NÚMEROS ENTEROS

EJERCICIOS

La clasificación de los equipos de fútbol representantes de los grupos de Secundaria de un instituto es:

	1.°	2.°	3.°	4.°	5.°
Enero	1.° A	2.° A	1.° B	2.° C	2.° B
Marzo	2.° C	1.° B	2.° B	1.° A	2.° A

Copia la siguiente tabla y utiliza los números enteros para completar la tabla que indica la variación en la clasificación de un mes a otro.

Equipo	1.° A	2.° A	1.° B	2.° C	2.° B
Variación	-3	-3	+1	+3	+2

Representa en la recta numérica los números enteros: -8; +5; 0; -4; +6; -10

- Encuentra un número entero que cumpla las condiciones:
- a) Es mayor que -3 y menor que 0.
- b) Su valor absoluto es menor que 5.
- c) Entre él y su opuesto hay cinco números enteros.
- d) Está comprendido entre -2 y +2.
- a) –2
- b) 1, 2, 3, 4
- c) -3
- d) -1

4 Calcula:

- a) (-6) + (-2)
- b) 5 + (-4)
- c) 9 (+12)
- d) (-4) (-8)
- e) (-3) + 8
- f) (-1) (-1)

- a) -8
- b) 1
- c) -3

- d) 4
- e) 5
- f) 0
- Utiliza las propiedades de la suma para realizar estas operaciones:
- a) 3 + (-10) + (-4)
- b) (-5) + 3 (-8)
- c) -(-4) + 8 + (-2)
- d) (-2) + 2 + (-6) (-8) + 3
- e) (-4) (-5) (-2) + (-2)
- a) -11
- b) 6
- c) 10

- d) 5
- e) 1

Calcula el valor de x en cada caso:

- a) 7 (-5) + x = 10
- b) (-4) + (-1) x = -2
- c) 8+4+x=-4
- d) 3 (-1) + x = 6
- e) 5 + x (-1) = -9
- f) 10 (–3) *x* = 11

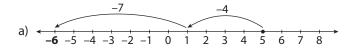
- a) –2
- b) -3
- c) –16

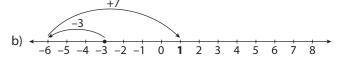
- d) 2
- e) -15
- f) 2

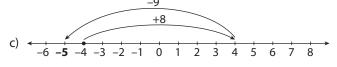
http://www.McGraw-Hill.es

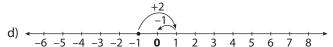
Realiza las siguientes operaciones sobre la recta numérica:

- a) 5 + (-4) + (-7)
- b) -3 + (-3) + 7
- c) -4 + 8 + (-9)
- d) -1 + 2 + (-1)









Realiza las operaciones con números enteros:

- a) (-5) · (-2)
- b) (+8) · (-4)
- c) (-4) · (-8)

- d) (-6): (+2)
- e) (+9):(-3)
- f) (-8):(-4)

- a) 10
- b) -32
- c) 32

- d) -3
- e) -3
- f) 2

Utiliza la propiedad asociativa para hacer las multiplicaciones:

- a) (-2) · (+4) · (-5)
- b) (+5) · (-2) · (-9)

a) 40

b) 90

■10 Calcula las siguientes potencias:

- a) De base -3 y exponente 2.
- b) De base 5 y exponente 3.
- c) De base -4 y exponente 3.
- d) 2 elevado al cubo.
- e) 5 elevado al cuadrado.
- a) $(-3)^2 = 9$
- b) $5^3 = 125$
- c) $(-4)^3 = -64$

- d) $2^3 = 8$
- e) $5^2 = 25$

111 Escribe los siguientes productos como una sola potencia:

- a) $(-2)^2 \cdot (-2)^3 \cdot (-2)$
- b) 3² · 3³ · 3⁴
- c) $(-5) \cdot (-5)^2$
- d) 2⁵ · (-3)⁵

