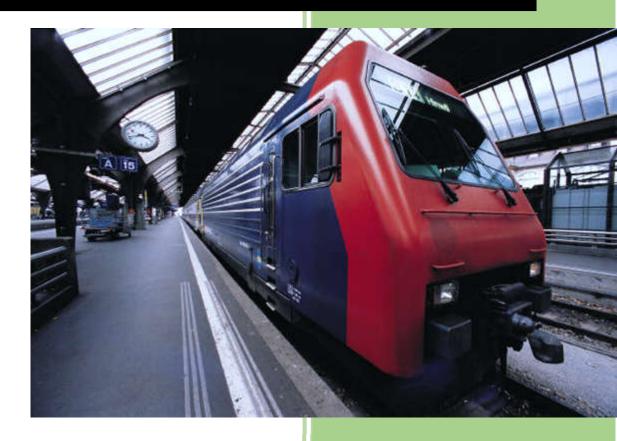
# Tema 1

# EL MOVIMIENTO



- 1.- El Movimiento y su descripción.
- 2.- Velocidad.
- 3.- Aceleración.
- 4.- Clasificación de Movimientos.
- 5.- MRU
- 6.- MRUA
  - 6.1.- Caída libre
- 7.- Movimientos Circulares
  - 7.1.- Magnitudes angulares  $\varphi$ ,  $\omega$  y  $\propto$ .
  - 7.2.- MCU
  - 7.3.- MCUA
- 8.- Composición de Movimientos.
- 9.- Resolución de Ejercicios y Problemas.

Temario Física y Química 4º ESO

© Raúl González Medina

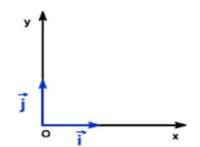
Tema 1



# 1.1.- El Movimiento y su descripción

Se dice que un cuerpo se mueve cuando cambia su posición respecto de la de otros, supuestos fijos, o que se toman como referencia. El movimiento es, por tanto, cambio del vector posición de un punto respecto a un **sistema de referencia** que se considera fijo con el tiempo.

Entendemos por sistema de referencia, al punto respecto del cual vamos a estudiar el movimiento. En nuestro caso utilizaremos como sistema de referencia el punto O, punto de corte de los ejes de coordenadas cartesianos X e Y representados por los vectores  $\hat{i} = (1,0)$  y  $\hat{j} = (0,1)$ 



El estado de reposo o de movimiento de un cuerpo no es, por tanto, *absoluto* o independiente de la situación del observador, sino *relativo*, es decir, *depende del sistema de referencia* desde el que se observe.

La idea de movimiento se asocia a la necesidad de un sistema de referencia que, como norma general, se concreta con una terna de ejes coordenados cartesianos cuyo origen no está sometido a aceleración alguna (es un punto fijo o posee movimiento rectilíneo y uniforme). Estos tipos de sistemas de referencia se denominan inerciales.

#### 1.1.1.- Trayectoria

Es la línea formada por las sucesivas posiciones ocupadas por un móvil a lo largo del tiempo. Es una magnitud escalar, normalmente medida en metros (S.I.) o en kilómetros. Para calcularla normalmente se despeja el tiempo de las ecuaciones paramétricas del movimiento.



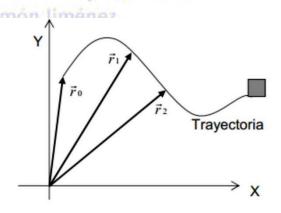
## 1.1.2.- Vector de Posición

Indica la posición de una partícula o cuerpo respecto al sistema de referencia. En coordenadas cartesianas rectangulares, sus componentes X, e Y pueden ser estudiadas por separado.

Generalmente se designa por el vector  $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$  que va desde el origen del sistema de coordenadas O, hasta el punto (lugar) donde se encuentra la partícula.

Se dice que una partícula se mueve respecto a un sistema de coordenadas, cuando su vector de posición cambia a medida que transcurre el tiempo.

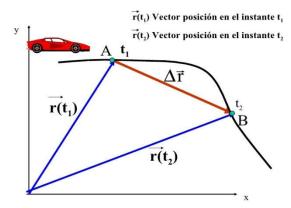
En el sistema internacional (SI), el vector de posición se expresa en [m].



