

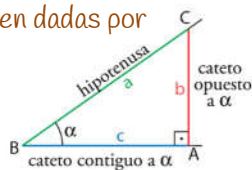
Dado el triángulo rectángulo de la figura, las razones trigonométricas del ángulo  $\alpha$  vienen dadas por

$$\operatorname{sen}(\alpha) = \frac{\text{Cateto Opuesto (b)}}{\text{Hipotenusa (a)}} = \frac{b}{a}$$

$$\operatorname{cos}(\alpha) = \frac{\text{Cateto Contiguo (c)}}{\text{Hipotenusa (a)}} = \frac{c}{a}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{\text{Cateto Opuesto (b)}}{\text{Cateto Contiguo (c)}} = \frac{b}{c} = \frac{\operatorname{sen}(\alpha)}{\operatorname{cos}(\alpha)}$$

Identidad fundamental de la trigonometría  
 $\operatorname{sen}^2 \alpha + \operatorname{cos}^2 \alpha = 1$



01.- Expresar en radianes los siguientes ángulos dados en grados: a) 120°; b) 13°; c) 330°; d) 390°; e) 1000° y f) 15°

Sol: a) 13π/180; b) 11π/6; c) 13π/6; d) 50π/9; e) π/12 rad.

02.- Expresa en grados sexagesimales los siguientes ángulos dados en radianes:

a)  $\frac{4\pi}{3}$ ; b)  $\frac{5\pi}{6}$ ; c)  $\frac{16\pi}{3}$ ; d)  $\frac{\pi}{5}$ ; e)  $\frac{3\pi}{4}$ ; f)  $\frac{7\pi}{12}$

Sol: a) 240°; b) 150°; c) 960°; d) 36°; e) 135°; f) 105°

03.- Calcular el ángulo, medido en radianes, que forman las agujas de un reloj cuando señala: a) las 5:00; b) las 5:12; c) 12:20; d) 2:30.

Sol: a) 5π/6; b) 7π/15; c) 11π/18; d) 7π/12

04.- Calcular las razones trigonométricas restantes de los siguientes ángulos, sabiendo que:

a)  $\operatorname{sen} \alpha = \frac{1}{3}$  b)  $\operatorname{cos} \alpha = \frac{3}{4}$  c)  $\tan \alpha = 1$  d)  $\sec \alpha = \sqrt{5}$

Sol: a)  $\operatorname{cos} \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ ,  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$ ; b)  $\operatorname{sen} \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$ ,  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$ ;

c)  $\operatorname{sen} \alpha = \operatorname{cos} \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ; d)  $\operatorname{cos} \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ,  $\operatorname{sen} \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ,  $\tan \alpha = 2$

05.- Completa la siguiente tabla usando las relaciones de las razones trigonométricas:

Sen $\alpha$	0,94		$\frac{4}{5}$			
Cos $\alpha$		0,82			$\frac{\sqrt{3}}{2}$	
Tg $\alpha$				$\frac{7}{2}$		2

06.- Completa la tabla con la ayuda de la calculadora:

Medida de $\alpha$ en DEG	45°		30°			75°
Medida de $\alpha$ en RAD				$\pi/3$		$\pi/6$
tg $\alpha$		2,3			0,6	

07.- Comprueba las siguientes identidades:

a)  $\operatorname{sen}^2 x - \operatorname{cos}^2 y = \operatorname{sen}^2 y - \operatorname{cos}^2 x$

b)  $(1 + \tan^2 \alpha) \cdot \operatorname{cos}^2 \alpha = 1$

c)  $\frac{1 - \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{cos} \alpha} = \frac{\operatorname{cos} \alpha}{1 + \operatorname{sen} \alpha}$

d)  $\operatorname{tg}^2 \alpha \cdot (1 - \operatorname{sen}^2 \alpha) = \operatorname{sen}^2 \alpha$

e)  $\frac{\operatorname{sen} \alpha \cdot \operatorname{cos} \alpha}{\tan \alpha} = 1 - \operatorname{sen}^2 \alpha$

f)  $\frac{1 + \tan^2 \alpha}{\cot \alpha} = \frac{\tan \alpha}{\operatorname{cos}^2 \alpha}$

g)  $\frac{\operatorname{sen} x \cdot \operatorname{cos} x}{\operatorname{cos}^2 x - \operatorname{sen}^2 x} = \frac{\tan x}{1 - \tan^2 x}$

h)  $\operatorname{cos}^4 x - \operatorname{sen}^4 x = 2 \cdot \operatorname{cos}^2 x - 1$

i)  $\frac{\operatorname{cos} \alpha - \operatorname{cos}^3 \alpha}{\operatorname{sen} \alpha - \operatorname{sen}^3 \alpha} = \operatorname{tg} x$

j)  $\frac{1}{\operatorname{cos} x} - \operatorname{cos} x = \operatorname{tg}^2 x \cdot \operatorname{cos} x$

k)  $\operatorname{cos} \alpha + \frac{\operatorname{sen}^2 \alpha}{\operatorname{cos} \alpha} = \frac{1}{\operatorname{cos} \alpha}$

