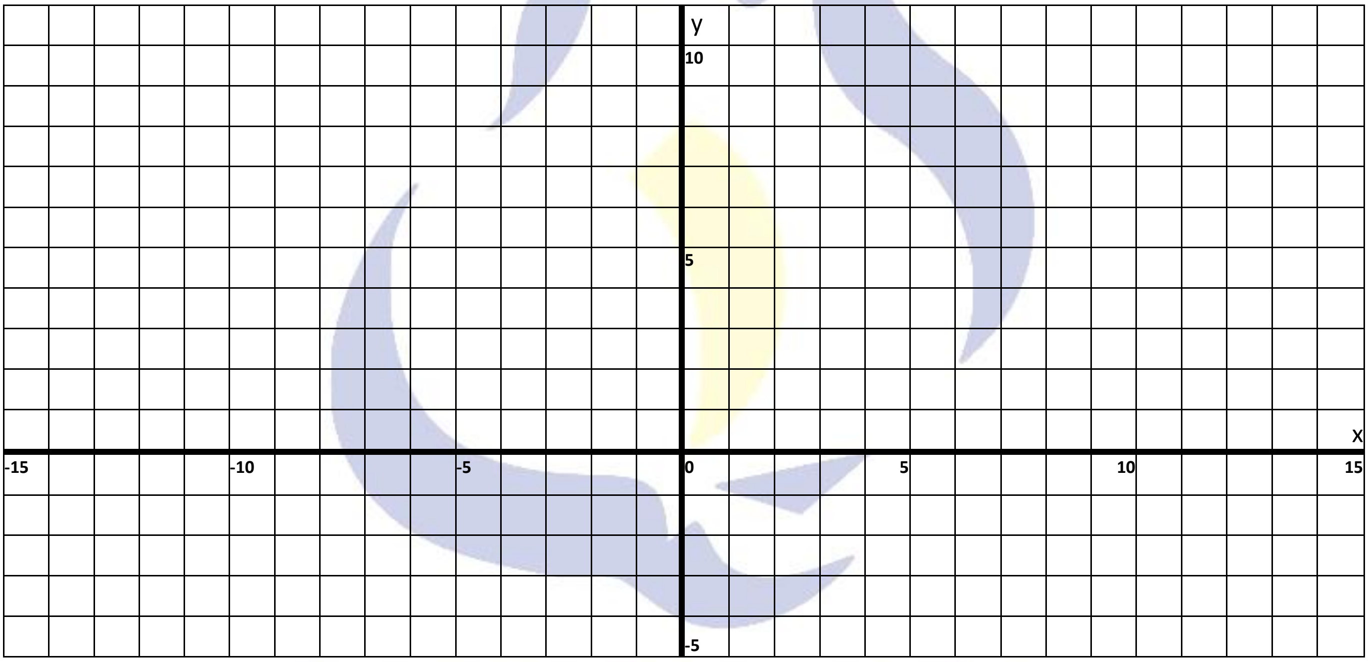
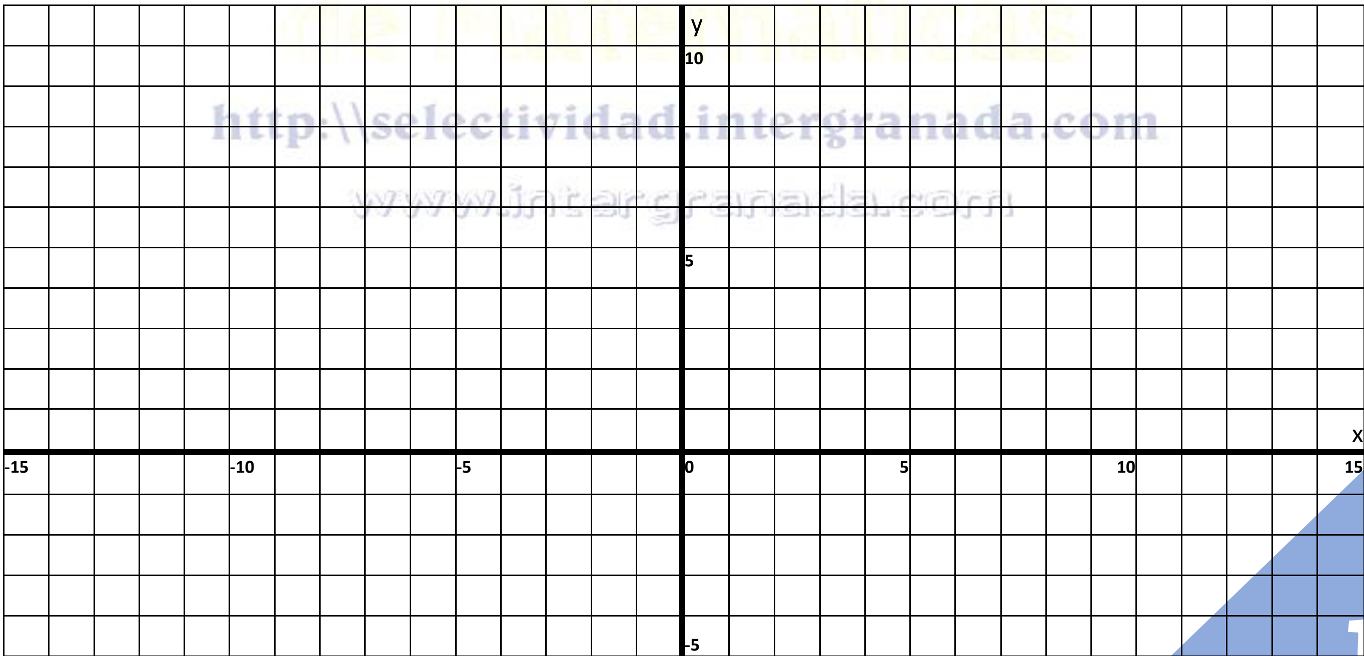
Departamento de Matemáticas	Nombre:		2ª Evaluación	Nota
	Curso:	**4º ESO A**	Examen VII	
	Fecha:	20 de marzo de 2023	Final 2ª evaluación	

