Potencias y radicales. Logaritmos

<div style="text-align:right">2</div>

CLAVES PARA EMPEZAR

1. **Página 28**

a) $3^4 = 81$

b) $\left(\dfrac{5}{-2}\right)^5 = \dfrac{5^5}{(-2)^5} = \dfrac{3125}{-32} = -\dfrac{3125}{32}$

c) $(-2)^6 = 64$

d) $\left(\dfrac{5}{7}\right)^2 = \dfrac{5^2}{7^2} = \dfrac{25}{49}$

e) $\left(\dfrac{-3}{5}\right)^3 = \dfrac{(-3)^3}{5^3} = \dfrac{-27}{125} = -\dfrac{27}{125}$

f) $(-5)^7 = -78\,125$

g) $\left(-\dfrac{4}{9}\right)^3 = \dfrac{(-4)^3}{9^3} = \dfrac{-64}{729} = -\dfrac{64}{729}$

h) $2^5 = 32$

2. **Página 28**

a) $\dfrac{5^7 \cdot 3^3 \cdot 6^4}{6^2 \cdot 3 \cdot 5^4} = 5^3 \cdot 3^2 \cdot 6^2$

b) $2^7 \cdot \dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{2^3}{3^2} \cdot \left(\dfrac{3}{8}\right)^2 = \dfrac{2^7 \cdot 3 \cdot 2^3 \cdot 3^2}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 2^6} = \dfrac{2^{10} \cdot 3^3}{2^8 \cdot 3^2} = 2^2 \cdot 3$

VIDA COTIDIANA

EL SISMÓGRAFO. Página 29

Un terremoto de intensidad 2 es 10^4 veces inferior que uno de intensidad 6.

RESUELVE EL RETO

RETO 1. Página 30

$$\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{4}} = \dfrac{4}{2} = 2$$

RETO 2. Página 33

$$-\sqrt[3]{b} = a \rightarrow b^{-\frac{1}{3}} = a \rightarrow b = a^{-3}$$

RETO 3. Página 38

$$\dfrac{1}{\sqrt[3]{5}\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt[3]{5^2}\sqrt{6}}{\sqrt[3]{5}\sqrt{6}\sqrt[3]{5^2}\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt[3]{5^2}\sqrt{6}}{30}$$

RETO 4. Página 41

$\log_2(-2) = x \rightarrow 2^x = -2 \ \rightarrow$ No existe x que cumpla la igualdad.

$\log_{-2} 2 = x \rightarrow (-2)^x = 2 \ \rightarrow$ No existe x que cumpla la igualdad.

RETO 5. Página 42

El error está en el paso de la tercera a la cuarta ecuación.

Como no existe el logaritmo de un número negativo, un requisito para utilizar la ecuación $\log_a b^n = n \cdot \log_a b$ es que b sea mayor que 0.

ACTIVIDADES

1. Página 30

a) $5^{-2} = \dfrac{1}{5^2} = \dfrac{1}{25}$

e) $(-5)^{-2} = \dfrac{1}{(-5)^2} = \dfrac{1}{25}$

b) $(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$

f) $2^{-4} = \dfrac{1}{2^4} = \dfrac{1}{16}$

c) $\left(\dfrac{4}{3}\right)^{-1} = \dfrac{3}{4}$

g) $\left(-\dfrac{4}{7}\right)^{-1} = -\dfrac{7}{4}$

d) $\left(-\dfrac{2}{4}\right)^{-4} = \left(-\dfrac{4}{2}\right)^4 = (-2)^4 = 16$

h) $\left(\dfrac{10}{7}\right)^2 = \dfrac{10^2}{7^2} = \dfrac{100}{49}$

2. Página 30

a) $\dfrac{1}{3^2} = \dfrac{1}{9}$

c) $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = 9$

b) $-5^2 = -5 \cdot 5 = -25$

d) $(-1)^5 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$

3. Página 30

a) $\dfrac{4}{9} = \dfrac{2^2}{3^2} = \left(\dfrac{3}{2}\right)^{-1} \cdot \left(\dfrac{3}{2}\right)^{-1}$

b) $\dfrac{-8}{27} = \dfrac{-2^3}{3^3} = \left(-\dfrac{3}{2}\right)^{-1} \cdot \left(\dfrac{3}{2}\right)^{-2}$

4. Página 31

a) $3^{-4} \cdot 3^7 : 3^{-2} = 3^{-4+7+2} = 3^5$

b) $(-2)^8 : (-2)^{-4} \cdot (-2) = (-2)^{8+4+1} = -2^{13}$

c) $-7^{-2} \cdot 7^3 \cdot 7^4 = -7^{-2+3+4} = -7^5$

d) $(-50)^7 \cdot (-2)^7 : 4^7 = (-2 \cdot 5^2)^7 \cdot (-2)^7 : (2^2)^7 = (-2)^7 \cdot 5^{14} \cdot (-2)^7 : 2^{14} = (-2)^{14} \cdot 5^{14} : 2^{14} = 5^{14}$

5. Página 31

a) $-\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{-3} \cdot (-4^{-3}) \cdot (-3^{-3}) = -(-2)^3 \cdot (-(2^2)^{-3}) \cdot (-3^{-3}) = 2^3 \cdot (-2^{-6}) \cdot (-3^{-3}) = 2^{3-6} \cdot 3^{-3} = \dfrac{1}{2^3 \cdot 3^3} = \dfrac{1}{6^3}$

b) $(-3)^8 \cdot 5^8 : (-1)^8 = 3^8 \cdot 5^8 = 15^8$

6. Página 31

a) $2^3 \cdot 3^3 : (-6)^4 = 2^3 \cdot 3^3 : (-2 \cdot 3)^4 = 2^3 \cdot 3^3 : (2^4 \cdot 3^4) = 2^{-1} \cdot 3^{-1} = \dfrac{1}{6}$

b) $40^4 : (-5)^4 : 8^3 = (2^3 \cdot 5)^4 : 5^4 : (2^3)^3 = 2^{12} \cdot 5^4 : 5^4 : 2^9 = 2^3$

7. Página 32

a) Índice 6 y radicando 3.

b) Índice 7 y radicando –3.

c) Índice 9 y radicando 5.

d) Índice 5 y radicando –2.

e) Índice 2 y radicando 33.

f) Índice 4 y radicando 25.

8. Página 32

a) $\sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = \pm 3$

b) $\sqrt[5]{32} = \sqrt[5]{2^5} = 2$

c) $\sqrt[5]{-100\,000} = \sqrt[5]{(-10)^5} = -10$

d) $\sqrt[4]{-256} = \sqrt[4]{-2^8} = 4 \cdot \sqrt[4]{-1} \rightarrow$ No existe raíz real.

e) $\sqrt[4]{625} = \sqrt[4]{5^4} = \pm 5$

f) $\sqrt[4]{1296} = \sqrt[4]{6^4} = \pm 6$

9. Página 32

Sí, siempre será la opuesta, porque para tenga dos raíces el índice debe ser par y el radicando positivo.

10. Página 33

a) $5^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{5}$

b) $3^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{3^4}$

c) $7^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{7^2}$

d) $3^{\frac{7}{8}} = \sqrt[8]{3^7}$

e) $2^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{2}$

f) $8^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{(2^3)^4} = \sqrt[3]{2^{12}} = \sqrt{2^4}$

11. Página 33

a) $\sqrt[3]{3^2} = 3^{\frac{2}{3}}$

b) $\sqrt[9]{(-6)^7} = (-6)^{\frac{7}{9}}$

c) $\sqrt[4]{3^3} = 3^{\frac{3}{4}}$

d) $\sqrt[3]{5^{-2}} = 5^{-\frac{2}{3}}$

e) $\sqrt[3]{7^2} = 7^{\frac{2}{3}}$

12. Página 33

Conocidas las raíces de un radical no podemos saber a ciencia cierta las raíces de otro radical equivalente a él.
Por ejemplo:

$$\sqrt[3]{(-1)} = -1 \qquad\qquad \sqrt[6]{(-1)^2} = \pm 1$$

13. **Página 34**

a) $\left.\begin{array}{l}\sqrt{2}=2^{\frac{1}{2}}\\[4pt]\sqrt[3]{3}=3^{\frac{1}{3}}\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{m.c.m.}(2,\,3)=6}\left.\begin{array}{l}\sqrt{2}=2^{\frac{1}{2}}=2^{\frac{3}{6}}\\[4pt]\sqrt[3]{3}=3^{\frac{1}{3}}=3^{\frac{2}{6}}\end{array}\right\}\rightarrow\sqrt[6]{2^3}\ \text{y}\ \sqrt[6]{3^2}$

b) $\left.\begin{array}{l}\sqrt{3}=3^{\frac{1}{2}}\\[4pt]\sqrt[4]{2}=2^{\frac{1}{4}}\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{m.c.m.}(2,\,4)=4}\left.\begin{array}{l}\sqrt{3}=3^{\frac{1}{2}}=3^{\frac{2}{4}}\\[4pt]\sqrt[4]{2}=2^{\frac{1}{4}}\end{array}\right\}\rightarrow\sqrt[4]{3^2}\ \text{y}\ \sqrt[4]{2}$

c) $\left.\begin{array}{l}\sqrt[3]{5}=5^{\frac{1}{3}}\\[4pt]\sqrt[4]{3}=3^{\frac{1}{4}}\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{m.c.m.}(3,\,4)=12}\left.\begin{array}{l}\sqrt[3]{5}=5^{\frac{1}{3}}=5^{\frac{4}{12}}\\[4pt]\sqrt[4]{3}=3^{\frac{1}{4}}=3^{\frac{3}{12}}\end{array}\right\}\rightarrow\sqrt[12]{5^4}\ \text{y}\ \sqrt[12]{3^3}$

d) $\left.\begin{array}{l}\sqrt[3]{7}=7^{\frac{1}{3}}\\[4pt]\sqrt[5]{3}=3^{\frac{1}{5}}\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{m.c.m.}(3,\,5)=15}\left.\begin{array}{l}\sqrt[3]{7}=7^{\frac{1}{3}}=7^{\frac{5}{15}}\\[4pt]\sqrt[5]{3}=3^{\frac{1}{5}}=3^{\frac{3}{15}}\end{array}\right\}\rightarrow\sqrt[15]{7^5}\ \text{y}\ \sqrt[15]{3^3}$

e) $\left.\begin{array}{l}\sqrt[4]{10}=10^{\frac{1}{4}}\\[4pt]\sqrt[5]{3}=3^{\frac{1}{5}}\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{m.c.m.}(4,\,5)=20}\left.\begin{array}{l}\sqrt[4]{10}=10^{\frac{1}{4}}=10^{\frac{5}{20}}\\[4pt]\sqrt[5]{3}=3^{\frac{1}{5}}=3^{\frac{4}{20}}\end{array}\right\}\rightarrow\sqrt[20]{10^5}\ \text{y}\ \sqrt[20]{3^4}$

f) $\left.\begin{array}{l}\sqrt[5]{7}=7^{\frac{1}{5}}\\[4pt]\sqrt[7]{6}=6^{\frac{1}{7}}\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{m.c.m.}(7,\,5)=35}\left.\begin{array}{l}\sqrt[5]{7}=7^{\frac{1}{5}}=7^{\frac{7}{35}}\\[4pt]\sqrt[7]{6}=6^{\frac{1}{7}}=6^{\frac{5}{35}}\end{array}\right\}\rightarrow\sqrt[35]{7^7}\ \text{y}\ \sqrt[35]{6^5}$

14. **Página 34**

a) $\sqrt[6]{5^2}=5^{\frac{2}{6}}=5^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{5}$ 　　　　b) $\sqrt[10]{3^4}=3^{\frac{4}{10}}=3^{\frac{2}{5}}=\sqrt[5]{3^2}$ 　　　　c) $\sqrt[21]{3^7}=3^{\frac{7}{21}}=3^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{3}$ 　　　　d) $\sqrt[6]{7^3}=7^{\frac{3}{6}}=7^{\frac{1}{2}}=\sqrt{7}$

15. **Página 34**

a) El índice no es divisor del exponente del radicando; no es radical. $\sqrt[3]{2^6}=2^{\frac{6}{3}}=2^2=4$

b) El índice es divisor del exponente del radicando; es radical. $\sqrt[14]{2^6}=2^{\frac{6}{14}}=2^{\frac{3}{7}}$

16. **Página 35**

a) $\sqrt{2^5}=2^2\sqrt{2}$ 　　　　　　　　　　e) $\sqrt[3]{11^8}=11^2\sqrt[3]{11^2}$

b) $\sqrt{3^7}=3^3\sqrt{3}$ 　　　　　　　　　　f) $\sqrt[3]{3^5}=3\sqrt[3]{3^2}$

c) $\sqrt{5^5}=5^2\sqrt{5}$ 　　　　　　　　　　g) $\sqrt[4]{6^6}=6\sqrt[4]{6^2}$

d) $\sqrt[3]{7^4}=7\sqrt[3]{7}$ 　　　　　　　　　h) $\sqrt[4]{14^{11}}=14^2\sqrt[4]{14^3}$

17. **Página 35**

a) $\sqrt{24}=\sqrt{2^3\cdot3}=2\sqrt{2\cdot3}$ 　　　　　　e) $\sqrt[3]{104}=\sqrt[3]{2^3\cdot13}=2\sqrt[3]{13}$

b) $\sqrt{98}=\sqrt{2\cdot7^2}=7\sqrt{2}$ 　　　　　　　f) $\sqrt[3]{3\,240}=\sqrt[3]{2^3\cdot3^4\cdot5}=2\cdot3\sqrt[3]{3\cdot5}$

c) $\sqrt{1\,620}=\sqrt{2^2\cdot3^4\cdot5}=2\cdot3^2\sqrt{5}$ 　　　　g) $\sqrt[4]{405}=\sqrt[4]{3^4\cdot5}=3\sqrt[4]{5}$

d) $\sqrt[3]{48}=\sqrt[3]{2^4\cdot3}=2\sqrt[3]{2\cdot3}$ 　　　　　h) $\sqrt[4]{176}=\sqrt[4]{2^4\cdot11}=2\sqrt[4]{11}$

