

1.- Sean las matrices:  $A = \begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  d

- a) Calcule, si existe, la matriz inversa de B.  
b) Si  $A \cdot B = B \cdot A$  y  $A + A^t = 3 \cdot I_2$ , calcule x e y.

2.- Sean las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & x \end{pmatrix}$

- a) Determine el valor de x en la matriz B para que se verifique la igualdad  $A \cdot B = B \cdot A$   
b) Obtenga la matriz C tal que  $A^t \cdot C = I_2$

3.- Sean las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

De las siguientes operaciones, algunas no se pueden realizar; razona por qué y efectúa las que se puedan realizar.  $A+B$ ;  $A^t+B$ ;  $A \cdot B$ ;  $A \cdot B^t$

4.- Sean  $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

- a) Calcule la matriz  $C = B \cdot A - A^t \cdot B^t$   
b) Halle la matriz X que verifique  $A \cdot B \cdot X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

5.- Sean las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -5 & -4 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix}$

Explique qué dimensión debe tener la matriz X para que tenga sentido la ecuación matricial:  
 $X \cdot A + 2B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$

6.- Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}; D = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ y } E = \begin{pmatrix} -2 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Calcule los valores de los números reales x, y, z, para que se verifique la siguiente igualdad entre matrices:  
 $E - x \cdot A \cdot B = y \cdot C + z \cdot D$

7.- Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ , calcule  $A^{-1} \cdot (B - A^t)$

8.- Sean las matrices:  $A = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & x+1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

- a) Encuentre el valor o valores de x de forma que:  $B^2 = A$   
b) Idem para  $A - I_2 = B^{-1}$   
c) Determine x, para que  $A \cdot B = I_2$

9.- Sean las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

- a) Calcule  $A^{-1} \cdot (2B + 3I_2)$   
b) Determine la matriz X para que:  $X \cdot A = A + I_2$

10.- Sean las matrices:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$

- a) Calcule  $B \cdot B^t - A \cdot A^t$   
b) Halle la matriz que verifica:  $(A \cdot A^t) \cdot X = B$

11.- Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ ,

resuelva la ecuación matricial  $A \cdot X + B^t = B$ , donde X es una matriz cuadrada de orden 2.

12.- Sea la matriz  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & b \end{pmatrix}$ , calcule el valor de b para que  $B^2 = I_2$

13.- Halle la matriz A que verifica  $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix} \cdot A = \begin{pmatrix} 9 \\ 28 \end{pmatrix}$

14.- Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ -2 \end{pmatrix} \text{ e } Y = \begin{pmatrix} -x \\ 2 \\ z \end{pmatrix}$$

- a) Determine la matriz inversa de A.  
b) Halle los valores de x, y, z para los que se cumple  $A \cdot X = Y$

15.- Sean  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 0 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

- a) Encuentre el valor o valores de x, de forma que  $B^2 = A$   
b) Lo mismo para que  
c) Determine x para que  $A + B + C = 3I_2$

16.- (PAU 2008) Sean A y B las matrices siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

- a)  $(A+B)(A-B)$   
Calcule  
b) Determine la matriz X, cuadrada de orden 2, en la ecuación matricial  $(A+2B) \cdot X = 3I_2$

17.- (PAU 2008)

a) Halle la matriz X que verifica:  $X \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix}$

b) Determine los valores de x e y que cumplen:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -x & y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

18.- Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} a & b \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$ .