IES ABYLA (Ceuta)

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

1.- Representa la región del plano, indicando sus vértices, dada por las inecuaciones: (2 puntos) $\begin{cases} 3x+y\le 12 \\ x-2y\ge -3 \\ y\ge \dfrac{x}{2}-2 \\ 2x+3y\ge 1 \end{cases}$





2.- Resuelve dos de las tres ecuaciones siguientes: (2 puntos)

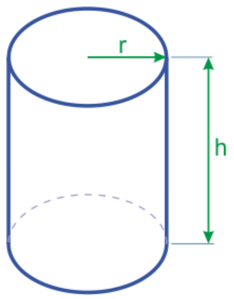
a) $\sqrt[3]{4x-1}=x-4$ b) $\dfrac{x-1}{x^2-\dfrac{1}{1-\dfrac{x-3}{x+1}}}=\dfrac{2}{x}$ c) $3\cdot\sqrt[3]{27^{x-1}}=\left(\dfrac{1}{9}\right)^{2x+5}$

3.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones: (2 puntos) $\begin{cases}\log(x+y)+\log(x-y)=\log 5\\ \dfrac{e^x}{e^y}=e\end{cases}$

4.- Si a un lado de un cuadrado se le alargan 2 metros y al lado contiguo se le alargan 7 metros, obtenemos un rectángulo cuya área es $22m^2$ más que el doble de la del cuadrado inicial. Calcula las dimensiones del cuadrado. (1,5 puntos)

5.- Varios amigos se van de cena al restaurante **El Peñón de Salobreña** y al finalizar, la cuenta asciende a 600 €. Por problemas de conexión el datáfono no funciona y el camarero les dice que tienen que pagar con dinero. Como dos de los amigos no llevan cash, los demás deciden invitarles debiendo aumentar su aportación en 80 € cada uno. ¿Cuántos amigos son y cuanto debería pagar cada uno?

6.- Sea a un número positivo y diferente de la unidad y de cero, demuestra que la suma de **a** con su inverso es mayor que 2.



Bonus.- Una empresa fabrica dos tipos de latas de refrescos, ambas cilíndricas y del mismo volumen:33 cl. Si la de primer tipo tiene una altura de 12 cm, y la del segundo, de 15 cm. ¿Cuál tiene mayor coste de producción? $\left(A_{\text{Cilindro}}:2\pi r\cdot(r+h) \qquad V_{\text{cilindro}}=\pi r^2 h\right)$