18. Página 35

a) $\sqrt{2^{17} \cdot 5^{20} \cdot 13^{15}} = 2^8 \cdot 5^{10} \cdot 13^7 \sqrt{2 \cdot 13}$

b) $\sqrt[3]{3^{30} \cdot 11^{54} \cdot 17^{14}} = 3^{10} \cdot 11^{18} \cdot 17^4 \sqrt[3]{17^2}$

c) $\sqrt[3]{2^{30} \cdot 17^2 \cdot 23^5} = 2^{10} \cdot 23 \sqrt[3]{17^2 \cdot 23^2}$

d) $\sqrt[4]{2^{14} \cdot 7^{21} \cdot 11^{54}} = 2^3 \cdot 7^5 \cdot 11^{13} \sqrt[4]{2^2 \cdot 7 \cdot 11^2}$

e) $\sqrt[15]{2^{27} \cdot 3^{54} \cdot 5^{14}} = 2 \cdot 3^3 \sqrt[15]{2^{12} \cdot 3^9 \cdot 5^{14}}$

f) $\sqrt[18]{3^5 \cdot 7^4 \cdot 11^{27}} = 11 \cdot \sqrt[18]{3^5 \cdot 7^4 \cdot 11^9}$

g) $\sqrt[21]{2^{32} \cdot 3^{17} \cdot 17^{42}} = 2 \cdot 17^2 \sqrt[21]{2^{11} \cdot 3^{17}}$

h) $\sqrt[41]{2^{95} \cdot 5^{82} \cdot 7^{16}} = 2^2 \cdot 5^2 \sqrt[41]{2^{13} \cdot 7^{16}}$

19. Página 35

a) $\sqrt{x^7 \cdot y^{12} \cdot z^4} = x^3 \cdot y^6 \cdot z^2 \sqrt{x}$

b) $\sqrt{x^{15} \cdot y \cdot z^3} = x^7 \cdot z \sqrt{x \cdot y \cdot z}$

c) $\sqrt[3]{x^{10} \cdot y^7 \cdot z^5} = x^3 \cdot y^2 \cdot z \sqrt[3]{x \cdot y \cdot z^2}$

d) $\sqrt[4]{x^{12} \cdot y^{71} \cdot z^{25}} = x^3 \cdot y^{17} \cdot z^6 \sqrt[4]{y^3 \cdot z}$

e) $\sqrt{108 \cdot x^5 \cdot y^6 \cdot z^7} = \sqrt{2^2 \cdot 3^3 \cdot x^5 \cdot y^6 \cdot z^7} = 2 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot y^3 \cdot z^3 \sqrt{3 \cdot x \cdot z}$

f) $\sqrt[3]{16 \cdot x^{21} \cdot y^4 \cdot z^2} = \sqrt[3]{2^4 \cdot x^{21} \cdot y^4 \cdot z^2} = 2 \cdot x^7 \cdot y \sqrt[3]{2 \cdot y \cdot z^2}$

g) $\sqrt[4]{32 \cdot x^{16} \cdot y^{21} \cdot z^{35}} = \sqrt[4]{2^5 \cdot x^{16} \cdot y^{21} \cdot z^{35}} = 2 \cdot x^4 \cdot y^5 \cdot z^8 \sqrt[4]{2 \cdot y \cdot z^3}$

h) $\sqrt[5]{288 \cdot x^2 \cdot y^{17} \cdot z^{27}} = \sqrt[5]{2^5 \cdot 3^2 \cdot x^2 \cdot y^{17} \cdot z^{27}} = 2 \cdot y^3 \cdot z^5 \sqrt[5]{3^2 \cdot x^2 \cdot y^2 \cdot z^2}$

20. Página 36

a) $6\sqrt{3} + 7\sqrt{3} = (6 + 7)\sqrt{3} = 13\sqrt{3}$

b) $5\sqrt{10} - 3\sqrt{10} = 2\sqrt{10}$

c) $\sqrt{5} - \dfrac{\sqrt{5}}{2} = \left(1 - \dfrac{1}{2}\right)\sqrt{5} = \dfrac{1}{2}\sqrt{5}$

d) $-\sqrt{7} - 3\sqrt{7} = (-1 - 3)\sqrt{7} = -4\sqrt{7}$

e) $2\sqrt{7} + 12\dfrac{\sqrt{7}}{3} = 2\sqrt{7} + 4\sqrt{7} = (2 + 4)\sqrt{7} = 6\sqrt{7}$

f) $\dfrac{2}{3}\sqrt{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \left(\dfrac{2}{3} - \dfrac{1}{2}\right)\sqrt{2} = \left(\dfrac{4 - 3}{6}\right)\sqrt{2} = \dfrac{1}{6}\sqrt{2}$

21. Página 36

a) $\sqrt{4} \cdot \sqrt[3]{5} = 4^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{3}} = 4^{\frac{3}{6}} \cdot 5^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{4^3 \cdot 5^2}$

b) $\sqrt{9} \cdot \sqrt[6]{4} = 9^{\frac{1}{2}} \cdot 4^{\frac{1}{6}} = 9^{\frac{3}{6}} \cdot 4^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{9^3 \cdot 4}$

c) $\sqrt[3]{6} : \sqrt[4]{4} = \sqrt[3]{2 \cdot 3} : \sqrt[4]{2^2} = (2 \cdot 3)^{\frac{1}{3}} : 2^{\frac{1}{2}} = (2 \cdot 3)^{\frac{2}{6}} : 2^{\frac{3}{6}} = \sqrt[6]{\dfrac{2^2 \cdot 3^2}{2^3}} = \sqrt[6]{\dfrac{3^2}{2}}$

d) $\sqrt{5} : \sqrt[6]{9} = 5^{\frac{1}{2}} : 9^{\frac{1}{6}} = 5^{\frac{3}{6}} : 9^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{\dfrac{5^3}{9}}$

22. Página 36

a) $\sqrt{\left(\sqrt[3]{5^2}\right)^6}=\left(\left(5^{\frac{2}{3}}\right)^6\right)^{\frac{1}{2}}=5^{\frac{12}{6}}=5^2$

b) $\sqrt{\left(\sqrt[5]{3^{20}}\right)^{\frac{1}{2}}}=\left(\left(3^{\frac{20}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}=3^{\frac{20}{20}}=3$

23. Página 37

a) $\sqrt{10}-9\sqrt{10}+4\sqrt{10}=(1-9+4)\sqrt{10}=-4\sqrt{10}$

b) $12\sqrt{5}-9\sqrt{5}-\sqrt{5}=(12-9-1)\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

c) $\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt[6]{9}\cdot\sqrt{3}=\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt[6]{3^2}\cdot\sqrt{3}=3^{\frac{1}{4}}\cdot3^{\frac{2}{6}}\cdot3^{\frac{1}{2}}=3^{\frac{3+4+6}{12}}=3^{\frac{13}{12}}$

d) $\sqrt[3]{81}:\sqrt[5]{3}:\sqrt{27}=\sqrt[3]{3^4}:\sqrt[5]{3}:\sqrt{3^3}=3^{\frac{4}{3}}:3^{\frac{1}{5}}:3^{\frac{3}{2}}=3^{\frac{40}{30}}:3^{\frac{6}{30}}:3^{\frac{45}{30}}=3^{\frac{40-6-45}{30}}=3^{\frac{-11}{30}}=\sqrt[30]{\frac{1}{3^{11}}}$

e) $\left(\sqrt[3]{\sqrt{10}}\right)^4=\left(\left(10^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^4=10^{\frac{4}{6}}=10^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{10^2}$

f) $\left(\sqrt{\left(\sqrt[3]{12}\right)^2}\right)^5=\left(\left(12^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{2}{2}}\right)^5=12^{\frac{5}{3}}=\sqrt[3]{12^5}$

24. Página 37

a) $\sqrt{2}\cdot(\sqrt{3}-\sqrt{2})=\sqrt{2}\sqrt{3}-2=\sqrt{6}-2$

b) $\sqrt{7}\cdot(\sqrt{3}+\sqrt{5})=\sqrt{7\cdot3}+\sqrt{7\cdot5}=\sqrt{21}+\sqrt{35}$

c) $\sqrt{3}\cdot\left(3\sqrt{2}+\frac{2\sqrt{2}}{5}\right)=\sqrt{3}\left(3+\frac{2}{5}\right)\sqrt{2}=\frac{15+2}{5}\sqrt{3\cdot2}=\frac{17}{5}\sqrt{6}$

d) $-\sqrt{5}\cdot\left(2\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=-\sqrt{5}\left(2-\frac{1}{3}\right)\sqrt{3}=-\frac{6-1}{3}\sqrt{5\cdot3}=-\frac{5}{3}\sqrt{15}$

e) $\left(\sqrt{\sqrt[3]{16}}\right)^3\cdot\sqrt{10}=\left(\left(2^{\frac{4}{9}}\right)^{\frac{1}{2}}\right)^3\sqrt{2\cdot5}=2^{\frac{2}{3}}\cdot2^{\frac{1}{2}}\cdot5^{\frac{1}{2}}=2^{\frac{7}{6}}\cdot5^{\frac{1}{2}}=2^{\frac{7}{6}}\cdot5^{\frac{3}{6}}=\sqrt[6]{2^7\cdot5^3}$

f) $\sqrt[6]{(\sqrt{15})^3:(\sqrt{5})^3}=\sqrt[6]{3^{\frac{3}{2}}\cdot5^{\frac{3}{2}}:5^{\frac{3}{2}}}=\sqrt[6]{3^{\frac{3}{2}}}=3^{\frac{3}{12}}=3^{\frac{1}{4}}=\sqrt[4]{3}$

g) $\sqrt[3]{2}\cdot\left(\frac{\sqrt[3]{48}}{\sqrt[6]{12}}+\frac{\sqrt[6]{3}}{3}\right)=\frac{2^{\frac{1}{3}}\cdot2^{\frac{4}{3}}\cdot3^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{2}{6}}\cdot3^{\frac{1}{6}}}+\frac{2^{\frac{1}{3}}\cdot3^{\frac{1}{6}}}{3}=2^{\frac{1}{3}}\cdot2\cdot3^{\frac{1}{6}}+\frac{1}{3}\cdot2^{\frac{1}{3}}\cdot3^{\frac{1}{6}}=\frac{7}{3}\cdot2^{\frac{2}{6}}\cdot3^{\frac{1}{6}}=\frac{7}{3}\sqrt[6]{2^2\cdot3}$

h) $\sqrt{4}:\left(\frac{\sqrt[2]{20}}{\sqrt[3]{10}}-\frac{2}{3}\sqrt[6]{80}\right)=2:\left(\frac{2\cdot5^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{3}}\cdot5^{\frac{1}{3}}}-\frac{2}{3}\cdot2^{\frac{4}{6}}\cdot5^{\frac{1}{6}}\right)=2:\left(2^{\frac{2}{3}}\cdot5^{\frac{1}{6}}-\frac{2}{3}\cdot2^{\frac{2}{3}}\cdot5^{\frac{1}{6}}\right)=$

$=2:\left(2^{\frac{2}{3}}\cdot5^{\frac{1}{6}}\left(1-\frac{1}{3}\cdot2\right)\right)=2:\left(\frac{1}{3}\cdot2^{\frac{2}{3}}\cdot5^{\frac{1}{6}}\right)=\frac{6}{2^{\frac{2}{3}}\cdot5^{\frac{1}{6}}}=\frac{6\cdot2^{\frac{1}{3}}\cdot5^{\frac{5}{6}}}{2^{\frac{2}{3}}\cdot5^{\frac{1}{6}}\cdot2^{\frac{1}{3}}\cdot5^{\frac{5}{6}}}=\frac{3}{5}\cdot2^{\frac{2}{6}}\cdot5^{\frac{5}{6}}=\frac{3}{5}\sqrt[6]{2^2\cdot5^5}$

25. Página 38

a) $\dfrac{4}{\sqrt{7}} = \dfrac{4 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \dfrac{4\sqrt{7}}{7}$

b) $\dfrac{-3}{\sqrt{2}} = -\dfrac{3 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = -\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

c) $\dfrac{-6}{\sqrt[3]{2}} = -\dfrac{6 \cdot \sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}} = -3 \cdot \sqrt[3]{2^2}$

d) $\dfrac{10}{\sqrt[8]{5^3}} = \dfrac{10 \cdot \sqrt[8]{5^5}}{\sqrt[8]{5^3} \cdot \sqrt[8]{5^5}} = 2 \cdot \sqrt[8]{5^5}$

26. Página 38

a) $\dfrac{-2}{2+\sqrt{6}} = \dfrac{-2}{2+\sqrt{6}} \cdot \dfrac{2-\sqrt{6}}{2-\sqrt{6}} = \dfrac{-2 \cdot (2-\sqrt{6})}{-2} = 2-\sqrt{6}$

b) $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} \cdot \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{3-5} = \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{-2} = \dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$

27. Página 38

$\dfrac{2}{3+\sqrt[4]{3}} = \dfrac{2}{3+\sqrt[4]{3}} \cdot \dfrac{3-\sqrt[4]{3}}{3-\sqrt[4]{3}} = \dfrac{6-2\sqrt[4]{3}}{9-\sqrt{3}} \cdot \dfrac{9+\sqrt{3}}{9+\sqrt{3}} = \dfrac{27+3\sqrt{3}-9\sqrt[4]{3}-\sqrt[4]{3^3}}{39}$

28. Página 39

a) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{15}}{3}$

b) $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{10}} = \dfrac{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}} = \dfrac{2}{10}\sqrt{30} = \dfrac{1}{5}\sqrt{30}$

c) $\dfrac{5}{-2\sqrt[5]{4}} = -\dfrac{5\sqrt[5]{2^3}}{2\sqrt[5]{2^2} \cdot \sqrt[5]{2^3}} = -\dfrac{5\sqrt[5]{2^3}}{4}$

d) $\dfrac{8-\sqrt{7}}{3\sqrt{7}} = \dfrac{(8-\sqrt{7}) \cdot \sqrt{7}}{3\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \dfrac{8\sqrt{7}-7}{21}$

