PÁGINA 120 Pág. 1

- 1 Un fabricante de tornillos desea hacer un control de calidad. Para ello, recoge 1 de cada 100 tornillos producidos y lo analiza.
 - a) ¿Cuál es la población?
 - b) ¿Cuál es la muestra?
 - c) ¿Cuáles son los individuos?
 - a) La totalidad de los tornillos que fabrica.
 - b) El conjunto formado por los tornillos analizados (1% de la población).
 - c) Cada uno de los tornillos.

PÁGINA 121 Pág. 1

- 1 El fabricante de tornillos descrito en la página anterior estudia en cada tornillo si es correcto o defectuoso, su longitud y el número de pasos de rosca. Di de qué tipo es cada una de estas variables.
 - Correcto o defectuoso: variable cualitativa.
 - Longitud: variable cuantitativa continua.
 - Número de pasos de rosca: variable cuantitativa discreta.

PÁGINA 122 Pág. 2

1 Lanzamos dos dados, sumamos las puntuaciones y anotamos los resultados. Repetimos la experiencia 30 veces:

11, 8, 9, 9, 3 4, 11, 7, 7, 8 7, 5, 6, 4, 4

7, 10, 2, 6, 10 7, 7, 6, 2, 8 7, 5, 8, 6, 9

Confecciona una tabla de frecuencias.

x _i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
fi	2	1	3	2	4	7	4	3	2	2	0

2 Con los datos del ejemplo anterior (altura de 30 alumnas y alumnos), efectúa una tabla de frecuencias con los datos agrupados en los intervalos siguientes:

INTERVALOS	FRECUENCIA
147,5 a 151,5	1
151,5 a 155,5	1
155,5 a 159,5	3
159,5 a 163,5	9
163,5 a 167,5	5
167,5 a 171,5	7
171,5 a 175,5	3
175,5 a 179,5	1

PÁGINA 124 Pág. 1

1 Representa, mediante el gráfico adecuado, las tablas estadísticas siguientes:

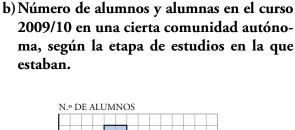
a) Tiempo que emplean los alumnos y las alumnas de un curso en ir desde su casa al colegio.

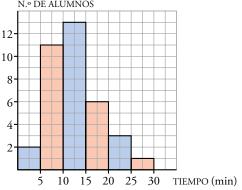
TIEMPO (min)	N.º DE ALUMNOS
0 – 5	2
5 – 10	11
10 – 15	13
15 – 20	6
20 – 25	3
25 – 30	1

INFANTIL	55 000
PRIMARIA	125 000
SECUNDARIA OBLIGATORIA	100 000
BACHILLERATO Y FORMACIÓN PROFESIONAL	60 000
UNIVERSIDAD	80 000

420000 **TOTAL**

a) El gráfico adecuado es el histograma.





b) El gráfico adecuado es el diagrama de sectores.

Calculamos el ángulo que corresponde a cada etapa (redondeando a grados):

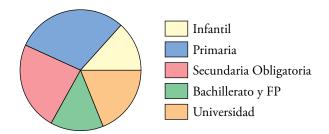
Infantil:
$$\frac{55\,000}{420\,000} \cdot 360^{\circ} \approx 47^{\circ}$$

Primaria:
$$\frac{125\,000}{420\,000} \cdot 360^{\circ} \approx 107^{\circ}$$

Secundaria obligatoria:
$$\frac{100\,000}{420\,000} \cdot 360^{\circ} \approx 86^{\circ}$$

Bachillerato y FP:
$$\frac{60\,000}{420\,000} \cdot 360^{\circ} \approx 51^{\circ}$$

Universidad:
$$\frac{80\,000}{420\,000} \cdot 360^{\circ} \approx 69^{\circ}$$



PÁGINA 125 Pág. 1

1 Nos dan la distribución de notas siguiente:

- a) Comprueba, calculándola, que la nota media es $\bar{x} = 6$.
- b) Comprueba que la mediana es Me = 5.
- c) ¿Cuál es la mediana si suprimimos el 10?
- d) ¿Cuál es la moda?

a)
$$\overline{x} = \frac{2+4+4+4+5+7+9+9+10}{9} = \frac{54}{9} = 6$$

b) 2, 4, 4, 4,
$$(5)$$
, 7, 9, 9, 10 \downarrow Me

El 5 deja 4 valores por debajo y 4 por encima.

c)
$$Me = \frac{4+5}{2} = 4.5$$
.

d) Mo = 4. (Es el más repetido).

