

Propiedades de las potencias

Producto

$$a^b \cdot a^c = a^{b+c}$$

$$a^c \cdot b^c = (a \cdot b)^c$$

Cociente

$$a^b : a^c = a^{b-c}$$

$$a^c : b^c = (a : b)^c$$

Potencia

$$a^0 = 1 \quad a^1 = a$$

$$(a^b)^c = a^{b \cdot c}$$

Potencia de Fracción

$$\left(\frac{a}{b}\right)^c = \frac{a^c}{b^c}$$

Propiedades de las Raíces cuadradas

$$\sqrt{a} = b \Leftrightarrow b^2 = a$$

Potencias de base negativa

$$a^b \begin{cases} \text{si } a > 0 & + \\ \text{si } a < 0 & \begin{cases} \text{si } b \text{ par} & + \\ \text{si } b \text{ impar} & - \end{cases} \end{cases} \begin{matrix} (+2)^3 = +8 \\ (-2)^4 = +16 \\ (-2)^3 = -8 \end{matrix}$$

1.- Calcula Aplicando las Propiedades de las potencias:

- a) $3^3 \cdot 3^4 \cdot 3$ b) $5^7 : 5^3$ c) $(5^3)^4$
d) $(5 \cdot 2 \cdot 3)^4$ e) $(3^4)^4$ f) $[(5^3)^4]^2$
g) $(8^2)^3$ h) $(9^3)^2$ i) $2^5 \cdot 2^4 \cdot 2$
j) $2^7 : 2^6$ k) $(2^2)^4$ l) $(4 \cdot 2 \cdot 3)^4$
m) $(2^5)^4$ n) $[(2^3)^4]^0$ ñ) $(27^2)^5$

Sol: a) 3⁸; b) 5⁴; c) 5¹²; d) 30⁴; e) 3¹⁶; f) 5²⁴; g) 2¹⁸; h) 3¹²; i) 2¹⁰; j) 2; k) 2⁸; l) 24⁴; m) 2²⁰; n) 1; ñ) 3³⁰

2.- Calcula, teniendo cuidado con los signos:

- a) $(-2)^2 \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^4$ b) $(-2)^{-2} \cdot (-2)^3 \cdot (-2)^4$
c) $2^{-2} \cdot 2^{-3} \cdot 2^4$ d) $2^2 : 2^3$
e) $2^{-2} : 2^3$ f) $2^2 : 2^{-3}$
g) $2^{-2} : 2^{-3}$ h) $(-2)^3 \cdot (+2)^7$

Sol: a) (-2)⁹; b) (-2)⁵; c) 2⁻¹ = 1/2; d) 2⁻¹; e) 2⁻⁵; f) 2⁵; g) 2; h) - (2)¹⁰

3.- ¿Qué signo tienen las potencias siguientes?

- a) 6³ b) (-3)¹² c) 3²¹ d) (-3)²¹
e) (-2)⁴ f) 5³² g) (-3)⁵ h) 4⁵¹
i) 3³⁵ j) (-1)¹⁷ k) 3⁻³ l) (-2)⁻³

4.- Calcula las siguientes potencias:

- a) 3⁴ b) (-1)³ c) (-2)³ d) 2⁵
e) (-2)⁴ f) -2² g) (-3)³ h) 5²

Sol: a) 81; b) -1; c) -8; d) 32; e) 16; f) -4; g) -27; h) 25

5.- Realiza las siguientes operaciones y expresa el resultado en forma de potencia:

- a) $(2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^3)^3$ b) $(3^2 \cdot 5^3)^3$ c) $(5^3 \cdot 2^2 \cdot 4^3)^2$

Sol: a) 2¹² · 3⁶ · 5⁹; b) 3⁶ · 5⁹; c) 5⁶ · 2¹⁶

6.- Reduce a una única potencia:

- a) $x^4 \cdot x^6$ b) $m^3 \cdot m^4$ c) $m^8 : m^6$
d) $x^7 : x^6$ e) $(-4)^7 : (4^2)^2$ f) $(m^4)^3$
g) $(a^{10} : a^6)^2$ h) $(x^5 : x^2) \cdot x^4$ i) $(x^2)^5$
j) $(x^6 \cdot x^4) : x^7$ k) $(5^2 \cdot 5^4) : 5^3$ l) $(2^4)^3 : 2^7$
m) $(5^2)^5 : [(-5)^3]^2$ n) $[(-3)^4]^3 : [(-3)^3]^3$