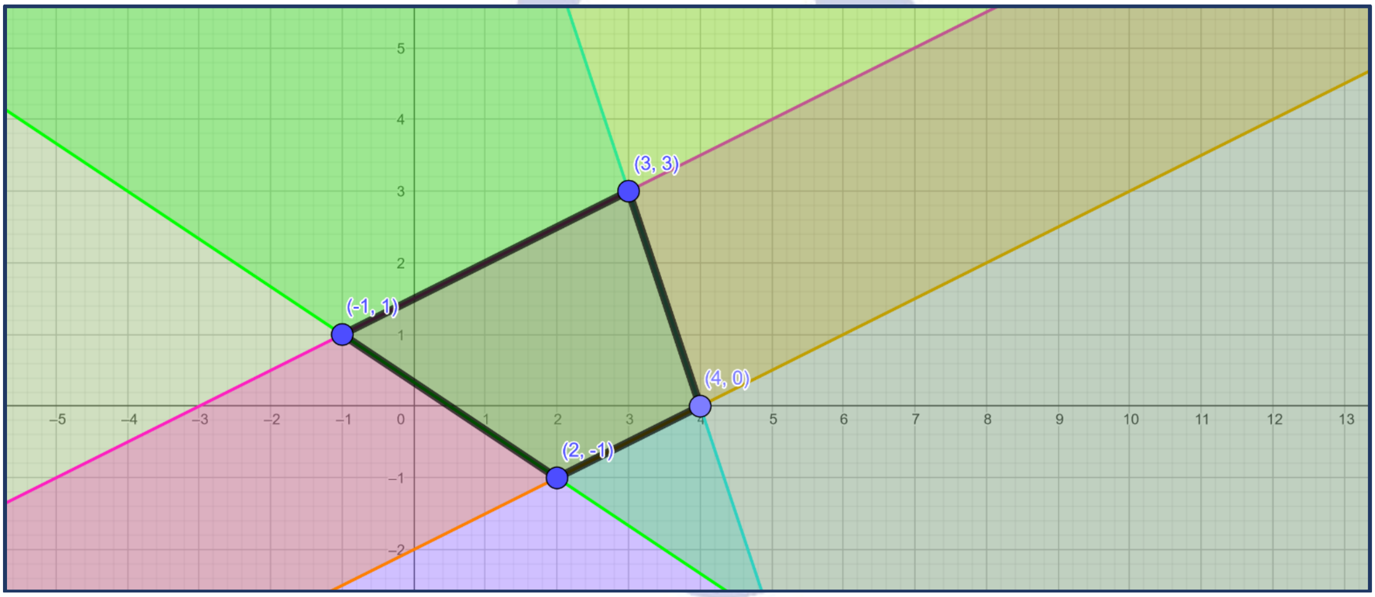
Según tu criterio, ¿Qué nota crees que mereces en el boletín del 2° trimestre? _________

	Nombre:	SOLUCIONES		2ª Evaluación	Nota
Departamento de Matemáticas	Curso:	4º ESO A	Examen VII		
	Fecha:	20 de marzo de 2023	Final 2ª evaluación		

IES ABYLA (Ceuta)

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

1.- Representa la región del plano, indicando sus vértices, dada por las inecuaciones: $\begin{cases} 3x+y\le 12 \\ x-2y\ge -3 \\ y\ge \dfrac{x}{2}-2 \\ 2x+3y\ge 1 \end{cases}$



2.- Resuelve dos de las tres ecuaciones siguientes: (2 puntos)

a) $\sqrt[3]{4x-1}=x-4 \xrightarrow{\text{Elevamos al cubo}} \left(\sqrt[3]{4x-1}\right)^3=(x-4)^3 \rightarrow 4x-1=(x-4)^3 \xrightarrow{\text{Desarrollamos el cubo de un binomio}}$

$\rightarrow 4x-1=x^3-12x^2+48x-64 \rightarrow x^3-12x^2+44x-63=0 \xrightarrow{\text{Factorizamos}}$

$\rightarrow (x-7)\cdot(x^2-5x+9)=0 \rightarrow x=7$

b) $\dfrac{x-1}{x^2-\dfrac{1}{1-\dfrac{x-3}{x+1}}}=\dfrac{2}{x} \rightarrow \dfrac{x-1}{x^2-\dfrac{1}{\dfrac{x+1}{x+1}-\dfrac{x-3}{x+1}}}=\dfrac{2}{x} \rightarrow \dfrac{x-1}{x^2-\dfrac{1}{\dfrac{x+1-x+3}{x+1}}}=\dfrac{2}{x} \rightarrow$