PÁGINA 126

2 Halla las medidas de dispersión de esta distribución de pesos:

Ordenamos la distribución: 65, 68, 70, 72, 72, 75, 75, 80, 83, 90

• Recorrido: 90 - 65 = 25

$$\overline{x} = \frac{65 + 68 + 70 + 72 + 72 + 75 + 75 + 80 + 83 + 90}{10} = \frac{750}{10} = 75$$

• DM =
$$\frac{|65-75| + |68-75| + |70-75| + |72-75| + \dots + |83-75| + |90-75|}{10} = \frac{56}{10} = 5,6$$

• Var =
$$\frac{(63-75)^2 + (68-75)^2 + \dots + (90-75)^2}{10} = \frac{506}{10} = 50.6$$

•
$$\sigma = \sqrt{50,6} = 7,11$$

3 Halla la varianza de la distribución siguiente:

Calcúlala utilizando las dos fórmulas de la varianza. Comprueba que es mucho más cómoda la segunda.

$$\bar{x} = \frac{85}{8} = 10,625$$

$$Var = \frac{(8 - 10,625)^2 + (7 - 10,625)^2 + (11 - 10,625)^2 + (15 - 10,625)^2 + \dots}{8} \dots \frac{+ (9 - 10,625)^2 + (7 - 10,625)^2 + (13 - 10,625)^2 + (15 - 10,625)^2}{8} = 9,98$$

Var =
$$\frac{8^2 + 7^2 + 11^2 + 15^2 + 9^2 + 7^2 + 13^2 + 15^2}{8} - (10,625)^2 =$$

= 122.875 - 112.890625 = 9.98

PÁGINA 127 Pág. 1

1 Sigue el proceso anterior para calcular \bar{x} y σ en cada una de las distribucionesen siguientes:

a) NOTAS (corresponde a la gráfica de 3.º B, página 125):

Xi	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
fi	0	5	4	2	2	1	1	2	3	4	8

b) ESTATURAS (en cm):

x _i	151	156	161	166	171	176
fi	2	5	11	14	5	3

a)

X _i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
fi	0	5	4	2	2	1	1	2	3	4	8	32
$f_i \cdot \mathbf{x}_i$	0	5	8	6	8	5	6	14	24	36	80	192
$f_i \cdot x_i^2$	0	5	16	18	32	25	36	98	192	324	800	1546

$$\overline{x} = \frac{192}{32} = 6$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1546}{32} - 6^2} = 3.51$$

b)

X _i	151	156	161	166	171	176	
fi	2	5	11	14	5	3	40
$f_i \cdot \mathbf{x}_i$	302	780	1771	2 3 2 4	855	528	6560
$f_i \cdot x_i^2$	45 602	121 680	285 131	385784	146205	9228	1 077 330

$$\overline{x} = \frac{6560}{40} = 164$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1077330}{40} - 164^2} = 6.1$$

PÁGINA 128 Pág. 1

1 En distintas tiendas de instrumentos musicales preguntamos el precio de ciertos modelos concretos de piano, flauta travesera y armónica. Los resultados obtenidos tienen las siguientes medias y desviaciones típicas:

	PIANOS	FLAUTAS	ARMÓNICAS
MEDIA	943 €	132 €	37 €
DESV. TÍPICA	148 €	22 €	12 €

Compara la dispersión relativa de los precios de estos tres productos.

Calculamos el coeficiente de variación de los tres instrumentos.

Pianos:
$$CV = \frac{148}{943} \approx 0.157 \ (15.7\%)$$

Flautas:
$$CV = \frac{22}{132} \approx 0,167 (16,7\%)$$

armónicas:
$$CV = \frac{12}{37} \approx 0.324 \ (32.4\%)$$

La armónica es el instrumento que presenta mayor variación de precios, y el piano, el que menos.