© Raúl González Medina 2016 El Movimiento



#### 1.1.3.- Vector desplazamiento



Si una partícula se mueve desde un punto a otro, el vector desplazamiento, representado por  $\Delta \vec{r}$ , se define como el vector que va desde la posición inicial a la final, es decir:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j}$$

En general el desplazamiento no coincide con la trayectoria que sigue la partícula.

En el sistema Internacional, el desplazamiento se expresa en [m].

#### 1.1.4.- Ecuación del Movimiento

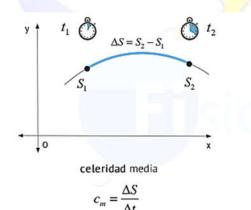
Un movimiento queda definido cuando se conoce su ecuación; es decir una expresión matemática que permita **determinar** en cada instante **la posición del móvil**. La expresión  $\vec{r} = \vec{r}(t)$  es característica de cada movimiento y recibe el nombre de **ecuación del movimiento**.

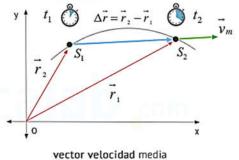
### 1.2.- Velocidad

La velocidad  $\vec{v}$  es una magnitud vectorial que nos indica como varía la posición del móvil con respecto al tiempo. En el sistema internacional, la velocidad se expresa en [m/s].

#### 1.2.1.- Vector Velocidad media

Supongamos que en cierto instante  $t_1$ , una partícula se encuentra en la posición definida por el vector de posición  $\vec{r_1}$  y luego en el instante  $t_2$  se encuentra en la posición definida por  $\vec{r_2}$ . El intervalo de tiempo que ha transcurrido es  $\Delta t = t_2 - t_1$  y el desplazamiento que ha efectuado la partícula es  $\Delta \vec{r} = \vec{r_2} - \vec{r_1}$ .





$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Se denomina velocidad media a:

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

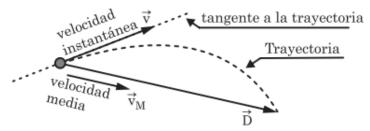
Que es un vector dirigido en la dirección del vector desplazamiento,  $\Delta \vec{r}$ , y cuyo módulo no tiene que coincidir con el cociente escalar  $v_{\scriptscriptstyle m} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$ , conocido como **celeridad media**.

© Raúl González Medina 2016 El Movimiento [\_2



#### 1.2.2.- Velocidad instantánea

En general, la velocidad con la que se mueve un móvil varía de un instante a otro. El valor que toma la velocidad en un instante dado recibe el nombre de **velocidad instantánea**, y es la velocidad que lleva un móvil en un instante determinado o en un punto de la trayectoria.



La dirección del vector  $\vec{v}$  es la tangente a la trayectoria en el punto donde se encuentra el móvil en ese instante y el módulo se denomina **celeridad** 

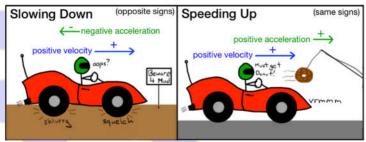
$$v = \left\| \vec{v} \right\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

#### 1.3.- Aceleración

La aceleración también es la magnitud vectorial que nos indica cómo cambia la velocidad (el vector

velocidad) respecto del tiempo en un movimiento. En el S.I. se mide en  $[m/s^2]$ .

La aceleración es un vector que tiene la misma dirección que la velocidad, aunque su sentido puede ser el mismo o el contrario según el movimiento sea acelerado o retardado.



Dependiendo de cómo sean los cambios en el vector velocidad definiremos dos aceleraciones: la aceleración tangencial y la aceleración normal.

Aceleración Tangencial es la variación que experimenta el módulo de la velocidad en el tiempo, y su módulo viene dado por:

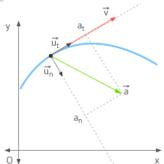
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_o}{t_f - t_o}$$

Observa que la aceleración tan<mark>gencial n</mark>o es el cociente entre la velocidad y el tiempo, sino entre lo que varía la velocidad y el tiempo. Por tanto, la aceleración será mayor cuanto más rápido sea dicho cambio.

