

Radicales

Departamento de Matemáticas

- 1.- Reducir a índice común los siguientes radicales:
 - **a)** $\sqrt[3]{4}, \sqrt{5}, \sqrt[4]{7}$ **b)** $\sqrt[4]{a^3}, \sqrt[6]{a^2}, \sqrt[3]{a^4}$ **c)** $\sqrt{b}, \sqrt[3]{a}, \sqrt[4]{ab}$ Sol: a) $\sqrt[12]{4^4}$, $\sqrt[12]{5^6}$, $\sqrt[12]{7^3}$ b) $\sqrt[12]{a^9}$, $\sqrt[12]{a^4}$, $a\sqrt[12]{a^4}$ c) $\sqrt[12]{b^6}$, $\sqrt[12]{a^4}$, $\sqrt[12]{b^3 \cdot a^3}$
- 2.- Extraer factores de los siguientes radicales:
- ³√16

- $\sqrt[3]{\frac{729}{512}}$ **f**) $\sqrt[3]{-125}$ **g**) $\sqrt[3]{\frac{b^6}{216}}$ **h**) $\sqrt[3]{\frac{-1}{27b^6}}$

- $\sqrt[5]{\frac{-32}{b^{10}}}$ **j**) $\sqrt[3]{\frac{216}{343}}$ **k**) $\sqrt{4x^6y^{12}}$
- 1)
- **m)** $\sqrt[3]{\frac{108a^9bc^{16}}{875d^4e^{-6}}} \frac{sol: a) 2\sqrt{2}; b) 2\sqrt[3]{2}; c) \frac{3}{2}\sqrt{3}; d) 8a^3b\sqrt{2ab}; e) \frac{9}{8}; f) 5;$
- 3.- Introduce los factores en el radical y simplifica
- $2x\sqrt{x}$ **b**)
- 3∛3
- c) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{9}$ d) $\frac{3}{8}\sqrt{\frac{2}{27}}x$
- **e)** $\frac{4x}{3}\sqrt{\frac{9}{4}}$ xy **f)** $3mx^2\sqrt{\frac{1}{3}}mx$ **g)** $\frac{2a}{3}\sqrt[3]{\frac{9a}{16}}$ **h)** $\frac{7}{2}\sqrt{\frac{8}{21}}$

Sol: a) $\sqrt{4x^3}$; b) $\sqrt[3]{3^4}$; c) $\sqrt[3]{\frac{8}{3}}$; d) $\sqrt{\frac{x}{96}}$; e) $\sqrt{4x^3y}$; f) $\sqrt{3m^3x^5}$; g) $\sqrt[3]{\frac{4}{6}}$; h) $\sqrt{\frac{14}{3}}$

- 4.- Simplifica:
- **a)** $\sqrt[3]{81b^7}$
- **b**) $\sqrt[5]{128 \text{m}^{10}}$
- c) $\sqrt[7]{256b^{14}c^{11}}$

- **d)** $\sqrt[4]{b^7m^3}$
- **e)** $\sqrt{2,\hat{7}b^3}$ **f)** $\sqrt[5]{\frac{1}{243}b^7m^{45}}$
- **g)** $\sqrt[3]{0,001b^7}$
- **h)** $\sqrt{324b^3x}$ **i)** $\sqrt[3]{\frac{8}{720}}b^5m^{14}$
- j) $\sqrt[5]{125}m^{10}c^{13}b^7$ k) $\sqrt[3]{\frac{216}{342}}m^{12}b^{15}c$ l) $\sqrt[5]{1024}m^{37}c^{18}$

Sol: a) $3b^2\sqrt[3]{3b}$; b) $2m^2\sqrt[5]{4}$; c) $2b^2c\sqrt[3]{2c^4}$; d) $b\sqrt[4]{b^3m^3}$; e) $\frac{5}{3}b\sqrt{b}$; f) $\frac{b}{3}m^9\sqrt[5]{b^2}$; g) $\frac{b^2}{10}\sqrt[3]{b}$;

- h) 18b \sqrt{bx} ; i) $\frac{2}{9}$ bm⁴ $\sqrt[3]{b^2m^2}$; j) m²c²b $\sqrt[5]{5^3}$ c³b²; k) $\frac{6}{7}$ m⁴b⁵ $\sqrt[3]{c}$; l) 4m⁷c³ $\sqrt[5]{m^2}$ c³
- 5.- Reducir al máximo los siguientes radicales:

