Matemáticas Financieras

Interés Simple, Compuesto y T.A.E. (ESO)

Departamento de Matemáticas

www.intergranada.com

El interés simple, I, es el beneficio originado por una cantidad de dinero, llamada capital, C, en un periodo de tiempo expresado en años, t, a un tipo de interés determinado, r. El capital final será la suma del inicial y los intereses.

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$$
 \rightarrow $C_f = C + I = C + \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = C \cdot \left(1 + \frac{r \cdot t}{100}\right)$

El capital final, C_{ij} que se obtiene al invertir un capital inicial C_{ij} a un rédito, r, durante un periodo de tiempo, t, expresado en años, t, con un interés compuesto viene dado por:

$$C_f = C_i \left(1 + \frac{r}{100} \right)^t$$

Y por tanto, el interés compuesto o beneficio obtenido es:

$$I = C_f - C_i = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t - C_i = C_i \cdot \left[\left(1 + \frac{r}{100}\right)^t - 1\right]$$

Si el rédito lo expresamos en forma decimal, la expresión puede quedar:

$$I = C_i \cdot \left[\left(1 + r \right)^t - 1 \right]$$

La T.A.E. o tasa anual equivalente es el tipo de interés que indica el coste o rendimiento efectivo de un producto financiero y se calcula mediante:

$$TAE = \left[\left(1 + \frac{r}{f} \right)^f - 1 \right] \cdot 100$$

donde r es el tipo de interés (TIN) expresado en forma decimal y f es la frecuencia de los pagos.

01.- Por una cantidad de dinero, invertida en un depósito financiero al 3,5% anual durante 3 años, hemos recibido 735 € como intereses. ¿Qué cantidad inicial era?

Sol: C₀=7.000 €

02.- ¿Qué interés ofrece una cuenta bancaria en la que, invirtiendo 5.000 € durante dos años, obtienes unos intereses de 400 €?

Sol: r = 4%

03.- Si realizamos un depósito de 20.000 € a un 25% de interés simple anual. ¿Cuántos años han de pasar para duplicar el depósito?

Sol: 4 años

04.- Depositamos 5.000 € en un banco al 4% de interés compuesto anual. Di cuál será el capital que obtendremos al cabo de 3 años si recibimos los intereses: **a)** Cada semestre; **b)** Cada trimestre.

Sol a) 5.630,81 € b) 5.634,12 €

- **05.-** ¿A qué tasa de interés anual simple se deben depositar 20.000 € para disponer de 50.000€ en 6 años?
- **06.-** ¿Qué cantidad de dinero debe depositarse en el banco para obtener un capital de 21.000 € en once años si la tasa de interés simple anual es del 6,5 %?

Sol: 12.244,90 €

07.- Un banco que opera por Internet ofrece su cuenta verde a un 4,5% anual de interés que se paga mensualmente. Si abro una cuenta con 12.000 € y acumulo en esa cuenta los intereses mensuales que me pagan, ¿cuánto dinero tendré al cabo de 2 años?

Sol: 13.127,88 €

Se depositan 10.000 € en un banco durante 5 años a un tipo de interés del 1,8 % anual. ¿Qué beneficios se obtienen al final del periodo?

Los beneficios vienen dados por la expresión $l = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$ donde C=10.000

€; r=1,8% y t=5 años, por tanto:

$$I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{10.000 \cdot 1,8 \cdot 5}{100} = 900$$
 €

Se obtienen 900€ de beneficios y el capital final es: 10.900€

08.- ¿Cuánto tiempo ha de pasar para obtener 11.000 € si se invierten 10.000 € a un 7 % de interés anual simple?

Sol: Casi 18 meses.

09.- Calcula en qué se convertirán 1.200 € si los ingresamos: **a)** Durante 8 años, a un interés compuesto del 4%; **b)** Durante 6 años, a un 6% de interés compuesto; **c)** Durante 4 años, a un 8% de interés compuesto.