**Aceleración Normal** es el cambio que experimenta la dirección de la velocidad en el tiempo. Su módulo se calcula mediante:

$$\lim_{n \to \infty} a_n = \frac{v^2}{r} \text{ uan Ramon Jimenez}$$

La denominamos normal porque es un vector perpendicular (normal) a la trayectoria, dirigido hacia el centro de curvatura.



#### Significado físico de las aceleraciones tangencial y normal:

- La aceleración tangencial surge como consecuencia de la variación del módulo del vector velocidad.
- La aceleración normal se debe a la variación del vector velocidad.
- Se deduce, como consecuencia, que los movimientos uniformes carecen de aceleración tangencial
  y los movimientos rectilíneos no poseen aceleración normal.



#### 1.4.- Clasificación de los movimientos

Según sea la trayectoria que describa un móvil, el movimiento de éste puede ser: rectilíneo ó circular. Y según sea su aceleración puede ser: uniforme, uniformemente acelerado.

Movimiento	Ac. Normal	Ac. Tangencial
Rectilíneo y uniforme	0	0
Rectilíneo uniformemente variado	0	Constante
Circular y uniforme	Constante	0
Circular uniformemente variado	Variable	Constante

# 1.5.- Movimiento Rectilíneo y Uniforme (MRU)

El movimiento rectilíneo y uniforme es aquel en el que la velocidad no cambia y además el movimiento se produce en línea recta.

Cuando el vector velocidad se mantiene constante, es decir, que no varía ni su módulo, ni su dirección ni su sentido, el móvil recorre espacios iguales en tiempos iguales por lo que su velocidad media coincide con su velocidad instantánea en cualquiera de los puntos de su trayectoria que como hemos dicho es una línea recta.

Al no variar la dirección ni el sentido, se suelen utilizar indistintamente los términos rapidez o velocidad, porque la distancia recorrida y el desplazamiento coinciden.

Si recordamos la velocidad media: 
$$v_m = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$
 de donde  $\Delta x = x_2 - x_1 = v \cdot \Delta t$ 

Esta expresión nos permite calcular el desplazamiento (o la distancia recorrida) en un intervalo de tiempo cualquiera. Si despejamos  $x_2$ , que es la posición final, tenemos:

$$x_2 = x_1 + v \cdot \Delta t \rightarrow x_f = x_0 + v \cdot \Delta t$$

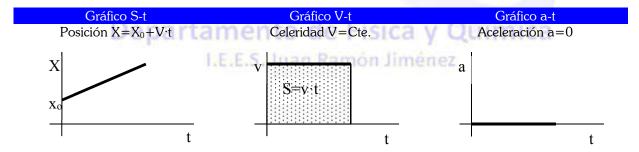
Si hacemos coincidir el origen de tiempos con el instante en que se inicia el movimiento, podemos escribir la expresión anterior de la forma:

$$x_f = x_0 + v \cdot t$$

Donde t es el tiempo empleado en pasar de la posición inicial xo a la final xf.

A esta expresión se la conoce como ecuación del movimiento del MRU y nos permite calcular la posición del móvil  $x_f$  en cualquier instante, conocidos la posición inicial  $x_o$ , la velocidad y el tiempo transcurrido t.

Los gráficos representativos de este movimiento son:



#### **Actividades:**

- 1. La ecuación de un movimiento es *x*=-5+2·*t*. Indica cuáles son la posición inicial y la rapidez. Representa el diagrama espacio-tiempo y determina en él la posición del móvil a los 15 segundos.
- 2. Un móvil con MRU lleva una velocidad de 90 km/h ¿en qué lugar estará transcurridos 25 minutos si la posición inicial era de 3 km?, ¿qué espacio habrá recorrido en ese tiempo? Deduce la ecuación de su movimiento.

© Raúl González Medina 2016 El Movimiento I-4.



# 1.6.- Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (MRUA)

Este tipo de Movimiento se caracteriza por:

- Seguir una trayectoria rectilínea, con lo que la distancia recorrida y el desplazamiento coinciden, y el vector velocidad lleva siempre la dirección de la trayectoria.
- Tener la aceleración tangencial constante, lo que significa que varía uniformemente con el tiempo.

#### 1.6.1.- Ecuación de la velocidad

De la propia definición de aceleración podemos deducir la ecuación de la velocidad. Si en la expresión:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_o}{t_f - t_o}$$

Hacemos  $t_0=0$  y despejamos  $v_f$  llegamos a:

$$v_f = v_o + a \cdot t$$

Expresión que nos ofrece el valor de la velocidad del móvil,  $v_t$ , en función del tiempo transcurrido, t, desde que se inició el movimiento conocidos la velocidad inicial,  $v_o$ , y la aceleración del movimiento, a.

