Pág. 1

PÁGINA 159

Sistemas de ecuaciones. Resolución gráfica

1 Representa estas ecuaciones: $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$

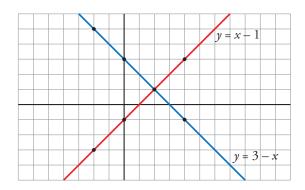
- a) Escribe las coordenadas del punto de corte.
- b) Escribe la solución del sistema que forman ambas ecuaciones.

$$y = 3 - x$$

X	-2	0	2	4
Y	5	3	1	-1

$$y = x - 1$$

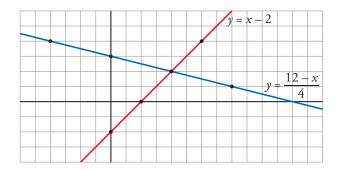
X	-2	0	2	4
Y	-3	-1	1	3



- a) Punto de corte: (2, 1).
- b) Solución del sistema: x = 2, y = 1.
- **2** Repite el ejercicio anterior para estas ecuaciones: $\begin{cases} x y = 2 \\ x + 4y = 12 \end{cases}$

$$y = x - 2$$

$$y = \frac{12 - x}{4}$$



- a) Punto de corte: (4, 2).
- b) Solución del sistema: x = 4, y = 2.

Pág. 2

3 Resuelve gráficamente.

$$a) \begin{cases} x + y = 1 \\ x - 2y = -5 \end{cases}$$

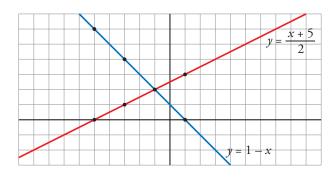
b)
$$\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 3x - y = -3 \end{cases}$$

a)
$$y = 1 - x$$

$$y = \frac{x+5}{2}$$

X	-5	-3	-1	1
Y	6	4	2	0

X	-5	-3	-1	1
Y	0	1	2	3

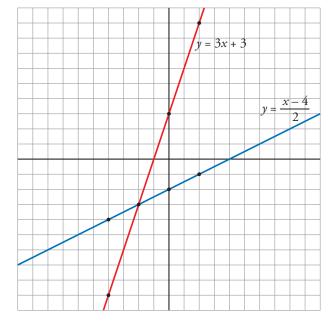


Solución del sistema: x = -1, y = 2.

b)
$$y = \frac{x - 4}{2}$$

$$y = 3x + 3$$

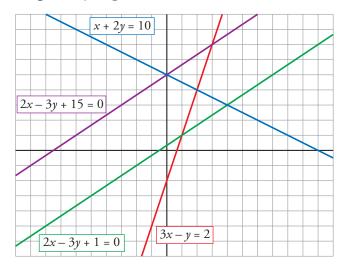
X	-4	-2	0	2
Y	-4	-3	-2	-1



Solución del sistema: x = -2, y = -3.

Pág. 3

4 Observa el gráfico y responde.



- a) Escribe un sistema cuya solución sea x = 2, y = 4.
- b) Escribe un sistema cuya solución sea x = 0, y = 5.
- c) Escribe un sistema sin solución.

$$a) \begin{cases} x + 2y = 10 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + 2y = 10 \\ 2x - 3y + 15 = 0 \end{cases}$$

a)
$$\begin{cases} x + 2y = 10 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} x + 2y = 10 \\ 2x - 3y + 15 = 0 \end{cases}$$
 c)
$$\begin{cases} 2x - 3y + 15 = 0 \\ 2x - 3y + 1 = 0 \end{cases}$$

Sistemas de ecuaciones. Resolución algebraica

5 Resuelve por sustitución despejando la incógnita más adecuada.

a)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 5x - y = 3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x - 2y = 7 \\ 2x - 3y = 13 \end{cases}$$

a)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 5x - y = 3 \end{cases}$$
c)
$$\begin{cases} x + 4y = 1 \\ 2x - y = -7 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 5x - 2y = -5 \\ 4x - 3y = 3 \end{cases}$$

a)
$$\begin{cases} y = 5x - 3 \\ 2x + 3(5x - 3) = 8 \end{cases}$$
 $\rightarrow x = 1; y = 2$

b)
$$\begin{cases} x = 7 + 2y \\ 2(7 + 2y) - 3y = 13 \end{cases}$$
 $\rightarrow y = -1; x = 5$

c)
$$\begin{cases} x = 1 - 4y \\ 2(1 - 4y) - y = -7 \end{cases}$$
 $\rightarrow y = 1; \ x = -3$