- **b)** $\sqrt[10]{7^{18}}$ **c)** $\sqrt[20]{\left(\frac{3}{2}\right)^5}$ **d)** $\sqrt[16]{\frac{x^8y^{24}}{3^{32}}}$
- **e)** $\sqrt[12]{625}a^8b^{20}$ Sol: a) $\sqrt[3]{3^2}$ b) $7\sqrt[5]{7^4}$ c) $\sqrt[4]{\frac{3}{3}}$ d) $\frac{y\sqrt{xy}}{3^2}$ e) $b\sqrt[3]{5a^2b^2}$
- **6.-** Decir si los siguientes radicales son semejantes:

 - **a)** $3\sqrt{2},\sqrt{18}$ **b)** $2\sqrt{3},\sqrt{243},\sqrt{75}$ **c)** $\sqrt[3]{125a^4},\sqrt[3]{27a^7}$
- - Sol: Todos son semejantes.
- 7.- Calcular los siguientes productos:
 - a) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{7}$
- **b)** $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[4]{10}$
- **c)** $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a^2 b} \cdot \sqrt[6]{a^3 b^2}$
- b) $\sqrt[12]{3^6 \cdot 5^4 \cdot 10^3}$ Sol: a) $\sqrt[12]{2^4 \cdot 7^3}$
- 8.- Calcular los siguientes cocientes:

- Sol: a) $\sqrt[12]{2^5}$ b) 1 c) 1 d) 20
- 9.- Simplifica las siguientes expresiones:

 - **a)** $(2+\sqrt{7})(7-\sqrt{7})$ **b)** $(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})$
 - c) $\sqrt{8}(\sqrt{2}-5\sqrt{6}+\sqrt{18})$ d) $(2\sqrt{3}+5\sqrt{2})(7\sqrt{3}-2)$

- $\sqrt{13} + 3 \cdot \sqrt{13} 3$
- **f)** $(9\sqrt{5}-7)(9\sqrt{5}+7)$

Sol: a) $7+5\sqrt{7}$ b) 2 c) $16-20\sqrt{3}$ d) $42-4\sqrt{3}+35\sqrt{6}-10\sqrt{2}$ e) 2 f) 356

10.- Calcular las siguientes sumas:

a)
$$\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{27} - \sqrt{12}$$
 b) $\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{2} + \sqrt[4]{4} + \sqrt[6]{8} + \sqrt[4]{64}$

c) $5\sqrt[6]{8} - 3(\sqrt{4} + \sqrt[10]{32}) - 8\sqrt[8]{16} + \frac{1}{\sqrt{8}}$

Sol: a)
$$\frac{4}{3}\sqrt{3}$$
 b) $\frac{11}{2}\sqrt{2}$ c) $-\frac{1}{4}(23\sqrt{2}-24)$

- 11.- Realiza las siguientes sumas de radicales:
 - a) $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} 7\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{3} 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} 4\sqrt{3}$
 - c) $6\sqrt{2} 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} 5\sqrt{2}$ d) $2\sqrt{5} + 7\sqrt{5} 3\sqrt{5} + 8\sqrt{5}$
 - e) $3\sqrt{2} 4\sqrt{8} + 5\sqrt{50} 3\sqrt{32}$
- f) $\sqrt{75a^3b^2} + \sqrt{3ab^4}$
- Sol: a) $5\sqrt{2}$; b) 0; c) $3\sqrt{2}$; d) $14\sqrt{5}$; e) $8\sqrt{2}$; f) $(5ab+b^2)\sqrt{3a}$
- **12.-** Opera:
 - a) $2\sqrt{20} + 4\sqrt{80} 5\sqrt{180} + 3\sqrt{125} + 5\sqrt{45} 4\sqrt{5} =$
 - b) $\frac{1}{4}\sqrt{128} + 6\sqrt{512} \frac{1}{2}\sqrt{32} 3\sqrt{98} + 4\sqrt{8} 7\sqrt{2} =$
 - c) $\frac{3}{5}\sqrt{20} + \frac{1}{5}\sqrt{80} + \frac{1}{2}\sqrt{180} 6\sqrt{45} + 4\sqrt{245} \sqrt{5} =$
 - d) $\frac{4}{3}\sqrt{27} \frac{1}{3}\sqrt{243} + \sqrt{75} 2\sqrt{48} 8\sqrt{108} + \sqrt{3} =$
 - e) $5\sqrt{44} 3\sqrt{275} + 6\sqrt{396} \sqrt{1331} + 8\sqrt{539} =$
 - f) $73\sqrt{28} 40\sqrt{63} + 5\sqrt{343} 25\sqrt{7} + 4\sqrt{112} =$