PÁGINA 129 Pág. 1

Practica

Población y muestra. Variables

- **1** ▼▽▽ Indica, para cada caso propuesto:
 - Cuál es la población.
 - Cuál es la variable.
 - Tipo de variable: cualitativa, cuantitativa discreta o cuantitativa continua.
 - a) Peso de los recién nacidos en Murcia a lo largo del año pasado.
 - b) Profesiones que quieren tener los estudiantes de un centro escolar.
 - c) Número de animales de compañía que hay en los hogares españoles.
 - d) Partido al que los electores pueden votar en las próximas elecciones generales.
 - e) Tiempo semanal que dedican a la lectura los estudiantes de la ESO en España.
 - f) Número de tarjetas amarillas mostradas en los partidos de fútbol de 1.ª división en la temporada pasada.

	POBLACIÓN	VARIABLE	TIPO DE VARIABLE
a)	Bebés nacidos en Murcia el año pasado.	Peso.	Cuantitativa continua
b)	Estudiantes de un centro escolar.	Profesiones.	Cualitativa
c)	Hogares españoles.	N.º de mascotas por hogar.	Cuantitativa discreta
d)	Población en edad de votar.	Partido político al que votan los electores.	Cualitativa
e)	Estudiantes de ESO en España.	Tiempo de lectura semanal.	Cuantitativa continua
f)	Partidos de fútbol oficiales (1.ª División).	N.º de tarjetas amarillas.	Cuantitativa discreta

- **2 ▼**▽▽ Se ha hecho una encuesta para saber con qué regularidad se lee el periódico en una ciudad. Las respuestas fueron:
 - a) Completa la tabla calculando el porcentaje de personas que respondieron "nunca".
 - b) Si hubo 145 personas que respondieron "nunca", ¿a cuántas personas se encuestó?
 - c) Di cuántas personas dieron cada una de las respuestas.
 - d) Las personas encuestadas, ¿son población o muestra?

RESPUESTA	%
TODOS LOS DÍAS	37,3
UNA VEZ A LA SEMANA	29
UNA VEZ AL MES	10,4
ALGUNA VEZ AL AŃO	11,3
NUNCA	
NO CONTESTA	0,4

- a) NUNCA $\rightarrow 100 (37.2 + 29.2 + 10.4 + 11.2 + 0.4) = 11.6\%$
- b) Se encuestó a 145 : 0,116 = 1250 personas.

c)	DEODUEOTA	N.O DE PERSONAS			
	RESPUESTA	N. DE PERSONAS			
	TODOS LOS DÍAS	1250 · 0,372 = 465			
	UNA VEZ A LA SEMANA	1250 · 0,292 = 365			
	UNA VEZ AL MES	1250 · 0,104 = 130			
	ALGUNA VEZ AL AÑO	1250 · 0,112 = 140			
	NUNCA	145			
	NO CONTESTA	1250 · 0,004 = 5			

d) Son muestra, porque, claramente, no hay 1250 personas en una ciudad (sería una pequeña población).

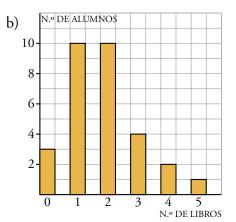
Elaboración de tablas y gráficas

3 ▼▽▽ Al preguntar a los estudiantes de un grupo de 3.º de ESO por el número de libros que han leído en el último mes, hemos obtenido estos datos:

> 2 1 3 1 1 5 1 2 4 3 1 0 2 4 1 0 2 1 2 1 3 2 2 1 2 3 1 2 0 2

- a) Haz la tabla de frecuencias absolutas.
- b) Realiza el diagrama de barras que corresponde a estos datos.

a)	NÚMERO DE LIBROS LEÍDOS	NÚMERO DE ALUMNOS
	0	3
	1	10
	2	10
	3	4
	4	2
	5	1



4 ▼▽▽ Al preguntar a un grupo de alumnos por el número de horas que suele estudiar cada semana, sus respuestas fueron:

> 9 20 18 12 14 6 14 8 15 10 18 20 2 7 18 8 12 10 20 16 18 15 24 10 12 25 24 17 10 4 8 20 10 12 16 5 4 13

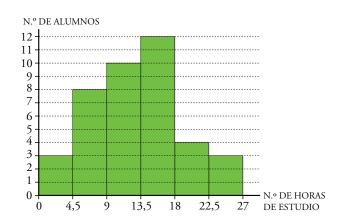
a) Reparte estos datos en los intervalos cuyos extremos son:

0 - 4,5 - 9 - 13,5 - 18 - 22,5 - 27

b) Haz la tabla de frecuencias y el histograma correspondiente.