29. Página 39

a) $\dfrac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{2}} = \dfrac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{2}} \cdot \dfrac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \dfrac{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}{1-2} = -1-\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{6}$

b) $\dfrac{5}{3-\sqrt{5}} = \dfrac{5}{3-\sqrt{5}} \cdot \dfrac{3+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} = \dfrac{15-5\sqrt{5}}{4}$

c) $\dfrac{\sqrt{5}}{3-\sqrt{7}} = \dfrac{\sqrt{5}}{3-\sqrt{7}} \cdot \dfrac{3+\sqrt{7}}{3+\sqrt{7}} = \dfrac{3\sqrt{5}+\sqrt{35}}{9-7} = \dfrac{3\sqrt{5}+\sqrt{35}}{2}$

d) $\dfrac{2-\sqrt{2}}{4+\sqrt{2}} = \dfrac{2-\sqrt{2}}{4+\sqrt{2}} \cdot \dfrac{4-\sqrt{2}}{4-\sqrt{2}} = \dfrac{5-3\sqrt{2}}{7}$

30. Página 39

a) $\dfrac{5}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \dfrac{5}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}} \cdot \dfrac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \dfrac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$

b) $\dfrac{-1+3\sqrt{2}}{\sqrt{11}+\sqrt{3}} = \dfrac{-1+3\sqrt{2}}{\sqrt{11}+\sqrt{3}} \cdot \dfrac{\sqrt{11}-\sqrt{3}}{\sqrt{11}-\sqrt{3}} = \dfrac{-\sqrt{11}+\sqrt{3}+3\sqrt{22}-3\sqrt{6}}{8}$

c) $\dfrac{6+\sqrt{2}}{\sqrt{6}+2\sqrt{3}} = \dfrac{6+\sqrt{2}}{\sqrt{6}+2\sqrt{3}} \cdot \dfrac{\sqrt{6}-2\sqrt{3}}{\sqrt{6}-2\sqrt{3}} = \dfrac{-2\sqrt{6}+5\sqrt{3}}{3}$

d) $\dfrac{-\sqrt{10}}{2\sqrt{2}+\sqrt{6}} = \dfrac{-\sqrt{10}}{2\sqrt{2}+\sqrt{6}} \cdot \dfrac{2\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2\sqrt{2}-\sqrt{6}} = \dfrac{-4\sqrt{5}+2\sqrt{15}}{2} = -2\sqrt{5}+\sqrt{15}$

31. Página 39

a) $\dfrac{8}{3\sqrt[4]{8}} = \dfrac{8}{3\sqrt[4]{2^3}} = \dfrac{8\sqrt[4]{2}}{3\sqrt[4]{2^3}\cdot\sqrt[4]{2}} = \dfrac{8\sqrt[4]{2}}{3\cdot 2} = \dfrac{4\sqrt[4]{2}}{3}$

b) $\dfrac{\sqrt{5}-4}{\sqrt{6}} = \dfrac{(\sqrt{5}-4)\sqrt{6}}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{30}-4\sqrt{6}}{6}$

c) $\dfrac{4}{\sqrt{3}-5\sqrt{7}} = \dfrac{4}{\sqrt{3}-5\sqrt{7}} \cdot \dfrac{\sqrt{3}+5\sqrt{7}}{\sqrt{3}+5\sqrt{7}} = \dfrac{4\sqrt{3}+20\sqrt{7}}{3-175} = \dfrac{-\sqrt{3}-5\sqrt{7}}{43}$

d) $\dfrac{-1}{\sqrt{2}-\sqrt{5}} = \dfrac{-1}{\sqrt{2}-\sqrt{5}} \cdot \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} = \dfrac{-\sqrt{2}-\sqrt{5}}{-3} = \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{3}$

32. Página 40

a) $3{,}84\cdot 10^5$ km

b) $4{,}308\cdot 10^9$ km

c) $1{,}5\cdot 10^8$ km²

d) $9{,}46\cdot 10^{12}$ km

e) $2{,}5\cdot 10^{10}$ años luz

33. Página 40

a) $3\cdot 10^{-10}$ m   c) $5\cdot 10^{-11}$ m

b) $2{,}2\cdot 10^{-9}$ m   d) $1\cdot 10^{-7}$ g

34. Página 40

La masa de un protón, expresada en notación científica es $1{,}672\cdot 10^{-24}$ g.

35. Página 41

a) $\log_7 49 = 2$ porque $7^2 = 49$ e) $\log_2 512 = 9$ porque $2^9 = 512$

b) $\log_5 125 = 3$ porque $5^3 = 125$ f) $\log_{15} 3\,375 = 3$ porque $15^3 = 3\,375$

c) $\log_3 243 = 5$ porque $3^5 = 243$ g) $\log_4 64 = 3$ porque $4^3 = 64$

d) $\log_2 32 = 5$ porque $2^5 = 32$ h) $\log_3 81 = 4$ porque $3^4 = 81$

36. Página 41

a) $\log 10\,000 = 4$

c) $\ln e^3 = 3$

b) $\log 0,000001 = \log \dfrac{1}{1\,000\,000} = -6$

d) $\ln \dfrac{1}{e^5} = -5$

37. Página 41

$\log_6 0,02\widehat{7} = -2$, ya que $6^{-2} = \dfrac{1}{36} = 0,02\widehat{7}.$

38. Página 42

a) $\log 10 + \ln e = 1 + 1 = 2$

b) $\log_5 1 + \log_5 25 = 0 + \log_5 5^2 = 2$

c) $\log_3 1 + \log_2 2 - \log 10 = 0 + 1 - 1 = 0$

d) $\log_{12} 18 + \log_{12} 4 + \log_{12} 2 = \log_{12}(18 \cdot 4 \cdot 2) = \log_{12} 144 = \log_{12} 12^2 = 2$

e) $\log 2 + \log 25 - \log 5 = \log(2 \cdot 25) - \log 5 = \log\left(\dfrac{50}{5}\right) = \log 10 = 1$

39. Página 42

a) $3\log_2 5 + \log_2 7 = \log_2 5^3 + \log_2 7 = \log_2 (5^3 \cdot 7)$

c) $2\log_5 3 + \log_5 10 = \log_5 3^2 + \log_5 10 = \log_5 (3^2 \cdot 10)$

b) $\log_4 9 - 2\log_4 5 = \log_4 9 - \log_4 5^2 = \log_4\left(\dfrac{9}{5^2}\right)$

d) $3\log_7 1 + \log_7 6 = 3 \cdot 0 + \log_7 6 = \log_7 6$

40. Página 42

$\log_5 20 = \dfrac{\log 20}{\log 5} = \dfrac{1,301}{0,699} = 1,86123$

41. Página 43

a) $\log_x 25 = 2 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x^2 = 5^2 \rightarrow x = 5$

b) $\log_x 32 = 5 \rightarrow x^5 = 32 \rightarrow x^5 = 2^5 \rightarrow x = 2$

c) $\log_x \sqrt{5} = \dfrac{1}{2} \rightarrow x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5} \rightarrow x^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{2}} \rightarrow x = 5$

d) $\log_x \sqrt[3]{6} = \dfrac{1}{3} \rightarrow x^{\frac{1}{3}} = 6^{\frac{1}{3}} \rightarrow x = 6$

e) $\log_x 25 = \dfrac{1}{2} \rightarrow x^{\frac{1}{2}} = 25 \rightarrow x^{\frac{1}{2}} = 5^2 \rightarrow x = 5^4$

f) $\log_x 32 = 10 \rightarrow x^{10} = 32 \rightarrow x^{10} = 2^5 \rightarrow x = 2^{\frac{5}{10}} \rightarrow x = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

g) $\log_x \dfrac{4}{9} = 2 \rightarrow x^2 = \dfrac{4}{9} \rightarrow x^2 = \dfrac{2^2}{3^2} \rightarrow x = \dfrac{2}{3}$

h) $\log_x \dfrac{1}{125} = 3 \rightarrow x^3 = \dfrac{1}{125} \rightarrow x^3 = \dfrac{1}{5^3} \rightarrow x = \dfrac{1}{5}$

42. **Página 43**

a) $\log_3 2\,187 = x \rightarrow 3^x = 2\,187 \rightarrow 3^x = 3^7 \rightarrow x = 7$

b) $\log_2 2048 = x \rightarrow 2^x = 2048 \rightarrow x = 11$

c) $\log_5 \dfrac{1}{5^3} = x \rightarrow 5^x = \dfrac{1}{5^3} \rightarrow 5^x = 5^{-3} \rightarrow x = -3$

d) $\log_5 0,04 = x \rightarrow 5^x = 0,04 \rightarrow 5^x = 5^{-2} \rightarrow x = -2$

e) $\log_8 16 = x \rightarrow 8^x = 16 \rightarrow 2^{3\cdot x} = 2^4 \rightarrow 3\cdot x = 4 \rightarrow x = \dfrac{4}{3}$

f) $\log_9 \dfrac{1}{3^4} = x \rightarrow 9^x = \dfrac{1}{3^4} \rightarrow 3^{2\cdot x} = 3^{-4} \rightarrow 2\cdot x = -4 \rightarrow x = -2$

43. **Página 43**

a) $\log_2 x = 4 \rightarrow x = 2^4 \rightarrow x = 16$

f) $\log_2 x = -3 \rightarrow x = 2^{-3} \rightarrow x = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$

b) $\log_5 x = 2 \rightarrow x = 5^2 \rightarrow x = 25$

g) $\log_8 x = \dfrac{2}{3} \rightarrow x = 8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} = 4$

c) $\log_6 x = 1 \rightarrow x = 6$

h) $\log_2 x = \dfrac{1}{2} \rightarrow x = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$

d) $\log_4 x = 0 \rightarrow x = 4^0 \rightarrow x = 1$

i) $\log_{\frac{1}{5}} x = -1 \rightarrow x = \left(\dfrac{1}{5}\right)^{-1} = 5$

e) $\log_3 x = -5 \rightarrow x = 3^{-5} = \dfrac{1}{3^5} = \dfrac{1}{243}$

j) $\log_{\frac{2}{3}} x = 3 \rightarrow x = \left(\dfrac{2}{3}\right)^3 = \dfrac{8}{27}$

44. **Página 43**

a) $\log x + \log 2 = \log 20 \rightarrow \log(2\cdot x) = \log 20 \rightarrow 2\cdot x = 20 \rightarrow x = 10$

b) $\log x + \log(2x) = \log 50 \rightarrow \log(2\cdot x^2) = \log 50 \rightarrow 2\cdot x^2 = 50 \rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = 5$

c) $\log 2x - 2\log 3 = \log 2 \rightarrow \log\left(\dfrac{2x}{3^2}\right) = \log 2 \rightarrow \dfrac{2x}{3^2} = 2 \rightarrow x = 9$

d) $\log_2 x^2 - \log_2 x = 3 \rightarrow \log_2 \rightarrow \log_2\left(\dfrac{x^2}{x}\right) = 3 \rightarrow \log_2 x = 3 \rightarrow x = 2^3 = 8$

ACTIVIDADES FINALES

45. **Página 44**

a) $(-3)^3 \cdot 7^3 = (-3\cdot 7)^3 = (-21)^3$

b) $5^{-7} \cdot 3^{-7} = (5\cdot 3)^{-7} = 15^{-7}$

c) $17^2 \cdot 17^{-3} \cdot 17^{-5} = 17^{2-3-5} = 17^{-6}$

d) $(-6)^{-4} \cdot (-6)^5 \cdot (-6)^{-3} = (-6)^{-4+5-3} = (-6)^{-2}$

46. Página 44

a) $\dfrac{1}{2^5} = 2^{-5}$

c) $\dfrac{5}{5^4} = 5^{1-4} = 5^{-3}$

b) $-\dfrac{1}{3^7} = -3^{-7}$

d) $\dfrac{6}{6^2} = 6^{1-2} = 6^{-1}$

47. Página 44

a) $(-2)^3 \cdot 2^{-4} \cdot (-2)^{-1} = -2^3 \cdot 2^{-4} \cdot (-2^{-1}) = 2^{3-4-1} = 2^{-2}$

b) $(-5)^4 \cdot 5^5 \cdot 5^{-3} = 5^4 \cdot 5^5 \cdot 5^{-3} = 5^{4+5-3} = 5^6$

c) $7^{-3} \cdot 7^{-2} \cdot (-7)^4 = 7^{-3} \cdot 7^{-2} \cdot 7^4 = 7^{-3-2+4} = 7^{-1}$

d) $(-6)^2 : 6^{-2} \cdot (-6)^6 = 6^2 \cdot 6^2 \cdot 6^6 = 6^{2+2+6} = 6^{10}$

48. Página 44

a) $54^2 : 2^2 : 3^2 = (2 \cdot 3^3)^2 : 2^2 : 3^2 = 2^2 \cdot 3^6 : 2^2 : 3^2 = 2^{2-2} \cdot 3^{6-2} = 3^4$

b) $6^{-5} : 2^{-5} \cdot 3^{-1} = (2 \cdot 3)^{-5} : 2^{-5} \cdot 3^{-1} = 2^{-5} \cdot 3^{-5} : 2^{-5} \cdot 3^{-1} = 2^{-5+5} \cdot 3^{-5-1} = 3^{-6}$

c) $5^{-4} \cdot 6^{-4} : 30^{-1} = 30^{-4} : 30^{-1} = 30^{-4+1} = 30^{-3}$

d) $(-12)^{-5} \cdot (-12)^4 : 3^{-1} = -(3 \cdot 2^2)^{-5} \cdot (3 \cdot 2^2)^4 : 3^{-1} = -3^{-5} \cdot 2^{-10} \cdot 3^4 \cdot 2^8 : 3^{-1} = -3^{-5+4+1} \cdot 2^{-10+8} = -2^{-2}$

49. Página 44

a) $\left[9^5 : (-3)^5\right]^{-1} = \left[-\left(\dfrac{9}{3}\right)^5\right]^{-1} = -\left(\dfrac{3^2}{3}\right)^{-1} = -3^{-1}$

c) $\left[60^4 : (-4)^4\right]^{-3} = \left[\left(\dfrac{60}{4}\right)^4\right]^{-3} = 15^{-12} = 3^{-12} \cdot 5^{-12}$

b) $(6^{-3} \cdot 8^{-3})^2 = \left[(6 \cdot 8)^{-3}\right]^2 = (2 \cdot 3 \cdot 2^3)^{-6} = 3^{-6} \cdot 2^{-24}$

d) $\left[45^{-2} : (-3)^{-2}\right]^4 = \left[\left(\dfrac{45}{3}\right)^{-2}\right]^4 = 15^{-8} = 3^{-8} \cdot 5^{-8}$

