12 + 18 + 11 + 7 + 4 + 1} = 3,33$$

$$s = \sqrt{\frac{1^2 \cdot 5 + 2^2 \cdot 12 + 3^2 \cdot 18 + 4^2 \cdot 11 + 5^2 \cdot 7 + 6^2 \cdot 4 + 7^2 \cdot 1}{5 + 12 + 18 + 11 + 7 + 4 + 1}} - 3,33^2 = 1,41$$

$$CV = \frac{s}{\overline{x}} = \frac{1.41}{3.33} = 0.42$$

15.14 Halla el coeficiente de variación de la siguiente distribución.

Altura (cm)	[0, 5)	[5, 10)	[10, 15)	[15, 20)
N.º de plantas	3	6	7	4

Utilizamos las marcas de clase para los cálculos:

$$\overline{x} = \frac{2,5 \cdot 3 + 7,5 \cdot 6 + 12,5 \cdot 7 + 17,5 \cdot 4}{20} = 10,5 \text{ cm}$$

$$s = \sqrt{\frac{2,5^2 \cdot 3 + 7,5^2 \cdot 6 + 12,5^2 \cdot 7 + 17,5^2 \cdot 4}{20} - 10,5^2} = 4,85 \text{ cm}$$

$$CV = \frac{4,85}{10.5} = 0,46$$

15.15 Halla la media y la desviación típica de la distribución.

X _i	6	7	9	11	13	15
f _i	4	6	7	5	2	1

Dispón los cálculos en forma de tabla.

X _i	f _i	$x_i \cdot f_i$	X_i^2	$f_i \cdot x_i^2$
6	4	24	36	144
7	6	42	49	294
9	7	63	81	567
11	5	55	121	605
13	2	26	169	338
15	1	15	225	225
	25	225		2 173

$$\overline{x} = \frac{225}{25} = 9$$

$$s^2 = \frac{2173}{25} - 9^2 = 5,92$$

$$s = \sqrt{5.92} = 2.43$$

15.16 Calcula la media y la varianza de esta distribución.

Talla (cm)	[0, 5)	[5, 10)	[10, 15)	[15, 20)
N.º de piezas	7	12	16	5

Utiliza la calculadora científica.

$$\bar{x} = 9,88 \text{ cm}$$
 $s^2 = 21,14$

15.17 Calcula la media aritmética trucada al 20 % del siguiente conjunto de datos.

Ordenamos los datos de menor a mayor: 4, 21, 295, 297, 298, 300, 302, 303, 623, 802 Como el 20 % de los 10 datos es 2, quitamos dos valores por la derecha y otros 2 por la izquierda. La media de los seis valores restantes es:

Media trucada al 20 %:
$$\frac{295 + 297 + 298 + 300 + 302 + 303}{6} = 299,1\hat{6}$$

15.18 Para los datos del ejercicio anterior, calcula, aplicando el criterio dado en el epígrafe, los valores atípicos.

Como
$$Q_1 = 295$$
, $Q_3 = 300$

$$Q_3 + 1.5(Q_3 - Q_1) = 300 + 1.5(300 - 295) = 307.5$$

$$Q_1 - 1.5(Q_3 - Q_1) = 295 - 1.5(300 - 295) = 287.5$$

Los valores atípicos por la derecha son los mayores de 307,5: 623 y 802.

Los valores atípicos por la izquierda son los menores de 287,5: 4 y 21.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Al abrir la biblioteca del Centro Cultural de un pueblo, entran 11 personas cuya edad media es 32 años. Una hora más tarde, no había salido nadie y habían entrado 7 personas más, siendo ahora 39 años la edad media. Entonces, entra un joven y la edad media se reduce a 38 años. ¿Cuántos años tiene el joven?

Calculamos las sumas de las edades de las personas que hay en cada momento. De los incrementos de estas sumas se deduce la edad de la última persona que entra.

$$32 \cdot 11 = 352$$
; $39 \cdot 18 = 702$; $38 \cdot 19 = 722$; $722 - 702 = 20$ años

- 15.20 Un equipo de fútbol tiene 11 jugadores y su talla media es de 1,74 metros. La talla media del equipo contrario es de 1,76 metros.
 - a) ¿Cuál es la talla media del conjunto de los dos equipos?
 - b) Al salir el árbitro, la talla media de todos asciende a 1,76. ¿Cuál es la talla del árbitro?

a)
$$\overline{h} = \frac{11 \cdot 1,74 + 11 \cdot 1,76}{22} = 1,75 \text{ m}$$

b) Cuando el árbitro sale a la pista hay 23 personas en total, siendo la suma de la talla de todos: $23 \cdot 1,76 = 40,48$ m Por tanto, el árbitro mide 40,48 - 38,5 = 1,98 m.

EJERCICIOS PARA ENTRENARSE

Parámetros de centralización

15.21 Calcula la media aritmética, la moda y la mediana de los siguientes datos: -3, 0, 2, 2, 6.

$$\overline{x} = \frac{-3 + 2 \cdot 2 + 6}{5} = 1,4$$
 $M_o = 2$ $M = 2$

$$M_{\circ} = 2$$

$$M = 2$$

15.22 Se ha preguntado a un grupo de 20 jóvenes el número de horas que dedican semanalmente al estudio y se han obtenido los siguientes resultados.