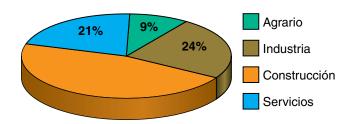
`		1)
a)	y	b,

INTERVALO	f _i
0 a 4,5	3
4,5 a 9	8
9 a 13,5	10
13,5 a 18	12
18 a 22,5	4
22,5 a 27	3
TOTAL	40



Interpretación gráfica

5 ▼▽▽ En una cierta región se han estudiado los accidentes mortales producidos en el trabajo, según el sector de actividad. Estos han sido los resultados:



- a) ¿Cuál es el porcentaje de accidentes mortales producidos en el sector de la construcción?
- b) Si hubo 135 accidentes mortales en el sector agrario, ¿cuál fue el número total de accidentes mortales en la región?
- c) ¿Cuántos accidentes mortales hubo en cada uno de los sectores?
- a) Construcción: 100% (21% + 9% + 24%) = 46%
- b) El 9% se corresponde con 135 accidentes mortales, luego el 100% será:

$$\frac{100 \cdot 135}{9}$$
 = 1500 accidentes mortales

c) Sector industria: $\frac{24 \cdot 1500}{100} = 360$ accidentes mortales

Sector construcción: $\frac{46 \cdot 1500}{100}$ = 690 accidentes mortales

Sector servicios: $\frac{21 \cdot 1500}{100} = 315$ accidentes mortales

PÁGINA 130 Pág. 1

Parámetros estadísticos. Cálculo

- 6 🔻 🗸 Calcula los parámetros media, mediana, moda, recorrido, desviación media, varianza y desviación típica de cada una de las distribuciones siguientes:
 - a) 3, 5, 5, 5, 6, 8, 10, 10, 11
 - b) 3, 3, 4, 5, 5, 5, 6, 8, 10, 10, 11, 14
 - c) 183, 172, 168, 190, 175, 180, 170, 172, 175, 165

a) MEDIA,
$$\bar{x} = \frac{3+5\cdot3+6+8+10\cdot2+11}{9} = 7$$

Desviación media, DM =
$$\frac{|3-7| + |5-7| \cdot 3 + |6-7| + \dots}{9} = \frac{22}{9} \approx 2,4$$

Varianza =
$$\frac{3^2 + 5^2 \cdot 3 + 6^2 + 8^2 + 10^2 \cdot 2 + 11^2}{9} - 7^2 = \frac{505}{9} - 49 \approx 7,11$$

desviación típica, $\sigma = \sqrt{7.11} \approx 2.67$

b)
$$\overline{x} = \frac{3 \cdot 2 + 4 + 5 \cdot 3 + 6 + 8 + 10 \cdot 2 + 11 + 14}{12} = \frac{84}{12} = 7$$

$$Me = (5 + 6) : 2 = 5,5$$
 $Mo = 5$

RECORRIDO = 14 - 3 = 11

$$DM = \frac{|3-7| \cdot 2 + |4-7| + |5-7| \cdot 3 + \dots}{12} = \frac{36}{12} = 3$$

Varianza =
$$\frac{3^2 \cdot 2 + 4^2 + 5^2 \cdot 3 + 6^2 + \dots}{12} - 7^2 = \frac{726}{12} - 49 = 11,5$$

$$\sigma = \sqrt{11.5} \approx 3.39$$

c)
$$\bar{x} = \frac{165 + 168 + 170 + 172 \cdot 2 + 175 \cdot 2 + 180 + 183 + 190}{10} = \frac{1750}{10} = 175$$

$$Me = \frac{172 + 175}{2} = 173,5$$

La distribución es bimodal; es decir, tiene dos modas: 172 y 175.

$$RECORRIDO = 190 - 165 = 25$$

$$DM = \frac{\left| 165 - 175 \right| + \left| 168 - 175 \right| + \left| 170 - 175 \right| + \left| 172 - 175 \right| \cdot 2 + \dots}{10} = \frac{56}{10} = 5,6$$