50. Página 44

a) $\left(\dfrac{4}{5}\right)^5 \cdot \left(\dfrac{4}{5}\right)^{-4} : \left(\dfrac{5}{4}\right)^2 = \left(\dfrac{4}{5}\right)^5 \cdot \left(\dfrac{4}{5}\right)^{-4} : \left(\dfrac{4}{5}\right)^{-2} = \left(\dfrac{4}{5}\right)^{5-4+2} = \left(\dfrac{4}{5}\right)^3$

b) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-3} : \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right)^5 = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-3+2-5} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-6} = 2^6$

c) $\left(\dfrac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{3}{4}\right)^4 \cdot \left(\dfrac{4}{3}\right)^{-7} = \left(\dfrac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{3}{4}\right)^4 \cdot \left(\dfrac{3}{4}\right)^7 = \left(\dfrac{3}{4}\right)^{2+4+7} = \left(\dfrac{3}{4}\right)^{13}$

d) $\left(\dfrac{5}{6}\right)^6 \cdot \left(\dfrac{6}{5}\right)^{-2} : \left(\dfrac{5}{6}\right)^{-4} = \left(\dfrac{5}{6}\right)^6 \cdot \left(\dfrac{5}{6}\right)^2 : \left(\dfrac{5}{6}\right)^{-4} = \left(\dfrac{5}{6}\right)^{6+2+4} = \left(\dfrac{5}{6}\right)^{12}$

e) $\left(\dfrac{1}{7}\right)^{-1} : \left(\dfrac{1}{7}\right)^{-5} \cdot \left(\dfrac{1}{7}\right)^9 = \left(\dfrac{1}{7}\right)^{-1+5-9} = \left(\dfrac{1}{7}\right)^{-5} = 7^5$

f) $\left(\dfrac{3}{5}\right)^3 \cdot \left(\dfrac{3}{5}\right)^{-5} \cdot \left(\dfrac{5}{3}\right)^{-4} = \left(\dfrac{3}{5}\right)^3 \cdot \left(\dfrac{3}{5}\right)^{-5} \cdot \left(\dfrac{3}{5}\right)^4 = \left(\dfrac{3}{5}\right)^{3-5+4} = \left(\dfrac{3}{5}\right)^2$

51. Página 44

a) $\left(\dfrac{5}{12}\right)^3 \cdot \left(\dfrac{2}{60}\right)^2 = \left(\dfrac{5}{2^2 \cdot 3}\right)^3 \cdot \left(\dfrac{2}{2^2 \cdot 3 \cdot 5}\right)^2 = \dfrac{5^3 \cdot 2^2}{2^6 \cdot 3^3 \cdot 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = \dfrac{5}{2^8 \cdot 3^5}$

b) $\left(\dfrac{16}{9}\right)^{-6} \cdot \left(\dfrac{27}{8}\right)^{-2} = \left(\dfrac{3^2}{2^4}\right)^6 \cdot \left(\dfrac{2^3}{3^3}\right)^2 = \dfrac{3^{12} \cdot 2^6}{2^{24} \cdot 3^6} = \dfrac{3^6}{2^{18}}$

c) $\left(\dfrac{10}{7}\right)^4 : \left(\dfrac{14}{40}\right)^{-5} = \left(\dfrac{2 \cdot 5}{7}\right)^4 : \left(\dfrac{2^3 \cdot 5}{2 \cdot 7}\right)^5 = \dfrac{2^4 \cdot 5^4 \cdot 2^5 \cdot 7^5}{7^4 \cdot 2^{15} \cdot 5^5} = \dfrac{7}{2^6 \cdot 5}$

d) $\left(\dfrac{16}{25}\right)^{-2} : \left(\dfrac{125}{64}\right)^4 = \left(\dfrac{5^2}{2^4}\right)^2 : \left(\dfrac{5^3}{2^6}\right)^4 = \dfrac{5^4 \cdot 2^{24}}{2^8 \cdot 5^{12}} = \dfrac{2^{16}}{5^8}$

e) $\left(\dfrac{32}{15}\right)^3 \cdot \left(\dfrac{20}{75}\right)^{-2} = \left(\dfrac{2^5}{3 \cdot 5}\right)^3 \cdot \left(\dfrac{5^2 \cdot 3}{2^2 \cdot 5}\right)^2 = \dfrac{2^{15} \cdot 5^4 \cdot 3^2}{3^3 \cdot 5^3 \cdot 2^4 \cdot 5^2} = \dfrac{2^{11}}{3 \cdot 5}$

f) $\left(\dfrac{42}{25}\right)^{-3} : \left(\dfrac{49}{125}\right)^{-1} = \left(\dfrac{5^2}{2 \cdot 3 \cdot 7}\right)^3 : \left(\dfrac{5^3}{7^2}\right)^1 = \dfrac{5^6 \cdot 7^2}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 7^3 \cdot 5^3} = \dfrac{5^3}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 7}$

52. Página 44

a) $[(-3) \cdot 8]^{-3} = (-24)^{-3} = -\dfrac{1}{24^3}$
$\qquad$ $[(-3) \cdot 8]^{-3} = \dfrac{1}{[(-3) \cdot 8]^3} = -\dfrac{1}{24^3}$

b) $[4 : (-2)^3]^{-4} = (-2^{-1})^{-4} = 2^4$
$\qquad$ $[4 : (-2)^3]^{-4} = \dfrac{1}{[4 : (-2)^3]^4} = \dfrac{1}{2^{-4}} = 2^4$

c) $[(-10)^2 : (-5)]^{-5} = (-20)^{-5} = -\dfrac{1}{20^5}$
$\qquad$ $[(-10)^2 : (-5)]^{-5} = \dfrac{1}{[(-10)^2 : (-5)]^5} = -\dfrac{1}{20^5}$

d) $[9^2 : (-3)^5]^{-1} = (-3^{-1})^{-1} = -3$
$\qquad$ $[9^2 : (-3)^5]^{-1} = \dfrac{1}{9^2 : (-3)^5} = -\dfrac{1}{3^{-1}} = 3$

e) $(25^{-1} \cdot 10^3)^{-2} = 40^{-2} = \dfrac{1}{40^2}$
$\qquad$ $(25^{-1} \cdot 10^3)^{-2} = \dfrac{1}{(25^{-1} \cdot 10^3)^2} = \dfrac{1}{40^2}$

f) $(36^{-2} \cdot 2^5)^{-4} = \left(\dfrac{2}{81}\right)^{-4} = \dfrac{81^4}{2^4}$
$\qquad$ $(36^{-2} \cdot 2^5)^{-4} = \dfrac{1}{(36^{-2} \cdot 2^5)^4} = \dfrac{81^4}{2^4}$

53. Página 44

a) $\dfrac{1}{5} : 5^4 : \dfrac{1}{5^3} = \dfrac{5^3}{5^5} = 5^{-2}$

c) $-2^{-5} \cdot \dfrac{1}{2^7} \cdot 2^{-2} = -\dfrac{2^{-5} \cdot 2^{-2}}{2^7} = -2^{-14}$

b) $\left(\dfrac{-1}{6}\right)^4 \cdot 6^{-5} : \dfrac{1}{6^{-7}} = \dfrac{6^{-5} \cdot 6^{-7}}{6^4} = 6^{-16}$

d) $(-3)^8 : \left(\dfrac{-1}{3}\right)^4 : 3^5 = \dfrac{3^8 \cdot 3^4}{3^5} = 3^7$

54. Página 44

a) $\dfrac{(5^{-2} : 5^4) \cdot 5^8}{5^{-3}} = \dfrac{5^{-6} \cdot 5^8}{5^{-3}} = 5^5$

c) $\dfrac{3^4 : (3^{-6} : 3^5)}{3^{-2} \cdot 3^7} = \dfrac{3^4 : 3^{-11}}{3^5} = 3^{10}$

b) $\dfrac{(2^6 \cdot 2^{-5}) : 2^{-2}}{2^{-4} : 2^{-9}} = \dfrac{2 : 2^{-2}}{2^5} = 2^{-2}$

d) $\dfrac{(7^4 \cdot 7^{-2}) : (7^{-3} \cdot 7^5)}{7^8 \cdot 7^2} = \dfrac{7^2 : 7^2}{7^{10}} = 7^{-10}$

55. Página 44

a) $\dfrac{3^{-4} \cdot 9^2}{27^{-5}} = \dfrac{3^{-4} \cdot (3^2)^2}{(3^3)^{-5}} = \dfrac{3^{-4} \cdot 3^4}{3^{-15}} = 3^{15}$

c) $\dfrac{7^4 \cdot 7^{-6}}{49^3} = \dfrac{7^{-2}}{(7^2)^3} = \dfrac{7^{-2}}{7^6} = 7^{-8}$

b) $\dfrac{5^{-2} : 5^{-3}}{25^6} = \dfrac{5}{(5^2)^6} = \dfrac{5}{5^{12}} = 5^{-11}$

d) $\dfrac{4^9 : 2^{-2}}{8^{-7}} = \dfrac{(2^2)^9 : 2^{-2}}{(2^3)^{-7}} = \dfrac{2^{18} : 2^{-2}}{2^{-21}} = 2^{41}$

56. Página 44

a) $\dfrac{3^6 \cdot 2^8 \cdot 5^3}{9^3 \cdot 25^2 \cdot 4^4} = \dfrac{3^6 \cdot 2^8 \cdot 5^3}{3^6 \cdot 5^4 \cdot 2^8} = 5^{-1}$

b) $\dfrac{3^{-4} \cdot 16 \cdot 9^{-1}}{8^2 \cdot 3^{-5} \cdot 2^{-3}} = \dfrac{3^{-4} \cdot 2^4 \cdot 3^{-2}}{2^6 \cdot 3^{-5} \cdot 2^{-3}} = 2 \cdot 3^{-1}$

c) $\dfrac{(-5)^3 \cdot (-8)^4 \cdot 9^{-2}}{(-3)^{-4} \cdot 2^7 \cdot 25^5} = -\dfrac{5^3 \cdot 2^{12} \cdot 3^{-4}}{3^{-4} \cdot 2^7 \cdot 5^{10}} = -5^{-7} \cdot 2^5$

d) $\dfrac{32^{-1} \cdot 36^{-2} \cdot 18^{-2}}{8^{-5} \cdot 6^{-3} \cdot 9^4} = \dfrac{2^{-5} \cdot 2^{-2} \cdot 3^{-4} \cdot 2^{-4} \cdot 3^{-4}}{2^{-15} \cdot 2^{-3} \cdot 3^{-3} \cdot 3^8} = 2^7 \cdot 3^{-13}$

57. Página 44

a) $\left(\dfrac{3}{5} + \dfrac{1}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\dfrac{-7}{2}\right)^{-1} + 2 : \left(\dfrac{5}{2} - \dfrac{1}{6}\right)^{-2} = \left(\dfrac{15}{14}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{-2}{7}\right) + 2 : \left(\dfrac{3}{7}\right)^2 = -\dfrac{5^2 \cdot 3^2}{7^3 \cdot 2} + \dfrac{2 \cdot 7^2}{3^2} = \dfrac{65\,203}{6\,174}$

b) $\left(\dfrac{3}{2} - \dfrac{5}{4}\right)^{-2} - \left(\dfrac{1}{3} - 1\right)^{-1} = \left(\dfrac{1}{4}\right)^{-2} - \left(-\dfrac{2}{3}\right)^{-1} = 16 + \dfrac{3}{2} = \dfrac{35}{2}$

c) $\left(\dfrac{1}{5} - \dfrac{3}{10}\right)^{-1} : \left(1 - \dfrac{2}{5}\right) - \left(\dfrac{-3}{2}\right)^{-2} = \left(\dfrac{-1}{10}\right)^{-1} : \dfrac{3}{5} - \dfrac{2^2}{3^2} = -\dfrac{50}{3} - \dfrac{4}{9} = -\dfrac{154}{9}$

58. Página 44

a) Falsa $\rightarrow \dfrac{a^3 \cdot b^{-4} \cdot c^4}{a^{-3} \cdot b^4 \cdot c^{-4}} = a^6 \cdot b^{-8} \cdot c^8 \neq 1$

b) Falsa $\rightarrow \left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2} \cdot 3^{-3} \cdot \left(\dfrac{-1}{3}\right)^5 = -\dfrac{3^2}{3^3 \cdot 3^5} = -3^{-6} \neq 1$

c) Falsa $\rightarrow \dfrac{3^{-3} \cdot 2^{-4} \cdot 5^{-2}}{3^{-4} \cdot 2^{-5} \cdot 5^{-3}} = 3 \cdot 2 \cdot 5 \neq \dfrac{1}{3 \cdot 2 \cdot 5}$

d) Verdadera $\rightarrow \left[\left(\dfrac{-2}{3}\right)^{-2}\right]^{-3} = \left(\dfrac{-2}{3}\right)^6 = \left(\dfrac{2}{3}\right)^6 = \left[\left(\dfrac{2}{3}\right)^2\right]^3$

59. Página 44

a) $\dfrac{14^{-3} : 7^{-3}}{2^{-2}} = \dfrac{2^{-3} \cdot 7^{-3} : 7^{-3}}{2^{-2}} = 2^{-1}$

c) $\dfrac{8^2 : (-4)^2}{2^4} = \dfrac{2^6 : 2^4}{2^4} = 2^{-2}$

b) $\dfrac{9^4 : 3^4}{3^{-5}} = \dfrac{3^8 : 3^4}{3^{-5}} = 3^9$

d) $\dfrac{30^5 : (-6)^5}{25^{-2}} = -\dfrac{6^5 \cdot 5^5 : 6^5}{5^{-4}} = -5^9$

60. Página 44

a) $\dfrac{14^{-3}:2^3\cdot3^4}{21^{-5}}=\dfrac{2^{-3}\cdot7^{-3}\cdot3^4}{7^{-5}\cdot3^{-5}\cdot2^3}=\dfrac{7^2\cdot3^9}{2^6}$

b) $\dfrac{32^{-1}:18^2}{9^{-3}\cdot16^{-4}}=\dfrac{2^{-5}}{2^2\cdot3^4\cdot3^{-6}\cdot2^{-16}}=2^9\cdot3^2$