> 8 10 4 0 12 20 16 8 12 14 3 6 8 3 10 15 8 2 10 7

- a) Efectúa el recuento y construye la tabla de frecuencias absolutas.
- b) Calcula la media de la distribución.
- c) Determina la mediana y la moda.
- d) Calcula los cuartiles.

a)	X _i	0	2	3	4	6	7	8	10	12	14	15	16	20
	f_i	1	1	2	1	1	1	4	3	2	1	1	1	1

c)
$$M = M_0 = 8 \text{ h}$$

b)
$$\overline{x} = \frac{2 + 6 + 4 + 6 + 7 + 32 + 30 + 24 + 14 + 15 + 16 + 20}{20} = 8.9 \text{ h}$$
 d) $Q_1 = 6 \text{ h}, Q_2 = 8 \text{ h y } Q_3 = 12 \text{ h}$

15.23 En un garaje están guardados 7 coches de color blanco, 5 de color rojo, 3 grises y 8 negros.

- a) ¿Cuál es la moda de los colores de los coches?
- b) ¿Podemos calcular la media aritmética?

a)
$$M_o =$$
 "negro"

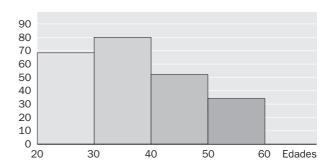
b) No se puede calcular la media porque el carácter no es cuantitativo.

15.24 Las edades de los socios de un club deportivo son las siguientes.

Edad (años)	[20, 30)	[30, 40)	[40, 50)	[50, 60)
N.° de socios	68	80	52	34

- a) Elabora la tabla de frecuencias absolutas y el histograma correspondiente.
- b) Calcula la media, la mediana y la moda de la distribución.
- c) Calcula los cuartiles.

a)	[20, 30)		[30, 40)	[40, 50)	[50, 60)
	X _i	25	35	45	55
	f _i	68	80	52	34
	F _i	68	148	200	234



b)
$$\bar{x} = 37,\hat{2}$$

La clase mediana y la clase modal es [30, 40), por tanto $M = M_0 = 35$

c)
$$\frac{234}{4} = 58.5 \Rightarrow Q_1 = 25$$

$$Q_2 = M = 35$$

$$3 \cdot \frac{234}{4} = 175,5 \Rightarrow Q_3 = 45$$

15.25 Las notas de un examen de Lengua de un grupo de 25 alumnos de 3.º de ESO han sido las siguientes.

- a) Calcula la nota media del grupo.
- b) Determina la nota media del grupo sin contar a los dos alumnos que han sacado un cero.
- c) Calcula la nota media de los alumnos que han aprobado.

a)
$$\overline{x} = \frac{7 \cdot 3 + 6 \cdot 6 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 3 \cdot 3 + 9 \cdot 2 + 16 + 10 + 2}{25} = \frac{135}{25} = 5.4$$

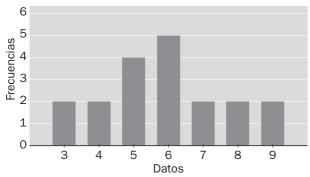
b)
$$\overline{x} = \frac{135}{23} = 5.87$$

c)
$$\overline{x} = \frac{7 \cdot 3 + 6 \cdot 6 + 5 \cdot 3 + 9 \cdot 2 + 16 + 10}{17} = \frac{116}{17} = 6,82$$

15.26 La media aritmética de cuatro números es 5. Si añadimos un nuevo número, el 8, ¿cuál será la media aritmética de los cinco datos?

$$\overline{x} = \frac{5 \cdot 4 + 8}{5} = \frac{28}{5} = 5.6$$

15.27 Observa el siguiente diagrama de barras.



Halla la media, la mediana y la moda de la distribución.

Xi	f_i	$x_i \cdot f_i$
3	2	6
4	2	8
5	4	20
6	5	30
7	2	14
8	2	16
9	2	18
	19	112

$$\overline{x} = \frac{112}{19} = 5,89$$

$$M = 6$$

$$M_{\rm o}=6$$

Parámetros de dispersión

15.28 Calcula el rango, la varianza y la desviación típica de los siguientes datos: -3, 0, 2, 4, 5.

$$\overline{x} = \frac{8}{5} = 1.6$$

$$s^2 = \frac{(-3)^2 + 2^2 + 4^2 + 5^2}{5} - 1,6^2 = 8,24$$

Rango =
$$5 - (-3) = 8$$

$$s = \sqrt{8,24} = 2,87$$

15.29 Estas son las notas obtenidas por Susana y Pedro en cinco exámenes.

Susana	3	5	8	4	7
Pedro	7	2	9	4	5

Halla la nota media, el rango y la desviación típica de ambos.

$$\overline{x}_s = \frac{27}{5} = 5.4$$
 rango_s = 8 - 3 = 5

$$s_s = \sqrt{\frac{3^2 + 5^2 + 8^2 + 4^2 + 7^2}{5} - 5,4^2} = 1,85;$$

$$\overline{x}_p = \frac{27}{5} = 5.4$$
 rango_p = 9 - 2 = 7

$$rango_p = 9 - 2 = 7$$

$$s_p = \sqrt{\frac{7^2 + 2^2 + 9^2 + 4^2 + 5^2}{5} - 5.4^2} = 2.42$$

- 15.30 Las edades de diez niños que asisten a una fiesta son: 8, 7, 9, 5, 6, 5, 8, 7, 9, 10.
 - a) Calcula la media aritmética de los datos.
 - b) Determina el rango y la desviación típica.

