Matemáticas Financieras

Interés Simple, Compuesto y T.A.E. Departamento de Matemáticas

www.intergranada.com

El interés simple, I, es el beneficio que origina una cantidad de dinero, llamada capital, C, en un periodo de tiempo expresado en años, t, a un tipo de interés determinado, r.

$$l = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$$

El capital final, C_{ij} que se obtiene al invertir un capital inicial C_{ij} a un rédito, r, durante un periodo de tiempo, t, expresado en años, t, con un interés compuesto viene dado por:

$$C_f = C_i \left(1 + \frac{r}{100} \right)^t$$

Y por tanto, el interés compuesto o beneficio obtenido es:

$$I = C_f - C_i = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t - C_i = C_i \cdot \left[\left(1 + \frac{r}{100}\right)^t - 1\right]$$

Si el rédito lo expresamos en forma decimal, la expresión puede quedar:

$$I = C_i \left[\left(1 + r \right)^t - 1 \right]$$

La T.A.E. o tasa anual equivalente es el tipo de interés que indica el coste o rendimiento efectivo de un producto financiero y se calcula mediante:

$$TAE = \left(1 + \frac{r}{f}\right)^f - 1$$

donde r es el tipo de interés (TIN) expresado en forma decimal y f es la frecuencia de los pagos.

- **01.-** Por una cantidad de dinero, invertida en un depósito financiero al 3,5% anual durante 3 años, hemos recibido 735 € como intereses. ¿Qué cantidad inicial era?
 - Sol: C₀=7.000 €
- **02.-** ¿Qué interés ofrece una cuenta bancaria en la que, invirtiendo 5.000 € durante dos años, obtienes unos intereses de 400 €?

Sol: r = 4%

- **03.-** Una empresa recibe un crédito al 8% anual, con la condición de devolver en un solo pago la cantidad prestada más los intereses. ¿Cuánto tiempo tardará en duplicarse la deuda?
 - Sol: 9 años
- **04.-** Depositamos 5.000 € en un banco al 4% de interés compuesto anual. Di cuál será el capital que obtendremos al cabo de 3 años si recibimos los intereses: **a)** Cada semestre; **b)** Cada trimestre.
 - Sol a) 5.630,81 € b) 5.634,12 €
- **05.-** A Alberto le ingresan en una cuenta bancaria 500 € cada año durante 10 años. Si la cuenta le aporta un 4,5% anual, ¿qué capital se acumulará al cabo de ese tiempo?
- **06.-** Un plan de jubilación al 3% anual implica aportaciones de 960 € al año. Si tengo 48 años, ¿qué capital obtendré a las siguientes edades de jubilación? **a**) A los 60 años; **b**) A los 65 años.
 - Sol: a) 14.033,08 €, b) 21.517,86 €
- **07.-** Un banco que opera por Internet ofrece su cuenta verde a un 4,5% anual de interés que se paga mensualmente. Si abro una cuenta con 12.000 € y acumulo en esa cuenta los intereses mensuales que me pagan, ¿cuánto dinero tendré al cabo de 2 años?

Sol: 13.127,88 €

Se depositan 10.000 € en un banco durante 5 años a un tipo de interés del 1,8 % anual. ¿Qué beneficios se obtienen al final del periodo?

Los beneficios vienen dados por la expresión $l = \frac{C \cdot r \cdot t}{100}$ donde C=10.000

€; r=1,8% y t=5 años, por tanto:

$$t = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{10.000 \cdot 1,8 \cdot 5}{100} = 900$$
 €

Se obtienen 900€ de beneficios y el capital final es: 10.900 €

08.- Un ayuntamiento obtiene un préstamo al 2,5% de interés de 10 millones de euros para efectuar diversas obras. El préstamo ha de devolverse en 10 anualidades. ¿Cuál será el importe de cada una?

Sol: 1.142.587,63 €

- **09.-** Calcula en qué se convertirán 1.200 € si los ingresamos: **a)** Durante 8 años, a un interés compuesto del 4%; **b)** Durante 6 años, a un 6% de interés compuesto; **c)** Durante 4 años, a un 8% de interés compuesto.
- **10.-** Tenemos un préstamo de $60.000 \in$ al 4,5% a 15 años. Al cabo de 5 cuotas anuales cancelamos el préstamo. ¿Cuál es el capital pendiente en ese momento?

Sol: El capital pendiente es 44.206,99 €.

11.- Halla la Tasa Anual Equivalente de un depósito financiero que ofrece el 4,75% de interés anual con abonos de intereses trimestrales.

Sol: 4, 84%

12.- Una entidad bancaria abona intereses mensuales. En su publicidad se destaca que la TAE es del 4 %. ¿Cuál es el interés anual de la operación?

Sol: El interés anual es del 3,9%.

13.- ¿A qué rédito anual se invirtieron 1.250 € si al cabo del año han producido 30 € de interés?