- e) 4⁸ · 3⁸
- a) (-2)⁶
- b) 3⁹
- c) (-5)³

- d) (-6)⁵
- e) 128

http://www.McGraw-Hill.es

Escribe estos cocientes como una sola potencia:

b)
$$(-4)^6:(-4)^3$$

c)
$$(-2)^5:(-2)^3$$

d)
$$(-10)^5$$
: $(-5)^5$

f)
$$(-5)^4$$
: $(-5)^3$

b)
$$(-4)^3$$

e)
$$(-3)^6$$

13 Calcula y simplifica:

b)
$$(-4)^3:(-4)^2\cdot(-4)$$

c)
$$[(-2)^8 \cdot (-2)^3] : [(-2)^4 \cdot (-2)^5]$$

d)
$$(-3)^4 \cdot (-3)^5 : (-3)^3$$

e)
$$(-2)^4 \cdot 5^4 : 10^2$$

a)
$$3^2 = 9$$

b)
$$(-4)^2 = 16$$

c)
$$(-2)^2 = 4$$

d)
$$(-3)^6 = 729$$

e)
$$10^2 = 100$$

14 Calcula:

a)
$$[(-2)^3]^2$$

c)
$$[(-5)^2]^3$$

a)
$$(-2)^6 = 2^6$$

b)
$$3^4 = 81$$

c)
$$(-5)^6 = 5^6$$

15 Realiza las operaciones:

a)
$$[2 \cdot (-3^2 : 3) + (-5) \cdot (4 - 6)^2] \cdot (-2)$$

b)
$$(-3) \cdot (-3 - 5)^2 + 4 \cdot (-2)$$

c)
$$(-3+5):2+6\cdot(-5)$$

a)
$$[2 \cdot (-3^2 : 3) + (-5) \cdot (4 - 6)^2] \cdot (-2) =$$

$$= [2 \cdot (-3) + (-5) \cdot (-2)^{2}] \cdot (-2) = (-6 - 20) \cdot (-2) = 52$$

b)
$$(-3) \cdot (-3 - 5)^2 + 4 \cdot (-2) = (-3) \cdot (-8)^2 - 8 = (-3) \cdot 64 - 8 =$$

= -192 - 8 = -200

c)
$$(-3+5): 2+6 \cdot (-5) = 2: 2-30 = 1-30 = -29$$

16 Calcula:

a)
$$[3 \cdot (-3)^2]^2 + (4 \cdot 2 + 6) : 7$$

b)
$$(-5 \cdot 2 + 3 \cdot 2) : 4 + [(-2)^3]^2 - 5 \cdot (-3)$$

c)
$$(4 \cdot 3 - 8) - (-5)^2$$

a)
$$[3 \cdot (-3)^2]^2 + (4 \cdot 2 + 6) : 7 = (3 \cdot 3^2)^2 + (8 + 6) : 7 = 27^2 + 14 : 2 = 729 + 7 = 736$$

b)
$$(-5 \cdot 2 + 3 \cdot 2) : 4 + [(-2)^3]^2 - 5 \cdot (-3) = (-10 + 6) : 4 + 64 + 15 = (-4) : 4 + 64 + 15 = 78$$

c)
$$(4 \cdot 3 - 8) - (-5)^2 = (12 - 8) - 25 = 4 - 25 = -21$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS ENTEROS

Asocia cada situación con un número entero:

a) La temperatura mínima de hoy ha sido 8 °C bajo cero.

- b) A Juan le debo 4€.
- c) El ascensor está en la 4.ª planta.
- d) El ascensor está en el tercer sótano.
- e) Roma se fundó en el año 753 a.C.
- a) -8
- b) -4
- c) +4

- d) -3
- e) -753

■2 ■ Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

- a) El conjunto de los números naturales está contenido en el conjunto de los números enteros.
- b) Si se elige un número natural siempre se puede encontrar un número natural menor que él.
- c) Si se elige un número entero siempre se puede encontrar un número entero menor que él.
- d) Todo número natural es un número entero.
- e) Todo número entero es un número natural.
- a) Verdadera.
- b) Falsa (no hay ningún número natural menor que el 0)
- c) Verdadera.
- d) Verdadera.
- e) Falsa.

■3 ■ Escribe en tu cuaderno todos los números enteros comprendidos entre:

b)
$$-3, -2, -1$$

Ordena de menor a mayor los números enteros:

$$-5 < -2 < -1 < +1 < +3 < +4 < +8$$

■5 ■ Representa en la recta numérica:

■ Representa en una recta numérica los números enteros comprendidos entre –4 y +3.