- a) Calcule los valores de a y b para que el producto de las matrices A y B sea conmutativo.  
b) Para a=1 y b=0, resuelva la ecuación matricial  $X \cdot B - A = I_2$  (PAU 2009)

19.- (PAU 2009)

a) Dadas las matrices  $F = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ ,

calcule los productos  $C \cdot F$  y  $F \cdot C$ .

b) Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$  y

$C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ , calcule la matriz  $X$  que verifique la ecuación:  $X \cdot A^{-1} - B = C$

20.- (PAU 2009)

a) Plantee y resuelva el sistema de ecuaciones

$$\text{dado por: } \begin{pmatrix} 1+3x & 2 \\ x & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

b) Calcule la matriz inversa de:  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

21.- (PAU 2009)

a) Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ a & 0 \end{pmatrix}$ , calcule el valor de  $a$  para que  $A^2$  sea la matriz nula.

b) Dada la matriz  $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ , calcule la matriz  $(M^{-1} \cdot M^t)^2$

22.- (PAU 2009) Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 5 & -2 & -6 \\ 0 & -3 & 2 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Determine  $X$  en la ecuación matricial  $X \cdot A - 2B = C$

23.- (PAU 2009)

a) Plantee y resuelva el sistema de ecuaciones dado por:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1-2x & 0 \\ 2 & x+1 & 2 \\ 0 & 1 & z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b) Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ , calcule la matriz  $M = A^t \cdot A^{-1}$

24.- (PAU 2009) Sea la igualdad  $A \cdot X + B = A$ , donde  $A$ ,  $X$  y  $B$  son matrices cuadradas de la misma dimensión.

a) Despeja la matriz  $X$  en la igualdad anterior, sabiendo que  $A$  tiene inversa.

b) Obtenga la matriz  $X$  en la igualdad anterior, siendo  $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

25.- (PAU 2009). Sean  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calcule  $A^2$  y  $2B + I_2$

b) Resuelva la ecuación matricial  $A \cdot X - I_2 = 2B^2$

26.- (PAU 2010)

a) Sean  $A$ ,  $B$  y  $C$  matrices con 2, 3 y 2 filas respectivamente. Sabiendo que el producto de matrices  $A \cdot B \cdot C$  es posible y que el resultado es una matriz con 4 columnas, halle las dimensiones de dichas matrices.

b) Halle la matriz  $X$  que verifica  $I_2 - 2X = A \cdot (A - B^t)$ , siendo  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ .

27.- (PAU 2010) Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

a) Halle los valores de  $a$  y  $b$  para que se verifique  $A - B + A \cdot B^t = C$

b) ¿Existe algún valor de  $b$  para que el producto  $B \cdot B^t$  sea igual a la matriz nula?

c) Para  $a=0,5$  y  $b=1$ , halle la matriz  $X$  que verifica la igualdad:  $A \cdot X + B = 0$

28.- (PAU 2010) Sean las matrices:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ a & 0 \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 8 & 4 & b \end{pmatrix} \text{ y } R = \begin{pmatrix} c & d & 6 \\ 10 & 10 & 50 \end{pmatrix}$$

a) Calcule si es posible,  $P \cdot Q$  y  $Q \cdot P$ , razonando la respuesta.

b) ¿Cuánto deben valer las constantes  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  para que  $P \cdot 2Q = R$

29.- (PAU 2010) Sean  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcule  $A^t \cdot B - A \cdot B^t$

b) Resuelva la ecuación matricial  $AX + BA = B$

30.- (PAU 2011) Sean las matrices:

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ y } D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Resuelva la ecuación matricial:  $2X - C \cdot D = (I_3 + D) \cdot C$

b) Si las matrices  $C$  y  $D$  son las matrices de adyacencia de dos grafos, de vértices  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $1$ ,  $2$ ,  $3$ , respectivamente, haga la representación gráfica de dichos grafos.