Sol: r = 2.4 %

14.- Elabora la tabla de amortización correspondiente a las 6 anualidades de un préstamo de 20.000 € al 6% de interés anual

Sol: La cuota anual será de 4.067,25 €.

Hallar el capital acumulado durante 10 años a partir de 12.000 euros colocados al 4 % de interés compuesto si se abonan los intereses anualmente.

El capital acumulado al cabo de 10 años viene dado por:

$$C_{f} = C_{f} \left(1 + \frac{r}{100} \right)^{t} \rightarrow C_{10} = 12.000 \cdot (1 + 0.04)^{10} = C_{10} = 12.000 \cdot (1.04)^{10} = 17.762,93 \in$$

Así que, el capital final es de 17.762,93 €

15.- El capital final de una inversión es de 31.633 €. ¿Cuánto dinero ingresé hace 6 años a un 4% anual, pagando los intereses y acumulándolos al capital al final de cada año?

Sol: 25 000 €

16.- ¿A qué rédito anual estaba sometida una operación bancaria por la que 120 € se convirtieron, al cabo de 5 años, en 146 €?

Sol: r = 4 %

- **17.-** Ingreso 20.000 € en un banco y se comprometen a pagarme un 3% anual, abonando los intereses semestralmente. ¿Cuánto dinero tengo al cabo de 5 años?
- **18.-** Compramos una vivienda por un valor de 240.000 €. Damos una entrada de 20.000 € y el resto se financia mediante una hipoteca al 5% de interés anual durante 20 años. ¿Cuál será el importe de cada cuota anual?

Sol: 17.653,37 €

- **19.-** Germán abrió tres cuentas hace cinco años, cada una de ellas con 2.000 €. Las condiciones eran:
 - a) Rédito anual: a %. Pago trimestral de intereses.
 - **b)** Rédito anual: b %. Pago semestral de intereses.
- c) Rédito anual: c %. Pago trimestral de intereses. Actualmente tiene en las cuentas: 2.322,37 €, 2.378,89 € v 2.433.31 €, respectivamente, ¿Qué valor tienen a, b v c?

y 2.433,31 €, respectivamente. ¿Qué valor tienen a, b y c?
Sol; a) 3% b) 3.5% c) 3.94%

Sol: a) 3% b) 3,5% c) 3,94% la anualidad que hay que

20.- Calcula a cuánto ascenderá la anualidad que hay que pagar para amortizar un crédito de 120.000 € en 10 años al 6% de interés.

Sol: 16.304,15 €

www.intergranada.com

21.- Un plan de jubilación exige que quien lo suscriba aporte 2.400 € cada año. Si le aplican un 4% de interés, ¿qué capital se habrá formado al cabo de 15 años?

Sol: 49.978,87 €

22.- Marta quiere comprarse un piso, pero necesita pedir dinero prestado a su banco. Si ella puede pagar un máximo de 7.200 € anuales, y el banco presta dinero al 4% para hipotecas de 25 años de duración, ¿cuánto dinero puede pedir prestado, como máximo?

Sol: 112.478,98 € como máximo

23.- Matías quiere formar en 20 años un capital de 60.000 €. Una caja de ahorros le ofrece invertir al 3,5 %. ¿Qué cantidad anual deberá aportar?

Sol: 2.049,92 €

24.- Julián ha firmado un contrato por el que se compromete a vender una casa por 120.000 € dentro de 6 años a su amigo Juan. Este decide aportar dinero cada año para constituir el capital que necesita. Un banco le ofrece pagarle un 3% de interés. ¿Cuánto dinero tendrá que aportar anualmente para conseguir los 120.000 €?

Sol: 18.011,36 €

25.- Carmen se va a comprar un coche, y para ello va a pedir un préstamo de 12.000 € que devolverá en cinco años. ¿Cuál será la anualidad que pagará si le piden un 8% de interés?

Sol: 3.005.48 €

- **26.-** Andrés está pagando 220 € al año al amortizar un crédito que el banco le concedió para comprarse un ordenador. Las condiciones eran que debería devolver el dinero en 4 años y que le aplicaban un 5% de interés. ¿Cuánto dinero pidió prestado?
 - Sol: 780,11 €
- **27.-** Calcula la mensualidad que hay que pagar para amortizar un crédito de 120.000 € al 5% durante 30 años.

ol: 644,

28.- Determina la deuda contraída por una persona que está pagando 180 € al mes durante 20 años, sabiendo que es una hipoteca con un tipo de interés del 6%.

Sol: 25.124,54 €

Se ha pedido un préstamo a devolver durante 6 años a una tasa de interés compuesto trimestral del 3% y la cantidad que se ha pagado al final de los 6 años ha sido de 13500 euros. ;De cuánto se ha pedido el préstamo?