■7 ■ Utiliza los números enteros para resolver la siguiente cuestión:

«Si estamos situados en el punto –3 de la recta numérica y un desplazamiento consiste en avanzar 4 unidades y retroceder 2, al repetir este proceso 5 veces, ¿en qué punto de la recta numérica estaremos?».

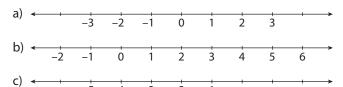
$$-3 + 5 \cdot (4 - 2) = 7$$
. Estaremos en el 7.

NÚMEROS ENTEROS

10, 15, 3, 1, 0, 8

Representa en la recta numérica los números enteros:

- a) Menores en valor absoluto que 4.
- b) Menores que 7 y mayores que -3.
- c) Menores que 0 y mayores que -6.



OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

■10 ■ Calcula:

a)
$$(-8) + (-5)$$

■ Aplica las propiedades de la suma para calcular:

c)
$$-(-6) + (+3) + (+1)$$

d)
$$(-3)$$
 - (-6) + (-6) - $(+8)$ - (-5)

a)
$$(+2) - (-12) + (+4) = 2 + 12 + 4 = 18$$

b)
$$(-6) + (+7) - (+8) = -6 + 7 - 8 = -7$$

c)
$$-(-6) + (+3) + (+1) = 6 + 3 + 1 = 10$$

d)
$$(-3) - (-6) + (-6) - (+8) - (-5) = -3 + 6 - 6 - 8 + 5 = -6$$

■ 12 ■ Calcula el valor de x en cada caso:

a)
$$(+6) - (+5) + x = (-9)$$

b)
$$(+7) + (-1) - x = (+12)$$

c)
$$(-9) + (-4) + x = (-8)$$

d)
$$(+4) + (-1) + x = (+2)$$

a)
$$(+6) - (+5) + x = (-9)$$
; $6 - 5 + x = -9$; $x = -9 - 6 + 5$; $x = -10$

b)
$$(+7) + (-1) - x = (+12)$$
; $7 - 1 - x = 12$; $-x = 12 - 7 + 1$; $x = -6$

c)
$$(-9) + (-4) + x = (-8); -9 - 4 + x = -8; x = -8 + 9 + 4; x = 5$$

d)
$$(+4) + (-1) + x = (+2)$$
; $4 - 1 + x = 2$; $x = 2 - 4 + 1$; $x = -1$

■13 ■ Escribe el opuesto de:

■ Comprueba si la resta de números enteros cumple las siguientes propiedades:

- a) Conmutativa.
- b) Asociativa.

http://www.McGraw-Hill.es

a) No, ya que 2 - 1 es distinto de 1 - 2.

b) -15

b) Verdadero.

■15 ■ Calcula:

■ Aplica la propiedad asociativa para hacer la multiplicación:

Utiliza la propiedad distributiva para realizar las multiplicaciones de dos formas:

a)
$$(+2) \cdot [(-5) + (-2)]$$

b)
$$[(-4) - (-5)] \cdot (+3)$$

c)
$$(-6) \cdot [(-2) + (+5)]$$

d)
$$(+3) \cdot [(+12) + (-2)]$$

a)
$$2 \cdot (-5) + 2 \cdot (-2) = -14$$

b)
$$(-4) \cdot 3 - (-5) \cdot 3 = 3$$

c)
$$(-6) \cdot (-2) + (-6) \cdot 5 = -18$$

d)
$$3 \cdot 12 + 3 \cdot (-2) = 30$$

Aplica la propiedad distributiva para realizar las multiplicaciones:

a)
$$(-5) \cdot [(+5) + (-3)]$$

b)
$$[(+2) - (-3)] \cdot (+2)$$

c)
$$(-4) \cdot [(-3) + (+8)]$$

d)
$$(+1) \cdot [(-10) + (-5)]$$

a)
$$(-5) \cdot 5 + (-5) \cdot (-3) = -25 + 15 = -10$$

b)
$$2 \cdot 2 - 2 \cdot (-3) = 4 + 6 = 10$$

c)
$$(-4) \cdot (-3) + (-4) \cdot 8 = 12 - 32 = -20$$

d)
$$1 \cdot (-10) + 1 \cdot (-5) = -10 - 5 = -15$$

■ Saca factor común para calcular:

a)
$$(-7) \cdot (-4) + (-2) \cdot (-4)$$

b)
$$(-5) \cdot (-2) + 5 \cdot (-2)$$

c)
$$(-3) \cdot (-5) + (-3) \cdot 6$$

a)
$$(-4) \cdot [-7 + (-2)] = 36$$

b)
$$10 \cdot (-1 + 1) = 0$$

c)
$$(-3) \cdot [(-5) + 6)] = -3$$

■ Aplica la propiedad distributiva para calcular:

a)
$$(-2) \cdot 4 + (-2) \cdot (-3) - (-2) \cdot (-6)$$

b)
$$(-3) \cdot 5 + (-3) \cdot (-3) - (-3) \cdot (-2)$$

c)
$$(-5) \cdot 2 + (-5) \cdot (-4) - (-5) \cdot (-3)$$

a)
$$-2 \cdot [4 + (-3) - (-6)] = -14$$

b)
$$-3 \cdot [5 + (-3) - (-2)] = -12$$

c)
$$-5 \cdot [2 + (-4) - (-3)] = -5$$

Aplica la propiedad distributiva para calcular:

a)
$$(-2) \cdot 4 \cdot (-3) + (-2) \cdot (-5) \cdot 6 - (-2) \cdot (-6) \cdot 3$$

b)
$$9 \cdot (-3) \cdot 2 + (-3) \cdot 4 \cdot 6 - 2 \cdot (-3) \cdot 3$$

c)
$$(-2) \cdot 2 + (-2) \cdot 4 \cdot 6 - 4 \cdot (-2) \cdot 5$$

a) $12 \cdot (2 + 5 - 3) = 48$

b)
$$18 \cdot (-3 - 4 + 1) = -108$$

c)
$$4 \cdot (-1 - 12 + 10) = -12$$

■ Saca factor común para calcular:

a)
$$(-4) + (-2) \cdot (-4) - 5 \cdot (-4)$$

b)
$$(-5) \cdot (-4) + 5 \cdot (-4) + (-4) \cdot (-4)$$

c)
$$(-3) \cdot (-5) + (-3) \cdot 6 - 3$$

a)
$$-4 \cdot (1 - 2 - 5) = 24$$

b)
$$-4 \cdot (-5 + 5 - 4) = 16$$

c)
$$-3 \cdot (-5 + 6 + 1) = -6$$

Resuelve estas divisiones:

d) 3

■ Copia en tu cuaderno y asocia cada operación con su resultado:

Expresa como potencia las siguientes multipli caciones:

a)
$$(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$$

d)
$$1^6 = 1$$

■ Expresa en forma de multiplicación y calcula el valor de las potencias:

c)
$$(+4)^3$$

a)
$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$$

b)
$$-3 \cdot (-3) = 9$$

c)
$$4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$$

d)
$$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$$

■27 ■ Calcula las potencias:

- a) De base -5 y exponente 3.
- b) De base 4 y exponente 2.
- c) De base -2 y exponente 3.
- d) 3 elevado al cubo.
- e) 4 elevado al cuadrado.

http://www.McGraw-Hill.es

28 Para Sin hacer los cálculos, explica cómo ordenas de menor a mayor estas potencias:

$$(-5)^2$$

$$(-8)^3$$

$$(-8)^4$$

Teniendo en cuenta los signos, la base y el exponente:

$$(-8)^3 < (-5)^2 < (-5)^4 < (-8)^4$$

29 Copia en tu cuaderno y completa las series de números enteros con dos términos más:

■ Escribe los productos como una sola potencia:

a)
$$(-3)^2 \cdot (-3)^3 \cdot (-3)$$

c)
$$(-4) \cdot (-4)^2 \cdot (-4)^3$$

■31 Copia en tu cuaderno y completa los siguientes

a)
$$(-2)^5 \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^4 = (-2)^{\square}$$
 b) $(-3)^2 \cdot (-3)^{\square} = (-3)^7$