#### 1.6.2.- Ecuación de la posición

La ecuación general de cualquier movimiento es aquella que nos da la posición del móvil en función del tiempo. Vamos a deducir dicha ecuación:

De la expresión de la velocidad media despejamos  $x_f$ :  $v_m = \frac{x_f - x_o}{t} \rightarrow x_f = x_o + v_m \cdot t$ 

$$v_m = \frac{x_f - x_o}{t}$$
  $\rightarrow$   $x_f = x_o + v_m \cdot t$ 

Como la velocidad varia de forma uniforme, podemos calcular la velocidad media haciendo la semisuma de la inicial y la final:

$$v_m = \frac{v_o + v_f}{2}$$
  $\longrightarrow$   $v_m = \frac{v_o + v_o + a \cdot t}{2} = v_o + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t$ 

Si sustituimos el valor de v<sub>m</sub> en la ecuación de la posición, tenemos:

$$x_f = x_o + v_m \cdot t = x_o + \left(v_o + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t\right) \cdot t = x_o + v_o \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2$$

En resumen, las ecuaciones que rigen el m.r.u.a. son dos; la de la velocidad y la de la posición:

$$v_f = v_o + a \cdot t \qquad \qquad x_f = x_o + v_o \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Despejando t en la primera:  $v_f = v_o + a \cdot t$   $\rightarrow$   $t = \frac{v_f - v_o}{a}$ 

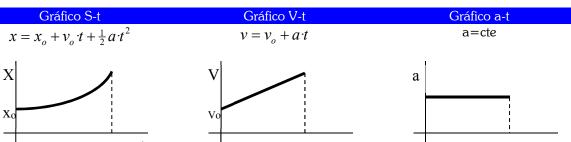
 $\text{y sustituyendo en la segunda:} \qquad x_f = x_o + v_o \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \qquad \rightarrow \qquad x_f = x_o + v_o \left( \frac{v_f - v_o}{a} \right) + \frac{1}{2} \cdot a \left( \frac{v_f - v_o}{a} \right)^2$ 

llegamos a: 
$$x_f = x_o + \frac{v_o \cdot v_f}{a} - \frac{v_o^2}{a} + \frac{1}{2} \cdot a \left( \frac{v_f^2 + v_o^2 - 2v_o \cdot v_f}{a^2} \right) = x_o + \frac{v_o \cdot v_f}{a} - \frac{v_o^2}{a} + \frac{v_f^2}{2a} + \frac{v_o^2}{2a} - \frac{v_o \cdot v_f}{a} = x_o + \frac{v_f^2}{2a} - \frac{v_o^2}{2a} - \frac{v_o^2}{2a} + \frac{v_o^2}{2a} - \frac{v_o \cdot v_f}{a} = x_o + \frac{v_o^2}{2a} - \frac{$$

de donde:  $v_f^2 - v_o^2 = 2 \cdot a(x_f - x_o)$  que es la ecuación independiente del tiempo.

© Raúl González Medina 2016 El Movimiento **I-5** 





<u>Ejemplo 1:</u> Un coche parte del reposo y acelera uniformemente durante 250 m de recorrido para alcanzar una velocidad de 20 m/s. A partir de ese instante mantiene esa velocidad una distancia de 1500 m, para detenerse a continuación con una deceleración de 4 m/s². Calcular el tiempo invertido en todo el recorrido.

En la primera fase del movimiento se trata de un M.R.U.A.  $v = v_o + a \cdot t$  y  $s = s_o + v_o \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ 

De aquí sustituyendo los valores que nos dan obtenemos: 0 = 0 + at;  $250 = 0 + 0 + \frac{1}{2}at^2$ 

Resolviendo este sistema obtenemos  $t_1 = 25s$ .