Como nos piden el capital inicial lo vamos a despejar de la ecuación del interés compuesto:

$$C_{f} = C_{j} \left(1 + \frac{r}{100} \right)^{t} \rightarrow C_{j} = \frac{C_{f}}{\left(1 + \frac{r}{100} \right)^{t}} =$$

$$= \frac{13.500}{\left(1 + \frac{3}{100} \right)^{6.4}} = \frac{13.500}{\left(1,03 \right)^{24}} = 6.641, 11 \in$$

Por lo que el prestamo fue de 6.641,11 €.

29.- Halla el tiempo que tardaría en pagar un préstamo de 105.000 € al 6% anual si pago 8.500 € cada año.

Sol: 23,2 años

30.- Determina el tiempo que tardaría en pagar un préstamo de 88.000 € al 4,75% anual, si pago una cuota mensual de 955 €..

Sol: t = 9,6 años

31.- ¿En cuánto se ha valorado la vivienda de un hombre de 75 años que ha contratado una hipoteca inversa al 4% y que recibe anualmente 6.122 €?

Sol: 51.144,50 €

32.- En el contrato de mi tarjeta de crédito figura que, por el aplazamiento de los pagos, me cobran un 3,5% mensual. Determina la Tasa Anual Equivalente (TAE).

Sol: 51,11%

33.- Una entidad bancaria oferta un depósito a plazo fijo, para un año, al 5,1% anual a favor del cliente, liquidable y abonable trimestralmente en otra cuenta del mismo cliente y asociada a esta. Calcula la TAE de este tipo de depósito.

Sol: 5.2%

Calcula la T. A. E. que corresponde a un rédito anual del 12% con pagos mensuales de intereses.

La TAE viene dada por la expresión:
$$TAE = \left(1 + \frac{r}{f}\right)^{r} - 1$$

$$TAE = \left(1 + \frac{0,12}{12}\right)^{12} - 1 = 0,1268 \rightarrow 12,68 \%$$

Luego la T.A.E. es del 12,68 %

34.- Marta pidió un préstamo de 20.000 €. Lo estuvo pagando al 4% de interés durante 6 años. El día en que recibió el dinero lo invirtió a un 3% anual de interés compuesto. Si sumas las cantidades que tuvo que pagar y las que recibió, ¿ganó o perdió? ¿Cuánto dinero?

Sol: Marta ganó 3.881,05 - 2.891,44 = 989,61 €

35.- Jesús ingresa 2.500 € en una cuenta bancaria al 6% de interés con capitalización anual. ¿Cuántos años debe dejar invertida esa cantidad para que el saldo de la cuenta supere los 6.000 €?

Sol: Al menos 16 años.

36.- Un banco ofrece un depósito que te remunera la inversión al 12 % de interés el primer mes y el resto al 3,7 %. **a)** ¿Cuántos beneficios se obtendrían con una inversión de 100 € al cabo de un año? **b)** ¿Cuál es la Tasa Anual Equivalente (TAE) de esta operación?

Sol: beneficios al cabo de un año son 4,80 €., TAE es del 4,8%

37.- Se depositan 15.000 € al 2,5% anual. Al acabar el año se saca todo el dinero, se añaden 10.000 € y se deposita todo en otro banco al 4%. ¿Cuánto dinero habrá al acabar el segundo año?

Sol: habrá 26.390 €.

39.- Una joven gana en la lotería un premio de 24.000 €, y pacta con el banco mantener el dinero en una cuenta durante cinco años, cobrando los beneficios cada año. A cambio, el banco le dará un interés del 6% anual. ¿Qué beneficio obtiene anualmente? ¿Y en los cinco años que dura el acuerdo?

Sol: En 1 año obtiene 1.440 €, y en 5 años, 7.200 €.

40.- Rosa coloca 6.000 € al 4% anual y los mantiene en el banco durante cuatro años, retirando anualmente los beneficios obtenidos. María coloca la misma cantidad, al mismo interés y durante el mismo tiempo, pero da orden de que los beneficios se sumen cada año al capital. ¿Cuál es la diferencia entre los beneficios obtenidos por cada una de ellas?

Sol: María obtiene 59,15 € más de beneficio que Rosa.

41.- Pablo invierte en un banco 48.000 € al 4% anual y percibe al cabo de un tiempo 53.760 €. Calcula cuántos años duró la inversión, sabiendo que cada año iba retirando los intereses obtenidos.

Sol: 3 años.

42.- Un comerciante pide una prórroga de dos meses en el pago de una letra de 2.000 €, con unos intereses de demora del 16% anual. ¿Cuánto le cuesta la prórroga?

Sol: 53.33 €

43.- Elena acaba de nacer. Sus abuelos depositan 1.000 € en una cuenta offshore del banco holandés Rabobank, a un interés compuesto del 8%. ¿Qué cantidad habrá en la cuenta cuando Elena cumpla la mayoría de edad? ¿Por cuánto se habrá multiplicado la cantidad inicial?

Sol: Aprox 4.000 €, se habría cuatriplicado.

