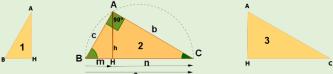
Semejanza 4 ESO

Problemas de Semejanza Departamento de Matemáticas

http://selectividad.intergranada.com

♠ Dado el triángulo rectángulo BAC (2) apoyado sobre su hipotenusa, a. Si trazamos la altura, h, sobre la hipotenusa, ésta queda partida en dos segmentos m y n que son las proyecciones sobre ella de los catetos b y c respectivamente. Además divide el triángulo rectángulo en otros dos que también son rectángulos: el BHA (1) y el AHC (3).



Si comparamos los triángulos 1 y 3 se deduce el teorema de la altura.

Teorema de la Altura: En todo triángulo rectángulo, la altura (h) relativa a la hipotenusa es igual al producto de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa. $(n \ y \ m)$.

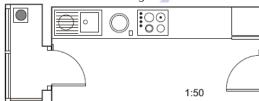
$$h^2 = m \cdot n$$

★ Si comparamos los triángulos 1 y 2 se deduce el teorema del cateto.

Teorema del Cateto: En todo triángulo rectángulo el cuadrado de cualquier cateto es igual al producto de la hipotenusa por la proyección de dicho cateto sobre ella.

$$c^2 = a \cdot n$$
 $b^2 = a \cdot m$

O1.- Lorena presenta este plano de su cocina junto con el tendedero a una empresa de reformas. ¿De qué superficie dispondrá si decide unir la cocina y el tendedero? Sol: 7,43 m².



O2.- En una fotografía, María y Fernando miden 2,5 cm y 2,7 cm, respectivamente; en la realidad, María tiene una altura de 167,5 cm. ¿A qué escala está hecha la foto? ¿Qué altura tiene Fernando en la realidad?

O3.- Una empresa de construcción ha realizado la maqueta a escala 1:90 de un nuevo edificio de telefonía móvil, con forma de pirámide cuadrangular. En la maqueta, la altura de la pirámide es de 5,3 dm y el lado de la planta es de 2,4 dm. Calcula el volumen real del edificio expresando en metros cúbicos el resultado.

Sol: 7.418,304 m³.

O4.- Se quiere enmarcar una fotografía de dimensiones 6 cm x 11 cm. Calcula las dimensiones del marco para que la razón entre el área del marco y el área de la fotografía sea 25/16.

Sol: 7,5 cm x 13,75 cm.

O5.- En un mapa, de escala 1:250 000, la distancia entre dos pueblos es de 1,3 cm. a) ¿Cuál es la distancia real entre ambos pueblos? b) ¿Cuál sería la distancia en ese mapa, entre otros dos pueblos que en la realidad distan 15 km?

Sol: a) 3,25 km; b) 6 cm.

O6.- En un mapa, dos poblaciones aparecen separadas 7,5 cm. ¿Cuál será la escala de ese mapa si la distancia real entre ambas poblaciones es de 153 km? En ese mismo mapa, ¿cuál sería la distancia real entre dos poblaciones que distan 12,25 cm?

Sol: 249,9 km.

O7.- Una piscina tiene 2,3 m de ancho; situándonos a 116 cm del
horde, desde una altura de 1,74 m observamos que la visual une

borde, desde una altura de 1,74 m, observamos que la visual une el borde de la piscina con la línea del fondo. ¿Qué profundidad tiene la piscina?

O8.- Dos farmacias se encuentran en un mismo edificio por la misma cara. Cristina, que está en el portal del edificio de enfrente, quiere comprar un medicamento. Observa la figura 1 e indica cuál de las dos farmacias está más cerca de Cristina haciendo los cálculos que correspondan. ¿A qué distancia está Cristina del quiosco?

O9.- Entre Sergio, de 152 cm de altura, y un árbol, hay un pequeño charco en el que se refleja su copa. Calcula la altura de dicho árbol sabiendo que las distancias que separan a Sergio del lugar de reflejo en el charco y del árbol son de 3,2 m y 10,7 m, respectivamente.

10.— Se quiere construir un parterre con forma de triángulo rectángulo. Se sabe que la altura y la proyección de un lado sobre el lado mayor (hipotenusa) miden 15,3 m y 8,1 m, respectivamente. Calcula el perímetro del parterre. Sol: 87,01 m.

11.— Calcula la altura de una casa sabiendo que en un determinado momento del día proyecta una sombra de 3,5 m y una persona que mide 1,87 m tiene, en ese mismo instante, una sombra de 85 cm.

Sol: 7,7 m.

12.- En un triángulo rectángulo se inscribe un rectángulo cuya base es dos veces su altura. Los catetos del triángulo miden 5 cm y 7 cm, respectivamente. Calcula las dimensiones del rectángulo.