En la segunda fase del movimiento es M.R.U.  $s = s_o + v \cdot t$ 

De aquí:  $1500 = 0 + 20 \cdot t$ , de donde  $t_2 = 75s$ 

En la tercera fase del movimiento tenemos un M.R.U.A. con aceleración negativa  $v = v_0 - at$ 

De donde  $t_3 = 5s$ 

El tiempo total del recorrido es: t=25s+75s+5s = 100 s

#### **Actividades:**

- 3. Un coche pasa de 0 a 100 km/h en 12 segundos, ¿cuál será su aceleración? ¿qué distancia habrá recorrido?
- 4. Dos móviles A y B, separados por una distancia de 2 km. Salen simultáneamente en la misma dirección y sentido, ambos con M.R.U.A. siendo la aceleración del más lento de 0,32 cm/s². El encuentro se realiza a 3,025 km de distancia del punto de partida de B. Calcular: a) El tiempo invertido por ambos móviles. b) La aceleración de A. c) Las velocidades de ambos en el punto de encuentro.

#### 1.6.3.- La Caída Libre

Es el caso particular más importante de movimiento uniformemente acelerado en el que la aceleración es la **aceleración de la gravedad**, g ( $\vec{a} = -g \cdot \hat{j}$ ) y toma un valor aproximado de 9,8 [m/s²].

En las ecuaciones de este movimiento se suelen cambiar la a por la g y la x por la h, de forma que:

$$y = y_o + v_o \cdot t + \frac{1}{2}gt^2$$
  $v = v_o + g \cdot t$ 



# **Actividades:**

- 5. Se lanza desde el suelo verticalmente hacia arriba una pelota con una velocidad inicial de 45 m/s. a) ¿Qué altura alcanzará al cabo de 2 seg?; b) ¿Qué altura máxima alcanzará?; c) ¿Cuanto tiempo tardará en pasar por un punto situado a 5 metros sobre el suelo?. Interpretar físicamente los resultados obtenidos.
- 6. Se deja caer una piedra en un pozo de 50 m de profundidad. ¿Al cabo de cuanto tiempo se oirá el sonido del choque contra el fondo?
- 7. Se deja caer una pelota desde la cornisa de un edificio y tarda 0,3 segundos en pasar por delante de una ventana de 2,5 metros de altura. ¿A qué distancia de la cornisa se encuentra el marco superior de la ventana?



#### 1.7.- Los Movimientos Circulares

La descripción de los movimientos rectilíneos uniformes y uniformemente acelerados puede extenderse a movimientos de trayectoria no rectilíneo, si no se tienen en cuenta aquellos aspectos del movimiento relacionados con el cambio de orientación que sufre el móvil al desplazarse a lo largo de una trayectoria curvilínea.

Por tanto, un movimiento circular uniforme o uniformemente acelerado, se puede estudiar recurriendo a las relaciones, deducidas en el capítulo 2 en el estudio de los movimientos rectilíneos. Sin embargo, la posibilidad de describir el desplazamiento del punto móvil mediante el ángulo barrido por uno de los radios, abre un nuevo camino para su estudio, exclusivo de los movimientos circulares, empleando magnitudes angulares y no magnitudes lineales, es decir, utilizando magnitudes referidas a ángulos y no a la línea trayectoria.

#### 1.7.1.- Magnitudes Angulares

En este apartado estudiaremos los ángulos, la velocidad angular y la aceleración angular.

#### 1.7.1.1.- Los ángulos.

Generalmente se usan dos sistemas de  $\frac{\text{medición}}{\text{medición}}$ : el sistema sexagesimal, cuya unidad es el grado, $^{\circ}$ , y el sistema radial cuya unidad es el radián: rad.

#### Medidas en Grados (DEG):

El **grado** es el ángulo plano que teniendo vértice en el centro de un círculo intercepta sobre la circunferencia de ese círculo un arco de longitud  $1 = \frac{2\pi R}{360^{\circ}}$ . Se simboliza por °.

- Un **grado** es igual a 60 **minutos**: 1°=60'
- Un **minuto** es igual a 60 **segundos**: 1' = 60"
- Un ángulo recto mide 90°, uno llano 180° y un ángulo completo mide 360°.

#### Medidas en Radianes: (RAD):

El **radián** es un ángulo inscrito en una circunferecnia que delimita un arco con una longitud igual al radio de la circunferencia. Se simboliza por rad.

# 1 radi

arc length = radius

#### Equivalencias

Tabla de conversión entre grados sexagesimales y radianes.