a)
$$\bar{x} = \frac{74}{10} = 7.4 \text{ años}$$

b) Rango =
$$10 - 5 = 5$$
 años

b) Rango =
$$10 - 5 = 5$$
 años $s = \sqrt{\frac{8^2 + 7^2 + 9^2 + 5^2 + 6^2 + 10^2}{10} - 7,4^2} = 1,62$ años

15.31 Las temperaturas mínimas registradas en una ciudad a lo largo de una semana, se recogen en esta tabla.

L	M	Х	J	V	S	D
1	-2	3	8	10	12	7

Halla la media y la desviación típica de estos datos.

$$\overline{x} = \frac{39}{7} = 5,57 \text{ °C}$$
 $s = \sqrt{\frac{1^2 + (-2)^2 + 3^2 + 8^2 + 10^2 + 12^2 + 7^2}{7} - 5,57^2} = 4,69 \text{ °C}$

15.32 Calcula el rango, la varianza y la desviación típica de la siguiente distribución.

X _i	f_i
5	8
6	9
7	5
8	2
9	1

Rango = 9 - 5 = 4
$$s^2 = \frac{5^2 \cdot 8 + 6^2 \cdot 9 + 7^2 \cdot 5 + 8^2 \cdot 2 + 9^2 \cdot 1}{25} - \left(\frac{154}{25}\right)^2 = 1,17$$
 $s = \sqrt{1,17} = 1,08$

15.33 El número de llamadas telefónicas diarias recibidas por Carolina en su móvil durante el último mes son las siguientes.

8	1	6	3	7	4	8	5	6	6
2	8	5	8	5	2	7	5	5	3
8	6	2	6	4	6	7	6	7	6

- a) Agrupa los datos en cuatro clases, señalando la marca de clase en cada caso.
- b) Calcula el rango, la varianza y la desviación típica de la distribución.

a)	Intervalo	[1, 3)	[3, 5)	[5, 7)	[7, 9)	
	\boldsymbol{X}_{i}	2	4	6	8	
	f _i	4	4	13	9	30
	$x_i \cdot f_i$	8	16	78	72	174

b) Rango
$$= 8 - 1 = 7$$
 Ilamadas

$$s^2 = 3,84$$

$$s^2 = 3.84$$

 $s = \sqrt{3.79} = 1.96 \text{ llamadas}$

Interpretación conjunta de x y s

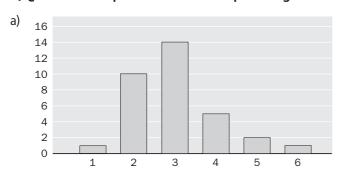
15.34 En una serie de datos, se sabe que \bar{x} – 23,4 y s = 6,2. Calcula el coeficiente de variación y exprésalo en porcentajes.

$$CV = \frac{s}{\overline{x}} = \frac{6.2}{23.4} = 0.26 = 26 \%$$

15.35 Dada la siguiente distribución.

X	(i	1	2	3	4	5	6
1	t i	1	10	14	5	2	1

- a) Elabora la tabla de frecuencias absolutas y el diagrama de barras correspondiente.
- b) Calcula la media y la desviación típica.
- c) Halla el coeficiente de variación.
- d) ¿Consideras que la desviación típica es grande o pequeña respecto de la media?



b)
$$\overline{x} = \frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 14 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 1}{33} = 3$$

c)
$$CV = \frac{s}{x} = \frac{1,04}{3} = 0.35 = 35\%$$

$$s = \sqrt{\frac{1^2 \cdot 1 + 2^2 \cdot 10 + 3^2 \cdot 14 + 4^2 \cdot 5 + 5^2 \cdot 2 + 6^2 \cdot 1}{33} - 3^2} = 1,04$$

d) Es bastante grande.

Para ir a su trabajo, María puede optar por usar su coche o utilizar el transporte público. Durante los diez últimos días ha utilizado, alternativamente, uno u otro medio de transporte y ha anotado los minutos que tarda en cada uno.

Coche	17	25	16	28	26
T. público	21	23	22	24	20

- a) Calcula la media y la desviación típica de los tiempos utilizados en cada caso.
- b) Determina los coeficientes de variación.
- c) ¿Cuál crees que es el más regular de los dos medios de transporte?

a)
$$\overline{x}_{c} = \frac{112}{5} = 22,4$$
 $s_{c} = \sqrt{\frac{17^{2} + 25^{2} + 16^{2} + 28^{2} + 26^{2}}{5}} - 22,4^{2} = 4,92 \text{ min}$ $\overline{x}_{p} = \frac{110}{5} = 22 \text{ min}$ $s_{p} = \sqrt{\frac{21^{2} + 23^{2} + 22^{2} + 24^{2} + 20^{2}}{5}} - 22^{2} = 1,41 \text{ min}$ b) $CV_{c} = \frac{4,92}{22,4} = 22\%$ $CV_{p} = \frac{1,41}{22} = 6\%$

c) El transporte público es más regular, pues su coeficiente de variación es menor.