08.- ¿Puede haber algún ángulo que cumpla que su tangente sea 5 y su seno 1/2?

Sol: No.

09.- Los dos catetos de un triángulo rectángulo miden 48 y 71 cm. Halla los dos ángulos agudos.

Sol: 34° 3' 39,27" y 55° 86' 51,73"

10.- Da el valor del ángulo  $\alpha$  en forma sexagesimal, que verifique en cada caso: a)  $\operatorname{sen} \alpha = 0,91$ ; b)  $\operatorname{tg} \alpha = 5,83$ ; c)  $\operatorname{cos} \alpha = 0,42$ ; d)  $\operatorname{tg} \alpha = 0,34$ ; e)  $\operatorname{sen} \alpha = 0,08$ ; f)  $\operatorname{cos} \alpha = 0,88$ .

Sol: a)  $\alpha = 65^\circ 30' 19''$ ; b)  $\alpha = 80^\circ 16' 1''$ ; c)  $\alpha = 65^\circ 9' 55''$ ; d)  $\alpha = 18^\circ 46' 41''$ ; e)  $\alpha = 4^\circ 35' 19''$ ; f)  $\alpha = 28^\circ 21' 27''$

11.- Cuando los rayos del sol forman 40° con el suelo, la sombra de un árbol mide 18 m. ¿Cuál es su altura?

Sol: 15,1 m.

12.- Una escalera de 3 m está apoyada en una pared. ¿Qué ángulo forma la escalera con el suelo si su base está a 1,2 m de la pared?

Sol:  $\alpha = 66^\circ 25' 19''$

13.- Calcular la hipotenusa de un triángulo rectángulo en A, siendo el cateto b=75 cm. y sabiendo que la bisectriz del ángulo agudo C mide 94 cm.

Sol: a=274,32 cm.

14.- Calcula el radio de un octógono regular de 20 cm de lado. ¿Cuánto mide su apotema?

Sol: R=26,13 cm y Ap=24,14 cm.

15.- La altura de un triángulo isósceles mide 33 cm. y forma ángulo de 55° con uno de los lados. Determinar todos los elementos del triángulo.

Sol: A=B=35°; C=110°; a=b=57,53 cm, c=95,26 cm.

16.- La base de un triángulo isósceles mide 55 cm. y los lados iguales 39 cm. Calcular el valor de sus ángulos.

Sol: A=B=45° 9' 36"

17.- Calcular la base y la altura de un rectángulo, sabiendo que su diagonal mide 84 cm. y uno de los ángulos adyacentes a ella, 72° 48'.

Sol: 80,24 cm; 24,84 cm.

18.- Un ángulo de un rombo mide 62°. La diagonal menor, 34 cm. Calcular el perímetro y el área.

Sol: 132 cm; 962,2 cm².

19.- Calcular los ángulos de un trapecio isósceles cuyas bases miden 83 m. y 51 m. y la altura 61 m.

Sol: 75° 18' 10"; 104° 41' 50"

20.- Calcular el ángulo que forman entre sí dos tangentes a una circunferencia de 15 cm. de radio, trazadas desde un punto que dista 27 cm. del centro.

Sol: 67° 29' 52"

21.- Un árbol proyecta una sombra de 16,75 m cuando el ángulo de elevación del sol es de 32°. Calcula la altura de dicho árbol.

Sol: 10,47 m.

22.- Una persona de 176 cm. de altura proyecta una sombra de 121 cm. Calcular la "altura" del sol en ese instante. ("Altura" de un astro es el ángulo  $\alpha$  que está sobre el horizonte)

Sol: 55° 29' 29"

23.- Una cometa está unida al suelo por un hilo de 100 m. que forma con la horizontal del terreno un ángulo de 60°. Suponiendo que el hilo está tirante, hallar la altura de la cometa.

Sol: 86,6 m.