• La equivalencia entre grados sexagesimales y radianes es:  $\pi$  rad = 180°

**Grados** 0° 30° 45° 60° 90° 120° 135° 150° 180° 210° 225° 240° 270° 300° 315° 330° 360° **Radianes** 0  $\pi/6$   $\pi/4$   $\pi/3$   $\pi/2$   $2\pi/3$   $3\pi/4$   $5\pi/6$   $\pi$   $7\pi/6$   $5\pi/4$   $4\pi/3$   $3\pi/2$   $5\pi/3$   $7\pi/4$   $11\pi/6$   $2\pi$ 

Para determinar el ángulo (o el **espacio angular**) en radianes de un arco de longitud s metros en una circunferencia de radio r metros, utilizamos la siguiente expresión:

$$\varphi = \frac{s}{R}$$

Y observamos que es una magnitud adimensional, ya que resulta del cociente de dos distancias.

Cuando el ángulo barrido se mide en radianes, la relación entre el ángulo  $\phi$  y el espacio lineal S que describe un móvil es:

$$Arco = \acute{a}ngulo \cdot Radio \leftrightarrow S = \varphi \cdot R$$

© Raúl González Medina 2016 El Movimiento I-7



#### 1.7.1.2.- Velocidad Angular.

En un movimiento circular se define la velocidad angular,  $\omega$ , como el cociente entre el ángulo recorrido, φ, medido en radianes, y el tiempo empleado en barrerlo.

$$\omega = \frac{\varphi}{t}$$

Y se mide en radianes por segundo,  $\frac{rad}{r}$ 

Otras unidades de la velocidad angular son las revoluciones por minuto (r.p.pm.) que son las vueltas que da el móvil sobre una circunferencia en un minuto.

Veamos que existe una relación entre la velocidad angular y la velocidad lineal:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{\frac{s}{R}}{t} = \frac{s}{R \cdot t} = \frac{v}{R} \longrightarrow v = \omega \cdot R$$

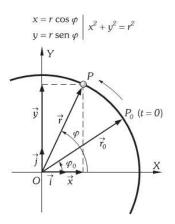


Fig. IV-4.- Movimiento circular. Convenimos que un ángulo es positivo, cuando el desplazamiento angular es como el de esta figura, es decir, antihorario.

#### **Actividades:**

- Convertir a rad: a) 30°; b) 45°; c) 90°; d) 180° y e) 330°
- Convertir a rad/s: a) 50 rpm; b) 200 rpm.
- 10. Convertir a rpm: a) 5 rad/s; b)  $5\pi$  rad/seg; c)  $1.25\pi$  rad/seg.

#### 1.7.1.3.- Aceleración Angular.

Cuando en un movimiento circular la velocidad angular experimenta cambios, se define una nueva magnitud, la aceleración angular media,  $\alpha$ , como la variación de la velocidad angular por unidad de tiempo. Se expresa en rad/s<sup>2</sup>.

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_o}{t}$$

#### 1.7.2.- Movimiento Circular Uniforme (MCU)

El Movimiento Circular Uniforme es aquel en el que el móvil se desplaza en una trayectoria circular (una circunferencia o un arco de la misma) a una velocidad constante.

Para interpretar matemáticamente estos movimientos basta recordar que toda magnitud lineal es producto de su correspondiente angular por el radio.

$$s = \varphi r$$

$$v = \omega r$$
  $a_t = \alpha r$ 

En este tipo de movimientos:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t$$

Donde  $\omega$  es la velocidad angular y  $\phi$  es el arco recorrido.

El movimiento circular uniforme (m.c.u.) es un **movimiento periódico**, es decir, se repite cada cierto tiempo con iguales características. Esto nos permite definir las siguientes magnitudes:

© Raúl González Medina 2016 El Movimiento **I-8** 



**<u>e</u>** Período: Se trata del tiempo que tarda el cuerpo en dar una vuelta completa. Se representa por T y se mide en segundos (s). Su expresión viene dada por:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

**<u>frecuencia</u>**: Se trata del número de vueltas que el cuerpo da en cada segundo. Se representa por f y se mide en la inversa del segundo (s<sup>-1</sup>), que también se denomina hercio (Hz). Su expresión viene dada por:

$$f = \upsilon = \frac{\omega}{2\pi}$$

La frecuencia es la inversa del período.  $f = \frac{1}{T} \leftrightarrow T = \frac{1}{f}$ 

