Monomios y Polinomios

Departamento de Matemáticas http://selectividad.intergranada.com

Monomio es el producto de un número por una o varias letras, donde al número se le llama coeficiente y a las letras parte literal. Decimos que el grado de un monomio es el número de letras de la parte literal.

 $coeficiente \rightarrow 4x^2yz^3 \leftarrow parte literal$

$$grado = 2 + 1 + 3 = 6$$

Son monomios semejantes aquellos que tienen la misma parte literal.

$$4x^2y^3 - 3x^2y^3 - x^2y^3 - xy^3x - 7y^3x^2$$

Polinomio es un conjunto de monomios. El grado de un polinomio es el mayor de los grados que los monomios que lo componen.

$$3x^2 + 7x^4 - 3 + 5x^3 - 8x$$
 grado = 4

El valor numérico de un monomio o polinomio, se obtiene al sustituir las letras por números y calcular su valor, por ejemplo, por -1 ó por 0.

$$P(x) = 2x^2 - 3x + 5$$
 $P(-1) = 2 \cdot (-1) - 3 \cdot (-1) + 5 = 6$ $P(0) = 5$

1.- Completa la siguiente tabla:

Monomio	8a	-3x	a²b	$\frac{2}{3}xy^2$		-m
Coeficiente					$\frac{1}{4}$	
Parte Literal					ab	
Grado						

2.- Opera las siguientes expresiones con monomios:

- a) a + a
- b) x + x + x
- c) $x^2 + x^2$

- d) 4a+a
- e) $m^3 + 2m^3 + 4m^3$ f) $3x^2 + 6x^2$

- g) $4n^4 n^4$ h) $5c^5 7c^5 + 3c^5$
- i) $5a^2 9a^2$

Sol: a) 2a; b) 3x; c) 2x²; d) 5a; e) 7m³; f) 9x²; g) 3n⁴; h) c⁵; i) -4a²

- **3.-** Efectúa las siguientes operaciones:
- **a)** $3x^3 2x^3 x^3$
- **b)** $-2x^2+5x^2-4x^2$

- **d)** $x^4 \frac{2}{3}x^4 + \frac{x^4}{2}$ **e)** $2x \frac{2}{3}x + \frac{x}{2}$ **f)** $\frac{2}{3}x^3 + x^3 \frac{3}{2}x^3$

Sol: a) 0; b) $-x^2$; c) $2x^2$; d) $5/6 \cdot x^4$; e) 3x/2; f) $x^3/6$

- **4.-** Opera los siguientes monomios:
 - a) $(3x) \cdot (5x)$
- b) $(-a) \cdot (4a)$
- c) $\frac{x^2}{2} \cdot \frac{x^3}{2}$
- d) $\left(\frac{x^2}{2}\right) (6x)$ e) $(4x^3y) \cdot (xy)$ f) $\frac{20x^3}{4x^2}$

- g) $\frac{15x}{3x^2}$ h) $(-5a):(-5a^3)$ i) $\frac{12a^2}{4a^5}$

Sol: a) $15x^2$; b) $-4a^2$; c) $x^5/6$; d) $3x^3$; e) $4x^4y^2$; f) 5x; g) 5/x; h) $1/a^2$; i) $3/a^3$

- **5.-** Efectúa los siguientes cocientes de polinomios:
- a)
- $-9a^4b^3c^2$ $3ab^2c$

- c)
- $-8xy^{2}\cdot(-2x^{3}y)$

Sol: a) 2x; b) $-4x^2$; c) $7/2x^2$; d) -4x; e) $x^3/3$; <mark>f) 3xy³; g) -3a³bc; h) -3x²; i) 4x²y²</mark>

- **6.-** Efectúa y reduce las siguientes expresiones:
- $3x^2 \cdot 5x + 2x \cdot (-3x^2)$ a)
- b)

