Departamento Matemáticas IES ABYLA	Nombre 1:			1ª Evaluación	Nota
	Nombre 2:				
	Curso:	**4º ESO A**	Control por parejas II		
	Fecha:	12 de diciembre de 2023	Radicales y Logaritmos		

Realizad paso a paso las operaciones pedidas. Sed claros, concisos, limpios y ordenados

1.- Un profesor escribe en la pizarra la siguiente operación: (2 puntos)

$$\sqrt[5]{8^2}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{4}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=$$

Y pide a la mitad de la clase que la desarrollen en forma de radicales, y a la otra mitad, que lo hagan en forma de potencias. ¿Qué resultado obtendrá cada una de las partes de la clase?

2.- Calculad: (2 puntos)

a) $5\sqrt[3]{128}-\frac{3}{2}\sqrt[3]{16}+\frac{4}{3}\sqrt[3]{54}-\frac{21}{5}\sqrt[3]{250}=$

b) $\dfrac{\left(2\sqrt{54}-6\sqrt{3}\right)\cdot\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)}{\sqrt{1+\sqrt{5+\sqrt{10+\sqrt{36}}}}}$

3.- Calculad paso a paso : (2 puntos)

$$\left(\frac{b}{0{,}3}\sqrt{\frac{0{,}18a}{b^2}}+\frac{a}{b}\sqrt{\frac{18b^2}{a}}+2c\sqrt{\frac{2a}{c^2}}-\frac{2}{ac^2}\sqrt{\frac{a^3c^4}{0{,}125}}\right)^2=$$

4.- Racionalizad: (1,5 puntos)

a) $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}=$ b) $\dfrac{9}{\sqrt[5]{27}}=$ c) $\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-3\sqrt{3}}=$

5.- Aplicando la definición de logaritmo, calcula: (0,75 puntos) $\log_2\left(\sqrt[5]{\dfrac{16^2}{0{,}5\cdot\sqrt{2}}}\right)=$

6.- Sabiendo que $\log 2=0{,}301$ y que $\log 3=0{,}477$, calculad el valor de estos logaritmos aplicando sus propiedades: (1,75 puntos)

a) $\log\left[\sqrt[5]{0{,}48}\right]=$ b) $\log_{0{,}5}\sqrt[5]{3}=$

Bonus.- Simplifica con la ayuda de la regla de Ruffini la siguiente fracción algebraica:

$$\frac{2x^6-28x^4+98x^2-72}{x^5+3x^4-5x^3-15x^2+4x+12}=$$

Departamento Matemáticas IES ABYLA	Nombre:	**SOLUCIONES**	1ª Evaluación	Nota
	Curso:	**4º ESO A**	Control por parejas II	
	Fecha:	12 de diciembre de 2023	Radicales y Logaritmos	

Realizad paso a paso las operaciones pedidas. Sed claros, concisos, limpios y ordenados

1.- Un profesor escribe en la pizarra la siguiente operación: $\sqrt[5]{8^2}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{4}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}=$ y pide a la mitad de la clase que la desarrollen en forma de radicales, y a la otra mitad, que lo hagan en forma de potencias. ¿Qué resultado obtendrá cada una de las partes de la clase?

Aplicando las propiedades de las potencias

$$\sqrt[5]{8^2}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{4}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} \underset{\text{Escribimos los radicales en forma de potencia}}{=} 8^{\frac{2}{5}}\cdot4^{-\frac{1}{3}}\cdot2^{-\frac{1}{2}} \underset{\text{Ponemos todos en base 2}}{=} \left(2^3\right)^{\frac{2}{5}}\cdot\left(2^2\right)^{-\frac{1}{3}}\cdot2^{-\frac{1}{2}} \underset{\text{Operamos}}{=} 2^{\frac{6}{5}}\cdot2^{-\frac{2}{3}}\cdot2^{-\frac{1}{2}}$$

$$\underset{\text{Aplicamos la propiedad del producto de potencias de la msima base:}}{=} 2^{\frac{6}{5}-\frac{2}{3}-\frac{1}{2}} \underset{\text{Operamos}}{=} 2^{\frac{36-20-15}{30}} \underset{\text{Operamos}}{=} 2^{\frac{1}{30}}$$