Relacionando frecuencia, período y velocidad angular mediante las expresiones anteriores, podemos llegar a:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot \frac{1}{T} = 2\pi f$$

Finalmente recuerda que la relación entre la velocidad angular y la velocidad lineal nos permite escribir la última de nuestras expresiones que relaciona velocidad angular, velocidad lineal, período, frecuencia y radio en el movimiento circular uniforme:

$$v = \omega \cdot R = \frac{2\pi}{T} \cdot R = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot R$$

No podemos olvidar que el concepto de frecuencia y de período sólo tiene sentido en los movimientos periódicos, así, en el movimiento circular uniformemente acelerado, por ejemplo, no tiene sentido hablar de frecuencia o de período.

#### 1.7.3.- Movimiento Circular Uniformemente acelerado (MCUA)

Este movimiento se presenta cuando un móvil con trayectoria circular aumenta o disminuye su velocidad angular en forma constante, por lo que su aceleración angular permanece constante.

Es un movimiento circular de aceleración angular constante ∝.

Sus ecuaciones son similares a las ecuaciones del MRUA, en las que cambiamos las magnitudes lineales por magnitudes angulares, de esta forma tendríamos:

$$\omega = \omega_o + \alpha \cdot t \qquad \qquad \varphi = \varphi_o + \omega_o \cdot t + \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2 \qquad \qquad \omega^2 - \omega_o^2 = 2 \cdot \alpha \cdot \varphi$$

Donde  $\varphi$  es el arco recorrido,  $\omega$  es la velocidad angular y  $\alpha$  la aceleración angular.

<u>Ejemplo 2:</u> Un volante gira a razón de 60 rpm y al cabo de 5 segundos posee una velocidad angular de 37,7 rad/s. ¿cuántas vueltas dio en ese tiempo?

La velocidad angular inicial de 60 rpm equivale a 6,28 rad/s. La aceleración valdrá:  $\alpha = \frac{\omega - \omega_o}{\Delta t} = \frac{(37,7-6,28) rad/s}{5s} = 6,28 \ rad/s^2$ 

O también  $\alpha = 2\pi$  rad/s

El ángulo descrito es:  $\phi = \omega_{o} \cdot t + \frac{1}{2} \alpha \cdot t^{2} = 2\pi \frac{rod}{s} \cdot 5s + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \frac{rod}{s^{2}} \cdot (5s)^{2} = 35\pi$  rad

Que equivale a:  $35\pi \quad rad \frac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad}} = 17,5 \text{ vueltas}$ 

© Raúl González Medina 2016 El Movimiento [\_9



#### **Actividades:**

- 11. Un motorista da vueltas en una pista circular de 10 metros de radio con una velocidad constante de 90 km/h.

  a) ¿Tiene aceleración?; b) Expresa su velocidad angular en rad/s; c) ¿Cuántas vueltas dará en 5 minutos?
- 12. Calcula la velocidad angular de cada una e las agujas de un reloj.
- 13. La velocidad angular de una rueda es de 600 r.p.m. ¿cuántas vueltas dará en 5 minutos?, si la rueda tiene 10 cm de diámetro, ¿cuánto vale la velocidad lineal de un punto de la periferia? Si a esta rueda se le aplica una aceleración negativa y tarda 10 segundos en pararse, ¿cuál es el valor de dicha aceleración?

# 1.8.- Composición de Movimientos

Si un punto está sometido simultáneamente a varios movimientos elementales, el movimiento resultante se obtiene al sumar vectorialmente los movimientos componentes.

Es decir, en cada instante:

- El vector de posición resultante es la suma vectorial de los vectores de posición de los movimientos componentes:  $\vec{r} = \vec{r_1} + \vec{r_2}$
- La velocidad resultante es la suma vectorial de las velocidades de los movimientos componentes:  $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$
- La aceleración resultante es la suma vectorial de las aceleraciones de los movimientos componentes:  $\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2$

Estas tres leyes de composición están basadas en el principio de Galileo de la independencia de movimientos.

Si un punto está sometido, por causas distintas, a movimientos simultáneos, su cambio de posición es independiente de que los movimientos tengan lugar sucesiva o separadamente.

Departamento de Física y Química

© Raúl González Medina 2016 El Movimiento I-10