31.- (PAU 2011)

a) Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , calcule  $(I_3 - A)^3$

b) Dadas las matrices  $B = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 3 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$  y  $D = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix}$ , determine  $a$  y  $b$  de manera que  $B \cdot C - D = 0$

## 32.- (PAU 2011)

a) De una matriz cuadrada, A, de orden 3 se conocen los siguientes elementos:  $a_{12}=a_{21}=-2$ ,  $a_{13}=a_{31}=0$ ,  $a_{23}=a_{32}=1$ . Determine los demás elementos de la matriz A, sabiendo que debe cumplirse la ecuación:  $A \cdot B = C^t$ , donde  $B^t = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} -4 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ .

b) Calcule  $2 \cdot D^2$ , siendo  $D = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$

## 33.- (PAU 2011) Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

a) Calcule  $A^2 - B \cdot C^t$

b) Resuelva la ecuación matricial  $A \cdot X + B = 2 \cdot C$

## 34.- (PAU 2011) Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Efectúe si es posible los siguientes productos:

$$A \cdot A^t, A^t \cdot A \text{ y } A \cdot B$$

b) Resuelva la siguiente ecuación matricial:  $A \cdot A^t \cdot X = B$

## 35.- (PAU 2011) Dadas las matrices $M = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ y

$N^t = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ , razone cuales de las siguientes operaciones tienen sentido y efectúe las que puedan realizarse:  $M + N^t$ ,  $M^t \cdot N$  y  $M \cdot N$

## 36.- (PAU 2012) Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 3 & -1 & b \end{pmatrix}$$

a) Halle los valores de a y b para que se verifique  $B \cdot C^t = A$

b) Resuelva la ecuación matricial  $A \cdot X - A^2 = I_2$

## 37.- (PAU 2012) Halle la matriz X que verifique la ecuación matricial $A^2 \cdot X = A - B \cdot C$ , siendo A, B y C las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

## 38.- (PAU 2012) Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

a) Resuelva la ecuación matricial  $A \cdot X + A^t = I_2$

b) ¿Qué requisitos mínimos debe cumplir una matriz B para que pueda efectuarse el producto  $A \cdot B$ ?

c) ¿Y para el producto  $3 \cdot B \cdot A$ ?

## 39.- (PAU 2012) Una empresa vende tres artículos diferentes A, B y C, cada uno de ellos en dos formatos, grande y normal. En la matriz F se indican las cantidades de los tres artículos, en cada uno de los dos formatos, que ha vendido la empresa en un mes. En la

matriz G se indican las ganancias en euros, que obtiene la empresa por cada unidad que ha vendido de cada artículo en cada formato:

$$F = \begin{pmatrix} A & B & C \\ 100 & 150 & 80 \\ 200 & 250 & 140 \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \text{grande} \\ \leftarrow \text{normal} \end{matrix} \quad G = \begin{pmatrix} A & B & C \\ 6 & 8 & 5 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \text{grande} \\ \leftarrow \text{normal} \end{matrix}$$

a) Efectúe los productos  $F^t \cdot G$  y  $F \cdot G^t$

b) Indique en que matriz se pueden encontrar las ganancias que ha recibido la empresa en ese mes por el total de las unidades vendidas de cada uno de los tres artículos y especifique cuales son esas ganancias.

c) Indique en que matriz se pueden encontrar las ganancias que ha recibido la empresa en ese mes por el total de las unidades vendidas en cada uno de los dos formatos, especifique cuales son esas ganancias y halle la ganancia total.

## 40.- (PAU 2012) Resuelve, si es posible, la ecuación matricial: $B \cdot A + 2X = C$ , siendo las matrices A, B y C:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

## 41.- (PAU 2012) Los alumnos de 2º de Bachillerato organizan una venta de pasteles para el viaje de fin de curso. Venden pasteles grandes, que necesitan 2 huevos, 5 terrones de azúcar y 100 g de harina cada uno, y pasteles pequeños, que necesitan 1 huevo, 3 terrones de azúcar y 80 g de harina cada uno.

a) Presente en una matriz M, de dimensión  $3 \times 2$ , las cantidades de los elementos necesarios para la elaboración de un pastel grande y uno pequeño.

b) Si desean fabricar 20 pasteles de una clase y 30 de otra, escriba las dos matrices columna, A (20 grandes y 30 pequeños) y B (30 grandes y 20 pequeños) que representan este reparto.

c) Calcule los productos  $A \cdot M$  y  $B \cdot M$  e indique si con 8 docenas de huevos, 200 terrones de azúcar y 5 kg de harina se pueden elaborar 20 pasteles grandes y 30 pequeños. ¿Y 30 grandes y 20 pequeños?