Sol: a) $16\sqrt{5}$; b) $76\sqrt{2}$; c) $14\sqrt{5}$; d) $-49\sqrt{3}$; e) $76\sqrt{11}$; f) $52\sqrt{7}$

- 13.- Racionaliza las siguientes expresiones:
 - **a)** $\frac{a}{\sqrt{m}}$ **b)** $\frac{5}{\sqrt{3}}$ **c)** $\frac{a}{a+\sqrt{b}}$

- **e**) $\frac{5}{2\sqrt[3]{5}}$ **f**) $\frac{m}{a\sqrt[5]{m^2}}$ **g**) $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ **h**) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$
- m) $\frac{4}{\sqrt{5}-1}$ n) $\frac{3}{3+\sqrt{6}}$ ñ) $\frac{3}{4-\sqrt{13}}$
- i) $\frac{\sqrt{3+a}}{\sqrt{3-a}}$ j) $\frac{3}{5\sqrt[5]{3^2}}$ k) $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ l) $\frac{2\sqrt{x}-2\sqrt{y}}{2\sqrt{y}-2\sqrt{x}}$
- **p**) $\frac{3}{2\sqrt[4]{3^3}}$ **q**) $\frac{7}{3\sqrt[6]{7^4}}$ **r**) $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{x}}{\sqrt{x} \sqrt{a}}$ **s**) $\frac{\sqrt{a} \sqrt{b}}{\sqrt{b}}$
- Sol: $a)\frac{a\sqrt{m}}{m}$; $b)\frac{5\sqrt{3}}{3}$; $c)\frac{a^2-a\sqrt{b}}{a^2-b}$; $d)1+\sqrt{3}$; $e)\frac{\sqrt[3]{5^2}}{2}$; $f)\frac{\sqrt[5]{m^3}}{a}$; $g)\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$
 - h) $4 + \sqrt{15}$; i) $\frac{\sqrt{9-a^2}}{3-a}$; j) $\frac{\sqrt[5]{3^3}}{5}$; k) $\sqrt{5} + \sqrt{3}$; l) -1; m) $\sqrt{5} + 1$; n) $\frac{\sqrt{6}}{3}$;
 - $\bar{n}) \ 4 + \sqrt{13} \ ; o) \ \frac{(a+b) \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{b})}{a-b}; p) \ \frac{\sqrt[4]{3}}{2}; \ q) \ \frac{\sqrt[3]{7}}{3}; \ r) \ \frac{a+x+2\sqrt{ax}}{x-a}; \ s) 1$
- **14.-** Calcula el valor de estas expresiones:
- $a)\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\frac{2}{\sqrt{3}-1}-\frac{4}{\sqrt{5}-1} \quad b)\frac{3}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}+\frac{2}{\sqrt{3}+1}-\frac{5}{\sqrt{6}+1}$ $\text{c) } \frac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}+1} - \frac{6}{\sqrt{7}+1} \quad \text{d)} \frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} - \frac{3}{\sqrt{7}-2} - \frac{1}{\sqrt{5}-2}$

- **15.-** Calcula:
 - $2\sqrt{8} 3\sqrt[4]{64} 2\sqrt[6]{512} 5\sqrt{32} + 7\sqrt[8]{4096} 3\sqrt[10]{32768} =$



Departamento de Matemáticas



Radicales

16.- Calcula y simplifica estas expresiones:

a)
$$\sqrt{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt{\frac{125}{27}}$$

$$\sqrt{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt{\frac{125}{27}}$$
 b) $\frac{12}{35} \cdot \sqrt{\frac{98}{5}} \cdot \sqrt{\frac{125}{8}}$

c)
$$\frac{21}{5} \cdot \sqrt{\frac{5}{7}}$$

c)
$$\frac{21}{5} \cdot \sqrt{\frac{5}{7}}$$
 d) $\sqrt{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\frac{6}{5}} \cdot \sqrt{\frac{14}{15}} \cdot \sqrt{\frac{21}{11}}$