Sol: a) $9x^3$; b) $-3x^3/5$; c) $-x^3$; d) $4x^2$

- **7.-** Reduce todo lo posible:
 - a) $x^2 + 4 + x^2 + 1$
- f) (4x + 2) (3x + 4)
- b) $3x^2 + 4 x^2 + 2x 5$ g) $(6x^2 x) (3x^2 5x + 6)$
- c) $10-3x+x^2-7-4x$
- h) $(x-3)-(x^2+2x+1)$
- d) $5x^2 3 4x^2 + 1 2x$ i) $(x 5) 2(x^2 3x 1)$
- e) 3x + (3x 1)
- $i)3\cdot(2x-1)+4\cdot(7x^2-6)$

f) x-2; g) $3x^2+4x-6$; h) $-x^2-x-4$; i) $-2x^2+7x-3$; j) $28x^2+6x-27$

Sol: a) $2x^2+5$; b) $2x^2+2x-1$; c) x^2-7x+3 ; d) x^2-2x-2 ; e) 6x-1;

- 8.- Calcula:
- a) $3 \cdot (2x + 5)$
- $f) (2x-3)\cdot (x+4)$
- b) $7 \cdot (x^3 3x)$
- g) $(4-x)\cdot(2x-1)$
- c) $x^2 \cdot (5x 3)$
- h) $5x \cdot (x^2 + x 3)$

- d) $3x^2 \cdot (x^2 2x)$
- i) $(3x-2)\cdot(2x^2+4x-3)$
- e) $(x^2 + 2x 3) \cdot (3x^3 + 5x^2 4)$ j) $(x^3 2x^2) \cdot (3x^6 2x^4)$

Sol: a) 6x+15; b) 7x³-21x; c) 5x³-3x²; d) 3x⁴-6x³; e) 3x⁵+11x⁴+x³-19x²-8x+12; f) $2x^2+5x-12$; g) $-2x^2+9x-4$; h) $5x^3+5x^2-15x$; i) $6x^3+8x^2-17x+6$; j) $3x^9-6x^8-2x^7+4x^6$

9.- De estos polinomios, indica el grado y el valor numérico:

P(x)	Grado	P(0)	P(-2)	P(1)
$8x^3 + 5x^4 - 3x + 1$	V			
$2+3x-9x^2+5x^3$				
$3x-3x^2-2+9x^3$	11	7		
$Y + 7y^2 - 4y$				

- **10.-** Simplifica las siguientes expresiones:
- a) $2x^3-5x^2+3-2-3x^3+x^2$
- **b)** $2x-3x^2-2-(x^2+3x+4)$
- c) $x^2-(2x+3)-(x^2+2x)$
- **d)** $5-3(x^2+1)+x(x+2)$
- **e)** $x^2-3x+2-(x-x^2)+3x$
- **f)** x^2-x+2x^2-4+3x Sol: a) $-x^3-4x^2+1$; b) $-4x^2-x-6$; c) -4x-3; d) $-2x^2+2x+2$; e) $2x^2-x+5$; f) $3x^2+2x-4$
- **11.-** Opera y simplifica:
- $3x^3 + x^2 \cdot (-x+3) 2x^3$ c) $(2x^2 + x + 1)(x-2)$
 - $\frac{2}{3}\left(\frac{3x}{4}\right)(-3x) \frac{4x^2 + 3}{2}$ d) $(x^2 2 + 3)(2x + 1)$

ol: a) $3x^2$; b) $-7x^2/2-3/2$; c) $2x^3-3x^2-x-2$; d) $2x^3-3x^2+8x-3$

- **12.-** Dados los polinomios: $P(x) = x^4 + 3x^3 + 2x^2 1$; $Q(x) = x^2 1$ 4x+1 y $R(x)=2x^4-x^3+x^2-9$, calcula:
- **a)** P+Q; **b)** P+R; **c)** P+Q+R; **d)** P-Q; **e)** R-Q

Sol: a) $x^4 + 3x^3 + 3x^2 - 4x$; b) $3x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 10$; c) $3x^4 + 2x^3 + 4x^2 - 4x - 9$; d) $x^4+3x^3+x^2+4x-2$; e) $2x^4-x^3+4x-10$