Sol: a) 1.642,28 € b) 1.702,22 € c) 1.632,59 €

10.- Julia ha ganado 30.000 € en el sorteo de la ONCE y los deposita en el banco para sacarlos cuando se jubile. Si el banco efectúa la operación al 5 % anual, ¿cuánto dinero recibirá al jubilarse dentro de 20 años?

Sol: 79.598,93 €

Hallar el capital acumulado durante 10 años a partir de 12.000 euros colocados al 4 % de interés compuesto si se abonan los intereses anualmente.

El capital acumulado al cabo de 10 años viene dado por:

$$C_f = C_f \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t \rightarrow C_{10} = 12.000 \cdot (1 + 0.04)^{10} = C_{10} = 12.000 \cdot (1.04)^{10} = 17.762,93 \in$$

Así que, el capital final es de 17.762,93 €

11.- Halla la Tasa Anual Equivalente de un depósito financiero que ofrece el 4,75% de interés anual con abonos de intereses trimestrales.

Sol: 4, 84%

12.- Una entidad bancaria abona intereses mensuales. En su publicidad se destaca que la TAE es del 4 %. ¿Cuál es el interés anual de la operación?

Sol: El interés anual es del 3,93 %.

13.- ¿A qué rédito anual se invirtieron 1.250 € si al cabo del año han producido 30 € de interés?

Sol: r = 2.4 %

Calcula la T. A. E. que corresponde a un rédito anual del 12% con pagos mensuales de intereses.

La TAE viene dada por la expresión:
$$TAE = \left[\left(1 + \frac{r}{f} \right)^f - 1 \right] \cdot 100$$

$$TAE = \left[\left(1 + \frac{0,12}{12} \right)^{12} - 1 \right] \cdot 100 = 0,1268 \cdot 100 = 12,68 \%$$

Luego la T.A.E. es del 12,68 %

14.- Belén invierte en Letras del Tesoro una cantidad de 35.600 €. Esta inversión produce cada año un 3,2 % de interés que le ingresan en su cuenta bancaria. ¿Cuánto dinero tendrá al cabo de 8 años?

Sol: 45.802,33 €

15.- El capital final de una inversión es de 31.706 €. ¿Cuánto dinero ingresé hace 6 años a un 2% semestral, si los intereses se acumulan al capital al final de cada año?

Sol: 25.000 €

16.- ¿A qué rédito anual estaba sometida una operación bancaria por la que 120 € se convirtieron, al cabo de 5 años, en 146 €?

Sol: r = 4 %

- **17.** Ingreso 20.000 € en un banco y se comprometen a pagarme un 3% anual, abonando los intereses semestralmente. ¿Cuánto dinero tengo al cabo de 5 años? Sol: 23.210,82 €
- **18.-** Rosa coloca 6.000 € al 4% anual y los mantiene en el banco durante cuatro años, retirando anualmente los beneficios obtenidos. María coloca la misma cantidad, al mismo interés y durante el mismo tiempo, pero da orden de que los beneficios se sumen cada año al capital. ¿Cuál es la diferencia entre los beneficios de cada una de ellas?

Sol: María obtiene 59,15 € más de beneficio que Rosa.

19.- En el contrato de mi tarjeta de crédito figura que, por el aplazamiento de los pagos, me cobran un 3,5% mensual. Determina la Tasa Anual Equivalente (TAE).