61. Página 45

a) $\left[\left(\dfrac{3}{2}\right)^{-4}\cdot\left(\dfrac{2}{3}\right)^3\cdot\left(\dfrac{2}{3}\right)^6\right]^{-1}=\left[\left(\dfrac{2}{3}\right)^{13}\right]^{-1}=\left(\dfrac{3}{2}\right)^{13}$

d) $\left[\left(\dfrac{5}{6}\right)^{-1}\cdot\left(\dfrac{5}{6}\right)^{-3}\cdot\left(\dfrac{6}{5}\right)^5\right]^3=\left[\left(\dfrac{6}{5}\right)^9\right]^3=\left(\dfrac{6}{5}\right)^{27}$

b) $\left[\left(\dfrac{-1}{4}\right)^{-4}:4^3:\left(\dfrac{1}{4}\right)^{-5}\right]^{-2}=(4^{-4})^{-2}=4^8$

e) $\left[\left(\dfrac{25}{2}\right)^{-2}:\left(\dfrac{25}{2}\right)^{-6}\cdot\left(\dfrac{2}{25}\right)^8\right]^2=\left[\left(\dfrac{2}{25}\right)^4\right]^2=\left(\dfrac{2}{25}\right)^8$

c) $\left[2^{-2}:\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\right]^7=(2^0)^7=1$

f) $\left[9^2\cdot\left(\dfrac{1}{3}\right)^2:2\right]^{-2}=\left(\dfrac{3^2}{2}\right)^{-2}=\left(\dfrac{2}{9}\right)^2$

62. Página 45

a) $\dfrac{21^4\cdot2\cdot196^{-2}\cdot49^{-1}}{7^{-5}\cdot3\cdot14^{-2}\cdot63\cdot21^2}=\dfrac{3^4\cdot7^4\cdot2\cdot7^5\cdot2^2\cdot7^2}{7^4\cdot2^4\cdot7^2\cdot3\cdot3^2\cdot7\cdot7^2\cdot3^2}=\dfrac{2^3\cdot3^4\cdot7^{11}}{2^4\cdot3^5\cdot7^9}=\dfrac{7^2}{2\cdot3}$

b) $\dfrac{25^2\cdot15^{-2}:125^3}{50^4\cdot625^{-2}}=\dfrac{25^2\cdot15^{-2}}{125^3\cdot50^4\cdot625^{-5}}=\dfrac{25^2\cdot625^5}{125^3\cdot50^4\cdot15^2}=\dfrac{5^4\cdot5^{20}}{5^9\cdot5^8\cdot2^4\cdot3^2\cdot5^2}=\dfrac{5^5}{2^4\cdot3^2}$

63. Página 45

a) $\sqrt[3]{-125}$ $\left.\begin{array}{l}a<0\\n\text{ impar}\end{array}\right\}\rightarrow$ Tiene una raíz negativa: $\sqrt[3]{-125}=-5$

b) $\sqrt[4]{81}$ $\left.\begin{array}{l}a>0\\n\text{ par}\end{array}\right\}\rightarrow$ Tiene dos raíces, una positiva y su opuesta: $\sqrt[4]{81}=\pm3$

c) $\sqrt[4]{-16}$ $\left.\begin{array}{l}a<0\\n\text{ par}\end{array}\right\}\rightarrow$ No tiene raíz real.

d) $\sqrt[5]{1024}$ $\left.\begin{array}{l}a>0\\n\text{ impar}\end{array}\right\}\rightarrow$ Tiene una raíz positiva: $\sqrt[5]{1024}=4$

64. Página 45

a) $\sqrt[17]{2489}\rightarrow\left.\begin{array}{l}\text{Radicando: }2489>0\\\text{Índice: 17 (impar)}\end{array}\right\}\rightarrow$ Tiene una raíz positiva.

b) $\sqrt[22]{356}\rightarrow\left.\begin{array}{l}\text{Radicando: }356>0\\\text{Índice: 22 (par)}\end{array}\right\}\rightarrow$ Tiene dos raíces, una positiva y su opuesta.

c) $\sqrt[15]{-1458}\rightarrow\left.\begin{array}{l}\text{Radicando: }-1458<0\\\text{Índice: 15 (impar)}\end{array}\right\}\rightarrow$ Tiene una raíz negativa.

d) $\sqrt[98]{-3566}\rightarrow\left.\begin{array}{l}\text{Radicando: }-3566<0\\\text{Índice: 98 (par)}\end{array}\right\}\rightarrow$ No tiene ninguna raíz real.

65. Página 45

a) $4^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{4^{-2}}$ 　　　　b) $3^{\frac{5}{2}} = \sqrt{3^5}$ 　　　　c) $(-2)^{\frac{9}{4}} = \sqrt[4]{(-2)^9}$ 　　　　d) $(-7)^{\frac{7}{5}} = \sqrt[5]{(-7)^7}$

66. Página 45

a) $\sqrt[5]{2^4} = 2^{\frac{4}{5}}$ 　　　　　　　　c) $\sqrt{7^{-3}} = 7^{-\frac{3}{2}}$

b) $\sqrt[7]{(-3)^2} = 3^{\frac{2}{7}}$ 　　　　　　　d) $\sqrt[6]{(-5)^5} = (-5)^{\frac{5}{6}}$

67. Página 45

Respuesta abierta, por ejemplo:

a) $\sqrt[3]{5^4} = 5^{\frac{4}{3}} \rightarrow \sqrt[6]{5^8}$ y $\sqrt[9]{5^{12}}$, ya que $5^{\frac{4}{3}} = 5^{\frac{8}{6}}$ y $5^{\frac{4}{3}} = 5^{\frac{12}{9}}$.

b) $\sqrt[10]{3^{12}} = 3^{\frac{12}{10}} \rightarrow \sqrt[5]{3^6}$ y $\sqrt[20]{3^{24}}$, ya que $3^{\frac{12}{10}} = 3^{\frac{6}{5}}$ y $3^{\frac{12}{10}} = 3^{\frac{24}{20}}$.

c) $\sqrt[4]{x^7} = x^{\frac{7}{4}} \rightarrow \sqrt[8]{x^{14}}$ y $\sqrt[12]{x^{21}}$, ya que $x^{\frac{7}{4}} = x^{\frac{14}{8}}$ y $x^{\frac{7}{4}} = x^{\frac{21}{12}}$.

d) $\sqrt[9]{y^4} = y^{\frac{4}{9}} \rightarrow \sqrt[18]{y^8}$ y $\sqrt[27]{y^{12}}$, ya que $y^{\frac{4}{9}} = y^{\frac{8}{18}}$ y $y^{\frac{4}{9}} = 5^{\frac{12}{27}}$.

68. Página 45

a) $\left.\begin{array}{l} \sqrt[3]{-27} = (-27)^{\frac{1}{3}} \\ \sqrt[6]{(-27)^2} = (-27)^{\frac{2}{6}} \end{array}\right\} \xrightarrow{\frac{1}{3}=\frac{2}{6}}$ Son equivalentes. 　$\sqrt[3]{-27} = -3$ 　$\sqrt[6]{(-27)^2} = \pm 3$

b) $\left.\begin{array}{l} \sqrt[4]{625} = \sqrt[4]{25^2} = 25^{\frac{2}{4}} \\ \sqrt[8]{25^4} = 25^{\frac{4}{8}} \end{array}\right\} \xrightarrow{\frac{2}{4}=\frac{4}{8}}$ Son equivalentes. 　$\sqrt[4]{625} = \pm 5$ 　$\sqrt[8]{25^4} = \pm 5$

c) $\left.\begin{array}{l} \sqrt[3]{-1000} = \sqrt[3]{(-10)^3} = -10 \\ \sqrt{(-100)^2} = \sqrt{(-2^2 \cdot 5^2)^2} = (-10)^2 \end{array}\right\} \xrightarrow{1 \neq 2}$ No son equivalentes. 　$\sqrt[3]{-1000} = -10$ 　$\sqrt{(-100)^2} = \pm 100$

d) $\left.\begin{array}{l} \sqrt[3]{16} = 2^{\frac{4}{3}} \\ \sqrt[6]{(-2)^8} = 2^{\frac{8}{6}} = 2^{\frac{4}{3}} \end{array}\right\} \xrightarrow{\frac{4}{3}=\frac{4}{3}}$ Son equivalentes. 　$\sqrt[3]{16} = 2^{\frac{4}{3}}$ 　$\sqrt[6]{(-2)^8} = \pm 2^{\frac{4}{3}} \rightarrow$ No tienen soluciones enteras.

69. Página 45

a) $\sqrt{75} = \sqrt{3 \cdot 5^2} = 5\sqrt{3}$ 　　　　c) $\sqrt{540} = \sqrt{2^2 \cdot 3^3 \cdot 5} = 6\sqrt{15}$

b) $\sqrt{175} = \sqrt{5^2 \cdot 7} = 5\sqrt{7}$ 　　　　d) $\sqrt{352} = \sqrt{2^5 \cdot 11} = 4\sqrt{22}$

70. Página 45

a) $\sqrt{8000} = \sqrt{2^6 \cdot 5^3} = 2^3 \cdot 5\sqrt{5}$ 　　　c) $\sqrt[3]{200} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 5^2} = 2\sqrt[3]{5^2}$

b) $\sqrt{1183} = \sqrt{7 \cdot 13^2} = 13\sqrt{7}$ 　　　d) $\sqrt[3]{6615} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 5 \cdot 7^2} = 3\sqrt[3]{5 \cdot 7^2}$

71. Página 45

a) $\sqrt[3]{a^8 \cdot b^3 \cdot c^5} = a^2 \cdot b \cdot c \sqrt[3]{a^2 \cdot c^2}$

b) $\sqrt[5]{a^{17} \cdot b^{14} \cdot c^{25}} = a^3 \cdot b^2 \cdot c^5 \sqrt[5]{a^2 \cdot b^4}$

c) $\sqrt[10]{a^{27} \cdot b^{14} \cdot c^{33}} = a^2 \cdot b \cdot c^3 \sqrt[10]{a^7 \cdot b^4 \cdot c^3}$

d) $\sqrt[8]{a^{42} \cdot b^{25} \cdot c^{18}} = a^5 \cdot b^3 \cdot c^2 \sqrt[8]{a^2 \cdot b \cdot c^2}$

72. Página 45

a) $5^2 \cdot 3^3 \sqrt[3]{7^2} = \sqrt[3]{7^2 \cdot 5^6 \cdot 3^9}$

b) $3 \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right)^3 \cdot \sqrt[5]{2^{12}} = \sqrt[5]{\dfrac{2^{12} \cdot 3^5}{2^{15}}} = \sqrt[5]{\dfrac{3^5}{2^3}}$

c) $\left(\dfrac{3}{5}\right)^2 \cdot 25^2 \sqrt[4]{\left(\dfrac{1}{3}\right)^6} = \sqrt[4]{\dfrac{3^8 \cdot 5^{16}}{5^8 \cdot 3^6}} = \sqrt[4]{3^2 \cdot 5^8}$

d) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \dfrac{2}{5} \sqrt[4]{\left(\dfrac{3}{5}\right)^{-3}} = \sqrt[4]{\dfrac{2^{-8} \cdot 2^4 \cdot 3^{-3}}{3^{-8} \cdot 5^4 \cdot 5^{-3}}} = \sqrt[4]{\dfrac{3^5}{2^4 \cdot 5}}$

73. Página 45

a) $16\sqrt{2} + \sqrt{2} - \dfrac{8}{7}\sqrt{2} = \dfrac{112 + 7 - 8}{7}\sqrt{2} = \dfrac{111}{7}\sqrt{2}$

b) $5\sqrt{2} + \dfrac{7}{2}\sqrt{2} - \sqrt{2} = \dfrac{10 + 7 - 2}{2}\sqrt{2} = \dfrac{15}{2}\sqrt{2}$

c) $\dfrac{6}{5}\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 9\sqrt{3} = \dfrac{6 - 20 - 45}{5}\sqrt{3} = -\dfrac{59}{5}\sqrt{3}$

d) $-3\sqrt{5} + \dfrac{9}{4}\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = \dfrac{-12 + 9 - 24}{4}\sqrt{5} = -\dfrac{27}{4}\sqrt{5}$

74. Página 45

a) $3\sqrt{12} + 5\sqrt{27} - 3\sqrt{243} - \sqrt{75} = 3\sqrt{2^2 \cdot 3} + 5\sqrt{3^3} - 3\sqrt{3^5} - \sqrt{3 \cdot 5^2} =$
$= 6\sqrt{3} + 15\sqrt{3} - 27\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = -11\sqrt{3}$

b) $-8\sqrt[3]{2} + 6\sqrt[3]{16} + 9\sqrt[3]{128} - \sqrt[3]{54} = -8\sqrt[3]{2} + 6\sqrt[3]{2^4} + 9\sqrt[3]{2^7} - \sqrt[3]{2 \cdot 3^3} =$
$= -8\sqrt[3]{2} + 12\sqrt[3]{2} + 36\sqrt[3]{2} - 3\sqrt[3]{2} = 37\sqrt[3]{2}$

c) $-\sqrt{8} + 5\sqrt{50} - \dfrac{4}{5}\sqrt{18} + \sqrt{98} = -\sqrt{2^3} + 5\sqrt{2 \cdot 5^2} - \dfrac{4}{5}\sqrt{2 \cdot 3^2} + \sqrt{2 \cdot 7^2} =$
$= -2\sqrt{2} + 25\sqrt{2} - \dfrac{12}{5}\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = \dfrac{138}{5}\sqrt{2}$

d) $14\sqrt[4]{48} + 3\sqrt[4]{80} - \sqrt[4]{243} - 9\sqrt[4]{5} = 14\sqrt[4]{2^4 \cdot 3} + 3\sqrt[4]{2^4 \cdot 5} - \sqrt[4]{3^5} - 9\sqrt[4]{5} =$
$= 28\sqrt[4]{3} + 6\sqrt[4]{5} - 3\sqrt[4]{3} - 9\sqrt[4]{5} = 25\sqrt[4]{3} - 3\sqrt[4]{5}$

75. Página 45

a) $\sqrt[4]{16} = \pm 2$ b) $\sqrt[3]{125} = 5$ c) $\sqrt[5]{(3)^5} = 3$

76. Página 46

a) $\sqrt[7]{256} = 2\sqrt[7]{2}$ b) $\sqrt[5]{729} = 3\sqrt[5]{3}$ c) $\sqrt[4]{3\,125} = 5\sqrt[4]{5}$