24.- Desde un faro colocado a 40 m sobre el nivel del mar el ángulo de depresión de un barco es de 55°. ¿A qué distancia del faro se halla el barco?

Sol: 28 m.

25.- Una escalera de mano está apoyada contra la pared de un edificio, de modo que del pie de la escalera al edificio hay 12 m. ¿A qué altura del suelo se encuentra el extremo superior de la escalera, y cuál es la longitud de la misma, si forma un ángulo de 70° con el suelo?

Sol: 33 m; 35,1 m.

**26.-** En un trozo de carretera la inclinación es de  $6^\circ$ . ¿Cuánto sube la carretera en 42 m. medidos sobre la misma carretera? **Sol:** 4,4 m.

**27.-** En una circunferencia de 8 cm de radio, dibujamos un ángulo de 2,5 radianes. a) ¿Qué longitud tendrá el arco correspondiente? b) Si en la misma circunferencia, un arco mide 12 cm, halla la medida del ángulo central en grados y en radianes. **Sol:** a) 20 cm; b)  $1,5 \text{ rad} = 89^\circ 55' 14''$

**28.-** Desde el punto donde estoy, la visual al punto más alto del edificio que tengo en frente forma un ángulo de  $28^\circ$  con la horizontal. Si me acerco 20 m, el ángulo es de  $40^\circ$ . ¿Cuál es la altura del edificio? **Sol:** el edificio mide 29,02 m.

**29.-** Calcular la altura de una torre situada en terreno horizontal, sabiendo que con un teodolito de 1,20 m. de altura, colocado a 20 m. de ella, se ha medido el ángulo que forma con la horizontal la visual dirigida al punto más elevado y se ha obtenido  $48^\circ$  y  $30'$ . **Sol:** 23,81 m.

**30.-** Hallar la altura de un poste, sabiendo que desde un cierto punto se ve bajo un ángulo de  $14^\circ$  y si nos acercamos 20 m. lo vemos bajo un ángulo de  $18^\circ$ . **Sol:** 21,43 m.

**31.-** Dos individuos A y B observan un globo que está situado entre ellos y en un plano vertical que pasa por ellos. La distancia entre los individuos es de 4 km. Los ángulos de elevación del globo desde los observadores son  $46^\circ$  y  $52^\circ$  respectivamente. Hallar la altura del globo y su distancia a cada observador. **Sol:**  $h=2,29 \text{ km}$ ;  $BG=2,91 \text{ km}$ ;  $AG=3,18 \text{ km}$

**32.-** Las bases de un trapecio son 15 cm. y 7 cm. otro de sus lados mide 4 cm. y el ángulo de las rectas sobre las que se encuentran los lados no paralelos es  $39^\circ$ . Calcular el área del trapecio. **Sol:**  $37 \text{ cm}^2$ .

**33.-** Dos edificios distan entre sí 90 m. Desde un punto que está entre los dos edificios vemos que las visuales a los puntos más altos de estos forman con la horizontal ángulos de  $35^\circ$  y  $20^\circ$ . ¿Cuál es la altura de los edificios si sabemos que uno es 6 m más alto que el otro? **Sol:** 19,50m uno y 25,50m el otro, o 17,60m uno y 23,60 m el otro.

**34.-** Un río tiene las dos orillas paralelas. Desde los puntos A y B de una orilla se observa el punto P de la orilla opuesta; las visuales forman con la dirección de la orilla unos ángulos de  $42^\circ$  y  $56^\circ$  respectivamente. Calcular la anchura del río si la distancia entre los puntos A y B es de 31,5 m. **Sol:** 72,23 m ó 17,64 m.

**35.-** Un hombre recorre 500 m a lo largo de un camino que tiene una inclinación de  $20^\circ$  respecto de la horizontal. ¿Qué altura alcanza respecto al punto de partida? **Sol:** 170 m

**36.-** Se desea saber la altura de un árbol situado en la orilla opuesta de un río. La visual del extremo superior del árbol desde un cierto punto forma un ángulo de elevación de  $17^\circ$ . Acercándose 25,8 m. hacia la orilla en la dirección del árbol el ángulo es de  $31^\circ$ . Calcular la altura del árbol. **Sol:** 15,5 m

**37.-** En lo alto de un edificio en construcción hay una grúa de 4 m. Desde un punto del suelo se ve el punto más alto de la grúa bajo un ángulo de  $45^\circ$  con respecto a la horizontal y el punto más alto del edificio bajo un ángulo de  $40^\circ$  con la horizontal. Calcula la altura del edificio. **Sol:** el edificio mide 20,86 m de altura.