Valores atípicos

15.37 Calcula la media truncada al 10 % del siguiente conjunto de datos:

63, 62, 60, 20, 65, 80, 82, 110, 70, 75

Ordenamos de menor a mayor: 20, 60, 62, 63, 65, 70, 75, 80, 82, 110

Como el 10 % de los 10 datos es 1, quitamos un valor por la derecha y otro por la izquierda.

Media truncada al 10 %:
$$\frac{60 + 62 + 63 + 65 + 70 + 75 + 80 + 82}{8} = 69,625$$

15.38 El número de operaciones de apendicitis de un hospital durante 15 días ha sido:

- a) A partir de esta muestra, calcula la media incluyendo y excluyendo el valor atípico.
- b) ¿Cuál de los dos valores obtenidos te parece más representativo de las operaciones de apendicitis en el hospital?
- a) El valor atípico es 43. Las medias son:

Incluyendo el valor atípico:
$$\overline{x} = \frac{124}{15} = 8.2\hat{6}$$

Excluyendo el valor atípico:
$$\overline{x} = \frac{81}{14} = 5,79$$

b) Es más representativa la media que se obtiene excluyendo el valor atípico.

CUESTIONES PARA ACLARARSE

15.39 Si la media de cinco datos es 7 y cuatro de ellos son 5, 6, 9 y 12, ¿cuál es el quinto dato?

$$\frac{5+6+9+12+x}{5}=7\Rightarrow \overline{x}=3$$

15.40 Observa el siguiente diagrama de sectores.



- a) ¿Cuál es la frecuencia relativa del dato B?
- b) ¿Y cuál es la moda de la distribución?

a) 0,25

b) $M_0 = A$

15.41 La desviación típica en una distribución es 2,4. ¿Cuál es la varianza?

$$s^2 = 2.4^2 = 5.76$$

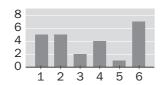
- 15.42 Razona si son verdaderas o falsas estas afirmaciones.
 - a) La desviación típica de una distribución estadística nunca puede ser negativa.
 - b) La mediana y la moda de una distribución siempre tienen que coincidir.
 - a) Verdadera. La desviación típica es, por definición, la raíz positiva de la varianza.
 - b) Falsa. La mediana es el valor central o la media de los dos valores centrales, mientras que la moda es el valor más frecuente.
- 15.43 ¿Puede coincidir el cuartil medio de un grupo de datos con la media aritmética? Razónalo.

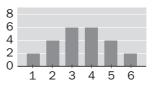
Sí. Por ejemplo, en una distribución constante. Además, el cuartil medio es la mediana, y esta puede coincidir con la media aritmética.

Los salarios mensuales de los cuatro empleados de una pequeña empresa son 700, 800, 900 y 1 100 euros, respectivamente, mientras que el dueño de la empresa se ha asignado un sueldo al mes de 3 500 euros. ¿Qué medida te parece más representativa de los valores centrales de esta distribución, la media o la mediana? Razona la respuesta.

La mediana, 900 \in ya que la media, $\bar{x} = 1\,400 \in$, está muy influida por la diferencia entre el sueldo del jefe y los de sus empleados.

15.45 Observa estas dos distribuciones.





- a) Ambas tienen la misma media. ¿Cuál es su valor?
- b) Las desviaciones típicas son: s = 1,38 y s = 1,94. Asocia estos valores a cada distribución.

a)
$$\overline{x} = \frac{1 \cdot 5 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 1 + 6 \cdot 7}{24} = 3,5$$

b) La desviación típica menor, 1,38 corresponde a la primera distribución por ser sus datos más simétricos.

15.46 ¿Afecta un valor atípico al rango de la distribución? Explica la respuesta.

Sí, ya que el valor atípico tendrá que ser un extremo de la distribución, y es precisamente con los valores extremos con los que se obtiene el rango.

PROBLEMAS PARA APLICAR

15.47 Arturo se ha medido diez veces su frecuencia cardiaca, en latidos por minuto, y los resultados que ha obtenido se reflejan en la siguiente tabla.

|--|

- a) ¿Cuál es la media de latidos por minuto de estas mediciones?
- b) Determina la mediana y la moda.
- a) $\overline{x} = 77$ latidos/min
- b) $M = \frac{77 + 79}{2} = 78$ latidos/min

$$M_{\circ} = 82$$
 latidos/min

15.48 Las notas de Julia en los controles de Inglés que ha hecho en esta evaluación han sido 2, 4, 5, 6 y 6, pero todavía tiene que hacer un último control. ¿Qué nota debe sacar para que la media de todos sea un 5?

$$\frac{2+4+5+6+6+x}{6} = 5$$
$$x+23=30$$

 $\overline{x} = 7$

15.49 En una prueba de 100 metros lisos, la profesora de Educación Física ha cronometrado los siguientes tiempos, en segundos, de sus alumnos.

- a) Calcula la media, la mediana y la moda de los tiempos.
- b) Determina el rango.

a)
$$\bar{x} = 13,33 \text{ s}$$
 Es bimodal: $M_o = 11,6 \text{ s y } M_o = 14,4 \text{ s}$ $M = \frac{12,9 + 13,7}{2} = 13,3 \text{ s}$

b) Rango = 16.1 - 11.4 = 4.7 s

15.50 La distribución de los sueldos de los 60 empleados de una empresa se refleja en esta tabla.

Euros	N.º de empleados
600 ≤ s < 900	8
900 ≤ s < 1 200	12
1 200 ≤ s < 1 500	20
1 500 ≤ s < 1 800	14
1800 ≤ s < 2100	6

- a) Halla el sueldo medio de los empleados de la empresa, la mediana y la moda.
- b) Calcula el rango y la desviación típica.