Aplicando las propiedades de los radicales

$$\sqrt[5]{8^2}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{4}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} \underset{\text{Para multiplicar racicales de distinto índice, primero los reducimos a índuce común con el m.c.m.}}{=} \overset{m.c.m.(2,3,5)}{\sqrt{\ }} \to \sqrt[30]{\frac{\left(8^2\right)^6}{4^{10}\cdot2^{15}}} \underset{\text{Operamos}}{=} \sqrt[30]{\frac{2^{36}}{2^{35}}} \underset{\text{Simplificamos}}{=} \sqrt[30]{2}$$

2.- Calculad: a) $5\sqrt[3]{128}-\frac{3}{2}\sqrt[3]{16}+\frac{4}{3}\sqrt[3]{54}-\frac{21}{5}\sqrt[3]{250}=$ b) $\dfrac{\left(2\sqrt{54}-6\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)}{\sqrt{1+\sqrt{5+\sqrt{10+\sqrt{36}}}}}$

a) $$5\cdot\sqrt[3]{128}-\frac{3}{2}\cdot\sqrt[3]{16}+\frac{4}{3}\cdot\sqrt[3]{54}-\frac{21}{5}\cdot\sqrt[3]{250} \underset{\text{Descomposición factorial del radicando}}{=} 5\cdot\sqrt[3]{2^7}-\frac{3}{2}\cdot\sqrt[3]{2^4}+\frac{4}{3}\cdot\sqrt[3]{2\cdot3^2}-\frac{21}{5}\sqrt[3]{2\cdot5^3} \underset{\text{Extraemos miembros del radicando}}{=}$$

$$\to 5\cdot2^2\cdot\sqrt[3]{2}-\frac{3}{2}\cdot2\cdot\sqrt[3]{2}+\frac{4}{3}\cdot3\cdot\sqrt[3]{2}-\frac{21}{5}\cdot5\sqrt[3]{2} \underset{\text{Operamos}}{=} 20\sqrt[3]{2}-3\sqrt[3]{2}+4\sqrt[3]{2}-21\sqrt[3]{2} \underset{\text{Agrupamos}}{=} 0\sqrt[3]{2}$$

$$= 0$$

b) $$\frac{\left(2\sqrt{54}-6\sqrt{3}\right)\cdot\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)}{\sqrt{1+\sqrt{5+\sqrt{10+\sqrt{36}}}}} \underset{\text{Descomponemos factores y operamos}}{=} \frac{\left(2\sqrt{2\cdot3^3}-6\sqrt{3}\right)\cdot\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)}{\sqrt{1+\sqrt{5+\sqrt{10+6}}}} \underset{\text{Extreamos factores y operamos}}{=}$$

$$\to \frac{\left(2\cdot3\sqrt{2\cdot3}-6\sqrt{3}\right)\cdot\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)}{\sqrt{1+\sqrt{5+\sqrt{16}}}} \underset{\text{Multiplicamos y operamos}}{=} \frac{\left(6\sqrt{6}-6\sqrt{3}\right)\cdot\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)}{\sqrt{1+\sqrt{5+4}}} \underset{\text{Sacamos factor común y seguimos operando}}{=}$$

$$\to \frac{6\cdot\left(\sqrt{6}-\sqrt{3}\right)\cdot\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)}{\sqrt{1+\sqrt{9}}} \underset{\text{Multiplicamos usando la 3ª id. notable y operamos}}{=} \frac{6\cdot\left[\left(\sqrt{6}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2\right]}{\sqrt{1+3}} \underset{\text{Operamos}}{=} \frac{6\cdot[6-3]}{\sqrt{4}} = \frac{18}{2}$$

$$= 9$$

3.– Calculad paso a paso: $\left(\frac{b}{0,3}\sqrt{\frac{0,18a}{b^2}}+\frac{a}{b}\sqrt{\frac{18b^2}{a}}+2c\sqrt{\frac{2a}{c^2}}-\frac{2}{ac^2}\sqrt{\frac{a^3c^4}{0,125}}\right)^2=$