Sol: a) x¹⁰; b) m⁷; c) m²; d) x; e) -4³; f) m¹²; g) a⁸; h) x⁷; i) x¹⁰; j) x³; k) 5³; l) 2⁵; m) 5⁴; n) -3³

7.- Reduce a una única potencia:

a) $(a^2 \cdot a^3 \cdot a)^3 \cdot (a^2 \cdot a^3 \cdot a^0)$ b) $2^3 \cdot 2 \cdot \left(\frac{2^3 \cdot 2}{2^4 \cdot 2^2}\right)$ c) $3^2 \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{3^3 \cdot 3^4}{3^4 \cdot 3^2}\right)$

Sol: a) a²³; b) 2²; c) 3⁶

8.- Calcula:

a) $(5^8 \cdot 5^4) : (5^2)^5$ b) $[(-2^6) \cdot (+2)^3] : [(+2)^3]^2$
c) $[(-7)^8 \cdot 7^5] : (7^4)^3$ d) $[(-3)^3]^3 : [(-3)^2 \cdot (-3)^3]$

Sol: a) 5²; b) -2³; c) 7; d) 3⁴

9.- Opera y calcula:

a) $10^6 : (5^4 \cdot 2^4)$ b) $(-12)^7 : [(-3^5 \cdot 4^5)]$
c) $[(-9)^5 \cdot (-2)^5] : 18^4$ d) $[5^7 \cdot (-4)^7] : 20^4$
e) $8^4 : (2^5 \cdot 4^2)$ f) $25^3 : [(-15)^5 : 3^5]$

Sol: a) 10²; b) 1 2²; c) 18; d) -20³; e) 2³; f) -5

10.- Reduce a una única potencia:

a) $[2^9 : (2^3)^2] \cdot 5^3$ b) $10^2 : [(5^2)^3 : 5^4]$
c) $6^3 : [(2^7 : 2^6) \cdot 3]^2$ d) $[(6^2)^2 \cdot 4^4] : (2^3)^4$

Sol: a) 10³; b) 2²; c) 6; d) 3⁴

11.- Calcula, si es posible, las siguientes raíces:

a) $\sqrt{49}$ b) $\sqrt{8^2}$ c) $\sqrt{-49}$ d) $\sqrt{15^2}$
e) $\sqrt{169}$ f) $\sqrt{-225}$ g) $\sqrt{2500}$ h) $\sqrt{50^2}$
i) $\sqrt{-x^2}$ j) $\sqrt{x^2}$ k) $\sqrt{(-144)^2}$ l) $\sqrt{a^4}$
m) $\sqrt{(-2)^2}$ n) $\sqrt{-a^4}$ ñ) $\sqrt{(-a)^4}$ o) $\sqrt{m^6}$
p) $\sqrt{-81}$ q) $\sqrt{(-m)^6}$ r) $\sqrt{-a^4}$ s) $\sqrt{-m^6}$

Sol: a) 7; b) 8; c) No; d) 15; e) 13; f) No; g) 50; h) 50; i) No; j) x; k) -144; l) a²; m) 2; n) no; ñ) a²; o) m³; p) no; q) m³; r) no; s) no

12.- Calcula:

a) $(4^6 \div 4^3) \cdot (4^4 \div 4)$ b) $(36^5 \div 6^5) \div (2^4 \cdot 3^4)$
c) $x \cdot (x^9 \div x^3) \div x^3$ d) $(2^8 \div 4^2) \div 2^0$
e) $4^7 \div 2^9$ f) $(m^8 \div m^3) \div m^3$
g) $4^3 - 5^2 + 3^0$ h) $\sqrt{144} - \sqrt{121}$
i) $6^3 \div 6^2 + 5^2 \cdot 5$ j) $(3^{11} \div 9^2) \div 27^2$
k) $[2^7 \cdot (-3)^7] \div 36^2$ l) $m^{10} \div (m^3)^3$
m) $[(-k)^9 : k^5] : (-k)^3$ n) $(25^5 \cdot (-4)^5) : (-10)^3$

Sol: a) 4⁶; b) 6; c) x⁴; d) 2⁴; e) 2⁵; f) m²; g) 40; h) 1; i) 131; j) 3; k) -6³; l) m; m) k; n) 10⁷