Sol: 51,11%

www.intergranada.com

20.- Germán abrió tres cuentas hace cinco años, cada una de ellas con 2.000 €. Las condiciones eran:

- Rédito anual: a %. Pago trimestral de intereses.
- Rédito anual: b %. Pago semestral de intereses.
- c) Rédito anual: c %. Pago trimestral de intereses. Actualmente tiene en las cuentas: 2.322,37 €, 2.378,89 € y 2.433,31 €, respectivamente. ¿Qué valor tienen a, b y c? Sol: a) 3% b) 3,5% c) 3,94%
- 21.- Inés pide un crédito de 18.000 € para comprarse un coche. Si tiene que devolver el dinero en 36 meses con un interés simple del 7%, ¿cuánto tendrá que pagar cada mes? Sol: 605 € al mes
- 22.- Para que un interés simple anual proporcione los mismos intereses que un interés compuesto, ambos al mismo T.I.N., ¿durante cuánto tiempo habría que dejar depositado el capital en el banco? Justifica la respuesta

23.- Calcula los intereses y el capital final obtenidos tras depositar 2.600 € al 5% simple anual durante a) 3 años; **b)** 18 meses; **c)** 270 días.

Sol: a) 2.990 €; b) 2.795 €; c) 2.697,50 €

Se ha pedido un préstamo a devolver durante 6 años a una tasa de interés compuesto trimestral del 3% y la cantidad que se ha pagado al final de los 6 años ha sido de 13500 euros. ¿De cuánto se ha pedido el préstamo?

Como nos piden el capital inicial lo vamos a despejar de la ecuación del interés compuesto:

$$C_{f} = C_{i} \left(1 + \frac{r}{100} \right)^{t} \rightarrow C_{i} = \frac{C_{f}}{\left(1 + \frac{r}{100} \right)^{t}} = \frac{13.500}{\left(1 + \frac{3}{100} \right)^{6.4}} = \frac{13.500}{\left(1,03 \right)^{24}} = 6.641, 11 \in$$

- 24.- Andrea tiene 5 000 € ahorrados y quiere depositarlos en un banco para que le generen intereses. Tiene dos ofertas de sendos bancos:
 - Oferta 1: el primer banco le ofrece un interés simple anual del 4 %.
 - Oferta 2: el segundo banco le ofrece un interés compuesto anual del 3,5 %.
- a) Si quiere liquidar el dinero a los 2 años, ¿cuál de las dos ofertas le saldrá más rentable?; b) ¿A partir de qué año le resultará la otra oferta más rentable? Ayúdate con una tabla en la que aparezca 3 años, 4 años....

Sol: a) La primera; b) A partir del octavo año la segunda.

25.- Determina el tiempo durante el cual se han depositado 5.000 € en un banco a un 6,5 % de interés simple anual si el dinero liquidado asciende a 5.650 €.

Se depositan 15.000 € en un banco al 2,5% anual. Al acabar el año se saca todo el dinero, se añaden 10.000 € y se deposita todo en otro banco al 4% durante dos años más. ¿Cuánto dinero habrá al final?

En el primer banco se depositan 15.000 € y se obtienen:

$$C_f = C_o \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t = 15.000 \cdot \left(1 + \frac{2,5}{100}\right)^1 = 15.000 \cdot 1,025 = 15.375 \in$$

En el segundo se depositan 25.375 \in y al final habrá:

$$C_f = C_o \cdot \left(1 + \frac{r}{100} \right)^t = 25.375 \cdot \left(1 + \frac{4}{100} \right)^2 = 27.445,60$$

Por tanto, al final el dinero liquidado es de 27.445,60 €

26.- Halla el capital que se ha depositado en un banco durante 2 años a un interés del 3 % compuesto anual si al final ha resultado un capital de 4 550 €. ¿Y si en lugar de un interés compuesto fuera un interés simple?

Sol: a) 4 288,81 €; b) 4 292,45 €

¿A qué redito se impuso un capital de 5.000 € que se transformó en 5.858,30 € en 8 años?