## 42.- (PAU 2013) Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

a) Resuelva la ecuación matricial:  $(2A + B) \cdot X = 3A - B$

b) Determine en cada caso la dimensión de la matriz D para que se puedan realizar las siguientes operaciones:  $C \cdot D + A$ ,  $C^t \cdot D \cdot C$ ,  $C \cdot D \cdot C^t$

**43.- (PAU 2013)**

a) Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \text{ determina la matriz } X$$

que verifica:  $B \cdot X = 3A + A^t$

b) Calcule la matriz  $Y$  que verifica

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot Y = \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \\ -6 \end{pmatrix}$$

**45.- (PAU 2013)** Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Calcule  $A^2$  y  $A^{2013}$

b) Resuelva la ecuación:  $A \cdot X + I_2 = 5B^t - A^2$

**46.- (PAU 2013)** Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ a & b \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Obtenga  $a$  y  $b$  sabiendo que  $A^2 = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ .

¿Es  $A$  simétrica?

b) Para los valores  $a=3$  y  $b=1$  calcule la matriz  $X$  tal que  $A \cdot B = 2(X - 3I_2)$

**47.- (PAU 2013)** Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} a & b \\ 6 & 1 \end{pmatrix},$$

a) Calcule los valores de  $a$  y  $b$  para:  $A \cdot B = B \cdot A$

b) Para  $a=1$  y  $b=0$ , resuelva la ecuación matricial:  $X \cdot B - A = I_2$

**48.- (PAU 2014)** Se consideran las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

y  $B = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 3/4 & 0 \end{pmatrix}$  siendo  $a$  un número real cualquiera.

a) Obtenga la matriz  $A^{2014}$

b) Para  $a=2$ , resuelva la ecuación matricial  $A^3 \cdot X - 4 \cdot B = 0$

## OTRAS COMUNIDADES

**49.- (PAU 2010)** Hallar todas las matrices  $X$  que

satisfacen la ecuación  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

**50.- (PAU 2010)** Dadas las matrices  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & m \end{pmatrix}$ ,

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 \\ -2 & 4 & -6 \end{pmatrix} \text{ y } D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) ¿Para qué valores de  $m$  existen  $B^{-1}$ ? Para  $m=1$ , calcular  $B^{-1}$ .

b) Para  $m=1$ , hallar la matriz  $X$  tal que  $X \cdot B + C = D$ .

**51.- (PAU 2010)** Sea  $A$  una matriz cuadrada tal que  $A^2 - 3A = -2I$  (siendo  $I$  la identidad). Probar que  $A$  admite inversa y utilizar la igualdad dada para expresar  $A^{-1}$  en función de  $A$ .

**52.- (PAU 2010)** Sean  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

a) Calcular  $A^{-1}$

b) Resolver la ecuación matricial  $AX + 2AB = B$

**53.- (PAU 2009)** Calcular la matriz  $X$  que verifica

$$AX = BB^t, \text{ donde } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \text{ siendo } B^t$$

la matriz traspuesta de  $B$ .

**54.- (PAU 2008)** Sean las matrices  $B = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$  y

$$C = \begin{pmatrix} 13 & 8 \\ 8 & 5 \end{pmatrix}. \text{ Calcular } A, \text{ sabiendo que } A^2 = B \text{ y } A^3 = C.$$

**55.- (PAU 2007)** Sean  $X$  una matriz  $2 \times 2$ ,  $I$  la matriz

$$\text{identidad } 2 \times 2 \text{ y } B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Hallar } X \text{ sabiendo que}$$

$$BX + B = B^2 + I.$$

**56.- (PAU 2006)** Hállense las matrices  $A$  cuadradas de orden 2, que verifican la igualdad:

$$A \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot A$$

**57.- (PAU 2006)** Dadas las matrices  $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

$$\text{y } A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ hallar razonadamente la matriz } B$$

sabiendo que  $B \cdot P = A$ .