Sol: a)
$$\frac{5}{3}$$
 b) 6 c) $\frac{3\sqrt{35}}{5}$ d) $\frac{21}{55}\sqrt{11}$

d)
$$\frac{21}{55}\sqrt{11}$$

17.- Calcula:

$$\mathbf{a)} \frac{\left(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}\right) \cdot \left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right)}{\sqrt{6}}$$

a)
$$\frac{\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{\sqrt{6}}$$
 b) $\frac{\left(2\sqrt{5}+3\sqrt{10}\right)\cdot\left(\sqrt{10}-\sqrt{5}\right)}{4-\sqrt{2}}$

c)
$$\frac{\left(4\sqrt{6}+2\sqrt{3}\right)\left(3\sqrt{6}-2\sqrt{3}\right)}{2\left(10-\sqrt{2}\right)}$$
 d) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

d)
$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

Sol: a) 1; b) 5; c) 3; d) -1

18.- Calcula:

a)
$$\frac{\left(2\sqrt{45} + \frac{3}{2}\sqrt{72}\right) \cdot \left(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}\right) \cdot 10\sqrt{5}}{2\sqrt{180}}$$

b)
$$\frac{\left(2\sqrt{54} - 6\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{6} + \sqrt{3}\right)}{\sqrt{1 + \sqrt{5} + \sqrt{10 + \sqrt{36}}}}$$

c)
$$\left(\frac{\sqrt{6}+1}{\sqrt{6}-1} - \frac{\sqrt{6}-1}{\sqrt{6}+1}\right) \cdot \frac{5\sqrt{24}}{8}$$

d)
$$\left(\frac{2\sqrt{6}+\sqrt{3}}{2\sqrt{6}-\sqrt{3}}-\frac{2\sqrt{6}-\sqrt{3}}{2\sqrt{6}+\sqrt{3}}\right)\cdot 14\sqrt{2}$$

e)
$$\left(\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1} - \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}\right)^2 : 6$$

$$\mathbf{f)} \quad \frac{\left(5\sqrt{\frac{1}{2}} + 3\sqrt{\frac{1}{8}}\right) \cdot \left(4\sqrt{2} - 3\sqrt{\frac{1}{2}}\right)}{\frac{1}{8}}$$

g)
$$\frac{(2\sqrt{2} + 5\sqrt{3})^2 - (5\sqrt{3} - 2\sqrt{2})^2}{2\sqrt{24}}$$

$$\mathbf{h)} \quad \frac{\frac{3}{4}\sqrt{6} - 4\sqrt{\frac{27}{32}} + 5\sqrt{\frac{75}{2}}}{\sqrt{\frac{3}{8}}}$$

Sol: a) 5; b) 9; c) 6; d) 32; e) 2; f) 130; g) 10; h) 47

19.- Calcula:

a)
$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{\frac{9}{8}} - \sqrt{\frac{1}{2}}}{\frac{\sqrt{2}}{8}}$$

a)
$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{\frac{9}{8}} - \sqrt{\frac{1}{2}}}{\frac{\sqrt{2}}{8}}$$
 b) $\frac{3\sqrt{15} - 4\sqrt{\frac{3}{5}} + \sqrt{60}}{2\sqrt{\frac{3}{20}}}$

20.- Calcula:

a)
$$\left(\frac{\frac{1}{4}\sqrt{6}\cdot2\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{27}}\right)^{2}$$
 b) $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{\frac{8}{5}}+\sqrt{40}}{\frac{1}{\sqrt{10}}}$

b)
$$\frac{\sqrt{10} - \sqrt{\frac{8}{5}} + \sqrt{40}}{\frac{1}{\sqrt{10}}}$$

Sol: a) 3; b) 26

Sol: a) 10; b) 21

21.- Calcula:

a)
$$\left(\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} - \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right) : \sqrt{8}$$

a)
$$\left(\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} - \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right) : \sqrt{8}$$
 b) $\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{4}{\sqrt{5}-1}$

22.- Calcula:

$$\frac{\left(3\sqrt{6}+5\sqrt{3}\right)\cdot\left(3\sqrt{54}-3\sqrt{27}\right)}{1\ +\ 2\sqrt{2}}$$