Sol 2,06 x 4,12 cm.

13.- Una torre mide 100 m de altura. En un determinado momento del día, una vara vertical de 40 cm arroja una sombra de 60 cm. ¿Cuánto medirá la sombra proyectada en ese instante por la torre?

14.- Un ortoedro cuyas aristas miden 5 cm, 10 cm y 15 dm, respectivamente, es semejante a otro ortoedro de 24,576 m3 de volumen. ¿Cuáles son las dimensiones de este segundo ortoedro?

Sol: a=0,75; b=2,49 y c=22,39 m

15.- Calcula el volumen de un tronco de cono de 9 cm de altura si sus bases tienen radios 20 y 8 cm.

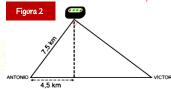
Sol: 5.881,06 cm³.

16.— Un barco se halla entre dos muelles separados (en línea recta) 6,1 km. Entre ambos se encuentra una playa situada a 3,6 km de uno de los muelles. Calcula la distancia entre el barco y los muelles sabiendo que, si el barco se dirigiera hacia la playa, lo haría perpendicularmente a ella. ¿Qué distancia hay entre el barco y la playa? (NOTA: El ángulo que forma el barco con los dos muelles es de 90).

17.— Antonio y Víctor tienen sus casas en la misma acera de una calle recta. Todos los días van a un polideportivo que forma triángulo rectángulo con sus casas. Observa la figura 2 y responde: a) ¿A qué distancia está la casa de Víctor del polideportivo?; b) ¿Qué distancia separa ambas casas?

Sol: a) 10 km. B) 12,5 km.

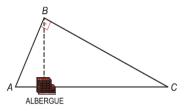




18.- Para medir la altura de una montaña, Pedro, de 182 cm de altura, se sitúa a 2,3 m de un árbol de 3,32 m situado entre él y la montaña de forma que su copa, la cima de dicha montaña y los ojos de Pedro se encuentran en línea. Sabiendo que Pedro se encuentra a 138 m del pie de la montaña, calcula su altura.

Sol: 91,82 m.

19.- El siguiente dibujo muestra el circuito que hace un corredor que parte de A. Calcula la longitud del circuito sabiendo que AC=5 km y la distancia de B al albergue es de 2,4 km.



20.- Un triángulo rectángulo de 60 cm² de área tiene un cat<mark>eto que mide</mark> 8 cm. ¿Cuánto mide la altura sobre la hipotenusa?

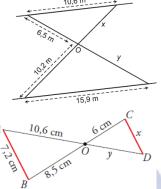
Sol: 7,06 cm.

http://selectividad.intergranada.com

21.- Dos caminos paralelos se unen entre sí por dos puentes, que a su vez se cortan en el punto O. Teniendo en cuenta las medidas de la figura, calcula la longitud de los dos puentes.

Sol: x=6,8 m e y=9,75 m.

22.- Observa esta figura, en la que el segmento AB es paralelo a CD. a) Di por qué son semejantes los triángulos OAB y ODC. b) Calcula x e y. Sol: x=5,08 cm; y=7,48 cm.



23.— Calcula la altura de un edificio que proyecta una sombra de 47 m en el mismo momento que la sombra de Alberto, de altura 1,80 m, mide 3 m. Sol: 28,2 m.

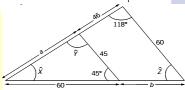
24.- Los lados de dos pentágonos regulares miden 7 cm y 5 cm, respectivamente. ¿Son semejantes? En caso afirmativo calcula la razón de semejanza entre sus áreas.

Sol: 49/25.

25.— Se quiere enterrar un cable por el exterior de un terreno triangular de vértices A, B y C, rectángulo en B. Se sabe que AC=35, 36 m y la altura sobre AC es 15,6 cm. Calcula la cantidad de cable que se necesita y cuánto costará, sabiendo que el precio es de 0.3 €/m. Sol: P=83,81 m; 25,16 €

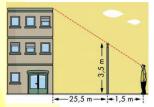
26.— Un arquitecto ha hecho una maqueta a escala 1:100 de un edificio destinado a oficinas, con forma de cubo cuya arista mide 70 m. Calcula la superficie de la planta y el volumen que el edificio tendrá en la maqueta.

Sol: a) 0,49 m²; b) 0,343 m³



27.– En la figura de la izquierda, halla el valor de los ángulos X,Y,Z y de los lados a y b.

Sol: $X=17^\circ$; $Y=118^\circ$; $Z=45^\circ$; a=138; b=20.



28.- Para medir la altura de la casa, Álvaro, de 165 cm de altura, se situó a 1,5 m de la verja y tomó las medidas indicadas. ¿Cuánto mide la casa?