$\rightarrow \dfrac{x-1}{x^2-\dfrac{1}{\dfrac{4}{x+1}}}=\dfrac{2}{x} \rightarrow \dfrac{x-1}{x^2-\dfrac{x+1}{4}}=\dfrac{2}{x} \rightarrow \dfrac{x-1}{\dfrac{4x^2}{4}-\dfrac{x+1}{4}}=\dfrac{2}{x} \rightarrow \dfrac{x-1}{\dfrac{4x^2-x-1}{4}}=\dfrac{2}{x} \rightarrow$

$$\rightarrow \quad \frac{4x-4}{4x^2-x-1}=\frac{2}{x} \quad \xrightarrow{\text{Multiplicamos en cruz}} \quad x(4x-4)=2(4x^2-x-1) \quad \rightarrow \quad 4x^2-4x=8x^2-2x-2 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad 4x^2+2x-2=0 \quad \rightarrow \quad 2x^2+x-1=0 \quad \rightarrow \quad \left(x-\frac{1}{2}\right)\cdot(2x+2)=0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x=\dfrac{1}{2} \\ x=-1 \end{cases}$$

Desechamos -1, porque anularía el denominador $\rightarrow \quad x=\dfrac{1}{2}$

$$c)\ 3\cdot\sqrt[3]{27^{x-1}}=\left(\frac{1}{9}\right)^{2x+5} \quad \xrightarrow{\text{Aplicamos potencias}} \quad 3\cdot\left[\left(3^{\cancel{3}}\right)^{x-1}\right]^{\cancel{1/3}}=\left(3^{-2}\right)^{2x-5} \quad \rightarrow \quad 3\cdot 3^{x-1}=3^{-4x-10} \quad \xrightarrow{\text{Agrupamos}}$$

$$\rightarrow \quad 3^{x-1+1}=3^{-4x-10} \quad \rightarrow \quad 3^{x}=3^{-4x-10} \quad \xrightarrow{\text{Igualamos los exponentes}} \quad x=-4x-10 \quad \rightarrow \quad 5x=-10 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad x=\frac{-10}{5} \quad \rightarrow \quad x=-2$$

3.– Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones: (2 puntos) $\begin{cases} \log(x+y)+\log(x-y)=\log 5 \\ \dfrac{e^x}{e^y}=e \end{cases}$

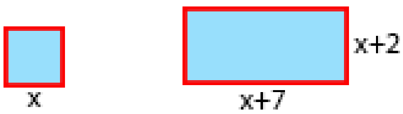
$$\begin{cases} \log(x+y)+\log(x-y)=\log 5 \\ \dfrac{e^x}{e^y}=e \end{cases} \quad \xrightarrow[\text{Prop. Potencias}]{\text{Prop. logaritmos}} \quad \begin{cases} \log\left[(x+y)\cdot(x-y)\right]=\log 5 \\ e^{x-y}=e^{1} \end{cases} \quad \xrightarrow[\text{Ig. exponentes}]{\text{Ig. Mantisas}}$$

$$\rightarrow \quad \begin{cases} (x+y)\cdot(x-y)=5 \\ x-y=1 \end{cases} \quad \xrightarrow{\text{sustituimos x−y}} \quad \begin{cases} (x+y)\cdot(1)=5 \\ x-y=1 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases} \quad \xrightarrow{\text{Por reducción}}$$

$$\xrightarrow{\text{sumando ambas ecuaciones}} \quad 2x=6 \quad \rightarrow \quad x=\frac{6}{2} \quad \rightarrow \quad x=3 \quad \xrightarrow{\text{de x+y=5}} \quad 3+y=5 \quad \rightarrow \quad y=2$$

$$S.C.D.\{x=3;\ y=2\}$$

4.– Si a un lado de un cuadrado se le alargan 2 metros y al lado contiguo se le alargan 7 metros, obtenemos un rectángulo cuya área es 22m² más que el doble de la del cuadrado inicial. Calcula las dimensiones del cuadrado. (1,5 puntos)



Si llamamos **x** al lado del cuadrado, su área será: **$A_c=x^2$**, si alarmamos sus lados en 7 y en dos, obtenemos un rectángulo de área: **$A_r=(x+7)\cdot(x+2)$**, si nos dicen que el área del rectángulo es el doble de la del cuadrado + 22 cm², ya podemos plantear la ecuación:

$$A_{\text{Rectángulo}}=2\cdot A_{\text{Cuadrado}}+22 \quad \rightarrow \quad (x+7)\cdot(x+2)=2x^2+22$$

Cuya solución es:

$$(x+7)\cdot(x+2)=2x^2+22 \quad \rightarrow \quad x^2+9x+14=2x^2+22 \quad \rightarrow \quad x^2-9x+8=0$$

$$\xrightarrow{\text{Factorizando}} \quad (x-8)\cdot(x-1)=0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x_1=1 \\ x_2=8 \end{cases}$$

Por tanto, existen dos cuadrados que verifican el enunciado, uno 1 metro de lado y el otro de 8 metros.