77. Página 46

a) $3 \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{5}) = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{5}$ c) $(\sqrt{7} + \sqrt{5}) \cdot (-5) = -5\sqrt{7} - 5\sqrt{5}$

b) $-6 \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{7}) = -6\sqrt{3} - 6\sqrt{7}$ d) $(\sqrt{6} + \sqrt{13}) \cdot 2 = 2\sqrt{6} + 2\sqrt{13}$

78. Página 46

$25^{\frac{3}{4}} = 5^{\frac{6}{4}} \rightarrow D$ $16^{\frac{5}{2}} = 4^{\frac{10}{2}} \rightarrow B$ $32^{-3} = \left(\frac{1}{2^3}\right)^5 \rightarrow B$ $\left(\frac{1}{27}\right)^2 = 3^{-6} \rightarrow D$

79. Página 46

a) $4\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{11}) = 4 \cdot 3 + 4\sqrt{3}\sqrt{11} = 12 + 4\sqrt{33}$ c) $-\sqrt{2} \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{2}) = -\sqrt{2}\sqrt{6} - 2 = -\sqrt{12} - 2 = -2\sqrt{3} - 2$

b) $(\sqrt{2} + \sqrt{5}) \cdot 9\sqrt{5} = 9\sqrt{2}\sqrt{5} + 9 \cdot 5 = 9\sqrt{10} + 45$ d) $(\sqrt{13} + \sqrt{3}) \cdot (-\sqrt{3}) = -\sqrt{13}\sqrt{3} - 3 = -\sqrt{39} - 3$

80. Página 46

a) $(5\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot (3\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 15\sqrt{6} - 10 + 9 - \sqrt{6} = 14\sqrt{6} - 1$

b) $(-\sqrt{5} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{6} + 2\sqrt{5}) = -\sqrt{30} - 10 - 2\sqrt{3} - 2\sqrt{10}$

c) $(6\sqrt{7} + \sqrt{11}) \cdot (\sqrt{11} + 5\sqrt{2}) = 6\sqrt{77} + 30\sqrt{14} + 11 + 5\sqrt{22}$

d) $(-3\sqrt{10} - \sqrt{5}) \cdot (7\sqrt{5} - \sqrt{10}) = -105\sqrt{2} + 30 - 35 + 5\sqrt{2} = -100\sqrt{2} - 5$

81. Página 46

a) $(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 = 2 + 2\sqrt{10} + 5 = 7 + 2\sqrt{10}$

b) $(3\sqrt{3} - \sqrt{7})^2 = 27 - 6\sqrt{21} + 7 = 34 - 6\sqrt{21}$

c) $(2\sqrt{6} - 8\sqrt{10})^2 = 24 - 32\sqrt{60} + 640 = 664 - 64\sqrt{15}$

d) $(\sqrt{11} + 5\sqrt{6})^2 = 11 + 10\sqrt{66} + 150 = 161 + 10\sqrt{66}$

82. Página 46

a) $(5\sqrt{3} + \sqrt{6})^2 + (\sqrt{2} - \sqrt{6})^2 = 75 + 30\sqrt{2} + 6 + 2 - 4\sqrt{3} + 6 = 30\sqrt{2} - 4\sqrt{3} + 89$

b) $(-\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{6} + 2 - 12 - 4\sqrt{6} - 2 = -2\sqrt{6} - 9$

c) $(3\sqrt{5} - \sqrt{10})^2 - (\sqrt{10} + \sqrt{2})^2 = 45 - 30\sqrt{2} + 10 - 10 - 4\sqrt{5} - 2 = -30\sqrt{2} - 4\sqrt{5} + 43$

d) $(\sqrt{7} + 5\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2} - \sqrt{7})^2 = 7 + 10\sqrt{14} + 50 + 32 - 8\sqrt{14} + 7 = 2\sqrt{14} + 96$

83. Página 46

a) $\sqrt{12} : \sqrt[4]{\sqrt{2}} = \dfrac{3^{\frac{1}{2}} \cdot 2}{2^{\frac{1}{8}}} = 3^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{7}{8}}$

c) $\sqrt{5} \cdot \sqrt[5]{\sqrt{2}} = 5^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{10}}$

b) $\sqrt[3]{\sqrt{4}} : \sqrt{\sqrt{3}} = \dfrac{2^{\frac{2}{6}}}{3^{\frac{1}{4}}} = 2^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{-\frac{1}{4}}$

d) $\sqrt[6]{\sqrt{8}} : \sqrt{2} = \dfrac{2^{\frac{3}{12}}}{2^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{2^{\frac{1}{4}}}{2^{\frac{1}{2}}} = 2^{-\frac{1}{4}}$

84. Página 46

$$\sqrt[6]{576} - \dfrac{\sqrt[3]{3\,000}}{\sqrt{400}} + \dfrac{3}{2}\sqrt[3]{24} - \sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[6]{1024} + 2\sqrt[3]{\sqrt{6561}} = 2\sqrt[6]{3^2} - \dfrac{10\sqrt[3]{3}}{20} + 3\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{6} \cdot 2\sqrt[6]{2^4} + 6\sqrt[3]{3} = \dfrac{13}{2}\sqrt[3]{3}$$

85. Página 46

a) $\sqrt{1 + \sqrt{3 + \sqrt{30 + \sqrt{16 + \sqrt{4}}}}} = \sqrt{1 + \sqrt{3 + \sqrt{30 + 6}}} = \sqrt{1 + \sqrt{3 + 6}} = \sqrt{1 + 3} = 2$

b) $\sqrt{\sqrt{\dfrac{1}{\sqrt{400 + \sqrt{625 + 10\sqrt{400}}}}} - \dfrac{1}{25}} = \sqrt{\sqrt{\dfrac{1}{\sqrt{400 + 25 + 200}}} - \dfrac{1}{25}} = \sqrt{\sqrt{\dfrac{1}{25}} - \dfrac{1}{25}} = \sqrt{\dfrac{1}{5} - \dfrac{1}{25}} = \sqrt{\dfrac{4}{25}} = \dfrac{2}{5}$

87. Página 46

a) $\dfrac{7^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{35} \cdot 15^{-5}}{21^4 \sqrt{7^{-1}}} = \dfrac{7^{\frac{3}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{2}} \cdot 7^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{-5} \cdot 5^{-5}}{3^4 \cdot 7^4 \cdot 7^{-\frac{1}{2}}} = 3^{-9} \cdot 5^{\frac{-9}{2}} \cdot 7^{\frac{-3}{2}}$

b) $\dfrac{12^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[3]{16} \cdot (\sqrt{18})^{-5}}{\sqrt[3]{96^2} \cdot 27^{-2}} = \dfrac{2^3 \cdot 3^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{\frac{4}{3}} \cdot 2^{-\frac{5}{2}} \cdot 3^{-\frac{10}{2}}}{2^{\frac{10}{3}} \cdot 3^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{-6}} = 2^{-\frac{9}{6}} \cdot 3^{\frac{11}{6}} = 2^{-\frac{3}{2}} \cdot 3^{\frac{11}{6}}$

c) $\dfrac{\sqrt[5]{10} \cdot 15^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[4]{30^3}}{(\sqrt{20})^{-4} \cdot 27^{-2}} = \dfrac{2^{\frac{1}{5}} \cdot 5^{\frac{1}{5}} \cdot 3^{\frac{3}{2}} \cdot 5^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{\frac{3}{4}} \cdot 3^{\frac{3}{4}} \cdot 5^{\frac{3}{4}}}{2^{-\frac{8}{2}} \cdot 5^{-\frac{4}{2}} \cdot 3^{-6}} = 2^{\frac{99}{20}} \cdot 5^{\frac{89}{20}} \cdot 3^{\frac{33}{4}}$

d) $\dfrac{(\sqrt{14})^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[3]{98^{-2}} \cdot \sqrt{7^3}}{16^{-\frac{6}{5}} \cdot \sqrt[5]{14^2}} = \dfrac{2^{\frac{3}{4}} \cdot 7^{\frac{3}{4}} \cdot 2^{-\frac{2}{3}} \cdot 7^{-\frac{4}{3}} \cdot 7^{\frac{3}{2}}}{2^{-\frac{24}{5}} \cdot 2^{\frac{2}{5}} \cdot 7^{\frac{2}{5}}} = 2^{\frac{269}{60}} \cdot 7^{\frac{31}{60}}$

88. Página 47

a) $\dfrac{5}{\sqrt{7}} = \dfrac{5\sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \dfrac{5}{7}\sqrt{7}$

c) $\dfrac{-25}{\sqrt{2}} = -\dfrac{25}{2}\sqrt{2}$

b) $\dfrac{2}{\sqrt{17}} = \dfrac{2 \cdot \sqrt{17}}{\sqrt{17} \cdot \sqrt{17}} = \dfrac{2}{17}\sqrt{17}$

d) $\dfrac{-8}{\sqrt{5}} = \dfrac{-8}{5}\sqrt{5}$

89. Página 47

a) $\dfrac{-3}{7\sqrt{2}} = \dfrac{-3 \cdot \sqrt{2}}{7 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = -\dfrac{3}{14}\sqrt{2}$

c) $\dfrac{-15}{4\sqrt[5]{9}} = \dfrac{-15 \cdot \sqrt[5]{3^3}}{4 \cdot \sqrt[5]{3^2} \cdot \sqrt[5]{3^3}} = -\dfrac{5}{4}\sqrt[5]{3^3}$

b) $\dfrac{6}{2\sqrt[3]{3}} = \dfrac{6 \cdot \sqrt[3]{3^2}}{2 \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{3^2}} = \sqrt[3]{3^2}$

d) $\dfrac{5}{3\sqrt[7]{4}} = \dfrac{5 \cdot \sqrt[7]{2^5}}{3 \cdot \sqrt[7]{2^2} \cdot \sqrt[7]{2^5}} = \dfrac{5}{6}\sqrt[7]{2^5}$

90. Página 47

a) $\dfrac{6+\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\dfrac{(6+\sqrt{5})\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}=\dfrac{6\sqrt{2}+\sqrt{10}}{2}$

c) $\dfrac{4-\sqrt{6}}{\sqrt{5}}=\dfrac{(4-\sqrt{6})\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}=\dfrac{4\sqrt{5}-\sqrt{30}}{5}$

b) $\dfrac{-7+8\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{(-7+8\sqrt{2})\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\dfrac{-7\sqrt{3}+8\sqrt{6}}{3}$

d) $\dfrac{-2-\sqrt{7}}{\sqrt{13}}=\dfrac{(-2-\sqrt{7})\cdot\sqrt{13}}{\sqrt{13}\cdot\sqrt{13}}=\dfrac{-2\sqrt{13}-\sqrt{91}}{13}$

91. Página 47

a) $\dfrac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{5}}=\dfrac{2\cdot(\sqrt{2}+\sqrt{5})}{(\sqrt{2}-\sqrt{5})\cdot(\sqrt{2}+\sqrt{5})}=\dfrac{2\sqrt{2}+2\sqrt{5}}{2-5}=\dfrac{2\sqrt{2}+2\sqrt{5}}{-3}$

b) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{5}\cdot(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})\cdot(\sqrt{3}+\sqrt{2})}=\dfrac{\sqrt{15}+\sqrt{10}}{3-2}=\sqrt{15}+\sqrt{10}$

c) $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})\cdot(\sqrt{3}+\sqrt{2})}=\dfrac{3+2\sqrt{6}+2}{3-2}=5+2\sqrt{6}$

d) $\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}=\dfrac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})^2}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})\cdot(\sqrt{7}+\sqrt{5})}=\dfrac{7+2\sqrt{35}+5}{7-5}=6+\sqrt{35}$

92. Página 47

a) $\dfrac{3}{\sqrt{2}}+\sqrt{2}=\dfrac{3}{2}\sqrt{2}+\sqrt{2}=\dfrac{5}{2}\sqrt{2}$

b) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}-\sqrt{5}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\sqrt{5}-\sqrt{5}=\left(\dfrac{\sqrt{3}-3}{3}\right)\sqrt{5}$

c) $\dfrac{5\sqrt{3}}{\sqrt{15}}+4\sqrt{5}=\dfrac{5\sqrt{3}\sqrt{15}}{15}+4\sqrt{5}=\dfrac{15}{15}\sqrt{5}+4\sqrt{5}=5\sqrt{5}$

d) $\dfrac{-9}{5\sqrt{8}}-8\sqrt{2}=\dfrac{-9\sqrt{8}}{40}-8\sqrt{2}=\dfrac{-18}{40}\sqrt{2}-8\sqrt{2}=\dfrac{-9-160}{20}\sqrt{2}=\dfrac{-169}{20}\sqrt{2}$

93. Página 47

a) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}-\dfrac{3}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}-\dfrac{3\sqrt{5}}{5}=\dfrac{10\sqrt{3}-9\sqrt{5}}{15}$

c) $\dfrac{4}{\sqrt{7}}-\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}}=\dfrac{4\sqrt{7}}{7}-\dfrac{\sqrt{33}}{11}=\dfrac{44\sqrt{7}-7\sqrt{33}}{77}$

b) $\dfrac{-4}{\sqrt{6}}+\dfrac{5}{2\sqrt{2}}=\dfrac{-4\sqrt{6}}{6}+\dfrac{5\sqrt{2}}{4}=\dfrac{-8\sqrt{6}+15\sqrt{2}}{12}$

d) $\dfrac{-1}{3\sqrt{5}}+\dfrac{8}{\sqrt{3}}=\dfrac{-\sqrt{5}}{15}+\dfrac{8\sqrt{3}}{3}=\dfrac{-\sqrt{5}+40\sqrt{3}}{15}$

94. Página 47

a) $\dfrac{\sqrt{32}}{5}-\dfrac{3\sqrt{50}}{2}+\dfrac{5}{\sqrt{18}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{5}-\dfrac{15\sqrt{2}}{2}+\dfrac{5\sqrt{2}}{6}=\dfrac{24\sqrt{2}-225\sqrt{2}+25\sqrt{2}}{30}=-\dfrac{88\sqrt{2}}{15}$

b) $\dfrac{3\sqrt{8}+\sqrt{18}-2\sqrt{72}}{4\sqrt{8}+\sqrt{2}}=\dfrac{6\sqrt{2}+3\sqrt{2}-12\sqrt{2}}{8\sqrt{2}+\sqrt{2}}=\dfrac{-3\sqrt{2}}{9\sqrt{2}}=-\dfrac{1}{3}$

c) $\dfrac{-\sqrt{27}+\sqrt{48}+5\sqrt{75}}{2\sqrt{75}-\sqrt{3}}=\dfrac{-3\sqrt{3}+4\sqrt{3}+25\sqrt{3}}{10\sqrt{3}-\sqrt{3}}=\dfrac{26\sqrt{3}}{9\sqrt{3}}=\dfrac{26}{9}$