13.- Realiza las siguientes operaciones combinadas y calcula el resultado: (usa potencias si es necesario)

a) $3 \cdot 4^2 - 3^2 : 3^0 + \sqrt{81} : 3^2 =$
b) $5 \cdot (7-2)^2 : 25 - 4^4 : 4^3 + \sqrt{36} : 6 =$
c) $5^2 + 5^3 - 5 + 5^0 =$
d) $25 - 5 \cdot 2 + 8^4 : 4^5 + 2 \cdot \sqrt{49} =$
e) $8^9 : 1^9$ f) $24^5 : 2^5$ g) $(-20)^9 : 5^9$
h) $(-30)^7 : (-6)^7$ i) $8^4 : (-4)^4$ j) $\frac{9^5}{3^5}$ k) $\frac{10^8}{2^8}$
l) $\frac{(-36)^5}{9^5} \cdot \frac{5^{10}}{1^{10}}$ m) $\frac{(-14)^{25}}{(-7)^{25}}$ n) $\frac{30^4}{(-3)^4}$ o) $\frac{-49^8}{(-7)^8}$

Sol: a) 40; b) 2; c) 146; d) 33; e) 8⁹; f) 12⁵; g) -4⁹; h) 5⁷; i) 2⁴; j) 3⁵; k) 5⁸; l) -10¹⁰; m) 2²⁵; n) 10⁴; o) -7⁸

14.- Una finca tiene forma cuadrada y su área mide 81 m². ¿Cuánto mide cada uno de sus lados?

Sol: 9 m.

15.- Escribe el producto de cien por mil como una única potencia.

Sol: 10⁵

16.- Un cine tiene el mismo número de filas que de columnas, y en total tiene 289 butacas. ¿Cuántas butacas tiene cada fila?

Sol: 17 butacas.

17.- Un rectángulo mide 120 m de largo y 30 m de ancho. Calcula el lado de un cuadrado que tenga la misma área.

Sol: 60 m.

18.- Lily va a colocar en su supermercado oriental 5 cajas de vasos en las que los vasos vienen ordenados en 5 filas de 5 vasos. Expresa como una única potencia el número de vasos a colocar y calcúlalo.

Sol: 5³=125 vasos.

19.- El patio de un centro escolar es cuadrado, y cada lado mide 60 m. Queremos ponerlo de terrazo, que mide 40 cm x 40 cm. Si cada pieza de terrazo vale 0,65 €, y por colocarlo cobran 3.000 €, ¿cuánto cuesta arreglar el patio?

Sol: 17.625 €.

20.- Un parque cuadrado, que tiene de superficie 7,84 ha, está plantado de pinos perfectamente alineados y distribuidos en filas y columnas. Si cada pino ocupa 49 m², ¿cuántos pinos hay en cada fila?

Sol: 40 pinos.

21.- Halla el área de una finca cuadrada que tiene 100 m de lado. Da el resultado en hectáreas.

Sol: 1 Ha.

22.- En una papelería hay 4 estanterías con 8 baldas en cada una de ellas y sobre cada balda, 16 libros. Expresa en forma de potencia el total de libros que hay en la papelería.

Sol: 2⁹=512 libros.

23.- ¿Es cierto que la suma de potencias de la misma base es otra potencia cuya base es la misma y cuyo exponente es la suma de los exponentes de los sumandos? Justifica la respuesta con un ejemplo

Sol: No

24.- Con 195 árboles se quiere formar un cuadrado de filas y columnas. ¿Cuántos árboles tiene que haber en cada lado? ¿Cuántos sobran? ¿Cuántos más serían necesarios para formar un cuadrado de un árbol más de lado?

Sol: 1 más.

25.- En la fiesta de cumpleaños de mi hermano pequeño había 128 caramelos para repartir. Después del reparto cada niño tenía tantos caramelos como niños había. Si sobraron 7 caramelos, ¿cuántos niños había?

Sol: 11 niños.

26.- La raíz cuadrada de un número es 37 y si el número fuese 44 unidades mayor su raíz cuadrada sería exacta. a) ¿Cuál es el número? b) ¿Cuántas unidades como mínimo habría que quitarle al número para que la raíz fuese también exacta?

Sol: a) 1.400; b) 31 unidades.

27.- El presupuesto para alicatar las cuatro paredes de una cocina cuadrada es de 900 €. Si las paredes son cuadradas y nos cobran a 25 € el metro cuadrado, ¿cuánto mide el lado de cada pared?

Sol: 3 m.

28.- Con cubitos se forman cubos mayores de lado 2, 3, 4 y 5. ¿Cuántos cubitos son necesarios en cada caso? Exprésalo en forma de potencias.

Sol: 2³, 3³, 4³ y 5³.

29.- Una mesa rectangular tiene el largo igual al doble del ancho. Si la superficie es de 512 cm², ¿cuál es el perímetro?

Sol: 96 cm.

