# **Progresiones**

Departamento de Matemáticas

http://selectividad.intergranada.com © Raúl González Medina

## Progresiones Aritméticas:

Son sucesiones en las que cada término se consigue sumando al anterior una misma cantidad, d, llamada diferencia. Su término general es de la forma:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

La suma de los n primeros términos de una progresión aritmética es la semisuma del primer y el último término y multiplicando por n.

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

1.- En las siguientes P.A., hallar: a) El término 20 en: 1, 6, 11, 16... **b**) El término 6 en: 3, 7, 11, 15.. **c**) El término 12 en: -4, 0, 4, 8... **d)** El término 10 en: 2, 5, 8, 11...

Sol: a) 96; b) 23; c) 40; d) 29

2.- Halla los términos a<sub>4</sub>, a<sub>7</sub>, a<sub>2</sub>, a<sub>10</sub> de las sucesiones: a)  $a_n=3n-2$ . **b)**  $a_n=n^2-1$ . **c)**  $a_n=4n-3$ . **d)**  $a_n=2n+3$ Sol: a) 10,19,4,28; b) 15,48,3,99 c)13,25,5,37; d) 11,17,7,23

**3.-** Hallar el término  $a_{10}$  en una P.A. en la que  $a_1=5$  y la diferencia es d=-3.

Sol: -22

**4.-** Calcula el término general de las sucesiones:

**a)** -1,1,3,5,7,9

**b)** 3,6,9,12,15,18

**c)** 5,6,7,8,9

**d)** -2,0,2,4,6

Sol: a) 2n-3; b) 3n; c) n+4; d) 2n-4

5.- Calcula el primer término de una P.A. que consta de 10 términos, si se sabe que el último es 34 y la d=3.

**6.-** En una P.A.  $a_{12} = -7$  y d = -2. Hallar  $a_1$ .

Sol: 15

**7.-** En una P.A.  $a_{20}$ =-33 y  $a_{12}$ =-28, hallar  $a_1$  y d.

Sol:  $a_1 = -169/8$ ; d = -5/8

**8.-** En una P.A. d=5 y  $a_{25}=110$ , hallar  $a_{20}$ .

Sol:  $a_{20} = 85$ 

es 8 y el último 36, si la diferencia es 2. 10.- Interpola los términos que se indican en cada

**9.-** ¿Cuántos términos tiene una P.A. cuyo primer término

apartado: a) Cuatro entre 7 y 17. b) Cinco entre 32 y 14. c) Seis entre -18 y 17

Sol: a) 9,11,13,15; b) 29,26,23,20,17; c) -13,-8,-3, 2,7,12 11.- Interpolar los términos que se indican, de modo que resulte una P.A.: a) Cuatro términos entre 15 y 30. b) Cuatro términos entre 15 y 5. c) Seis términos entre 3 y 38. **d)** Cinco términos entre 1 y 25

Sol: a) d = 3; b) d = -2; c) d = 5; d) d = 4

**12.-** Si entre los números 8 y 16 hay tres medios aritméticos. ¿Cuál es la diferencia?

**13.-** Calcula la diferencia de la progresión aritmética, sabiendo que entre 12 y 52 hay tres medios aritméticos.

Sol: 10 **14.-** Calcula el término a<sub>15</sub> de una progresión aritmética

donde el primer término es 3 y la diferencia 5.

**15.-** Halla la suma: **a)** De los 10 primeros términos de: 1, 6, 11... b) De los 30 primeros términos de: 1/2, 3/4, 1... Sol: a)  $a_{10}$ =46, S=235: b)  $a_{30}$ =31/4, S=495/4.

16.- Halla la suma de los 12 primeros términos de una progresión aritmética sabiendo que  $a_3=7$  y  $a_{10}=21$ .

Sol: 5.050

**17.-** Halla la suma de los 100 primeros números naturales: 1, 2, 3, ...., 100.

**18.-** Halla la suma de los nº pares: 2, 4, 6, ..., 100.

Sol: 2550

19.- Halla la expresión del n-ésimo número par y la suma de los n primeros números pares:

Sol: a) 2n; b) (1+n)n

20.- Halla la expresión del n-ésimo número impar y la suma de los n primeros números impares.

Sol: a) 2n-1; b) n<sup>2</sup>

21.- Halla la expresión del n-ésimo múltiplo de 3 y la suma de los n primeros números.

Sol: a) 3n; b) [(3+3n)n]/2

22.- ¿Cuantos términos hay que sumar de la progresión aritmética 4, 8, 12,... para obtener como resultado 220.

Sol: 10 términos.

23.- La suma de los términos de una progresión aritmética limitada es 169 y su término central vale 13. Hallar el número de términos de la progresión.