b)
$$(-3)^2 \cdot (-3)^{\square} = (-3)^7$$

c)
$$(-2)^7 : (-2)^{\square} = (-2)^5$$

d)
$$(-2)^{\square}$$
: $(-2)^3 = (-2)^6$

e)
$$[(-2)^{\square}]^4 = (-2)^{12}$$

e)
$$[(-2)^3]^4$$

Escribe los cocientes como una sola potencia:

b)
$$(-3)^9$$
: $(-3)^6$

c)
$$(-2)^6:(-2)^3$$

b)
$$(-3)^3$$

c)
$$(-2)^3$$

■33 ■ Calcula y simplifica:

b)
$$(-2)^3:(-2)^2\cdot(-2)$$

c)
$$[(-3)^4 \cdot (-3)^6] : [(-3)^2 \cdot (-3)^6]$$

■ Simplifica y utiliza la calculadora para obtener el resultado de:

a)
$$[(-4)^3]^5$$

c)
$$[(-2)^3]^3$$

a)
$$-4^{15} = -1073741824$$

b)
$$5^6 = 15625$$

c)
$$-2^9 = -512$$

Si a, b y c son números enteros, tales que a > 0, b > 0 y c < 0, indica el signo de las operaciones siguien-

a)
$$a \cdot (-b^2) \cdot c$$

b)
$$a \cdot b^2 \cdot (-c)$$

c)
$$-a \cdot b^2 \cdot (-c)$$

d)
$$a \cdot (-b)^2 \cdot c$$

NÚMEROS ENTEROS

L¿Cuáles de los siguientes números son cuadrados perfectos?

a) 81

b) 101

c) 100

d) 121

e) 75

f) 25

Los a), c), d) y f).

Sin utilizar la calculadora, indica si son correctas las igualdades:

a)
$$\sqrt{442} = 21$$

b)
$$\sqrt{625} = -25$$

c)
$$\sqrt{144} = -13$$

d)
$$\sqrt{144} = -12$$

- a) No, porque el radicando debe acabar en 1.
- b) Sí.
- No, porque el radicando debe acabar en 9 y, además, un número positivo no puede ser igual a un número negativo.
- d) Sí.

■ Calcula:

c)
$$-|(-6)\cdot(-2)| + |-5|\cdot(-2)^4$$

a)
$$|-4| + |-3| - |-5| \cdot |+3| = 4 + 3 - 5 \cdot 3 = 7 - 15 = -8$$

b)
$$-|-14|$$
: (-7) $-|-15|$ = -14 : (-7) -15 = 2 -15 = -13

c)
$$-|(-6) \cdot (-2)| + |-5| \cdot (-2)^4 = -12 + 5 \cdot 16 = -12 + 80 = 68$$

Explica por qué son ciertas o falsas las siguientes afirmaciones:

- a) La suma de dos números enteros es siempre un número entero.
- b) La multiplicación de dos números enteros es siempre un número entero.
- c) La división de dos números enteros es siempre un número entero.
- d) La raíz cuadrada de un número entero es siempre un número entero.
- a) Verdadera.
- b) Verdadera.
- c) Falsa (2:3 no es un número entero).
- d) Falsa (la raíz cuadrada de 2 no es un número entero).

40 Calcula:

a)
$$(-3) \cdot [(-4) : 2 + (-2)]$$

b)
$$(-2)^2 \cdot [7 + (-3)^2]$$

c)
$$[(-2) \cdot (9:3+(-2))^2] \cdot (-3)^2$$

a)
$$(-3) \cdot [(-4) : 2 + (-2)] = -3 \cdot (-2 - 2) = -3 \cdot (-4) = 12$$

b)
$$(-2)^2 \cdot [7 + (-3)^2] = 4 \cdot (7 + 9) = 4 \cdot 16 = 64$$

c)
$$[(-2) \cdot (9:3+(-2))^2] \cdot (-3)^2 = [(-2) \cdot (3+2)^2] \cdot 9 = (-2) \cdot 25 \cdot 9 = -450$$

http://www.McGraw-Hill.es

PROBLEMAS CON NÚMEROS ENTEROS

En una tienda de alquiler de películas, al finalizar la semana, tienen un total de 302 DVD. Si durante la última semana han prestado 45 películas y se han devuelto 52, ¿cuántos DVD tenía la tienda al comenzar la semana?