Pág. 4

6 Resuelve por igualación.

$$a) \begin{cases} y = 3x - 5 \\ y = 5x - 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + y - 7 = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x - 3y = 8\\ 3x + 5y = 10 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 5x + 2y = 1 \\ 7x + 3y = 0 \end{cases}$$

a)
$$3x - 5 = 5x - 1 \rightarrow x = -2$$
; $y = -11$

b)
$$x = 7 - y$$

 $x = y - 3$ $\rightarrow 7 - y = y - 3 \rightarrow y = 5; x = 2$

c)
$$x = 8 + 3y$$

 $x = \frac{10 - 5y}{3}$ $\rightarrow 8 + 3y = \frac{10 - 5y}{3} \rightarrow y = -1; x = 5$

d)
$$y = \frac{1 - 5x}{2}$$

 $y = \frac{-7x}{3}$ $\Rightarrow \frac{1 - 5x}{2} = \frac{-7x}{3} \Rightarrow x = 3; y = -7$

Resuelve por reducción.

a)
$$\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 5x - y = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3x + 4y = 1 \\ 3x - y = 11 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 3x - 5y = 9 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$$

a)
$$2x + y = 6$$

$$5x - y = 1$$

$$7x = 7 \rightarrow x = 1$$

$$2 \cdot 1 + y = 6 \rightarrow y = 4$$

c)
$$2x + 3y = 8$$

 $12x - 3y = 6$
 $14x = 14 \rightarrow x = 1$
 $2 \cdot 1 + 3y = 8 \rightarrow y = 2$

b)
$$3x + 4y = 1$$

 $-3x + y = -11$
 $5y = -10 \rightarrow y = -2$
 $3x + 4 \cdot (-2) = 1 \rightarrow x = 3$

d)
$$6x - 10y = 18$$

 $-6x + 9y = -15$
 $-y = 3 \rightarrow y = -3$
 $6x - 10 \cdot (-3) = 18 \rightarrow x = -2$

Pág. 5

Resuelve por el método que te parezca más adecuado.

$$a) \begin{cases} 2y = x + 8 \\ y = 2x + 10 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + y = -4 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x + 2y = -5 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 3x - y = 1 \\ 5x + 2y = 9 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} 6x - 2y = 0 \\ 3x - 5y = 12 \end{cases}$$

a)
$$\begin{cases} 2y = x + 8 \\ y = 2x + 10 \end{cases}$$
 b) $\begin{cases} x + y = -4 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + 2y = -5 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 5x + 2y = 9 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 6x - 2y = 0 \\ 3x - 5y = 12 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 7x - 5y = 10 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases}$

a) Sustitución:

$$2(2x + 10) = x + 8 \rightarrow x = -4$$

 $y = 2 \cdot (-4) + 10 \rightarrow y = 2$

b) Reducción:

$$2x + y = -1$$

$$-x - y = 4$$

$$x = 3$$

$$2 \cdot 3 + y = -1 \implies y = -7$$

c) Sustitución:

$$x = -5 - 2y$$

$$(-5 - 2y) - 3y = 5 \rightarrow y = -2$$

$$x = -5 - 2 \cdot (-2) \rightarrow x = -1$$

d) Reducción:

$$x = -5 - 2y$$
 $6x - 2y = 2$
 $(-5 - 2y) - 3y = 5 \rightarrow y = -2$ $5x + 2y = 9$
 $x = -5 - 2 \cdot (-2) \rightarrow x = -1$ $11x = 11 \rightarrow x = 1$
 $5 \cdot 1 + 2y = 9 \rightarrow y = 2$

e) Reducción:

$$6x - 2y = 0$$

$$-6x + 10y = -24$$

$$8y = -24 \rightarrow y = -3$$

$$6x - 2 \cdot (-3) = 0 \rightarrow x = -1$$

f) Igualación:

$$\frac{-6x - 2y = 0}{-6x + 10y = -24} \\
8y = -24 \longrightarrow y = -3 \\
6x - 2 \cdot (-3) = 0 \longrightarrow x = -1$$

$$\begin{cases}
x = \frac{10 + 5y}{7} \\
x = \frac{3y - 5}{2}
\end{cases} \longrightarrow \frac{10 + 5y}{7} = \frac{3y - 5}{2} \longrightarrow y = 5$$

$$x = \frac{10 + 5 \cdot 5}{7} \longrightarrow x = 5$$

9 Resuelto en el libro de texto.

PÁGINA 160

10 Resuelve los siguientes sistemas:

a)
$$\begin{cases} 2(3x+y) + x = 4(x+1) \\ 6(x-2) + y = 2(y-1) + 3 \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} 5(2x+1) = 4(x-y) - 1 \\ \frac{x-y}{2} = \frac{x+5}{3} \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 5(2x+1) = 4(x-y) - \frac{x-y}{2} = \frac{x+5}{3} \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} \frac{x-4}{2} - \frac{y-5}{3} = 0\\ \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 2x - y \end{cases}$$

a)
$$\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 6x - y = 13 \end{cases}$$
 $\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + 2y = -3 \\ x - 3y = 10 \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ 4x - 3y = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 8 \end{cases}$