Euros	X _i	f,
600 ≤ s < 900	750	8
900 ≤ s < 1 200	1 050	12
1 200 ≤ s < 1 500	1 350	20
1500 ≤ s < 1800	1 650	14
1 800 ≤ s < 2 100	1 950	14

a)
$$\bar{x} = 1340 \in M_0 = 1350 \in$$

$$M_{\circ} = 1350 \in$$

b) Rango =
$$1950 - 750 = 1200$$
 €

15.51 Se ha preguntado a un grupo de 35 jóvenes por el número de horas que han practicado deporte durante el pasado mes, obteniéndose el siguiente resultado.

Agrupa los datos en intervalos de longitud 15, calcula la media, la mediana y los cuartiles superior e inferior de la distribución de datos agrupados, y compáralos con los resultados que se obtienen sin agrupar los datos.

Edad (años)	[0, 15)	[15, 30)	[30, 45)	[45, 60)	[60, 75)	[75, 90)
Número de socios	15	7	7	3	2	1

Utilizando las marcas de clase se obtiene:

Datos agrupados:

$$\bar{x} = 25,93 \text{ h}$$

$$M = 22,5 \text{ h}$$

$$O_1 = 7.5 \text{ h}$$

$$M = 22.5 \text{ h}$$
 $Q_1 = 7.5 \text{ h}$ $Q_3 = 37.5 \text{ h}$

Datos sin agrupar:

$$\bar{x} = 25.63 \text{ h}$$

$$M = 16 \, \text{h}$$

$$Q_1 = 9 \text{ h}$$

$$M = 16 \text{ h}$$
 $Q_1 = 9 \text{ h}$ $Q_3 = 36 \text{ h}$

La media es muy parecida en ambos casos, y la media y los cuartiles que obtenemos sin agrupar los datos pertenecen a la misma clase que los obtenidos agrupando los datos.

15.52 Hemos tirado un dado dieciséis veces, y estos son los resultados que hemos obtenido.

- a) ¿Cuál es la media de los resultados?
- b) ¿Y el rango?
- c) Calcula la desviación típica.

a)
$$\overline{x} = \frac{1 \cdot 3 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 2}{16} = 3,31 \text{ veces}$$

b) Rango =
$$6 - 1 = 5$$
 veces

c)
$$s = \sqrt{\frac{1^2 \cdot 3 + 2^2 \cdot 3 + 3^2 \cdot 2 + 4^2 \cdot 4 + 5^2 \cdot 2 + 6^2 \cdot 2}{16} - 3,31^2} = 1,65 \text{ veces}$$

15.53 Se ha medido el tiempo de espera, en minutos, en una parada de autobús durante una semana a la misma hora del día y los resultados han sido los siguientes.

Día	L	М	Х	J	V	S	D
Tiempo	5	5	4	27	4	5	6

- a) Calcula la media y la mediana de la distribución.
- b) ¿Cuál de las dos medidas te parece más representativa, teniendo en cuenta el valor atípico del jueves?

a)
$$\bar{x} = 8.5 \text{ y } M = 5$$

b) La mediana, porque la media se ve muy afectada por el valor atípico.

15.54 Se ha realizado un test a 20 personas. Este es el número de fallos de cada una de ellas.

- a) Averigua el porcentaje de personas que se encuentran en el intervalo $(\bar{x} s, \bar{x} + s)$
- b) Calcula el porcentaje de personas que tuvieron un número de fallos inferior a \bar{x} 2s.

a)
$$\overline{x} = \frac{4 \cdot 3 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 4 + 7 \cdot 5 + 8 \cdot 4 + 9 \cdot 2}{20} = 6,55 \text{ fallos}$$

$$s = \sqrt{\frac{905}{20} - 6,55^2} = 1,53 \text{ fallos}$$

 $(\overline{x} - s, \overline{x} + s) = (5,02; 8,08)$ en dicho intervalo hay 13 datos \Rightarrow 65 %

b) $\overline{x} - 2s = 3.49$. No hay datos menores que este valor \Rightarrow 0 %

15.55 En la tabla se resumen las temperaturas máximas en una ciudad durante el mes de abril.

- a) ¿Cuál es la temperatura media del mes?
- b) Halla el rango y la desviación típica.
- c) Calcula el número de días en los que las temperaturas se encontraron en el intervalo (x 2s, x + 2s).

a)
$$\overline{x} = \frac{365}{30} = 12,17 \, ^{\circ}\text{C}$$

b) Rango =
$$20 - 7 = 13$$

$$s = \sqrt{\frac{4773}{30} - 12,17^2} = 3,32$$

c) En $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s) = (5.53; 18.81)$ hay 29 datos, el 97 %.

15.56 Los porcentajes de aciertos en tiros libres, de dos jugadores en los diez últimos partidos de baloncesto vienen dados en la tabla.