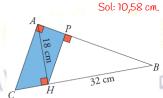
29.- Tenemos un cono inscrito en una esfera de radio 11 cm. ¿Cuál

será el radio de la base del cono, si su altura es de 14 cm?

30.- En el triángulo ABC, rectángulo en A, conocemos AH= 18 cm y HB= 32 cm.

a) Calcula los segmentos CH, CB, AC, AB, AP y PH.

b) Halla el área y el perímetro del trapecio APHC.



Sol: CH=10,13; CB=42,13; AB=36,72; AP=8,83; PH=15,69; Per=55,3; A=160,44

31.- Sobre una esfera de 20 cm de radio se encaja un cono de 30 cm de altura. Halla el área del casquete esférico que determina el cono.

Sol: 400π cm²

32. – Una de las diagonales de un rombo mide 24 cm y el radio del círculo inscrito en dicho rombo es 8 cm. Calcula el perímetro y el área del rombo.

Sol: P=64,4 cm y A=257,52 cm²

33.- Enuncia el teorema de la altura y aplícalo para calcular la altura de un triángulo en el que las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa miden 8 cm y 10 cm.

Sol: h=8,94 cm.

34.- Halla el volumen de un florero en forma de tronco de pirámide de bases cuadradas de 8 y 12 cm de lado, y altura 16 cm.

35.— Un poste está sujeto al suelo con dos alambres que forman un ángulo recto en su unión. Si la distancia de cada alambre a la base del poste es de 7 y 9 metros. ¿Cuánto alambre se ha utilizado? ¿A qué altura está atado el poste?

Sol: 22,58 m de alambre. A 7,94 m de altura.

36. - Calcula el volumen de los siguientes cuerpos:





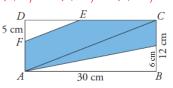




Sol: a) 448,06 cm³; b) 94,23 cm³; c) 214,5 cm²; d) 423,9 cm³

37.- Dada la figura de la derecha, si el segmento DF mide 5 cm, ¿cuál es el área y el perímetro del pentágono FECGA?

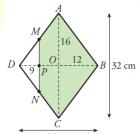
Sol: A=238,75 cm²;P=74,56 cm.



38.— Queremos construir un ortoedro de volumen 36.015 cm³ que sea semejante a otro de dimensiones 25 x 15 x 35 cm. ¿Cuánto medirán sus aristas? Sol: 35 x 21 x 49

39. – Calcular área y perímetro del pentágono MABCN.

Sol: P=74 cm; A=276 cm².



40.- Los lados de un triángulo ABC miden: AC= AB= 36 cm, CB= 42 cm. Desde un punto M de AB se traza una paralela a AC, que corta al lado BC en un punto N. ¿Cuánto deben medir los lados del triángulo MBN para que su área sea 1/9 de la del triángulo ABC?

Sol: MB = MN = 12 cm; NB = 14 cm

41.— Una esfera apoyada en el suelo proyecta una sombra que llega hasta 10 m del punto donde la esfera toca el suelo. En ese momento, un poste vertical de 1 m de alto produce una sombra de 1 m. Calcula el radio de la esfera.

Sol: 4,14 cm

42.- En el cuadrado de la figura de la derecha ABCD, E es el punto medio del lado AB, y F, el punto medio de BC. Si el lado del cuadrado mide 2 cm, ¿cuál es el área del cuadrilátero EPFB?

Sol: 4/5 cm²

43.- En un triángulo rectángulo, la altura relativa a la hipotenusa divide a ésta en dos segmentos de longitudes 5 y 14 cm. Halla el área de dicho triángulo.

Sol: 79,5 cm².

44.— En un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide 10 cm y la proyección del cateto b sobre el mide 3,6 cm. Dibuja dicho triángulo con todas sus medidas, b, c, n, h.

Sol: b=6, n=6,4; c=8; h=4,8 cm.

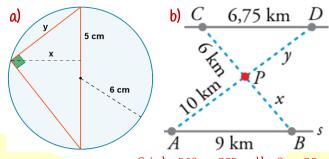
45.- Calcula el perímetro de un triángulo rectángulo del que se conoce la medida de los segmentos en que la altura divide a la hipotenusa, que son m=8 y n=2 cm.

Sol: D=6, n=6,4; c=8; h=4,8 cm.

45.- Calcula el perímetro de un triángulo rectángulo del que se conoce la medida de los segmentos en que la altura divide a la hipotenusa, que son m=8 y n=2 cm.

Sol: D=6, n=6,4; c=8; h=4,8 cm.

46.- Calcula los valores de x e y en las siguientes figuras:



Sol: a) x=5,92 e y=7,75 cm; b) x=8 e y=7,5 cm