Pág. 6

Problemas para resolver con sistemas de ecuaciones

11 La suma de dos números es 57, y su diferencia, 9. ¿Cuáles son esos números?

$$\begin{cases} x + y = 57 \\ x - y = 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 33 \\ y = 24 \end{cases}$$

Los números son 33 y 24.

12 Calcula dos números sabiendo que su diferencia es 16 y que el doble del menor sobrepasa en cinco unidades al mayor.

Los números son 37 y 21.

- 13 Calcula dos números sabiendo que:
 - El primero sobrepasa en 4 unidades a la mitad del segundo.
 - El segundo sobrepasa en 7 unidades a la mitad del primero.

$$x = \frac{y}{2} + 4$$

$$y = \frac{x}{2} + 7$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 12 \end{cases}$$

Los números son 10 y 12.

14 La suma de dos números es 73, y al cuádruplo del menor le faltan dos unidades para alcanzar al triple del mayor. ¿Cuáles son esos números?

$$\begin{cases} x + y = 73 \\ 4x + 2 = 3y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 31 \\ y = 42 \end{cases}$$

Los números son 31 y 42.

15 □□□ Entre Alejandro y Palmira llevan 15 euros. Si él le diera a ella 1,50 €, ella tendría el doble. ¿Cuánto lleva cada uno?

Alejandro
$$\rightarrow x$$

Palmira
$$\rightarrow y$$

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ 2(x - 1,5) = y + 1,5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 6,5 \\ y = 8,5 \end{cases}$$

Alejandro tiene 6,50 €, y Palmira, 8,50 €.

16 Un ciclista sube un puerto y, después, desciende por el mismo camino. Sabiendo que en la subida ha tardado 23 minutos más que en la bajada y que la duración total del paseo ha sido de 87 minutos, ¿cuánto ha tardado en subir? ¿Y en bajar?

Tiempo de subida $\rightarrow x$

Tiempo de bajada $\rightarrow y$

La subida ha durado 55 minutos, y la bajada, 32 minutos.

17 ■□□ En cierta cafetería, por dos cafés y un refresco nos cobraron el otro día 2,70 €. Hoy hemos tomado un café y tres refrescos y nos han cobrado 4,10 €. ¿Cuánto cuesta un café? ¿Y un refresco?

Coste del café $\rightarrow x$

Coste del refresco $\rightarrow \gamma$

$$\begin{array}{c} 2x + y = 2,70 \\ x + 3y = 4,10 \end{array} \} \ \rightarrow \ \begin{cases} x = 0,80 \\ y = 1,10 \end{cases}$$

Un café cuesta 0,80 €, y un refresco, 1,10 €.

18 □□□ Un puesto ambulante vende los melones y las sandías a un tanto fijo la unidad. Andrea se lleva 5 melones y 2 sandías, que le cuestan 13 €. Julián paga 12 € por 3 melones y cuatro sandías. ;Cuánto cuesta un melón? ;Y una sandía?

Coste de un melón $\rightarrow x$

Coste de una sandía $\rightarrow y$

$$\begin{cases}
5x + 2y = 13 \\
3x + 4y = 12
\end{cases}
\to
\begin{cases}
x = 2 \\
y = 1.5
\end{cases}$$

Un melón cuesta 2 € y una sandía 1,5 €.

19 Un fabricante de jabones envasa 550 kg de detergente en 200 paquetes, unos de 2 kg y otros de 5 kg. ¿Cuántos envases de cada clase utiliza?

Envases de 2 kg $\rightarrow x$

Envases de 5 kg
$$\rightarrow y$$

$$\begin{cases} x + y = 200 \\ 2x + 5y = 550 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 150 \\ y = 50 \end{cases}$$

Utiliza 150 envases de 2 kg y 50 envases de 5 kg.

Pág. 8

20 □□□ Una tienda de artículos para el hogar pone a la venta 100 juegos de cama a 70 € el juego. Cuando lleva vendida una buena parte, los rebaja a 50 €, continuando la venta hasta que se agotan. La recaudación total ha sido de 6 600 €. ¿Cuántos juegos ha vendido sin rebajar y cuántos rebajados?