$$\left(\frac{b}{0,3}\sqrt{\frac{0,18a}{b^2}}+\frac{a}{b}\sqrt{\frac{18b^2}{a}}+2c\sqrt{\frac{2a}{c^2}}-\frac{2}{ac^2}\sqrt{\frac{a^3c^4}{0,125}}\right)^2 \underset{\text{Expresamos los decimales en forma de fracción}}{=}$$

$$\rightarrow \left(\frac{b}{\frac{3}{10}}\sqrt{\frac{18a}{100\cdot b^2}}+\frac{a}{b}\sqrt{\frac{18b^2}{a}}+2c\sqrt{\frac{2a}{c^2}}-\frac{2}{ac^2}\sqrt{\frac{a^3c^4}{\frac{1}{8}}}\right)^2 \underset{\text{Extraemos factores de los radicandos y operamos}}{=}$$

$$\rightarrow \left(\frac{10b}{3}\cdot\frac{3}{10b}\sqrt{2a}+\frac{a\cdot b\cdot 3}{b}\sqrt{\frac{2}{a}}+2c\cdot\frac{1}{c}\sqrt{2a}-\frac{2}{ac^2}\cdot\frac{2a\cdot c^2}{1}\sqrt{2a}\right)^2 \underset{\text{Simplificamos}}{=}$$

$$\rightarrow \left(\frac{\cancel{10}\cancel{b}}{\cancel{3}}\cdot\frac{\cancel{3}}{\cancel{10}\cdot\cancel{b}}\sqrt{2a}+\frac{a\cdot\cancel{b}\cdot 3}{\cancel{b}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a}}+2\cdot\cancel{c}\cdot\frac{1}{\cancel{c}}\sqrt{2a}-\frac{2}{\cancel{ac^2}}\cdot\frac{2\cdot\cancel{ac^2}}{1}\sqrt{2a}\right)^2 \underset{\text{Agrupamos y racionalizamos}}{=}$$

$$\rightarrow \left(\sqrt{2a}+3\cdot a\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a}}\cdot\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}}+2\sqrt{2a}-4\sqrt{2a}\right)^2 \underset{\text{Operamos y agrupamos}}{=}$$

$$\rightarrow \left(\sqrt{2a}+3\cdot a\cdot\frac{\sqrt{2a}}{a}+2\sqrt{2a}-4\sqrt{2a}\right)^2 \underset{\text{Operamos y simplificamos}}{=} \left(\sqrt{2a}+3\sqrt{2a}-2\sqrt{2a}\right)^2$$

$$\underset{\text{Agrupamos}}{=} \left(2\sqrt{2a}\right)^2 \underset{\text{Operamos}}{=} 4\cdot 2\cdot a = 8a$$

4.– Racionalizad: $a)\ \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}=$ $\quad b)\ \frac{9}{\sqrt[5]{27}}=$ $\quad c)\ \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-3\sqrt{3}}=$

$$a)\ \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} \underset{\text{Multiplicamos y dividimos por }\sqrt{3}}{=} \frac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)}{3\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \underset{\text{Operamos}}{=} \frac{\sqrt{6}+\sqrt{9}}{3\cdot\sqrt{9}} \underset{\text{Calculamos}}{=} \frac{\sqrt{6}+3}{3\cdot 3} = \frac{\sqrt{6}+3}{9}$$

$$b)\ \frac{9}{\sqrt[5]{27}} \underset{\text{Escribimos radicando en potencia de 3}}{=} \frac{9}{\sqrt[5]{3^3}} \underset{\text{Multiplicamos y dividimos por lo que necesitamos para completar la raíz }\left(\sqrt[5]{3^2}\right)}{=} \frac{9}{\sqrt[5]{3^3}}\cdot\frac{\sqrt[5]{3^2}}{\sqrt[5]{3^2}} \underset{\text{Operamos}}{=} \frac{9\cdot\sqrt[5]{3^2}}{\sqrt[5]{3^5}} \underset{\text{Calculamos}}{=} \frac{9\cdot\sqrt[5]{3^2}}{3}$$

