



1.- Dados los polinomios: (1,5 Puntos)

$$P(x) = 6x^3 - x^2 + 3x + 4$$

$$Q(x) = 3x^2 - 4x + 3$$

$$R(x) = x - 3$$

Calcular:

$$a) P(x) + 2 \cdot Q(x) - R(x) = 6x^3 - x^2 + 3x + 4 + 2(3x^2 - 4x + 3) - (x - 3) = 6x^3 - x^2 + 3x + 4 + 6x^2 - 8x + 6 - x + 3 = 6x^3 + 5x^2 - 6x + 13$$

$$b) 2 \cdot P(x) \cdot Q(x) = 2(6x^3 - x^2 + 3x + 4)(3x^2 - 4x + 3) = (12x^3 - 2x^2 + 6x + 8)(3x^2 - 4x + 3) = 36x^5 - 48x^4 + 36x^3 - 6x^4 + 8x^3 - 6x^2 + 18x^3 - 24x^2 + 18x + 24x^2 - 32x + 24 = 36x^5 - 54x^4 + 62x^3 - 6x^2 - 14x + 24$$

$$c) 3P(x) : R(x) = 3(6x^3 - x^2 + 3x + 4) : (x - 3) = (18x^3 - 3x^2 + 9x + 12) : (x - 3) = 18x^2 + 51x + 162$$

Resto(x) = 498

2.- Desarrolla: (1 punto)

$$a) (4x + 3x^3)^2 = 16x^2 + 9x^6 + 24x^4 = 9x^6 + 24x^4 + 16x^2$$

$$b) (1 + x^2) \cdot (x^2 - 1) = x^4 - 1$$

$$c) \left(\frac{2x}{5} - \frac{1}{2} \right)^2 = \frac{4x^2}{25} + \frac{1}{4} - \frac{4x}{10} = \frac{4x^2}{25} - \frac{2x}{5} + \frac{1}{4}$$

3.- Efectuar: (1,5 puntos)

$$a) \frac{x+1}{x+3} - \frac{x-2}{x-1} = \frac{(x+1)(x-1)}{(x+3)(x-1)} - \frac{(x+3)(x-2)}{(x+3)(x-1)} = \frac{x^2-1}{(x+3)(x-1)} - \frac{x^2+x-6}{(x+3)(x-1)} = \frac{5-x}{(x+3)(x-1)} = \frac{5-x}{x^2+2x-3}$$

$$b) \frac{x^2+a^2}{x^2-a^2} - \frac{x-a}{x+a} = \frac{x^2+a^2}{x^2-a^2} - \frac{x^2+a^2-2ax}{x^2-a^2} = \frac{2ax}{x^2-a^2}$$

$$c) \frac{x^4-3x^3+3x^2-3x+2}{5x^4-5} = \frac{(x-1)(x-2)(x^2+1)}{5(x^4-1)} = \frac{(x-1)(x-2)(x^2+1)}{5(x^2+1)(x^2-1)} = \frac{(x-1)(x-2)(x^2+1)}{5(x^2+1)(x+1)(x-1)} = \frac{x-2}{5x+5}$$

4.- Un comerciante tiene dos clases de aceite, la primera de 6 € el litro y la segunda de 7,2 € el litro ¿Cuántos litros hay que poner de cada clase de aceite para obtener 60 litros de mezcla a 7€ el litro? (1 punto)

	Precio	Cantidad	Total
Aceite 1	6 €	X	6x
Aceite 2	7,2 €	60-x	432-7,2x
Mezcla	7 €	60	420

$$6x + 432 - 7,2x = 420 \rightarrow -1,2x = -12 \rightarrow x = \frac{-12}{-1,2} = 10$$

Por tanto del aceite más barato, el de 6 € el litro, necesitamos 10 litros y del caro, el de 7 € el litro, necesitamos 50 litros.

5.- En un control de conocimiento había que contestar 20 preguntas. Por cada pregunta bien contestada dan tres puntos y por cada fallo restan dos ¿Cuántas preguntas acertó Elena sabiendo que ha obtenido 30 puntos y que contestó a todas? (1 punto)

Sean x las respuestas acertadas y $(20-x)$ las respuestas falladas, tenemos:

$$3x - 2(20 - x) = 30 \rightarrow 3x - 40 + 2x = 30 \rightarrow 5x = 70 \rightarrow x = \frac{70}{5} = 14$$

Por tanto las respuestas acertadas son 14.

6.- Halla el lado de un cuadrado si su área menos su lado es igual a 870. (Problema encontrado en una tablilla babilónica de hace 3500 años). (1 punto)

Sea un cuadrado de lado x , su área será x^2 , por tanto si su área x^2 menos su lado x es igual a 870, tenemos:

$$x^2 - x = 870 \rightarrow x^2 - x - 870 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 1 \cdot 870}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{3481}}{2} = \frac{1 \pm 59}{2} = \begin{cases} x_1 = 30 \\ x_2 = -29 \end{cases}$$

Por tanto el lado del cuadrado es de 30 unidades de longitud.

7.- Resolver las siguientes ecuaciones: (3 puntos)

$$a) x + \frac{6}{x} = 5 \rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

$$b) \frac{x-2}{5} = \frac{2}{x+1} \rightarrow (x+1)(x-2) = 10 \rightarrow x^2 - x - 12 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

$$c) 2 + (2x + 3) = -2(3x - 1) + 17 \rightarrow 2x + 5 = -6x + 19 \rightarrow 8x = 14 \rightarrow x = \frac{14}{8} = \frac{7}{4}$$

$$d) x + \sqrt{x+6} = 0 \rightarrow x + 6 = x^2 \rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$e) (2x+1)^2 = 4 + (x+2)(x-2) \rightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 4 + x^2 - 4 \rightarrow 3x^2 + 4x + 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$f) \frac{\sqrt{3}}{x+5} = \frac{x}{2\sqrt{3}} \rightarrow 6 = x^2 + 5x \rightarrow x^2 + 5x - 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -6 \end{cases}$$

8.- Determinar el valor de k de modo que las raíces de la ecuación $x^2 - kx + 36 = 0$ sean iguales.

Para que la ecuación tenga solución doble, tiene que ocurrir que el discriminante sea igual a cero:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0$$

$$\text{Por tanto: } k^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36 = 0 \rightarrow k^2 = 144 \rightarrow k = \pm 12$$

Así que k ha de valor 12 ó -12.