13.- Multiplica: **a)** $(x^2-3x+1)\cdot(x+2)$ **b)** $(2x^3-3x^2+2)\cdot(2x-1)$ **c)** $(x^2+x-2)\cdot(x^2+1)$

Sol: a) x^3-x^2-5x+2 ; b) $4x^4-8x^3+3x^2+4x-2$; c) $x^4+x^3-x^2+x-2$

- 14.- Desarrolla utilizando las identidades notables:
 - a) $(3x-6)^2$
- b) $(3x+3)^2$ c) $(y^2-1)(y^2+1)$

- d) $(2x-y)^2$ e) $(3a+2b)^2$ f) $(1+3x^2)(1-3x^2)$
- g) $\left(2m \frac{n}{2}\right)^2$ h) $\left(3x x^2\right) \cdot \left(3x + x^2\right)$ i) $\left(3x + \frac{5}{2}\right)^2$
- $j)\left(\frac{3}{2} \frac{x}{4}\right)^2$ $k)\left(\frac{3x}{2} \frac{1}{x}\right)^2$ $l)\left(\frac{x^2}{2} \frac{x}{3}\right)\left(\frac{x^2}{2} + \frac{x}{3}\right)$

Sol: a) $9x^2-36x+36$; b) $9x^2+18x+9$; c) y^4-1 ; d) $4x^2-4xy+y^2$; e) $9a^2+12ab+4b^2$; f) $1-9x^4$; g) $4m^2-2mn+n^2/4$; h) $9x^2-x^4$; i) $9x^2+15x+25/4$; j) $x^2/16-3x/4+9/4$; k) $9x^2/4-3+1/x^2$; I) $x^4/4-x^2/9$

15.- Si el grado de un polinomio P(x)=2 y el grado de otro Q(x)=4, ¿Qué grado tendrá el producto $P(x)\cdot Q(x)$?



Monomios y Polinomios

Monomios y Polinomios. 1º Ciclo ESO

Departamento de Matemáticas http://selectividad.intergranada.com

16.- Transforma en producto las siguientes expresiones:

a)
$$4x^2 + 8x + 4$$

b)
$$x^2 - 6x + 9$$

c)
$$9x^2 - 36$$

d)
$$a^2 - 2a + 1$$

$$e)x^{2} + 2xy + y^{2}$$

$$f) a^2 - 16$$

Sol: a) $(2x+2)^2$; b) $(x-3)^2$; c) $(3x+6)\cdot(3x-6)$; d) $(a-1)^2$; e) $(x+y)^2$; f) $(a+4)\cdot(a-4)$ 17.- Considera los siguientes polinomios:

$$P(x) = 3x^4 - 6x^3 + 4x - 2$$
 $Q(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 1$

$$O(r) - r^3 - 2r^2 - 3r + 1$$

$$R(x) = 2x^2 + 4x - 5$$

$$S(x) = x^2 + 1$$

Calcula:

a)
$$P(x) + Q(x)$$
 b) $2 \cdot P(x) - 3Q(x) + 4 \cdot R(x)$ c) $2 \cdot P(x) \cdot R(x)$

c)
$$2 \cdot P(x) \cdot R(x)$$
 d) $3 \cdot [P(x) \cdot Q(x)] - 2 \cdot S(X)$ e) $P(x) \cdot S(x) - R(x)$

a) $3x^4-5x^3-2x^2+x-1$; b) $6x^4-15x^3+14x^2+33x-27$; c) $12x^6-78x^4+76x^3+24x^2-56x+20$ d) $9x^7 - 36x^6 + 9x^5 + 74x^4 - 48x^3 - 26x^2 + 30x - 8$; e) $3x^6 - 6x^5 + 3x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 3$