**38.-** Un árbol quebrado por el viento, forma un triángulo rectángulo con el suelo. ¿Cuál era la altura del árbol, si la parte que ha caído hacia el suelo forma con este un ángulo de  $50^\circ$ , y si la parte del tronco que ha quedado en pie tiene una altura de 20 m? **Sol:** 46,11 m.

**39.-** Desde un punto del suelo se ve una chimenea bajo un ángulo de  $26^\circ 30'$ . Calcular bajo qué ángulo se verá a distancia doble, triple y cuádruple. **Sol:**  $13^\circ 59' 52''$ ;  $9^\circ 26' 9''$ ;  $7^\circ 5' 49''$

**40.-** Calcular los ángulos de un rombo, sabiendo que: a) sus diagonales miden 13 cm. y 9 cm. b) un lado mide 13 cm. y una diagonal 10 cm. **Sol:** a)  $69^\circ 23' 25''$  y  $110^\circ 36' 35''$ ; b)  $45^\circ 14' 24''$  y  $134^\circ 45' 36''$

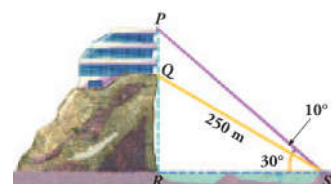
**41.-** En una circunferencia de 12 cm. de radio se toma una cuerda de 13 cm. Averiguar el ángulo central que abarca dicha cuerda. **Sol:**  $65^\circ 35' 39''$

**42.-** Si una cuerda de longitud igual a 4 m. subtiende un arco de  $45^\circ 37'$ , calcular el radio de la circunferencia y la distancia del centro a la cuerda. **Sol:** 5,16 m; 4,76 m

**43.-** La longitud del lado de un octógono regular es 12 m. Hallar los radios de las circunferencias inscrita y circunscrita. **Sol:** 14,49 m; 15,68 m

**44.-** Un avión P vuela entre dos ciudades A y B que distan entre sí 50 km. Desde el avión se miden los ángulos PAB de  $20^\circ$  y PBA de  $30^\circ$ . ¿A qué altura está el avión? **Sol:** El avión vuela a 11,16 km de altura.

**45.-** Para calcular la altura del edificio, PQ, hemos medido los ángulos que aparecen en la figura y sabemos que hay un funicular para ir de S a Q, cuya longitud es de 250 m. Halla la altura del edificio PQ. **Sol:** La altura del edificio es de 56,67 m.

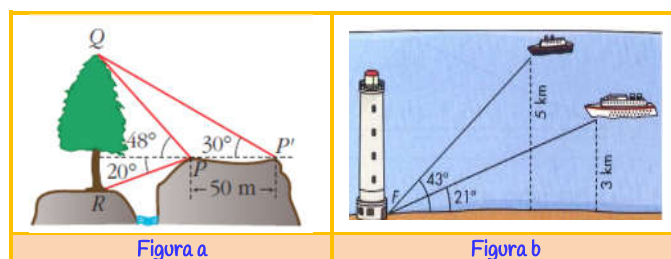


**46.-** Para localizar una emisora pirata, dos receptores, A y B, que distan entre sí 10 km, orientan sus antenas hacia el punto donde está la emisora. Estas direcciones forman con AB ángulos de  $40^\circ$  y  $65^\circ$ . ¿A qué distancia de A y B se encuentra dicha emisora? **Sol:** a 9,38 km de A y a 6,65 km de B.

**47.-** Halla el ángulo que forma la diagonal de un cubo de arista x con la diagonal de la base. **Sol:**  $\alpha = 35^\circ 15' 52''$

**48.-** En un triángulo rectángulo, uno de los catetos mide el doble que el otro. ¿Cuánto valen las razones trigonométricas del ángulo menor? **Sol:**  $\text{Sen} = \sqrt{5}/5$ ;  $\text{Cos} = 2\sqrt{5}/5$  y  $\text{tan} = 1/2$

**49.-** Halla la altura del árbol QR de pie inaccesible y más bajo que el punto de observación P, con todos los datos que aparecen en la figura a. **Sol:** 79,82 m



**50.-** Desde el faro F se observan los barcos A y B. El barco A está a 5 km de la costa y el B a 3 km. Calcula con los datos de la figura b, la distancia entre los barcos. **Sol:** 3,16 km.