**58.- (PAU 2005)** Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ , y

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \text{ hállese las matrices } X \text{ que satisfacen}$$

$$X \cdot C + A = C + A^2$$

**59.- (PAU 2004)** Dada la matriz  $B = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ ,

hállese una matriz  $X$  que verifique la ecuación  $XB + B = B^{-1}$ .

**60.- (PAU 2004)** En una tienda de música especializada se dispone de música Rock (R), Punk (P) y Heavy (H) en dos formatos: Compact-Disc (CD) y Mini-Disc (MD). Los precios, en euros, de los distintos ejemplares vienen



determinados por la matriz  $D$  y el número de existencias de cada tipo de música y formato por la matriz  $E$ .

$$E = \begin{pmatrix} R & P & H \\ 15 & 20 & 14 \\ 10 & 8 & 7 \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow CD \\ \leftarrow MD \end{matrix} \quad D = \begin{pmatrix} CD & MD \\ 13 & 10 \\ 12 & 10 \\ 14 & 9 \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow R \\ \leftarrow P \\ \leftarrow H \end{matrix}$$

b) Si  $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ , calcular  $B^2 - 3 \cdot B$ .

- Obtener, si es posible, las matrices  $A = D \cdot E$  y  $B = E \cdot D$ .
- ¿A cuántos euros asciende la valoración de las existencias de música punk? ¿Y las de todos los Compact-Disc?
- ¿Qué elemento de la matriz  $A$  o de  $B$  nos proporciona información sobre la valoración de las existencias de música Heavy?
- ¿A cuántos euros asciende la valoración de existencias de todos los tipos de música?

**61.- (PAU 2004)**

a) Despeja la matriz  $X$  en la ecuación:  $A \cdot X \cdot B = C$ .

b) Halla la matriz  $X$ , sabiendo que  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ ,

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 7 \\ 0 & -3 & -5 \\ -3 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

**62.- (PAU 2003)** Si  $A$  es una matriz cuadrada, ¿la matriz  $A + A^t$  es igual a su traspuesta? Razona la respuesta ( $A^t$  es la matriz traspuesta de  $A$ )

**63.- (PAU 2001)** Encontrar todas las matrices de la

forma  $C = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}$  que verifiquen la igualdad

$$C \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -8 & 6 \end{pmatrix} \cdot C$$

**64.- (PAU 2000)** Una fábrica de calzado deportivo dispone de zapatillas para Atletismo (A), Balonmano (B) y Tenis (T), en dos modelos: Mujer (M) y Hombre (H). El número de pares existentes en el almacén viene definido por la matriz  $E$ . El precio, en euros, de cada uno de los pares viene definido por la matriz  $P$ .

$$P = \begin{pmatrix} A & B & T \\ 20 & 19 & 18 \\ 22 & 19 & 21 \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow M \\ \leftarrow H \end{matrix} \quad E = \begin{pmatrix} M & H \\ 70 & 120 \\ 45 & 65 \\ 60 & 50 \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow A \\ \leftarrow B \\ \leftarrow T \end{matrix}$$

- Obtener, si es posible, las matrices  $C = P \cdot E$  y  $D = E \cdot P$ .
- ¿Qué información proporcionan los elementos  $C_{11}$  de la matriz  $C$  y  $d_{33}$  de la matriz  $D$ ?
- ¿Qué elemento de  $C$  ó de  $D$  nos informa de la valoración de todas las zapatillas de balonmano?

**65.- (PAU 2000)** Si  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 3 & -2 \end{pmatrix}$

- ¿Se puede encontrar una matriz  $B$  tal que  $A \cdot B$  sea una matriz de 3 filas?