Juegos sin rebaja
$$\rightarrow x$$

Juegos con rebaja $\rightarrow y$
 $x + y = 100$
 $70x + 50y = 6600$ \rightarrow $\begin{cases} x = 80 \\ y = 20 \end{cases}$

Ha vendido 80 juegos de cama sin rebaja y 20 con rebaja.

21 □□□ Un frutero pone a la venta 80 kg de cerezas. Al cabo de unos días ha vendido la mayor parte, pero considera que la mercancía restante no está en buenas condiciones y la retira. Sabiendo que por cada kilo vendido ha ganado 1 €, que por cada kilo retirado ha perdido 2 € y que la ganancia ha sido de 56 €, ¿cuántos kilos ha vendido y cuántos ha retirado?

Kilos vendidos
$$\rightarrow x$$

Kilos retirados $\rightarrow y$
 $x + y = 80$
 $x - 2y = 56$ $\rightarrow \begin{cases} x = 72 \\ y = 8 \end{cases}$

Ha vendido 72 kilos y ha retirado 8.

22 En el zoo, entre búfalos y avestruces hay 12 cabezas y 34 patas. ¿Cuántos búfalos son? ¿Y avestruces?

Búfalos
$$\rightarrow x$$
 Avestruces $\rightarrow y$
Patas de búfalo $\rightarrow 4x$ Patas de avestruz $\rightarrow 2y$

Búfalos $\rightarrow x$

Avestruces $\rightarrow y$

$$x + y = 12 \\ 4x + 2y = 34$$

Avestruces.
$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 7 \end{cases}$$

Hay 5 búfalos y 7 avestruces.

PÁGINA 161

23 En una granja, entre gallinas y conejos se cuentan 127 cabezas y 338 patas. ¿Cuántas gallinas y cuántos conejos hay en la granja?

Gallinas
$$\rightarrow x$$

Conejos $\rightarrow y$
 $x + y = 127$
 $2x + 4y = 338$ \rightarrow $\begin{cases} x = 85 \\ y = 42 \end{cases}$
Hay 85 gallinas y 42 conejos.

Pág. 9

24 Rosendo tiene en el bolsillo 12 monedas, unas de 20 céntimos y otras de 50 céntimos. Si en total tiene 3,30 euros, ¿cuántas monedas de cada tipo lleva?

Monedas de 20 céntimos $\rightarrow x$

Monedas de 50 céntimos $\rightarrow y$

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 20x + 50y = 330 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 3 \end{cases}$$

Tiene 9 monedas de 20 céntimos y 3 monedas de 50 céntimos.

25 Cristina tiene el triple de edad que su prima María, pero dentro de diez años solo tendrá el doble. ¿Cuál es la edad de cada una?

m C
L-ea

	HOY	DENTRO DE 10 AÑOS
CRISTINA	x	x + 10
MARÍA	у	<i>y</i> + 10

$$\begin{cases} x = 3y \\ x + 10 = 2(y + 10) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 10 \end{cases}$$

Cristina tiene 30 años, y María, 10 años.

26 El doble de la edad de Javier coincide con la mitad de la edad de su padre. Dentro de cinco años, la edad del padre será tres veces la de Javier. ¿Cuántos años tiene hoy cada uno?

	EDAD HOY	EDAD DENTRO DE 5 AÑOS
JAVIER	x	x + 5
EL PADRE	у	y + 5

$$2x = \frac{y}{2}$$

$$3(x+5) = y+5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 40 \end{cases}$$

Javier tiene 10 años, y su padre, 40.

27 La base de un rectángulo es 8 cm más larga que la altura, y el perímetro mide 42 cm. Calcula las dimensiones del rectángulo.



Diferencia entre los lados:

$$x-y=8$$

$$x + y + x + y = 42$$

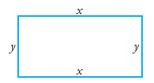
$$\begin{cases} x - y = 8 \\ x + y + x + y = 42 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 14.5 \\ y = 6.5 \end{cases}$$

El rectángulo mide 14,5 cm × 6,5 cm.

Pág. 10

28 Para cercar una parcela rectangular, 25 metros más larga que ancha, se han necesitado 210 metros de alambrada. Calcula las dimensiones de la parcela.

$$\begin{cases} x = y + 25 \\ 2x + 2y = 210 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 65 \\ y = 40 \end{cases}$$



La parcela tiene unas dimensiones de 65 m de largo × 40 m de ancho.