Jugador A	30	22	34	76	12	10	22	40	30	42
Jugador <i>B</i>	38	44	22	54	44	32	60	28	30	40

- a) ¿Cuál de los dos tiene mejor media?
- b) Calcula la desviación típica de cada jugador.
- c) Utiliza la desviación típica para saber cuál de los dos es más regular.

a) El jugador B,
$$\overline{x}_A = \frac{318}{10} = 31.8 \%$$
 $\overline{x}_B = \frac{392}{10} = 39.20 \%$

$$\overline{x}_{B} = \frac{392}{10} = 39,20 \%$$

b)
$$s_A = \sqrt{\frac{30^2 \cdot 2 + 22^2 + 34^2 + 76^2 + 12^2 + 10^2 + 22^2 + 40^2 + 42^2}{10} - 31,8^2} = 17,88\%$$

$$s_{B} = \sqrt{\frac{38^{2} + 44^{2} \cdot 2 + 22^{2} + 54^{2} + 32^{2} + 60^{2} + 28^{2} + 30^{2} + 40^{2}}{10} - 39,2^{2}} = 11,21\%$$

$$CV_{A} = \frac{s_{A}}{\overline{x}_{A}} = \frac{17,88}{31,8} = 56\%$$

$$CV_{B} = \frac{s_{B}}{\overline{x}_{B}} = \frac{11,21}{39,2} = 29\%$$

c)
$$CV_A = \frac{s_A}{\overline{x}_A} = \frac{17,88}{31,8} = 56 \%$$

$$CV_B = \frac{s_B}{\overline{X}_B} = \frac{11,21}{39,2} = 29 \%$$

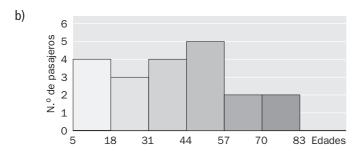
El jugador B es más regular.

REFUERZO

Parámetros de centralización

- 15.57 Las edades de las personas que van en un autobús de línea en un momento determinado son: 52, 71, 17, 40, 62, 19, 67, 27, 5, 48, 8, 32, 51, 75, 9, 24, 40, 35, 56, 45.
 - a) Agrupa los datos en intervalos de amplitud 13.
 - b) Representa los datos según un histograma.
 - c) Halla la media, la mediana y la moda de la distribución.

Edades	X _i	f _i
[5, 18)	11,5	4
[18, 31)	24,5	3
[31, 44)	37,5	4
[44, 57)	50,5	5
[57, 70)	63,5	2
[70, 83)	76,5	2
	[5, 18) [18, 31) [31, 44) [44, 57) [57, 70)	[5, 18) 11,5 [18, 31) 24,5 [31, 44) 37,5 [44, 57) 50,5 [57, 70) 63,5

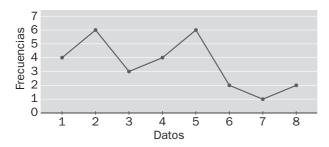


c)
$$\bar{x} = \frac{802}{20} = 40.1$$
 años $M_{\circ} = 50.5$ años $M = 37.5$ años

15.58 La media aritmética de 4 números es 10,25, y la media de otros 6 números es 8,5. ¿Cuál es la media de todos juntos?

$$\overline{x} = \frac{41 + 51}{4 + 6} = 9.2$$

15.59 Determina la media, la mediana, la moda y los cuartiles de la distribución representada en el siguiente polígono de frecuencias.



Con los datos que tenemos, elaboramos la tabla de frecuencias:

Xi	1	2	3	4	5	6	7	8
f_i	4	6	3	4	6	2	1	2

$$\overline{x} = \frac{4 + 12 + 9 + 16 + 30 + 12 + 7 + 16}{28} = 3,79$$

Bimodal: $M_o = 2$ y $M'_o = 5$

$$Q_1 = 2$$
; $Q_2 = M = 4$ y $Q_3 = 5$

15.60 La tabla muestra las frecuencias acumuladas de una serie de datos. ¿Cuál es la mediana de la distribución?

X _i	Α	В	С	D
F _i	3	6	11	13

Calculamos las frecuencias absolutas:

Xi	Α	В	С	D	
f_i	3	3	5	2	

La mediana es el valor que ocupa el séptimo lugar, C.

Parámetros de dispersión

15.61 La plantilla de un equipo de fútbol está compuesta por 25 jugadores, cuyas edades son las siguientes.

- a) Construye la tabla de frecuencias absolutas agrupando los datos en cinco intervalos.
- b) Halla el rango y la desviación típica.

a)	Edades	X _i	f_i
	[19, 22)	20,5	5
	[22, 25)	23,5	6
	[25, 28)	26,5	7
	[28, 31)	29,5	6
	[31, 34)	32,5	1

b) Rango =
$$33 - 19 = 14$$
 años

$$s = \sqrt{\frac{\sum X_i^2 f_i}{N} - \overline{X}^2} = 3,47 \text{ años}$$

15.62 El siguiente diagrama de barras muestra el número de horas que dedica diariamente a practicar deporte un grupo de 25 estudiantes.



- a) Calcula la media, la mediana y la moda de la distribución.
- b) Halla el rango y la desviación típica.
- c) Calcula el coeficiente de variación.

a)
$$\overline{x} = \frac{0 \cdot 4 + 1 \cdot 6 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 3}{25} = 1,84 \text{ h}$$
 $M = 2 \text{ h}$
b) Rango $= 4 - 0 = 4 \text{ h}$ $s = \sqrt{\frac{1^2 \cdot 6 + 2^2 \cdot 8 + 3^2 \cdot 4 + 4^2 \cdot 3}{25} - 1,84^2} = 1,22 \text{ h}$

c)
$$CV = \frac{s}{\overline{x}} = \frac{1,22}{1.84} = 0,66 = 66 \%$$

Valores atípicos

15.63 Dados los siguientes datos: 2, 3, 5, 6, 7, 10, 30.

Calcula el coeficiente de variación de la distribución sin tener y teniendo en cuenta el último valor.