302 + 45 - 52 = 295 películas.

Una empresa con 15 empleados empezó el año con un saldo negativo de 40 000 €, pero cuando finalizó el año su saldo era de 27 540 €.

- a) ¿Cuál es el beneficio neto de la empresa?
- b) Si para premiar el esfuerzo de los empleados se dieron a cada uno 600 € como paga extra, ¿cuál fue el beneficio bruto de la empresa?

a)
$$40\,000 + 27\,500 = 67\,500$$

b)
$$67500 + 600 \cdot 15 = 76500$$

Un edificio tiene tres sótanos, planta baja y diez plantas más. Si Luis sube del tercer sótano a la planta segunda, Alberto de la planta primera a la octava, Cristina del primer sótano a la séptima planta y Carmen de la planta tercera a la décima, ¿quién ha subido más plantas? Ordena de mayor a menor, según el número de pisos que ha subido cada uno.

Cristina ha subido más plantas; Cristina (8), Alberto (7) = Carmen (7), Luis (5).

Un canguro se desplaza dando saltos de 2 metros cada uno. Si ha dado tres saltos hacia delante, un salto hacia atrás, cuatro saltos hacia delante y dos saltos hacia atrás, ¿a qué distancia del punto de partida se encuentra?

6-2+8-4=8. Está a 8 m del punto de partida.

En un autobús viajan 23 personas. En la primera parada suben tres personas y se baja una; en la segunda parada se bajan dos pasajeros; en la tercera parada suben cuatro y se bajan dos; en la cuarta parada se bajan tres y sube uno. ¿Cuántas personas llegan al final del trayecto?

$$23 + 3 - 1 - 2 + 4 - 2 - 3 + 1 = 23$$
 personas.

■46 ■ El precio de la entrada a un espectáculo es de 8 €, pero hay un descuento de 2 € por cada tres entradas que se compren. Si pedimos 15 entradas, ¿cuánto dinero tendremos que pagar por ellas?

$$(15 \cdot 8) - (15 : 3 \cdot 2) = 120 - 10 = 110 \in$$

■47 ■ Un buceador se sumerge descendiendo 3 metros cada 10 segundos. ¿Cuánto tiempo tarda en llegar a una profundidad de 24 metros? Si desde esa profundidad inicia el ascenso a razón de 2 metros cada 12 segundos, ¿en cuánto tiempo alcanzará la superficie?

a) $24:3\cdot 10=80$ segundos; b) $24:2\cdot 12=144$ segundos.

■ En un campo se han plantado pinos, distribuidos en filas y columnas, formando un cuadrado. Como sobran 25 pinos, se compran 16 pinos más. ¿Cuántos árboles se han plantado en total?

Como al añadir 41 pinos (25 + 16) ya se forma un cuadrado, el número de pinos plantados es $\left(\frac{41+1}{2}\right)^2 = 21^2 = 441$. Donde hemos utilizado que todo número impar n es el número de puntos de dos de los lados de una cuadrícula cuyo lado tiene $\frac{n+1}{2}$ puntos.

http://www.McGraw-Hill.es

49 IIII Un depósito de agua, con una capacidad de 3 000 litros, tiene un grifo del que salen 20 litros por minuto y una válvula de entrada al depósito con un caudal de 16 litros por minuto. Si se abren a la vez el grifo de salida y la válvula de entrada, ¿qué cantidad de agua hay en el depósito al cabo de 5 minutos?

 $3000 - 5 \cdot (20 - 16) = 2995$ litros.

■50 ■■ Una cámara frigorífica se enfría a razón de 5 °C cada 2 horas. Si la temperatura inicial es de 20 °C, ¿cuántas horas tardará en llegar a los 20 °C bajo cero? Utiliza los números enteros para resolver la cuestión.

 $-20 = 20 - 5 \cdot x : 2$. Tardará 16 horas.

■51 ■■ El termómetro de una cámara frigorífica marca –20 °C de temperatura. Si al desconectar el motor de funcionamiento la temperatura sube 4 °C cada 2 horas, ¿cuánto tiempo tarda en alcanzar la temperatura de 20 °C?

 $20 = -20 + 4 \cdot x : 2$. Tardará 20 horas.