Sol: n = 13

**24.-** La suma de x números naturales consecutivos tomados a partir de 35 es 1820. Calcular x.

25.- ¿Cuántos números impares consecutivos a partir de 1 es preciso tomar para que su suma sea igual a 1521?.

**26.-** Se consideran 12 términos consecutivos de una P.A. La diferencia de los dos extremos es 55, y la suma del cuarto y octavo 56. Halla los extremos.

Sol:  $a_1 = 3$ ,  $a_{12} = 58$ .

**27.**- Se consideran 10 términos consecutivos de una P.A. Los dos extremos suman 22 y el producto del tercero y el cuarto es 48. Halla dichos términos.

Sol: d = 2, sucesión: 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...

28.- La suma de tres números en progresión aritmética es 24 y su producto 440. Halla dichos números.

29.- El alquiler de una bicicleta cuesta 1,5€ la primera hora y 0,3 € más cada nueva hora. a) ¿Cuál es el precio total del alquiler de 2, 3, 4, ..., n horas? **b)** ¿Cuántas horas ha tenido alquilada una bici Andrés si ha pagado 4,5 €?

Sol: a) 1,2+0,3n; b) 11 horas.

30.- El cateto menor de un triángulo rectángulo mide 15 m. Calcular sus otros lados si los tres forman una P.A.

Sol: 15, 20 y 25 m.

**31.-** Un nadador, se somete al siguiente entrenamiento: 11 largos de piscina el primer día y cada día que pase aumenta en tres largos. ¿Cuántos largos hizo en seis días? ¿Cuántos largos hará en 40 días?

Sol: a) S<sub>6</sub>=111 largos; b) S<sub>40</sub>=2780 largos

32.- Se quiere construir un tejado de forma que en la primera fila haya 10 tejas, en la segunda 11, y así sucesivamente, hasta un total de 20 filas de tejas. ¿Cuántas tejas se necesitan?

Sol: 390 tejas

**33.-** ¿Cuánto dinero llevaba a sus vacaciones una persona si el primer día gastó 210 €, fue disminuyendo gastos en 10 € por día y el dinero le duró 20 días?

Sol: 2.300 €

**34.-** Calcular las dimensiones de un ortoedro sabiendo que están en progresión aritmética., que suman 24 m. y que el volumen del ortoedro es 384 m<sup>3</sup>.

Sol: 4 x 8 x 12 metros

**35.-** Tres números forman una PA. Sabiendo que la suma del primero y del tercero es 20, calcular el segundo.

Sol: 10

# **Progresiones**

http://selectividad.intergranada.com © Raúl González Medina

#### Progresiones Geométricas:

Son sucesiones en las que cada término se consigue multiplicando el anterior por una misma cantidad, r, llamada razón. Su término general es:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

La suma de los n primeros términos de una progresión geométrica se calcula mediante:

$$S_n=\frac{a_n\cdot r-a_1}{r-1}=\frac{a_1\cdot r^n-a_1}{r-1}=\frac{a_1\left(r^n-1\right)}{r-1}$$
 La suma de todos los términos de una progresión

geométrica en la que su razón verifique: 0 < |r| < 1, se expresa como  $S_{\infty}$  y se calcula:

$$S_{\infty} = \frac{a_1}{1-r}$$

**36.-** Prueba cuales de las siguientes sucesiones son progresiones geométricas y cuáles no. Y de las que sean calcula su razón. **a)** 5, 5/3, 5/9, 5/27,...**b)** 3, 12, 60, ... **c)** 54, 36, 24, 16, ...

Sol: a) Si r=1/3; b) No; c) Si r=2/3

37.- Hallar el término décimo de la progresión: 2, 4, 8, .

Sol:  $a_{10} = 2^{10}$ 

**38.-** Hallar el décimo término de la progresión: 1/64, 1/32, 1/16, ...

Sol: r = 2,  $a_{10} = 8$ 

**39.-** Determinar los seis primeros términos de una P.G. si los dos primeros valen 5 y 3, respectivamente.

Sol: 5, 3, 9/5, 27/25, 81/125, 243/625

**40.-** El término a<sub>5</sub> de una progresión geométrica vale 324 y la razón vale 3. Hallar el primer término.

 $a_{10}$ =1.536. Hallar el primer término y la razón. Sol:  $a_1 = 3$ , r = 2

**42.-** En una P.G.  $a_{10}=64$  y la r=1/2. Hallar  $a_8$ 

**43.-** Indica la razón de las siguientes progresiones:

**a)** 1, 4, 16, 64... **b)** 3, -9, 27, -81... **c)** -2, 10, -50, 250...

**d)** 27, 9, 3, 1.... **e)** 2, 1/2, 1/8, 1/32... **f)** 24, -8, 8/3, -8/9... Sol: a) 4; b) -3; c) -5; d) 1/3; e) 1/4; f) -1/3

**44.-** Calcula el octavo término de la progresión geométrica: 3, 6, 12, 24...

Sol: 384

**45.-** En una P.G. a<sub>1</sub>=10 y a<sub>10</sub>=5.120. Hallar a<sub>5</sub>.

**46.-** Dos términos consecutivos de una P.G. son 54 y 81, respectivamente. Hallar el lugar que ocupan en la progresión, si el primer término vale 24.