5.- Varios amigos se van de cena al restaurante **El Peñón de Salobreña** y al finalizar, la cuenta asciende a 600 €. Por problemas de conexión el datáfono no funciona y el camarero les dice que tienen que pagar con dinero. Como dos de los amigos no llevan cash, los demás deciden invitarles debiendo aumentar su aportación en 80 € cada uno. ¿Cuántos amigos son y cuanto debería pagar cada uno?

Si llamamos **x** al número de amigos que asisten a la cena e **y** al dinero que paga cada uno, podemos escribir una primera ecuación en la que si multiplicamos el número de amigos por lo que paga cada uno, obtenemos el otral de la factura:

$$x\cdot y=600$$

Y la otra ecuación con lo de que si dos no pagan, pagarían **(x–2)**, y si los que pagan, pagan 80 € más cada uno, esos pagarían **(y+80)**, por tanto si multiplicamos otra vez los que pagan por lo que paga cada uno, obtenemos el total de la cena:

$$(x-2)\cdot(y+80)=600$$

Con esto, tenemos el sistema no lineal:

$$\begin{cases}x\cdot y=600\\(x-2)\cdot(y+80)=600\end{cases}\xrightarrow{\text{Operamos}}\begin{cases}x\cdot y=600\\x\cdot y+80x-2y-160=600\end{cases}\xrightarrow{\text{Sustituimos }x\cdot y}\begin{cases}x\cdot y=600\\\cancel{600}+80x-2y-160=\cancel{600}\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{Operamos}}\begin{cases}x\cdot y=600\\80x-2y=160\end{cases}\xrightarrow{\text{Simplificamos}}\begin{cases}x\cdot y=600\\40x-y=80\end{cases}\xrightarrow{\text{Despejamos y de la 1ª}}\begin{cases}y=\dfrac{600}{x}\\40x-y=80\end{cases}\xrightarrow{\text{Sustituimos en la 2ª}}$$

$$\rightarrow 40x-\frac{600}{x}=80\rightarrow 40x^2-600-80x=0\xrightarrow{\text{Simplificamos}}x^2-2x-15=0\xrightarrow{\text{Factorizamos}}$$

$$\rightarrow(x+3)\cdot(x-5)=0\rightarrow\begin{cases}\cancel{x_1=-3}\\x_2=5\end{cases}\rightarrow x=5\xrightarrow{\text{de }y=600/x}y=\frac{600}{5}\rightarrow y=120$$

Desechamos la solución x=–3, porque el número de amigos no puede ser negativo y con esto:

A la cena asisten 5 amigos y cada uno paga 120 €

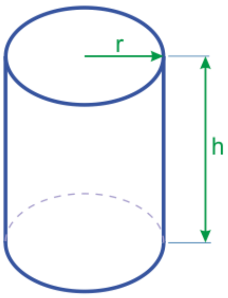
6.- Sea a un número positivo y diferente de la unidad y de cero, demuestra que la suma de **a** con su inverso es mayor que 2.

Sea **a** el número, entonces, $\frac{1}{a}$ es su inverso y con esto ya podemos plantear la inecuación:

$$a+\frac{1}{a}>2\xrightarrow{\text{Operando}}a^2-2a+1>0\rightarrow(a-1)^2>0$$

Cosa que es verdad siempre, un número cualquiera elevado al cuadrado es siempre positivo.

Por tanto, queda demostrado que la suma de un número con su inverso es mayor que 2



Bonus.- Una empresa fabrica dos tipos de latas de refrescos, ambas cilíndricas y del mismo volumen:33 cl. Si la de primer tipo tiene una altura de 12 cm, y la del segundo, de 15 cm. ¿Cuál tiene mayor coste de producción?