30.- Escribe el producto de cien por mil como una única potencia.

Sol: 10⁵

31.- Una finca tiene forma cuadrada y mide 25 m de lado. Si el metro cuadrado se paga a 300 €, ¿cuánto vale la finca?

Sol: 187.500 €

32.- Calcula si existen estas raíces:

a) $\sqrt[3]{1}$ b) $\sqrt[3]{-1}$ c) $\sqrt[3]{64}$
d) $\sqrt[4]{625}$ e) $\sqrt[4]{-625}$ f) $\sqrt[4]{10.000}$

Sol: a) 1; b) -1; c) 4; d) 5; e) No; f) 10

33.- Calcula las siguientes raíces exactas:

a) $\sqrt{0,04}$ b) $\sqrt{0,49}$ c) $\sqrt{0,81}$
d) $\sqrt{0,0001}$ e) $\sqrt{0,0121}$ f) $\sqrt{0,1225}$

Sol: a) 0,2; b) 0,7; c) 0,9; d) 0,01; e) 0,11; f) 0,35

34.- Calcula utilizando las propiedades de las potencias:

a) $\frac{6^4 \cdot 8^2}{3^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4}$ b) $\frac{15^2 \cdot 4^2}{12^2 \cdot 10}$ c) $\frac{2^5 \cdot 4^3}{8^2 \cdot 16}$ d) $\frac{2^5 \cdot 3^5 \cdot 4}{2^5 \cdot 9^3}$

Sol: a) 72; b) 5/2; c) 2; d) 4/3

35.- Simplifica:

a) $\frac{1}{a} : \frac{1}{a^2}$ b) $\left(a : \frac{1}{a}\right)^3$ c) $\left(\frac{a}{b}\right)^4 \cdot \frac{b^3}{a^2}$ d) $\left(\frac{2}{4}\right)^3 : (2^{-1})^{-2}$

Sol: a) a; b) a⁶; c) a²/b; d) 2⁵

36.- Calcula utilizando las propiedades de las potencias:

a) $\frac{625^2 \cdot (25)^3 \cdot 5^4}{5^0 \cdot 125^2 \cdot (25^2)^3}$ b) $\frac{16 \cdot (32)^5 : 64}{1024^2}$ c) $\frac{27 \cdot (9^2)^4 \cdot 81}{729^4}$

Sol: a) 1; b) 8; c) 1/3

37.- Calcula utilizando las propiedades de las potencias:

a) $(-(-2^2)^3)^4 =$ f) $-(-2^2)^3 =$
b) $-27^2 : (-9)^3 =$ g) $100^5 : 10^3 =$
c) $(-10)^3 \cdot (-10)^4 \cdot 10^3 : 100^2 =$ h) $16^2 \cdot 8^3 : (-4)^3 =$
d) $1000^3 \cdot 100^5 : 10000 =$ i) $10^3 : (-10)^3 =$
e) $(-100)^3 \cdot (-1000) : (-10)^4 =$ j) $625 \cdot 25^2 : 125 =$

Sol: a) 2²⁴; b) 1; c) -10⁶; d) 10¹⁵; e) 10⁵; f) -2⁶; g) 10⁷; h) -2²³; i) -1; j) 5⁵.

38.- Calcula y simplifica:

a) $4 + \frac{1}{6} : \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) - \frac{8}{5} \cdot \sqrt{\frac{25}{16}} =$
b) $\sqrt{\frac{4}{16}} \cdot \left(\frac{24}{8} - \frac{5}{2}\right)^2 : \frac{2}{7} + 3 \cdot \frac{5}{7} =$
c) $\frac{2}{5} : \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{5} + \frac{2}{15}\right) \cdot \sqrt{\frac{9}{16}} + 1 : \left(-\frac{3}{4}\right)^2 =$
d) $-3 - \sqrt{\frac{4}{25}} \cdot \left[(-3) : \left(\frac{1}{5} : \frac{1}{10}\right)\right]^3 =$
e) $\left(4 + \frac{1}{3}\right)^3 : \sqrt{\frac{1}{4}} + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} - 3\right) =$
f) $\sqrt{\frac{16}{25}} - \frac{7}{2} + \left[\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 4 - \frac{1}{8}\right] =$
g) $\frac{8}{7} \cdot 4 - \left(\frac{6}{5}\right)^0 - \left(\frac{11}{8} + \sqrt{\frac{144}{25}} - 2\right) =$

Sol: a) 15/7; b) 289/112; c) 283/144; d) -33/20;
e) 17333/108; f) 137/40; g) 503/280