Varianza =
$$\frac{165^2 + 168^2 + 170^2 + 172^2 \cdot 2 + \dots}{10} - 175^2 = \frac{306756}{10} - 30625 = 50,6$$

$$\sigma = \sqrt{50,6} \approx 7,11$$

7 ▼▼∇ Contando el número de erratas por página en un libro concreto, David ha obtenido los datos siguientes:

Pág. 2

N.º DE ERRATAS (Xi)	0	1	2	3	4	5
N.º DE PÁGINAS (f _i)	50	40	16	9	3	2

- a) Halla la media y la desviación típica.
- b) ¿Cuál es la moda?

a)	X _i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
	0	50	0	0
	1	40	40	40
	2	16	32	64
	3	9	27	81
	4	3	12	48
	5	2	10	50
		120	121	283

$$\overline{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{121}{120} = 1,008$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \overline{x}^2} = \sqrt{\frac{283}{120} - (1,008)^2} \approx 1,159$$

- b) Mo = 0 erratas (Es el valor con mayor frecuencia)
- 8 VVV En un control de velocidad en carretera se obtuvieron los siguientes datos:

VELOCIDAD (km/h)	60-70	70-80	80-90	90-100	100-110	110-120
N.º DE COCHES	5	15	27	38	23	17

- a) Haz una tabla reflejando las marcas de clase y las frecuencias.
- b) Calcula la media y la desviación típica.
- c) ¿Qué porcentaje circula a más de 90 km/h?

a)	VELOCIDAD (km/h)	MARCAS DE CLASE (X _i)	fi
	60 - 70	65	5
	70 - 80	75	15
	80 - 90	85	27
	90 - 100	95	38
	100 - 110	105	23
	110 - 120	115	17

)							
_	X _i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$			
	65	5	325	21 125			
	75	15	1 125	84 375			
	85	27	2295	195 075			
	90	38	3610	342 950			
	105	23	2415	253 575			
	115	17	1955	224 825			
		125	11725	1 121 925			

$$\overline{x} = \frac{11725}{125} = 93.8 \text{ km/h}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1121725}{125} - (93.8)^2} = \sqrt{176.96} \approx 13.303 \text{ km/h}$$

c) El número de coches que circula a más velocidad de 90 km/h es 38 + 23 + 17 = 78.

Pág. 3

Por tanto:
$$\frac{78 \cdot 100}{125} = 62,4\%$$

9 VV Los puntos conseguidos por Teresa y por Rosa en una semana de entrenamiento, jugando al baloncesto, han sido los siguientes:

TERESA	16	25	20	24	22	29	18
ROSA	23	24	22	25	21	20	19

- a) Halla la media de cada una de las dos.
- b) Calcula la desviación típica y el coeficiente de variación. ¿Cuál de las dos es más regular?

a) Teresa:
$$\bar{x}_T = \frac{16 + 25 + 20 + 24 + 22 + 29 + 18}{7} = \frac{154}{7} = 22$$

Rosa:
$$\bar{x}_R = \frac{23 + 24 + 22 + 25 + 21 + 20 + 19}{7} = \frac{154}{7} = 22$$

b) Teresa:
$$\sigma_T = \sqrt{\frac{16^2 + 25^2 + 20^2 + 24^2 + 22^2 + 29^2 + 18^2}{7}} - 22^2 = \sqrt{\frac{3506}{7} - 484} \approx 4{,}106$$

Rosa:
$$\sigma_R = \sqrt{\frac{23^2 + 24^2 + 22^2 + 25^2 + 21^2 + 20^2 + 19^2}{7} - 22^2} =$$

$$=\sqrt{\frac{3416}{7}-484}=2$$

$$CV_T = \frac{\sigma_T}{\overline{x}_T} = \frac{4,106}{22} = 0,19 (19\%)$$

$$CV_R = \frac{\sigma_R}{\overline{x}_R} = \frac{2}{22} = 0.09 (9\%)$$

Es más regular Rosa.