Con la ayuda de la fórmula del volumen, podemos calcular el radio de cada una de las latas:

Lata 1	**Lata 2**
	
$V=\pi r^2 h \quad \rightarrow \quad r_1=\sqrt{\frac{V}{\pi \cdot h}}=\sqrt{\frac{33}{\pi \cdot 12}}=0{,}936\ cm$	$V=\pi r^2 h \quad \rightarrow \quad r_2=\sqrt{\frac{V}{\pi \cdot h}}=\sqrt{\frac{33}{\pi \cdot 15}}=0{,}837\ cm$

Y ahora, con la fórmula del área, podemos calcular el área de cada lata, y aquella que tenga más área, será más costosa de fabricar:

Lata 1	**Lata 2**
$A_1=2\pi r\cdot(r+h)=2\cdot\pi\cdot 0{,}936(0{,}936+12)=76{,}077\ cm^2$ $A_1 = 76\ cm^2$	$A_2=2\pi r\cdot(r+h)=2\cdot\pi\cdot 0{,}837(0{,}837+15)=83{,}287\ cm^2$ $A_2 = 83\ cm^2$

Queda claro que es más barato producir latas de altura 12 que de altura 15 cm.

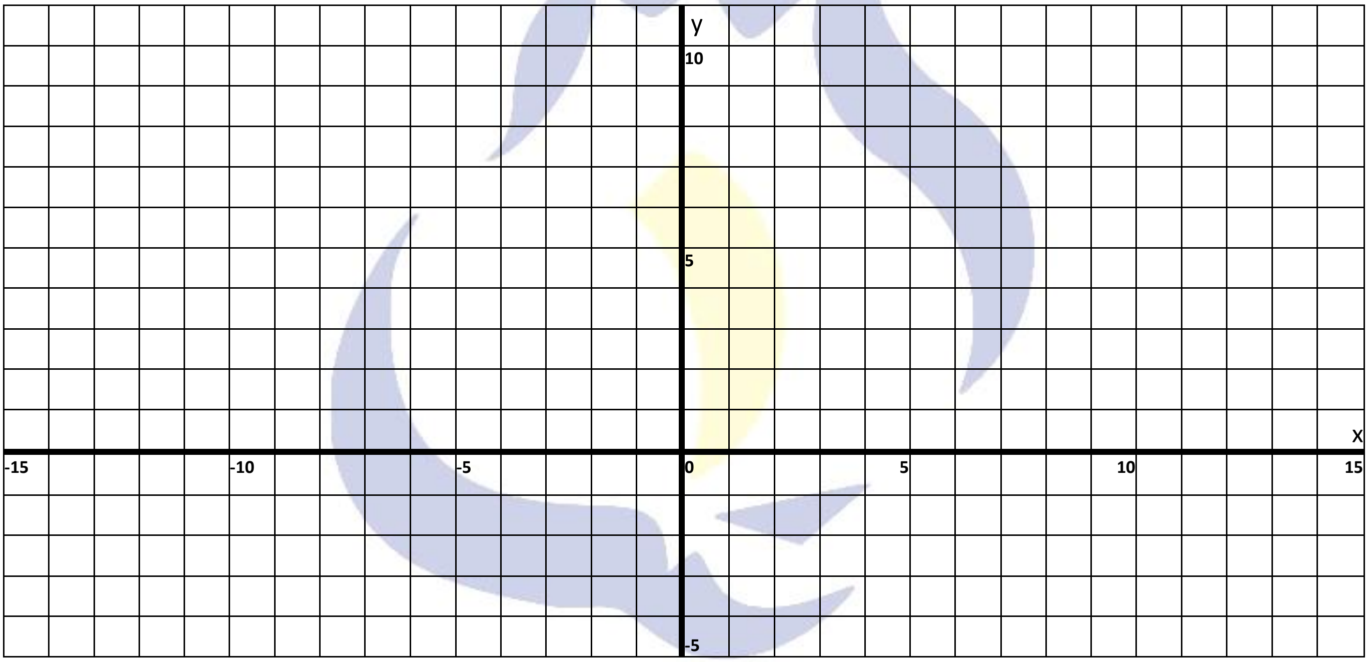
Por tanto, es más caro producir las latas de 15 cm de altura.