Sol: 27

23.- Calcula:

$$\frac{\left(2\sqrt{150} + 2\sqrt{8}\right)\left(5\sqrt{6} - 2\sqrt{2}\right) \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{10082}}$$

Sol: 4

24.- Calcula:

$$\frac{\left(3\sqrt{20}+2\sqrt{27}\right)\cdot\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}{\frac{1}{4}\sqrt{6}\cdot\frac{2}{5}\sqrt{150}}$$

Sol: 4

25.- Calcula:

a)
$$\frac{9\sqrt{72}-3\sqrt{18}+12\sqrt{98}}{\sqrt{\frac{9}{2}}}$$
; b) $\frac{6\sqrt{18}-3+9\sqrt{98}}{\sqrt{\frac{9}{2}}}$
Sol: a) 86; b) 52- $\sqrt{2}$

26.- Calcula:

$$\frac{2\sqrt{72} - 3\sqrt{50} + 4\sqrt{32} + 2\sqrt{98}}{\frac{54}{25}\sqrt{\frac{25}{2}}}$$

Sol: 5

27.- Calcula:

a)
$$\frac{4\sqrt{80} - \sqrt{20} + 5\sqrt{125} - 5\sqrt{5}}{17\sqrt{\frac{1}{5}}}$$
 b) $\sqrt{\frac{\sqrt[3]{\left(\frac{1}{27}\right)^{-2} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{1}{64}\right)^{-2}}}}{0,25}}$

Sol: a) 10; b) 24

28.- Calcula:

$$\frac{\left[\left(4\sqrt{50} - 3\sqrt{72}\right) \cdot \left(5\sqrt{2} + \sqrt{18}\right)\right] \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{32} - \sqrt{8}}$$

Sol: 16

29.- Calcula:

a)
$$\left(\sqrt[3]{\sqrt[7]{\sqrt{a^2b^3}}}\right)^{18}$$
;

a)
$$\left(\sqrt[3]{7\sqrt{a^2b^3}}\right)^{18}$$
; **b)** $\left(\sqrt[4]{\left(\sqrt[3]{\left(\sqrt{ab}\right)^5}\right)^6}\right)^{6}$ **c)** $\sqrt[3]{a^4b\sqrt[6]{a^3b^2}}$; **d)** $\sqrt{abc\sqrt[4]{a^3b^3c^2}} \cdot \sqrt[3]{a^5b^5}$

d)
$$\sqrt{abc\sqrt[4]{a^3b^3c^2}} \cdot \sqrt{\sqrt[3]{a^5b^3c^3}}$$

e)
$$\sqrt[5]{a^5bc^4\sqrt[6]{a^3b^3c^9}}$$
;

f)
$$\left(\sqrt{(1+x)\sqrt[6]{(1+x)^2}}\right)^2$$

g)
$$\sqrt[3]{a^2b^5} \sqrt[4]{a^3b^7} \sqrt{a^5b \sqrt[5]{a^7b^3}}$$

Sol: $a) b\sqrt[7]{a^6 \cdot b^2}$; $b) a^2 \cdot b^2 \sqrt{ab}$; $c) a^{1}\sqrt[8]{a^9 \cdot b^8}$; $d) ab^{2}\sqrt[4]{a^{17} \cdot b^{17} \cdot c^{18}}$; $e) ac^{1}\sqrt[6]{a \cdot b^3 \cdot c}$; $f) x^2 + 2x + 1$; $g) ab^2 \cdot \sqrt[6]{a^{11} \cdot b^{19}}$

30.- Expresa en forma de potencia única:

$$\textit{a})\frac{1}{4^{-1}}\cdot \sqrt[5]{\frac{1}{125}}\cdot \sqrt[5]{0,5}\cdot \frac{1}{\sqrt[5]{25^3}}$$

a)
$$\frac{1}{4^{-1}} \cdot \sqrt[5]{\frac{1}{125}} \cdot \sqrt[5]{0,5} \cdot \frac{1}{\sqrt[5]{25^3}}$$
 b) $9^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{27}} \cdot \sqrt[4]{2 \cdot 8^{-2}} \cdot \frac{1}{\left(\sqrt{3}\right)^1}$

Sol: a) $\left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{9}{5}}$; b) $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{9}{4}}$