Sin valor atípico:

$$\overline{x} = \frac{2+3+5+6+7+10}{6} = 5.5$$

$$s = \sqrt{\frac{2^2 + 3^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 10^2}{6}} - 5,5^2 = 2,63$$

$$CV = \frac{2,63}{5,5} = 0,478 = 47,8 \%$$

Con valor atípico:

$$\overline{x} = \frac{2+3+5+6+7+10+30}{7} = 9$$

$$s = \sqrt{\frac{2^2 + 3^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 10^2 + 30^2}{7} - 9^2} = 8,91$$

$$CV = \frac{8,91}{9} = 0,99 = 99\%$$

AMPLIACIÓN

La media de un conjunto de 6 números es 5,8. Si añadimos los números 4,4 y 6,4, ¿cuál será la nueva media?

$$\overline{x} = \frac{5.8 \cdot 6 + 4.4 + 6.4}{8} = 5.7$$

15.65 La media aritmética de cinco números es 15. Calcula dichos números, sabiendo que son proporcionales a 1, 4, 5, 7 y 8.

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} = 15$$

$$\frac{x_1}{1} = \frac{x_2}{4} = \frac{x_3}{5} = \frac{x_4}{7} = \frac{x_5}{8}$$

$$\Rightarrow x_1 + 4x_1 + 5x_1 + 7x_1 + 8x_1 = 75 \Rightarrow x_1 = 3, x_2 = 12, x_3 = 15, x_4 = 21, x_5 = 24$$

Un coche recorrió 500 kilómetros en tres trayectos. En el primero, de 200 kilómetros, mantuvo una velocidad de 100 km/h; en el segundo, de 150 kilómetros, su velocidad fue de 80 km/h, y en el tercero rodó a una velocidad de 90 km/h. ¿Cuál fue su velocidad media?

El tiempo empleado en cada trayecto fue $t_1 = \frac{200}{100} = 2$ h; $t_2 = \frac{150}{80} = \frac{15}{8}$ h; $t_3 = \frac{150}{90} = \frac{5}{3}$ h.

El tiempo total del viaje es $t_1 + t_2 + t_3 = 2 + \frac{15}{8} + \frac{5}{3} = \frac{133}{24}$ h.

La velocidad media es $\overline{v} = 500 : \frac{133}{24} = \frac{500 \cdot 24}{133} = 90,23 \text{ km/h}.$

15.67 ¿Puede ser cero la desviación típica de una distribución estadística? Indica en este supuesto cómo son los datos de la distribución.

Sí, si las desviaciones respecto a la media son cero, es decir, si todos los datos tienen el mismo valor.

15.68 En el último examen de Sociales, la nota media de un grupo de 30 alumnos fue 5,4. Si la nota media de las chicas fue un 6 y la de los chicos fue un 5, averigua cuántas chicas y cuántos chicos hay en la clase.

Si x son las chicas e y son los chicos:

$$\frac{x + y = 30}{\frac{6x + 5y}{30}} = 5.4$$
 $\Rightarrow \begin{cases} x + y = 30 \\ 6x + 5y = 162 \end{cases}$ $\Rightarrow x = 12, y = 18$

Manuel ha hecho tres exámenes de Matemáticas en esta evaluación. Sus notas han sido 3, 4 y 6, respectivamente. El profesor ha decidido que el segundo examen tiene doble valor que el primero, y el tercero, doble que el segundo. ¿Qué nota le corresponde a Manuel?

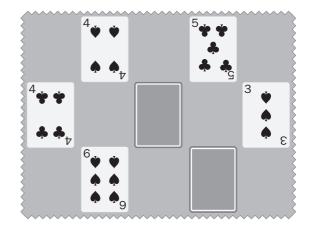
$$\overline{x} = \frac{3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 6 \cdot 4}{7} = 5$$

PARA INTERPRETAR Y RESOLVER

15.70 Siete cartas

Observa las cartas siguientes, en las que dos de ellas aparecen vueltas sin mostrar su número.

- a) Halla la suma de los números de las cartas desconocidas sabiendo que la media aritmética de todas las cartas es 4.
- b) Halla el valor de cada una de las cartas desconocidas si se sabe, además, que las medias de las tres filas son 3,5; 4 y 4,5, aunque no necesariamente en este orden
- c) ¿Qué valor debería aparecer en la carta del centro para que el valor de la media de esa fila fuera dos tercios de la media de la primera fila?



a) Llamemos S a la suma de los números de las cartas desconocidas. Como la media de todas las cartas es 4,

$$\frac{4+5+4+3+6+5}{7}=4$$

$$22 + S = 28 \Rightarrow S = 6$$

Los números de las cartas suman 6.

b) La media de la primera fila es 4,5, por tanto la media de la segunda fila será 3,5 ó 4.