18- Realiza las siguientes operaciones:

a)
$$(x+1)\cdot(2x+3)-2\cdot(x^2+1)$$

b)
$$(2x-5)\cdot(x+2)+3x\cdot(x+2)$$

c)
$$(x^2-3)\cdot(x+1)-(x^2+5)\cdot(x-2)$$

d)
$$(4x+3)\cdot(2x-5)-(6x^2-10x-12)$$

e)
$$3\cdot(2x-1)^2-3\cdot(x^3+3x-6)$$

Sol: a) 5x+1; b) 5x²+5x-10; c) 3x²-8x+7; d) 2x²-4x-3; e) -3x³+12x²-21x+21

19.- Reduce las siguientes expresiones:

a)
$$2x^2-4+3x-3x^2$$

d)
$$7-3(x^2-1)+2(x-3)-4x+x^2$$

b)
$$3x-4x^2-4-5x+3x^2$$

e)
$$2x^3-3x^3-2(x-x^3)+4x-2x^3$$

c)
$$6x-3x^3-4-4x^3+4x$$

$$3x^2-3+4x-5+3x^2$$

Sol: a) $-x^2+3x-4$; b) $-x^2-2x-4$; c) $-7x^3+10x-4$; d) $-2x^2-2x+4$; e) $-x^3+2x$; f) $6x^2+4x-8$

20.- Efectúa y reduce:

a)
$$2x^2 \cdot 3x - 2x \cdot x^2$$

d)
$$7x^2-3x(-2x)+5x^2$$

e)
$$4x(x-2)-3x(x-1)$$

c)
$$x^2(3x-2)+3x^3$$

f)
$$6x(-3x^2)-5x^2(-2x)$$

Sol: a) $4x^3$; b) -11x+10; c) $6x^3-2x^2$; d) $18x^2$; e) x^2-5x ; f) $-8x^3$

21.- Opera y reduce las siguientes expresiones:

a)
$$(2x^2)-3x(2x^2-3x)+2(x^2-2x)$$

d)
$$(x^2-3x+2)\cdot(3x-2)$$

b)
$$3x(3-x)+4(x^2-3x)$$

e)
$$(x-3)(x^2-3x+1)$$

c)
$$x^2-3x(-5x)-x(x-3x)$$

f)
$$(x-3)(-2x+3)$$

Sol: a) $-6x^3+13x^2-4x$; b) x^2-3x ; c) $18x^2$; d) $3x^3-11x^2+12x-4$; e) $x^3-6x^2+10x-3$; f) - $2x^2+9x-9$

22.- Efectúa los siguientes productos:

a)
$$(6x^3 - 4x^2 + 5x - 2) \cdot (3x^3 - 4x^2 + 5x - 3)$$

b)
$$(2x^4 - 5x^3 + 6x^2 - 5x + 4) \cdot (3x^3 - 4x^2 + 5x - 2)$$

Sol: a) $18x^6-36x^5+61x^4-64x^3+45x^2-25x+6$ b) 6x⁷-23x⁶+48x⁵-64x⁴+72x³-53x²+30x-8 **23.-** Efectúa los siguientes productos:

a)
$$(2x^4 - 6x^3 + 5x^2 - 4x + 3) \cdot (2x^2 - 9x + 6)$$

b)
$$(2x^3 - 4x^2 + 5x - 4) \cdot (3x^2 - 5x + 6)$$

Sol: a) $4x^6-30x^5+76x^4-89x^3+72x^2-51x+18$ b) $6x^5-22x^4+47x^3-61x^2+50x-24$

24.- Extrae factor común:

a)
$$18x^4 + 32x^2$$

d)
$$6x^2 + 12x - 24$$

b)
$$6x^3 - 10x - 8$$

e)
$$4x^3 - 2x^2 - 10x + 6$$

c)
$$9a + 6a^2 + 3a^3$$

$$f)$$
 $2x - 6xy - 4zx$

Sol: a) $2x^2 \cdot (9x^2 + 16)$; b) $2 \cdot (3x^3 - 5x - 4)$; c) $3a \cdot (3 + 2 \cdot a + a^2)$; d) $6 \cdot (x^2 + 2x - 4)$;

e) $2(x^3-x^2-5x+3)$; f) 2x(1-3y-2z)

25.- Doblando un alambre de 40 cm formamos un rectángulo. Halla la expresión algebraica que define el área del rectángulo y calcula su valor para x=4.