95. Página 47

a) $\dfrac{2}{3\sqrt{3}+4}+\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}=\dfrac{2\cdot(3\sqrt{3}-4)}{(3\sqrt{3}+4)\cdot(3\sqrt{3}-4)}+\dfrac{\sqrt{3}+2}{(\sqrt{3}-2)\cdot(\sqrt{3}+2)}=\dfrac{6\sqrt{3}-8}{27-16}+\dfrac{\sqrt{3}+2}{3-4}=\dfrac{-5\sqrt{3}-30}{11}$

b) $\dfrac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}-\dfrac{6}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}=\dfrac{2(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{-1}-\dfrac{6(\sqrt{3}+\sqrt{5})}{-2}=-2\sqrt{2}+2\sqrt{3}+3\sqrt{3}+3\sqrt{5}=-2\sqrt{2}+5\sqrt{3}+3\sqrt{5}$

c) $\dfrac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}+4\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{6}}=\dfrac{2\sqrt{5}\cdot(\sqrt{3}-4\sqrt{2})}{3-32}+\dfrac{\sqrt{2}\cdot(\sqrt{2}+\sqrt{6})}{2-6}=\dfrac{-4\sqrt{15}+16\sqrt{10}-29-29\sqrt{3}}{58}$

d) $\dfrac{-\sqrt{6}}{\sqrt{3}-\sqrt{11}}-\dfrac{5}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{-\sqrt{6}\cdot(\sqrt{3}+\sqrt{11})}{-8}-\dfrac{5(2-\sqrt{3})}{1}=\dfrac{\sqrt{18}+\sqrt{66}-80+40\sqrt{3}}{8}$

96. Página 47

a) $15\,000\,000\,000=1{,}5\cdot10^{10}\;\rightarrow$ Orden de magnitud: 10

b) $0{,}00000051=5{,}1\cdot10^{-7}\;\rightarrow$ Orden de magnitud: -7

c) $31\,940\,000=3{,}194\cdot10^{7}\;\rightarrow$ Orden de magnitud: 7

d) $0{,}0000000009=9\cdot10^{-10}\;\rightarrow$ orden de magnitud: -10

e) $4\,598\,000\,000=4{,}598\cdot10^{9}\;\rightarrow$ Orden de magnitud: 9

f) $0{,}0967254=9{,}67254\cdot10^{-2}\;\rightarrow$ Orden de magnitud: -2

g) $329\,000\,000=3{,}29\cdot10^{8}\;\rightarrow$ Orden de magnitud: 8

h) $111\,000=1{,}11\cdot10^{5}\;\rightarrow$ Orden de magnitud: 5

97. Página 47

Únicamente está escrito en notación científica el número del apartado e) $\rightarrow\;7{,}2\cdot10^{-2}$

99. Página 48

a) $1{,}32\cdot10^{4}+2{,}57\cdot10^{4}=3{,}89\cdot10^{4}$

b) $8{,}75\cdot10^{2}+9{,}46\cdot10^{3}=8{,}75\cdot10^{2}+94{,}6\cdot10^{2}=103{,}35\cdot10^{2}=1{,}0335\cdot10^{4}$

c) $3{,}62\cdot10^{4}+5{,}85\cdot10^{-3}=3{,}62\cdot10^{4}+0{,}000000585\cdot10^{4}=3{,}620000585\cdot10^{4}$

d) $2{,}3\cdot10^{2}+3{,}5\cdot10^{-1}+4{,}75\cdot10^{-2}=2{,}3\cdot10^{2}+0{,}0035\cdot10^{2}+0{,}000475\cdot10^{2}=2{,}303975\cdot10^{2}$

e) $3{,}46\cdot10^{-2}+5{,}9\cdot10^{4}+3{,}83\cdot10^{2}=0{,}00000346\cdot10^{4}+5{,}9\cdot10^{4}+0{,}0383\cdot10^{4}=5{,}93830346\cdot10^{4}$

100. Página 48

a) $9{,}5\cdot10^{4}-3{,}72\cdot10^{4}=5{,}78\cdot10^{4}$

b) $8{,}6\cdot10^{3}-5{,}45\cdot10^{2}=8{,}6\cdot10^{3}-0{,}545\cdot10^{3}=8{,}055\cdot10^{3}$

c) $7{,}9\cdot10^{-4}-1{,}3\cdot10^{-6}=7{,}9\cdot10^{-4}-0{,}013\cdot10^{-4}=7{,}887\cdot10^{-4}$

d) $4{,}6\cdot10^{6}+5{,}3\cdot10^{4}-3{,}9\cdot10^{2}=4{,}6\cdot10^{6}+0{,}053\cdot10^{6}-0{,}00039\cdot10^{6}=4{,}65261\cdot10^{6}$

e) $5\cdot10^{2}-3\cdot10^{-1}+7\cdot10^{-2}=5\cdot10^{2}-0{,}003\cdot10^{2}+0{,}0007\cdot10^{2}=4{,}9977\cdot10^{2}$

102. Página 48

a) $7,3 \cdot 10^4 \cdot 5,25 \cdot 10^{-3} = 38,325 \cdot 10 = 3,8325 \cdot 10^2$

c) $8,3 \cdot 10^6 : 5,37 \cdot 10^2 = 1,5456 \cdot 10^4$

b) $8,91 \cdot 10^{-5} \cdot 5,7 \cdot 10^{14} = 50,787 \cdot 10^9 = 5,0787 \cdot 10^{10}$

d) $9,5 \cdot 10^{-6} : 3,2 \cdot 10^3 = 2,9688 \cdot 10^{-9}$

103. Página 48

a) $\dfrac{6,147 \cdot 10^{-2} \cdot 4,6 \cdot 10^3}{7,9 \cdot 10^8 \cdot 6,57 \cdot 10^{-5}} = 0,5448 \cdot 10^{-2} = 5,448 \cdot 10^{-3}$

b) $\dfrac{3,92 \cdot 10^4 \cdot 5,86 \cdot 10^{-6}}{7 \cdot 10^{-8} \cdot 9,2 \cdot 10^{13}} = 0,3567 \cdot 10^{-7} = 3,567 \cdot 10^{-8}$

104. Página 48

a) $2,3 \cdot 10^3 \cdot (1,3 \cdot 10^{-4} - 2,4 \cdot 10^{-5}) = 2,3 \cdot 10^3 \cdot (1,3 \cdot 10^{-4} - 0,24 \cdot 10^{-4}) = 2,3 \cdot 10^3 \cdot 1,06 \cdot 10^{-4} = 2,438 \cdot 10^{-1}$

b) $3,2 \cdot 10^{-7} : (2,8 \cdot 10^3 - 3,5 \cdot 10^4) = 3,2 \cdot 10^{-7} : (0,28 \cdot 10^4 - 3,5 \cdot 10^4) = 3,2 \cdot 10^{-7} : (-3,22) \cdot 10^4 =$
$$= -0,9938 \cdot 10^{-11} = -9,938 \cdot 10^{-12}$$

c) $(2,3 \cdot 10^3)^2 \cdot (2,55 \cdot 10^{-8} - 3,21 \cdot 10^{-9}) = 5,29 \cdot 10^6 \cdot (2,55 \cdot 10^{-8} - 0,321 \cdot 10^{-8}) = 5,29 \cdot 10^6 \cdot 2,229 \cdot 10^{-8} =$
$$= 11,7914 \cdot 10^{-2} = 1,17914 \cdot 10^{-1}$$

d) $(1,7 \cdot 10^6 - 1,3 \cdot 10^5) : (6,5 \cdot 10^5 - 1,6 \cdot 10^6) = (1,7 \cdot 10^6 - 0,13 \cdot 10^6) : (0,65 \cdot 10^6 - 1,6 \cdot 10^6) =$
$$= 1,57 \cdot 10^6 : (-0,95) \cdot 10^6 = -1,6526$$

105. Página 48

Llamando l a la longitud de la arista del cubo:

$V_{\text{Cubo}} = l^3 = 6 \text{ m}^3 \rightarrow l = \sqrt[3]{6} \text{ m}$

106. Página 48

Llamando l a la longitud de la arista del cubo:

$V_{\text{Cubo}} = l^3 = 9 \text{ cm}^3 \rightarrow l = \sqrt[3]{9} \text{ cm}$

$A_{\text{Cara}} = (\sqrt[3]{9})^2 = \sqrt[3]{81} = 3\sqrt[3]{3} = 3^{\frac{4}{3}} \text{ m}^2$

107. Página 48

Llamando l a la longitud de la arista del cubo:

$V_{\text{Cubo}} = l^3 = 20 \text{ cm}^3 \rightarrow l = \sqrt[3]{20} \text{ cm}$

Como un cubo tiene un total de 12 aristas, la suma de todas ellas es de $12\sqrt[3]{20}$ cm.

108. Página 48

Llamando l a la longitud de la arista del cubo:

$V_{\text{Cubo}} = l^3 = 20 \text{ cm}^3 \rightarrow l = \sqrt[3]{20} \text{ cm}$

Como un cubo tiene 4 caras laterales, $A_{\text{Lateral}} = 4\sqrt[3]{20^2} = 8\sqrt[3]{50} \text{ cm}^2$.

109. **Página 48**

a) $120\,\text{Gb} \cdot \dfrac{2^{10}\,\text{Mb}}{1\,\text{Gb}} \cdot \dfrac{2^{10}\,\text{Kb}}{1\,\text{Mb}} \cdot \dfrac{2^{10}\,\text{bytes}}{1\,\text{Kb}} = 120 \cdot 2^{30}\,\text{bytes} = 1{,}2885 \cdot 10^{11}\,\text{bytes}$

$120 \cdot 2^{30}\,\text{bytes} \cdot \dfrac{2^{3}\,\text{bits}}{1\,\text{byte}} = 120 \cdot 2^{33}\,\text{bits} = 1{,}0308 \cdot 10^{12}\,\text{bits}$

b) $512\,\text{Mb} \cdot \dfrac{2^{10}\,\text{Kb}}{1\,\text{Mb}} \cdot \dfrac{2^{10}\,\text{bytes}}{1\,\text{Kb}} = 512 \cdot 2^{20}\,\text{byte} = 5{,}3687 \cdot 10^{8}\,\text{bytes}$

$512 \cdot 2^{20}\,\text{byte} \cdot \dfrac{2^{3}\,\text{bits}}{1\,\text{byte}} = 512 \cdot 2^{23}\,\text{bits} = 4{,}2949 \cdot 10^{9}\,\text{bits}$

c) $1{,}44\,\text{Mb} \cdot \dfrac{2^{10}\,\text{Kb}}{1\,\text{Mb}} \cdot \dfrac{2^{10}\,\text{bytes}}{1\,\text{Kb}} = 1{,}44 \cdot 2^{20}\,\text{byte} = 1{,}5099 \cdot 10^{6}\,\text{bytes}$

$1{,}44 \cdot 2^{20}\,\text{byte} \cdot \dfrac{2^{3}\,\text{bits}}{1\,\text{byte}} = 1{,}44 \cdot 2^{23}\,\text{bits} = 1{,}2079 \cdot 10^{7}\,\text{bits}$

d) $650\,\text{Mb} \cdot \dfrac{2^{10}\,\text{Kb}}{1\,\text{Mb}} \cdot \dfrac{2^{10}\,\text{bytes}}{1\,\text{Kb}} = 650 \cdot 2^{20}\,\text{byte} = 6{,}8157 \cdot 10^{8}\,\text{bytes}$

$650 \cdot 2^{20}\,\text{byte} \cdot \dfrac{2^{3}\,\text{bits}}{1\,\text{byte}} = 650 \cdot 2^{23}\,\text{bits} = 5{,}4526 \cdot 10^{9}\,\text{bits}$

110. **Página 48**

Masa del Sol $= 6 \cdot 10^{24} \cdot 3{,}3 \cdot 10^{6} = 19{,}8 \cdot 10^{30} = 1{,}98 \cdot 10^{31}$ **kg.**

Masa de Plutón $= 1{,}98 \cdot 10^{31} \cdot 6{,}6 \cdot 10^{-9} = 13{,}098 \cdot 10^{22} = 1{,}3098 \cdot 10^{23}$ **kg.**

111. **Página 49**

a) $\log_{2} 64 = 6$ porque $2^{6} = 64$

b) $\log_{3} 9 = 2$ porque $3^{2} = 9$

c) $\ln e^{7} = 7$

d) $\log_{25} 125 = \dfrac{3}{2}$ porque $25^{\frac{3}{2}} = 125$

e) $\log_{16} 4 = \dfrac{1}{2}$ porque $16^{\frac{1}{2}} = 4$

f) $\log_{100} 10 = \dfrac{1}{2}$ porque $100^{\frac{1}{2}} = 10$

113. **Página 49**

$C_f = C_i \cdot \left(1 + \dfrac{r}{100}\right)^{t} \to 14\,071 = 10\,000\left(1 + \dfrac{5}{100}\right)^{t} \to \log 1{,}4071 = \log\left(1 + \dfrac{5}{100}\right)^{t} \to t = \dfrac{\log 1{,}4071}{\log 1{,}05} = 7$

114. **Página 49**

$C_f = 8\,000 \cdot \left(1 + \dfrac{2}{100}\right)^{t} \to \log\left(\dfrac{C_f}{8\,000}\right) = t \cdot \log(1{,}02) \to t = \dfrac{\log\left(\dfrac{C_f}{8\,000}\right)}{\log(1{,}02)}$

a) $t = \dfrac{\log\left(\dfrac{8\,323{,}20}{8\,000}\right)}{\log(1{,}02)} = 2$ **años.**

b) $t = \dfrac{\log\left(\dfrac{8\,832{,}65}{8\,000}\right)}{\log(1{,}02)} = 5$ **años.**

c) $t = \dfrac{\log\left(\dfrac{9\,009{,}30}{8\,000}\right)}{\log(1{,}02)} = 6$ **años.**

d) $t = \dfrac{\log\left(\dfrac{8\,489{,}66}{8\,000}\right)}{\log(1{,}02)} = 3$ **años.**