$$\underset{\text{Simplificamos}}{=} 3\sqrt[5]{3^2}$$

$$c)\ \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-3\sqrt{3}} = \underset{\text{Multiplicamos y dividimos por el conjugado de }\sqrt{5}-3\sqrt{3}}{=} \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-3\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{5}+3\sqrt{3}}{\sqrt{5}+3\sqrt{3}} \underset{\text{Operamos}}{=} \frac{\sqrt{25}+3\sqrt{15}+\sqrt{15}+3\sqrt{9}}{5-9\cdot 3} \underset{\text{Operamos}}{=}$$

$$\rightarrow \frac{5+4\sqrt{15}+3\cdot 3}{-22} \underset{\text{Operamos}}{=} \frac{14+4\sqrt{15}}{-22} \underset{\text{Simplificamos}}{=} \frac{-7-2\sqrt{15}}{11}$$

5.– Aplicando la definición de logaritmo, calcula: $\log_2\left(\sqrt[5]{\frac{16^2}{0,5\cdot\sqrt{2}}}\right)=$

Si $\log_2\left(\sqrt[5]{\frac{16^2}{0,5\cdot\sqrt{2}}}\right)=x$ entonces, por la definición de logaritmo: $2^x=\sqrt[5]{\frac{16^2}{0,5\cdot\sqrt{2}}}$

Bastaría con expresar el radical en forma de potencia de 2 con la ayuda delas propiedades de las potencias:

$$2^x=\sqrt[5]{\frac{16^2}{0,5\cdot\sqrt{2}}}=\sqrt[5]{\frac{\left(2^4\right)^2}{2^{-1}\cdot2^{\frac{1}{2}}}}=\sqrt[5]{\frac{2^8}{2^{-\frac{1}{2}}}}=\sqrt[5]{2^{\frac{17}{2}}}=\left(2^{\frac{17}{2}}\right)^{\frac{1}{5}}=2^{\frac{17}{10}} \quad\rightarrow\quad 2^x=2^{\frac{17}{10}}$$

Por tanto, $x=\frac{17}{10}$ y de aquí:

$$\log_2\left(\sqrt[5]{\frac{16^2}{0,5\cdot\sqrt{2}}}\right)=\frac{17}{10}$$

5.- Sabiendo que $\log 2=0,301$ y que $\log 3=0,477$, calculad el valor de estos logaritmos aplicando sus propiedades: *a)* $\log\left[\sqrt[5]{0,48}\right]=$ *b)* $\log_{0,5}\sqrt[5]{3}=$

a) $\log\left[\sqrt[5]{0,48}\right] \underset{\text{Escribimos el decimal en forma de fracción}}{=} \log\left[\sqrt[5]{\frac{48}{100}}\right] \underset{\text{Escribimos el radical en forma de potencia}}{=} \log\left[\frac{48}{100}\right]^{\frac{1}{5}} \underset{\text{Aplicamos la propiedad de que la potencia pasa delante}}{=}$

$\frac{1}{5}\log\left[\frac{48}{100}\right] \underset{\text{Descomponemos en factores primos el 48}}{=} \frac{1}{5}\log\left[\frac{2^4\cdot3}{100}\right] \underset{\text{Aplicamos la propiedad de que el producto se convierte en suma y el cociente en resta de logaritmos}}{=} \frac{1}{5}\left[4\cdot\log 2+\log 3-2\right]=$

$\underset{\text{Sustituimos cada logarimto por su valor}}{=} \frac{1}{5}\left[4\cdot(0,301)+0,477-2\right] \underset{\text{Operamos y damos el resultado con 3 decimales}}{=} -0,150$

b) $\log_{0,5}\sqrt[5]{3}=$ Como hay que expresarlo en función de logaritmo decimal de 2 y de 3 que son los valores que conocemos, hemos de hacer un cambio de base 0,5 a base decimal 10, para ello utilizábamos la fórmula del cambio de base:

$\log_{0,5}\sqrt[5]{3} \underset{\text{Cambiamos de Base}}{=} \frac{\log\sqrt[5]{3}}{\log 0,5} \underset{\text{Escribimos el radical en forma de potencia y 0,5 en forma de fraccción}}{=} \frac{\log 3^{\frac{1}{5}}}{\log\frac{1}{2}} \underset{\text{Aplicamos propiedades de los logaritmos}}{=} \frac{\frac{1}{5}\log 3}{\log 1-\log 2}$

$\underset{\text{Sustituimos cada logarimto por su valor}}{=} \frac{\frac{1}{5}\cdot(0,477)}{0-0,301} \underset{\text{Operamos y damos el resultado con 3 decimales}}{=} -0,317$

Bonus.- Simplifica con la ayuda de la regla de Ruffini la siguiente fracción algebraica:

$$\frac{2x^6-28x^4+98x^2-72}{x^5+3x^4-5x^3-15x^2+4x+12}=$$

$$\frac{2x^6-28x^4+98x^2-72}{x^5+3x^4-5x^3-15x^2+4x+12}=\text{Sacamos factor común}=\frac{2\left(x^6-14x^4+49x^2-36\right)}{x^5+3x^4-5x^3-15x^2+4x+12}=$$

Y después factorizamos con la ayuda de Ruffini para después simplificar:

Recuerda que, para usar bien el método de Ruffini, si falta algún factor, completamos con ceros:

$$x^6 - 14x^4 + 49x^2 - 36 \quad = \quad x^6 + 0x^5 - 14x^4 + 0x^3 + 49x^2 + 0x - 36$$

$$\begin{array}{r|rrrrrrr}
 & 1 & 0 & -14 & 0 & 49 & 0 & -36 \\
1 & & 1 & 1 & -13 & -13 & 36 & 36 \\
\hline
 & 1 & 1 & -13 & -13 & 36 & 36 & \underline{|0} \\
-1 & & -1 & 0 & 13 & 0 & -36 & \\
\hline
 & 1 & 0 & -13 & 0 & 36 & \underline{|0} & \\
2 & & 2 & 4 & -18 & -36 & & \\
\hline
 & 1 & 2 & -9 & -18 & \underline{|0} & & \\
-2 & & -2 & 0 & 18 & & & \\
\hline
 & 1 & 0 & -9 & \underline{|0} & & & \\
3 & & 3 & 9 & & & & \\
\hline
 & 1 & 3 & 0 & & & & \\
-3 & & -3 & & & & & \\
\hline
 & 1 & \underline{|0} & & & & &
\end{array}$$

Por tanto, $\rightarrow \quad x^6 - 14x^4 + 49x^2 - 36 = (x-1)\cdot(x+1)\cdot(x-2)\cdot(x+2)\cdot(x-3)\cdot(x+3)$

Procedemos de la misma forma para factorizar el denominador y llegamos a:

$$x^5 + 3x^4 - 5x^3 - 15x^2 + 4x + 12 = (x+1)\cdot(x-1)\cdot(x+2)\cdot(x-2)\cdot(x+3)$$

Colocamos todos los factores y simplificamos arriba y abajo con lo que se repite y llegamos a:

$$\frac{2\left(x^6 - 14x^4 + 49x^2 - 36\right)}{x^5 + 3x^4 - 5x^3 - 15x^2 + 4x + 12} = \frac{2\,\cancel{(x+1)}\,\cancel{(x-1)}\,\cancel{(x+2)}\,\cancel{(x-2)}\,\cancel{(x+3)}\,(x-3)}{\cancel{(x+1)}\,\cancel{(x-1)}\,\cancel{(x+2)}\,\cancel{(x-2)}\,\cancel{(x+3)}} = 2(x-3) = 2x-6$$

Por tanto: $\dfrac{2x^6 - 28x^4 + 98x^2 - 72}{x^5 + 3x^4 - 5x^3 - 15x^2 + 4x + 12} = 2x - 6$