Si llamamos x al número de la carta desconocida de la segunda fila e y a la de la carta de la tercera fila, si la media fuera 3,5 tendríamos:

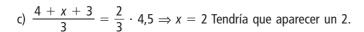
 $\frac{4+x+3}{3}=3.5 \Rightarrow x=3.5$ esta solución es absurda puesto que los números de las cartas son enteros.

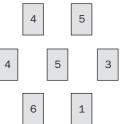
La media de la segunda fila es 4, por tanto:

$$\frac{4+x+3}{3}=4 \Rightarrow x=5$$
 La carta de la segunda fila es un 5.

La media de la tercera fila es 3,5. Entonces: $\frac{6+y}{2}=3,5 \Rightarrow y=1$

La carta de la tercera fila es un as.





AUTOEVALUACIÓN

15.A1 La media aritmética de cinco datos es 5,2. Sabemos que los cuatro primeros datos son 3, 8, 4 y 5. Averigua el quinto dato.

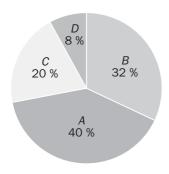
$$\overline{x} = \frac{3+8+4+5+x}{5} = 5.2 \Rightarrow x = 6$$

- 15.A2 En un albergue de la Sociedad Protectora de Animales se ha observado el alumbramiento de los cachorros de varias perras, obteniéndose el siguiente número de crías por camada: 2, 4, 4, 5, 6, 4, 3, 1, 5, 3, 2, 5, 6, 3, 6, 5, 2, 5, 5 y 4.
 - a) Efectúa el recuento y construye la tabla de frecuencias absolutas.
 - b) Halla la media, la moda y la mediana de la distribución.
 - c) Calcula el primer y el tercer cuartil.

b)
$$\bar{x} = \frac{1+6+9+16+30+18}{20} = 4$$
 cachorros; $M_0 = 5$ cachorros y $M = 4$ cachorros

c)
$$Q_1 = 3 \text{ y } Q_3 = 5$$

15.A3 En un Ayuntamiento están presentes cuatro formaciones políticas: A, B, C y D. El gráfico representa el porcentaje de concejales que pertenecen a cada una de ellas. El número total de concejales del Ayuntamiento es 25.



- a) Construye la tabla de frecuencias absolutas y relativas de la distribución.
- b) Halla la moda.

a)	X _i	f _i	h _i
	Α	10	0,40
	В	8	0,32
	С	5	0,20
	D	2	0,08

b)
$$M_o = A$$

- 15.A4 Las alturas, en centímetros, de 10 alumnos de 3.º de ESO son 162, 168, 154, 170, 176, 166, 178, 174, 170, 164.
 - a) ¿Cuál es la altura media?
 - b) Calcula el rango y la desviación típica.

a)
$$\overline{x} = \frac{1682}{10} = 168.2 \text{ cm}$$

b) Rango =
$$178 - 154$$
 cm

$$s = \sqrt{\frac{162^2 + 168^2 + 154^2 + 170^2 \cdot 2 + 176^2 + 166^2 + 178^2 + 174^2 + 164^2}{10} - 168,2^2} = 6,78 \text{ cm}$$

15.A5 Se ha controlado durante un mes el paso de camiones por una determinada carretera, agrupándose los resultados por intervalos según se refleja en la siguiente tabla.

N.º de camiones/día	N.º de días
[100, 150)	4
[150, 200)	6
[200, 250)	10
[250, 300)	7
[300, 350)	3

- a) Calcula la media y la desviación típica de la distribución.
- b) Halla el coeficiente de variación.

Camiones/día	X _i	f _i
[100, 150)	125	4
[150, 200)	175	6
[200, 250)	225	10
[250, 300)	275	7
[300, 350)	325	3

a)
$$\bar{x} = \frac{6700}{30} = 223,33$$
 camiones/día

$$s = \sqrt{\frac{125^2 \cdot 4 + 175^2 \cdot 6 + 225^2 \cdot 10 + 275^2 \cdot 7 + 325^2 \cdot 3}{10} - 223,33^2} = 58,44 \text{ camiones/día}$$

b)
$$CV = \frac{s}{\overline{x}} = \frac{58,44}{223.33} = 0,26 = 26 \%$$

15.A6 Durante dos semanas consecutivas, se contabilizó el número de accidentes de tráfico producidos en una carretera.

	L	М	Х	J	V	S	D
Semana A	30	22	34	76	12	10	22
Semana B	38	44	22	54	44	32	60

Compara la dispersión del número de accidentes en las dos semanas, mediante los respectivos coeficientes de variación.

$$\overline{x}_{A} = \frac{206}{7} = 29,43$$
 accidentes

$$s_A = \sqrt{\frac{10^2 + 12^2 + 22^2 \cdot 2 + 30^2 + 34^2 + 76^2}{7} - 29,43^2} = 20,64$$
 accidentes

$$CV_A = \frac{s_A}{\overline{x}_A} = \frac{20,64}{29,43} = 70 \%$$

$$\overline{x}_{B} = \frac{294}{7} = 42$$
 accidentes

$$s_8 = \sqrt{\frac{22^2 + 32^2 + 38^2 + 44^2 \cdot 2 + 54^2 + 60^2}{7} - 42^2} = 11,91 \text{ accidentes}$$

$$CV_B = \frac{s_B}{\overline{X}_B} = \frac{11,91}{42} = 28 \%$$

Es mayor la dispersión en la semana A.