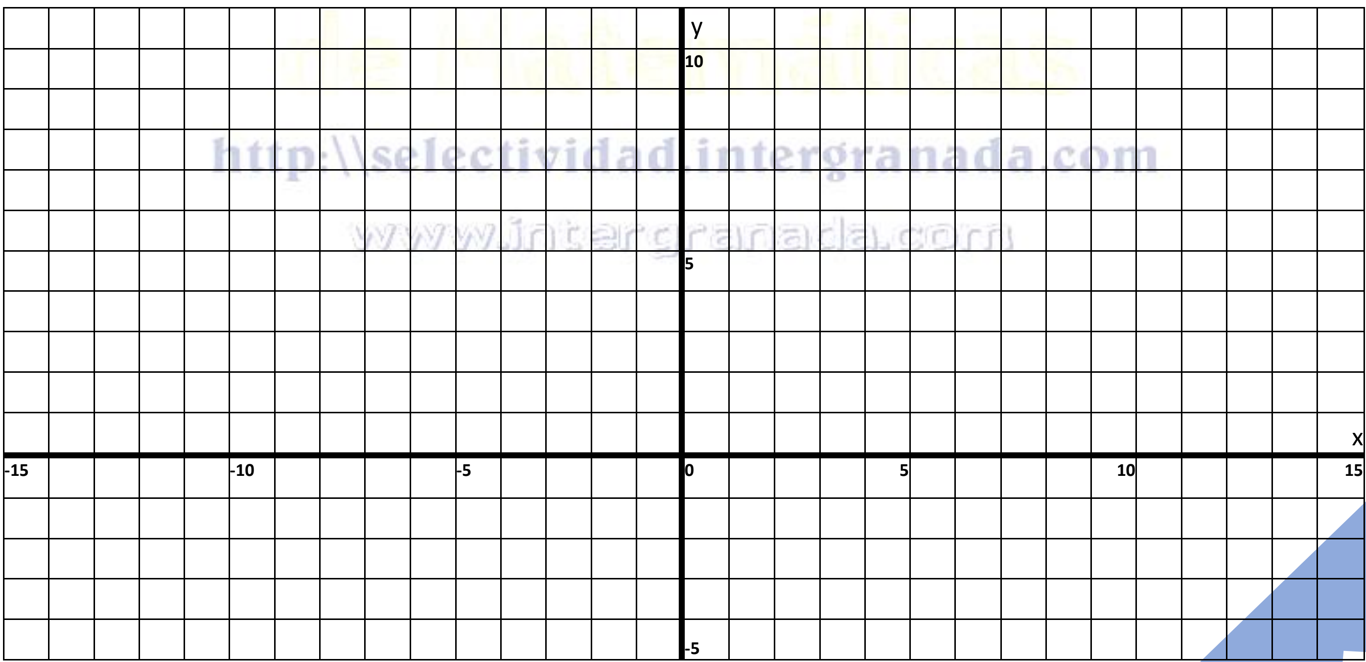
Departamento de Matemáticas	Nombre:		2ª Evaluación	Nota
	Curso:	4º ESO A	Simulacro Examen VII	
	Fecha:	20 de marzo de 2023	Final 2ª evaluación	

IES ABYLA (Ceuta)

La no explicación clara y concisa de cada uno de los ejercicios implica una penalización del 25% de la nota

1.- Representa la región del plano, indicando sus vértices, dada por las inecuaciones: (2 puntos) $\begin{cases} x+y \le 4 \\ x-y \ge -2 \\ x+3y \ge 2 \\ 2y \le 4 \end{cases}$





2.- Resuelve las siguientes ecuaciones: (2 puntos)

a) $\dfrac{3}{1+\sqrt{x}}=\dfrac{5-\sqrt{x}}{3}$

b) $\dfrac{x}{x^2-\dfrac{1}{1-\dfrac{x+2}{x-1}}}=\dfrac{2}{x-1}$

3.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones: (2 puntos) $\begin{cases}\log(x+y)+\log(x-y)=\log 33\\ e^x\cdot e^y=e^{11}\end{cases}$

4.- En un rectángulo, la base mide 2 unidades más que la altura. Si unimos el punto medio del lado mayor con los vértices de los lados opuestos, obtenemos un triángulo isósceles. ¿Qué longitud tienen los lados del rectángulo si el área del triángulo es de 4 unidades de superficie? ¿Cuánto miden los lados iguales de dicho triángulo? (1,5 puntos)

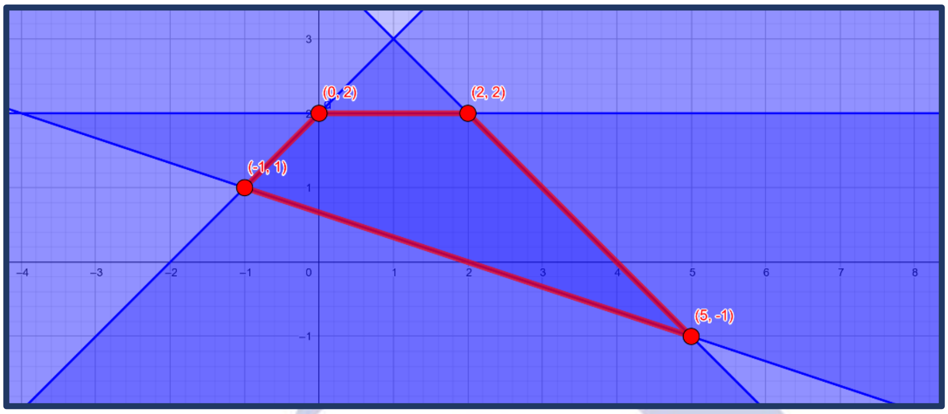
5.- Un campamento de refugiados de Lampedusa alberga a cierto número de personas migrantes que huyen del terremoto de Siria. Si llegan 200 nuevos refugiados tiene víveres para una semana menos, pero si se van 184 los víveres durarían una semana más. Calcula el número de refugiados que hay actualmente en el campamento y el tiempo que le durarán los víveres. (1,5 puntos)