Soluciones a la Autoevaluación

PÁGINA 130 Pág. 1

- 1 Indica, para cada caso, cuáles son los individuos, cuál la población, cuál la variable y de qué tipo es:
 - Número de almendras que hay en cada tableta de chocolate de una producción.
 - Tiempo de espera de cada paciente en una consulta de un centro de salud.
 - Tipo de especialista al que acuden los pacientes a un centro de salud.
 - Individuo: una tableta. Población: producción de tabletas. Variable: número de almendras por cada tableta. Tipo de variable: cuantitativa discreta.
 - Individuo: un paciente. Población: pacientes del centro de salud. Variable: tiempo de espera. Tipo de variable: cuantitativa continua.
 - Individuo: un paciente. Población: pacientes del centro de salud. Variable: tipo de especialista. Tipo de variable: cualitativa.
- 2 Para estudiar el "número de almendras que hay en cada tableta de chocolate" de una cierta producción, se analiza una de cada 200 producidas un cierto día. Las tabletas analizadas, ¿son población o muestra?

Las tabletas analizadas son una muestra, ya que no se analizan todas, solo una de cada 200. Si se analizara toda la población, posiblemente se estropearían todas las tabletas.

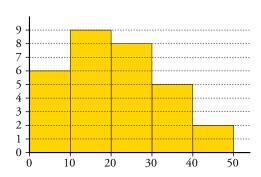
3 Tiempo, en minutos, que pasaron en la sala de espera los pacientes de un médico cierto día:

28	4	12	35	2	26	45	22	6	23
2 7	16	18	32	8	47	8	12	34	15
28	3 7	7	39	15	25	18	17	27	15

Haz una tabla, repartiéndolos en intervalos de extremos 0 - 10 - 20 - 30 - 40 - 50.

Representa los resultados mediante un gráfico adecuado (diagrama de barras o histograma).

INTERVALO	fi
0-10	6
10-20	9
20-30	8
30-40	5
40-50	2
TOTAL	30



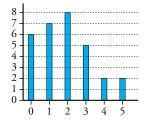
4 Número de días que han ido a la biblioteca del Centro los alumnos de un curso:

3	1	2	4	0	2	1	3	1	0	2	0	3	5	2
0	2	4	1	2	1	2	0	5	3	3	1	2	1	0

Haz una tabla de frecuencias y representa los resultados mediante un gráfico adecuado (diagrama de barras o histograma).

Pág. 2

Xi	0	1	2	3	4	5	
fi	6	7	8	5	2	2	30



5 Halla media, mediana, desviación media, desviación típica y coeficiente de variación de esta distribución: 6 9 1 4 8 2 3 4 4 9

Ordenamos primero los datos: 1 2 3 4 4 4 6 8 9 9

MEDIA:
$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4\cdot3+6+8+9\cdot2}{10} = 5$$

MEDIANA = 4

Desviación media:
$$DM = \frac{|1-5| + |2-5| + |3-5| + \dots}{10} = \frac{24}{10} = 2,4$$

Varianza:
$$\frac{1^2 + 2^2 + 3^3 + 4^2 \cdot 3 + 6^2 + 8^2 + 9^2 \cdot 2}{10} - 5^2 = \frac{324}{10} - 25 = 7,4$$

desviación típica: $\sigma = \sqrt{7.4} \approx 2.72$

6 Calcula \bar{x} , σ y C.V. de las distribuciones...

a)				
α)	x _i	fi	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
	0	6	0	0
	1	7	7	7
	2	8	16	32
	3	5	15	45
	4	2	8	32
	5	2	10	50
		30	56	166

MEDIA:
$$\bar{x} = \frac{56}{30} \approx 1,87$$

desviación típica:
$$\sigma = \sqrt{\frac{166}{30} - 1.87^2} \approx 1.43$$

coeficiente de variación: C.V. =
$$\frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1.43}{1.87} \approx 0.7647$$

o)	INTERVALO	Xi	fi	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
	0-10	5	6	30	150
	10-20	15	9	135	2025
	20-30	25	8	200	5 0 0 0
	30-40	35	5	175	6125
	40-50	45	2	90	4050
			30	630	17350

$$\bar{x} = \frac{630}{30} \approx 21$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{17350}{30} - 21^2} \approx 11,72$$

C.V. =
$$\frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{11,72}{21} \approx 0,56$$