115. Página 49

a) $\log_2 0{,}125 = \log_2 \dfrac{125}{1000} = \log_2 \dfrac{5^3}{2^3 \cdot 5^3} = \log_2 2^{-3} = -3$

b) $\log_2 0{,}25 = \log_2 \dfrac{25}{100} = \log_2 \dfrac{5^2}{2^2 \cdot 5^2} = \log_2 2^{-2} = -2$

c) $\log_5 0{,}2 = \log_5 \dfrac{2}{10} = \log_5 5^{-1} = -1$

d) $\log_5 0{,}008 = \log_5 \dfrac{8}{1000} = \log_5 \dfrac{2^3}{2^3 \cdot 5^3} = \log_5 5^{-3} = -3$

116. Página 49

a) $\log_x 125 = 3 \rightarrow x^3 = 125 \rightarrow x^3 = 5^3 \rightarrow x = 5$

b) $\log_2 x = 1 \rightarrow 2^1 = x \rightarrow x = 2$

c) $\log_x 100 = 2 \rightarrow x^2 = 100 \rightarrow x^2 = 10^2 \rightarrow x = 10$

d) $\log_3 x = -2 \rightarrow 3^{-2} = x \rightarrow x = \dfrac{1}{3^2}$

e) $\log_x 81 = 3 \rightarrow x^3 = 81 \rightarrow x^3 = 3^4 \rightarrow x = 3^{\frac{4}{3}}$

f) $\log_3 (x+2) = 4 \rightarrow 3^4 = x + 2 \rightarrow 81 = x + 2 \rightarrow x = 79$

117. Página 49

a) $\log_{15} 9 + \log_{15} 25 = \log_{15} 225 = \log_{15} 15^2 = 2$

b) $\log_6 108 - \log_6 3 = \log_6 36 = \log_6 6^2 = 2$

c) $3\log_4 2 + \log_4 2 = \log_4 2^3 + \log_4 2 = \log_4 2^4 = \log_4 4^2 = 2$

d) $\log 5 + 2\log 5 + \log 8 = \log\left(5^3 \cdot 2^3\right) = \log 10^3 = 3$

e) $\log_2 18 + 2\log_2 3 - \log_2 81 = \log_2\left(\dfrac{2 \cdot 3^2 \cdot 3^2}{3^4}\right) = \log_2 2 = 1$

f) $2 - \log_3 27 + 3\log_5 1 = 2 - 3 + 0 = -1$

118. Página 49

$\log 0{,}7 = -0{,}1549 \rightarrow \log \dfrac{7}{10} = -0{,}1549 \rightarrow \log 7 - \log 10 = -0{,}1549 \rightarrow \log 7 = 1 - 0{,}1549 \rightarrow \log 7 = 0{,}8451$

119. Página 49

a) $\log_3 8 \cdot \log_2 3 = \dfrac{\log_2 8}{\log_2 3} \cdot \log_2 3 = \log_2 2^3 = 3$

c) $\log 8 \cdot \log_2 100 = \dfrac{\log_2 2^3}{\log_2 10} \cdot 2\log_2 10 = 3 \cdot 2 = 6$

b) $\log_3 5 \cdot \log_5 27 = \log_3 5 \cdot \dfrac{\log_3 27}{\log_3 5} = \log_3 3^3 = 3$

d) $\log_4 81 \cdot \log_3 16 = 4\log_4 3 \cdot \dfrac{\log_4 4^2}{\log_4 3} = 4 \cdot 2 = 8$

DEBES SABER HACER

1. Página 49

a) $(-5)^{-2} \cdot \dfrac{15^{-2}}{5} = 5^{-2} \cdot \dfrac{5^{-2} \cdot 3^{-2}}{5} = 3^{-2} \cdot 5^{-5}$

b) $-\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{-2} : \left(\dfrac{2^2}{3}\right)^{-1} = -\dfrac{1}{2^{-2}} : \dfrac{2^{-2}}{3^{-1}} = \dfrac{3^{-1}}{2^{-4}} = \dfrac{2^4}{3}$

2. Página 49

a) $\sqrt{27} - 2(2\sqrt{12} + \sqrt{75}) = 3\sqrt{3} - 8\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = -15\sqrt{3}$

b) $(\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{15})^{\frac{1}{2}} = \left(3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(3^{\frac{5}{6}} \cdot 5^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{5}{12}} \cdot 5^{\frac{1}{6}} = \sqrt[12]{3^5 \cdot 5^2}$

3. Página 49

a) $\dfrac{2}{\sqrt[7]{5^2}} = \dfrac{2\sqrt[7]{5^5}}{\sqrt[7]{5^2}\sqrt[7]{5^5}} = \dfrac{2}{5}\sqrt[7]{5^5}$

b) $\dfrac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-2\sqrt{2}} = \dfrac{(1+\sqrt{2})(\sqrt{3}+2\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-2\sqrt{2})(\sqrt{3}+2\sqrt{2})} = \dfrac{\sqrt{3}+2\sqrt{2}+\sqrt{6}+4}{3-8} = -\dfrac{\sqrt{3}+2\sqrt{2}+\sqrt{6}+4}{5}$

4. Página 49

a) $1{,}272 \cdot 10^5 + 3{,}47 \cdot 10^6 - 5 \cdot 10^4 = 12{,}72 \cdot 10^4 + 347 \cdot 10^4 - 5 \cdot 10^4 = 354{,}72 \cdot 10^4 = 3{,}5472 \cdot 10^6$

b) $\dfrac{5{,}125 \cdot 10^{-1}}{2 \cdot 10^4} \cdot 3{,}2 \cdot 10^5 = 8{,}2 \cdot 10^0 = 8{,}2$

5. Página 49

a) $\log_x 36 = 2 \rightarrow x^2 = 6^2 \rightarrow x = 6$

b) $\log_5 x = -3 \rightarrow 5^{-3} = x \rightarrow x = \dfrac{1}{125}$

c) $\log_4 32 = x \rightarrow 4^x = 32 \rightarrow 4^x = 4^{\frac{5}{2}} \rightarrow x = \dfrac{5}{2}$

COMPETENCIA MATEMÁTICA. En la vida cotidiana

120. Página 50

a) Un terremoto de escala 7 es 10^7 mayor que un terremoto de escala 1. Por tanto, si hace dos años se produjo un terremoto de escala 3 (10^3 mayor a un terremoto de escala 1), el de esta madrugada fue $10^7 : 10^3 = 10^4$ veces mayor que el anterior.

b) Tendrá 2 réplicas hasta llegar a ser un terremoto menor, de escala 3, ya que $10^7 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-2} = 10^3$.

c) El volumen de un camión es $2{,}5 \cdot 3 \cdot 15 = 112{,}5$ m^3.

Por otro lado, si una tonelada de TNT ocupa $0{,}6$ m^3, entonces $1{,}5 \cdot 10^{43}$ toneladas de TNT ocupan $1{,}5 \cdot 10^{43} \cdot 0{,}6 = 9 \cdot 10^{42}$ m^3.

Por tanto: $\dfrac{9 \cdot 10^{42}}{112{,}5} = 8 \cdot 10^{40}$ camiones son necesarios para cargar toda la dinamita.

FORMAS DE PENSAR. Razonamiento matemático

121. **Página 50**

a) $2^{-30} = 0{,}000000000931322 = 9{,}31322 \cdot 10^{-10}$

b) $5^{-10} = 0{,}0000001024 = 1{,}024 \cdot 10^{-7}$

c) $3^{-20} = 2{,}867972 \cdot 10^{-10}$

d) $7^{-15} = 2{,}106344 \cdot 10^{-13}$

122. **Página 50**

a) $\sqrt{a} < a$, cuando $a > 1$.

b) $\sqrt{a} > a$, cuando $0 < a < 1$.

123. **Página 50**

a) $\dfrac{1}{1+\sqrt[3]{a}} = \dfrac{1-\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{a^2}}{(1+\sqrt[3]{a})\cdot(1-\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{a^2})} = \dfrac{1-\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{a^2}}{1-\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{a^3}} = \dfrac{1-\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{a^2}}{1+a}$

b) $\dfrac{1}{1-\sqrt[3]{a}} = \dfrac{1+\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{a^2}}{(1-\sqrt[3]{a})\cdot(1+\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{a^2})} = \dfrac{1+\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{a^2}}{1+\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{a^3}} = \dfrac{1+\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{a^2}}{1-a}$

124. **Página 50**

$\dfrac{1}{\sqrt[2^n]{a}-\sqrt[2^n]{b}} = \dfrac{(\sqrt[2^n]{a}+\sqrt[2^n]{b})}{(\sqrt[2^n]{a}-\sqrt[2^n]{b})\cdot(\sqrt[2^n]{a}+\sqrt[2^n]{b})} = \dfrac{(\sqrt[2^n]{a}+\sqrt[2^n]{b})}{\sqrt[2^{n-2}]{a}-\sqrt[2^{n-2}]{b}}$

Volvemos a racionalizar *n* veces, hasta que eliminemos totalmente todas las raíces del denominador:

$\dfrac{1}{\sqrt[2^n]{a}-\sqrt[2^n]{b}} = \dfrac{(\sqrt[2^n]{a}+\sqrt[2^n]{b})}{\sqrt[2^{n-2}]{a}-\sqrt[2^{n-2}]{b}} = \dfrac{(\sqrt[2^n]{a}+\sqrt[2^n]{b})\cdot(\sqrt[2^{n-2}]{a}+\sqrt[2^{n-2}]{b})}{\sqrt[2^{n-4}]{a}-\sqrt[2^{n-4}]{b}} = \dfrac{(\sqrt[2^n]{a}+\sqrt[2^n]{b})\cdot(\sqrt[2^{n-2}]{a}+\sqrt[2^{n-2}]{b})\cdot\ldots\cdot(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$

125. **Página 50**

a) $0{,}8^x = 0{,}512 \rightarrow \left(\dfrac{8}{10}\right)^x = \left(\dfrac{512}{10^3}\right) \rightarrow \left(\dfrac{2^3}{2\cdot5}\right)^x = \left(\dfrac{2^9}{2^3\cdot5^3}\right) \rightarrow \left(\dfrac{2^3}{2\cdot5}\right)^x = \left(\dfrac{2^3}{2\cdot5}\right)^3 \rightarrow x = 3$

b) $x^{0{,}25} = 2 \rightarrow x = 2^{\frac{1}{0{,}25}} = 2^4 = 16$

c) $0{,}36^{\frac{1}{x}} = 0{,}046656 \rightarrow \left(\dfrac{36}{10^2}\right)^{\frac{1}{x}} = \left(\dfrac{46656}{10^6}\right) \rightarrow \left(\dfrac{2^2\cdot3^2}{2^2\cdot5^2}\right)^{\frac{1}{x}} = \left(\dfrac{2^6\cdot3^6}{2^6\cdot5^6}\right) \rightarrow \left(\dfrac{2^2\cdot3^2}{2^2\cdot5^2}\right)^{\frac{1}{x}} = \left(\dfrac{2^2\cdot3^2}{2^2\cdot5^2}\right)^3 \rightarrow x = \dfrac{1}{3}$

d) $0{,}03125^x = 32 \rightarrow \left(\dfrac{3125}{10^5}\right)^x = 2^5 \rightarrow \left(\dfrac{5^5}{2^5\cdot5^5}\right)^x = 2^5 \rightarrow (2^{-5})^x = 2^5 \rightarrow x = -1$

e) $x^{\frac{1}{3}} = 20 \rightarrow x = 20^3 = 8\,000$

f) $x^{\frac{1}{4}} = 3 \rightarrow x = 3^4 = 81$

126. Página 50

a) Por el teorema de Pitágoras:

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{16^2 + 16^2} = \sqrt{512} = \sqrt{2^9} = 16\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$BM = BG = \frac{1}{2}AB = 8 \;\rightarrow\; MG = \sqrt{BG^2 + BM^2} = \sqrt{8^2 + 8^2} = \sqrt{2^7} = 8\sqrt{2} \text{ cm}$$

b) $DE = \frac{1}{2}AC = \frac{16}{2}\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$ cm $\qquad\qquad HE = \frac{1}{2}DE = 4\sqrt{2}$ cm

$HD = HE + DE = 4\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$ cm

c) $GH = HE = 4\sqrt{2}$ cm $\qquad\qquad FH = \sqrt{EH^2 + EF^2} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ cm

d) Triángulo *CED* $\rightarrow\; A = \dfrac{CE \cdot ED}{2} = \dfrac{8\sqrt{2} \cdot 8\sqrt{2}}{2} = 64$ cm²

Triángulo *DEA* $\rightarrow A = \dfrac{DE \cdot EA}{2} = \dfrac{8\sqrt{2} \cdot 8\sqrt{2}}{2} = 64$ cm²

Triángulo *CIG* $\rightarrow A = \dfrac{CI \cdot IG}{2} = \dfrac{4\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2}}{2} = 16$ cm²

Triángulo *HEF* $\rightarrow A = \dfrac{HE \cdot EF}{2} = \dfrac{4\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2}}{2} = 16$ cm²

Triángulo *GBM* $\rightarrow\; A = \dfrac{GB \cdot BM}{2} = \dfrac{8 \cdot 8}{2} = 32$ cm²

Cuadrado *HEIG* $\rightarrow\; A = EH \cdot HG = 4\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2} = 32$ cm²

Romboide *HFAM* $\rightarrow A = AM \cdot \dfrac{BG}{2} = 8 \cdot 4 = 32$ cm²

e) Todas las figuras tienen lados expresados por radicales.

f) No hay ninguna figura cuya área venga expresada por un radical de índice 2.

PRUEBAS PISA

a) $C = C_0 \cdot 2{,}72^{-0{,}12094 \cdot 5{,}73} = 0{,}5 \cdot C_0$

b) $C = \dfrac{1}{4}C_0 \;\rightarrow\; \dfrac{1}{4} = 2{,}72^{-0{,}12094 \cdot t} \;\rightarrow\; -\log 4 = -0{,}12094 \cdot t \cdot \log 2{,}72 \rightarrow t = 11{,}45542$ años.

c) $C = \dfrac{1}{3}C_0 \;\rightarrow\; \dfrac{1}{3} = 2{,}72^{-0{,}12094 \cdot t} \;\rightarrow\; -\log 3 = -0{,}12094 \cdot t \cdot \log 2{,}72 \rightarrow t = 9{,}078208$ años.