Como los intereses se van acumulando, se trata de un ejercicio de interés compuesto. Para calcular el rédito, hemos de despejar r de la expresión:

$$C_r = C_o \left(1 + \frac{r}{100} \right)^t \longrightarrow \frac{C_f}{C_o} = \left(1 + \frac{r}{100} \right)^t \longrightarrow \sqrt[4]{\frac{C_f}{C_o}} = \sqrt[4]{\left(1 + \frac{r}{100} \right)^t} \longrightarrow \sqrt[4]{\frac{C_f}{C_o}} = \left(1 + \frac{r}{100} \right) \longrightarrow \sqrt[4]{\frac{C_f}{C_o}} - 1 = \frac{r}{100} \longrightarrow r = 100 \left(\sqrt[4]{\frac{C_f}{C_o}} - 1 \right)$$

Y sustituyendo:

$$r = 100 \left(\sqrt[4]{\frac{C_f}{C_o}} - 1 \right) = 100 \left(\sqrt[8]{\frac{5.858,30}{5.000}} - 1 \right) = 2 \%$$

Por lo que el rédito fue del 2% anual.

27.- Elena acaba de nacer. Sus abuelos depositan 1.000 € en una cuenta offshore del banco holandés Rabobank, a un interés compuesto del 8%. ¿Qué cantidad habrá en la cuenta cuando Elena cumpla la mayoría de edad? ¿Por cuánto se habrá multiplicado la cantidad inicial?

Sol: Aprox 4.000 €, se habría cuatriplicado.

- 28.- Ernesto abrió un depósito al 8,4 % anual con el dinero de un premio de lotería con el que no contaba. Después de 5 años, para pagar la entrada de un coche nuevo, cancela el depósito y retira la cantidad de 5.281,35 €.
- a) ¿De cuánto dinero fue el premio si los intereses se pagaron semestralmente?; b) ¿Qué intereses ha obtenido con la inversión?

Sol: El premio fue de 3.500 €. Y los intereses de 1.781,35 €

- **29.-** Una entidad bancaria oferta un depósito a plazo fijo. para un año, al 5,1% anual a favor del cliente, liquidable y abonable trimestralmente en otra cuenta del mismo cliente y asociada a esta. Calcula la TAE de este tipo de depósito. Sol: TAE del 5,2%
- 30.- Un banco ofrece un depósito que te remunera la inversión al 12 % de interés el primer mes y el resto al 3,7 %. a) ¿Cuántos beneficios se obtendrían con una inversión de 100 € al cabo de un año? b) ¿Cuál es la Tasa Anual Equivalente (TAE) de esta operación?

Sol: beneficios al cabo de un año son 4,80 €., TAE es del 4,8%

31.- Se depositan 20.000 € al 3,5% anual. Al acabar el año se saca todo el dinero, se añaden otros 20.000 € y se depositan en otro banco que da un interés del 5%. ¿Cuánto dinero habrá al cabo de 5 años?

Sol: Habrá 51.944,66 €.

- **32.-** María en la lotería 24.000 €, y pacta con el banco mantener el dinero en una cuenta durante cinco años, cobrando los beneficios cada año. A cambio, el banco le dará un interés del 6% anual. ¿Qué beneficio obtiene anualmente? ¿Y en los cinco años que dura el acuerdo?
- Sol: En 1 año obtiene 1.440 €, y en 5 años, 7.200 €. 33.- Calcula el capital que obtendríamos a los 20 años de invertir un capital inicial de 54.000€ si transcurridos 10 años, se hace una aportación extraordinaria de 30.000 €.

Sol: 226.910,75 €

34.- Calcula el interés simple que genera un capital de 12.000 € al 2,8% durante 2 años 6 meses y 10 días.

35.- Ingresamos 8.900 € al 5,2 %. Al cabo de 10 meses y 8 días tenemos que retirar el ingreso. ¿Cuántos intereses habrá generado el capital en este tiempo?

36.- Realizamos una inversión de 3 000 €, sin retirar los intereses. Si al cabo de 5 años tenemos un capital de 4.207,66€, ¿a qué rédito hemos realizado la inversión?

Sol: Al 7% aproximadamente

37.- ¿Cuánto he de invertir al 4% anual para recuperar al cabo de 10 años la cantidad de 6.699,88 €, si el ba<mark>nco</mark> hace pago trimestral de los intereses?

Sol: 4.500 €