6.- Halla la condición que tienen que verificar los coeficientes de la ecuación $8x^2-(m-1)x+m-7=0$ para que tenga raíces reales. (1 punto)

Bonus.- Una tienda dispone de latas de conserva de tomate de tres fabricantes: A, B y C. El fabricante A envasa el tomate en latas de 250 gr, el fabricante B lo envasa en latas de 500 gr y el fabricante C en latas de 1 kg. Esas latas de tomate se venden a 1, 1,80 y 3,30 € respectivamente. Comparamos en total 20 latas, que pesan un total de 10 kg y nos cuestan 35,60 €. Plantea un sistema de ecuaciones con el cual podamos calcular el número de latas compradas a cada fabricante.

SOLUCIONES SIMULACRO EXAMEN FINAL

1.- Representa la región del plano, indicando sus vértices, dada por las inecuaciones: (2 puntos) $\begin{cases} x+y\leq 4 \\ x-y\geq -2 \\ x+3y\geq 2 \\ 2y\leq 4 \end{cases}$



2.- Resuelve las siguientes ecuaciones: (2 puntos)

a) $\dfrac{3}{1+\sqrt{x}}=\dfrac{5-\sqrt{x}}{3} \rightarrow x=4$

b) $\dfrac{x}{x^2-\dfrac{1}{1-\dfrac{x+2}{x-1}}}=\dfrac{2}{x-1} \rightarrow \begin{cases} x_1=-2 \\ x_2=\dfrac{1}{3} \end{cases}$

3.- Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones: $\begin{cases} \log(x+y)+\log(x-y)=\log 33 \\ e^x\cdot e^y=e^{11} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=4 \end{cases}$

4.- En un rectángulo, la base mide 2 unidades más que la altura. Si unimos el punto medio del lado mayor con los vértices de los lados opuestos, obtenemos un triángulo isósceles. ¿Qué longitud tienen los lados del rectángulo si el área del triángulo es de 4 unidades de superficie? ¿Cuánto miden los lados iguales de dicho triángulo? (1,5 puntos) **Los lados del rectángulo miden 2 y 4 cm y los iguales del triángulo 2√2 cm.**

5.- Un campamento de refugiados de Lampedusa alberga a cierto número de personas migrantes que huyen del terremoto de Siria. Si llegan 200 nuevos refugiados tiene víveres para una semana menos, pero si se van 184 los víveres durarían una semana más. Calcula el número de refugiados que hay actualmente en el campamento y el tiempo que le durarán los víveres. (1,5 puntos) **4.600 refugiados y 24 semanas**

6.- Halla la condición que tienen que verificar los coeficientes de la ecuación **$8x^2 - (m-1)x + m-7 = 0$** para que tenga raíces reales. (1 punto)

$$\Delta>0 \rightarrow b^2-4ac>0 \rightarrow (m-1)^2-4\cdot 8\cdot(m-7)>0 \rightarrow m\notin(9,25)$$

m tiene que ser menor o igual que 9 y mayor o igual que 25.

Bonus.- Una tienda dispone de latas de conserva de tomate de tres fabricantes: A, B y C. El fabricante A envasa el tomate en latas de 250 gr, el fabricante B lo envasa en latas de 500 gr y el fabricante C en latas de 1 kg. Esas latas de tomate se venden a 1, 1,80 y 3,30 € respectivamente. Comparamos en total 20 latas, que pesan un total de 10 kg y nos cuestan 35,60 €. Plantea un sistema de ecuaciones con el cual podamos calcular el número de latas compradas a cada fabricante.

$$\begin{cases} x+y+z=20 \\ 0{,}25x+0{,}5y+z=10 \\ x+1{,}8y+3{,}3z=35{,}6 \end{cases}$$