- 29 □□□ Un concurso televisivo está dotado de un premio de 3 000 € para repartir entre dos concursantes. El reparto se hará en partes proporcionales al número de pruebas superadas. Tras la realización de estas, resulta que el primer concursante ha superado cinco pruebas, y el segundo, siete. ¿Cuánto corresponde a cada uno?
 - El primer concursante se lleva $\rightarrow x$ El segundo concursante se lleva $\rightarrow y$ Entre los dos se llevan $\rightarrow x + y$

El premio conseguido es proporcional al número de pruebas superadas $\rightarrow x/5 = y/7$

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 3\,000 \\ \frac{x}{5} = \frac{y}{7} \end{array} \right\} \, \rightarrow \, \begin{cases} x = 1\,250 \\ y = 1\,750 \end{cases}$$

El primer concursante se lleva 1 250 €, y el segundo, 1 750 €.

30 Qué cantidades de aceite, uno puro de oliva, a 3 €/litro, y otro de orujo, a 2 €/litro, hay que emplear para conseguir 600 litros de mezcla a 2,40 €/litro?

Aceite de oliva $\rightarrow x$ litros

Aceite de orujo $\rightarrow \gamma$ litros

Hay que emplear 240 litros de aceite de oliva y 360 litros de aceite de orujo.

- 31 Un ciclista sale de paseo y recorre un tramo de carretera, cuesta arriba, a 8 km/h. Después, sigue llaneando, a 20 km/h, hasta que llega a su destino. Si el paseo ha durado 3 h, y la velocidad media resultante ha sido de 16 km/h, ¿cuánto tiempo ha invertido en cada tramo?
 - Tiempo de subida o x Tiempo en llano o y Tiempo total o 3 h

Distancia en subida $\rightarrow 8x$ Distancia en llano $\rightarrow 20y$

Distancia total $\rightarrow 16 \cdot 3 = 48 \text{ km}$

$$\begin{cases} 8x + 20y = 48 \\ x + y = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Ha subido durante una hora y ha llaneado durante dos horas.

Pág. 11

- 32 Dos ciudades, A y B, distan 270 km. En cierto momento, un coche parte de A hacia B a 110 km/h, y, a la vez, sale de B hacia A un camión a 70 km/h. ¿Qué distancia recorre cada uno hasta que se encuentran?
 - La suma de las distancias es 270 \rightarrow x + y = 270 Los tiempos invertidos por el coche y el camión, hasta el encuentro, son iguales \rightarrow x/110 = γ /70

$$\begin{cases} x + y = 270 \\ \frac{x}{110} = \frac{y}{70} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 165 \\ y = 105 \end{cases}$$

El coche recorre 165 km, y el camión, 105 km.

33 Un camión parte de cierta población a 90 km/h. Diez minutos después, sale un coche a 110 km/h. Calcula el tiempo (t) que tarda en alcanzarle y la distancia recorrida desde el punto de partida.

B

	DISTANCIA	VELOCIDAD	TIEMPO
COCHE	x	110	t
CAMIÓN	x	70	t + 10/60

distancia = velocidad · tiempo

$$x = 110 \cdot t$$

$$x = 90 \cdot \left(t + \frac{1}{6}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = \frac{3}{4} \\ x = 82,5 \end{cases}$$

Le alcanza en tres cuartos de hora, tras recorrer 82,5 km.

34 Un peatón sale de A hacia B caminando a una velocidad de 4 km/h. Simultáneamente, sale de B hacia A un ciclista a 17 km/h. Si la distancia entre A y B es de 7 km, ;cuánto tardarán en encontrarse y a qué distancia de A lo hacen?

Distancia desde A del peatón $\rightarrow x$

Distancia desde A del ciclista $\rightarrow 7 - x$

Tiempo $\rightarrow t$

$$\begin{cases} x = t \cdot 4 \\ 7 - x = t \cdot 17 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{3} \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Tardan $\frac{1}{3}$ h = 20 min en encontrarse.

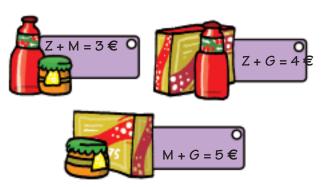
El encuentro se produce a $\frac{4}{3}$ km ≈ 1 km 333 m del punto de partida, A, del peatón.

7

Soluciones a los ejercicios y problemas

Pág. 12

35 Cuánto cuesta el frasco de zumo? ¿Y el tarro de mermelada? ¿Y la caja de galletas?



El zumo cuesta $1 \in$, el tarro de mermelada, $2 \in$, y la caja de galletas, $3 \in$.