Sol: a) A=x(20-x) b) A=64 cm²

26.- Efectúa la siguiente operación:

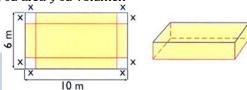
$$(2x^3 - 4x^2 + 5x - 3)^2 - (3x^3 + 4x^2 - 5x + 1)^2$$

27.- Calcula:

$$\left[\left(2x^{2}-5x+3\right)\left(4x^{2}+2x-5\right)\right]\cdot 2x^{3}$$

Sol: $16x^7 - 32x^6 - 16x^5 + 62x^4 - 30x^3$

28.- Dada una caja sin tapa y su desarrollo, calcula en función de x, su área y su volumen



Sol: $A(x) = 60 - 4x^2$; $V(x) = 4x^3 - 32x^2 + 60x$

29.- Saca factor común y luego simplifica:

a)
$$\frac{5x+5}{3x+3}$$
 b) $\frac{x^2-3x}{2x-6}$ c) $\frac{x^2+x}{x^2-1}$

b)
$$\frac{x^2 - 3x}{2x - 6}$$

c)
$$\frac{x^2+}{x^2-}$$

$$d) \ \frac{12x}{4x^2 + 2x}$$

ol: a) 5/3; b) x/2; c) x/(x-1); d) 6/(2x-1)

30.- Recuerda los productos notables, descompón en factores y simplifica:

a)
$$\frac{x^2-1}{x+1}$$
 b) $\frac{x^2-1}{(x-1)^2}$ c) $\frac{x^2-4}{2x-4}$ d) $\frac{x^2+4x+4}{x^2-4}$

e)
$$\frac{x^2 - 16}{x^2 + 8x + 16}$$
 f) $\frac{x(x+2)}{x^2 + 4x + 4}$ g) $\frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 9}$ h) $\frac{x^2 - 9}{x^4 - 81}$

a)
$$x-1;b$$
) $\frac{x+1}{x-1};c$) $\frac{x+2}{2};d$) $\frac{x+2}{x-2};e$) $\frac{x-4}{x+4};f$) $\frac{x}{x+2};g$) $\frac{x-3}{x+3};h$) $\frac{1}{x^2+9}$

31.- Descompón en factores y después simplifica:

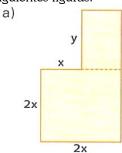
a)
$$\frac{x^2 - 9}{x^2 - 6x + 9}$$
 b) $\frac{5x + 15}{x^2 + 6x + 9}$ c) $\frac{3x^2 + 6x + 3}{5x^2 + 5x}$

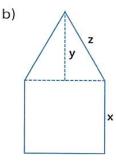
c)
$$\frac{3x^2+6x+3}{5x^2+5x}$$

d)
$$\frac{x^2 + 2x + 1}{5x^2 + 5x}$$
 e) $\frac{2x^2 - 6x}{2x^3 - 12x^2 + 18x}$ f) $\frac{3x + 3}{3x^2 - 3}$

Sol:
$$a \left(\frac{x+3}{x-3} b \right) \frac{5}{x+3} c \left(\frac{3x+3}{5x} d \right) \frac{x+1}{5x} e \left(\frac{1}{x-3} f \right) \frac{1}{x-1}$$

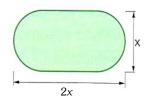
32.- Expresa algebraicamente el perímetro y el área de las siguientes figuras.

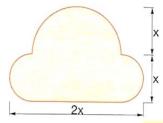




Sol: a) P=8x+2y; $A=4x^2+xy$; b) P=3x+2z; $A=x^2+xy/2$

33.- Expresa algebraicamente el área de estas figuras:





Sol: $A_1(x) = x^2 \cdot \left(1 + \frac{\pi}{4}\right)$ $A_2(x) = x^2 \cdot \left(\frac{4 + 3\pi}{4}\right)$