Sol: puestos 3 y 4

**47.-** En una progresión geométrica  $a_5=2$  y  $a_7=8$ . Hallar la razón y los primeros 5 términos.

Sol: a) r = 2; b) 1/8, 1/4, 1/2, 1, 2

**48.-** Halla el término 12 de la progresión: 1/3, 1, 3, 9, 27... Sol: 59.049

**49.-** Halla el primer término de una P.G. sabiendo que la razón es  $\frac{1}{2}$  y el octavo término es 17/64.

**50.-** A Isabel y Andrés les han confiado, a las nueve de la mañana, un secreto. Cada uno de ellos, al cuarto de hora, se lo han contado a tres amigos. Estos a otros tres,...,etc. ¿Cuánta gente lo sabrá a las 2 de la tarde?

Sol: Aproximadamente 3.500 millones de personas.

51.- Calcula la razón de una progresión geométrica donde el primer término es 5 y el quinto es 405.

**52.-** En una progresión geométrica  $a_2=5$  y la razón 3, hallar el lugar que ocupa el término que vale 10.935.

**53.-** Intercalar 4 términos entre 4 y 972 de modo que formen una progresión geométrica.

Sol: r = 3. 12,36, 108, 324

**54.-** Interpolar 6 términos entre 64 y 1/2 de modo que formen progresión geométrica.

Sol: r = 1/2. 32, 16, 8, 4, 2, 1

55.- Intercalar 3 términos entre 5 y 405 de modo que formen progresión geométrica.

Sol: r = 3. 15, 45, 135

**56.-** En una P.G.  $a_1=2$  y la razón r=3, hallar el término  $a_5$ y el producto de los cinco primeros términos.

Sol:  $a_5 = 162$ ; P = 1.889.568

57.- Hallar tres números en progresión geométrica con r>0, sabiendo que su suma es 31 y su producto 125.

Sol: 1, 5, 25 (r=5)

**58.-** Hallar el producto de los 7 primeros términos de una P.G. sabiendo que el central vale 5.

Sol: 78125

**59.-** Halla la suma de los cinco primeros términos de la progresión geométrica: 3, 6, 12, 24...

**60.-** Hallar tres números en progresión geométrica, sabiendo que su suma vale 12 y su producto -216.

**61.-** Determinar cuatro números en P.G. tal que los dos primeros sumen 9 y los dos últimos 36.

Sol: 3, 6, 12, 24

62.- Halla la suma de los términos de las siguientes **41.-** En una progresión geométrica se sabe que a<sub>5</sub>=48 y progresiones decrecientes e ilimitadas:

**a)** 6, 3, 3/2, 3/4...

**b)** 1/2, 1/6, 1/18, 1/54...

**c)** 18, 6, 2, 2/3...

**d)** 27, 9, 3, 1, ... Sol: a) 12; b) 3/4; c) 27; d) 81/2

**63.-** Una máquina de café cuesta 1.500 €, al cabo de unos años se vende a mitad de precio. Pasados unos años más, se vende por la mitad y así sucesivamente. a) Formar la progresión de los precios sucesivos de la máquina. b) ¿Cuánto le costó la máquina al quinto propietario?. c) Si este proceso continuara, ¿cuál será la suma total pagada por esa máquina?

Sol: a) 
$$a_n = 1500 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$
; b) 93,75 €; c) 3.000 €

64.- En cierta enfermedad, el organismo es atacado por unas bacterias, que se reproducen partiéndose en dos cada 24 horas. Si inicialmente se han introducido 10000 bacterias, ¿cuántas habrá al quinto día? ¿Y al décimo?.

Sol:  $S_5 = 310.000$ ;  $S_{10} = 10.230.000$ 

65.- Sea un cuadrado de 8 cm. de lado. Uniendo los puntos medios se obtiene otro cuadrado inscrito en el anterior, si repetimos este proceso obtenemos una sucesión de infinitos cuadrados. Comprobar que las áreas de los infinitos cuadrados forman una progresión geométrica y calcular la suma de todas las áreas.

Sol: 
$$a_n = 64 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 2^6 \cdot 2^{1-n} = 2^{7-n} \rightarrow S_{\infty} = \frac{64}{1 - 0.5} = 128 \text{ cm}^2$$

**66.-** La población de una ciudad ha aumentado en P.G. de 59.049 individuos que era en 1.953 a 100.000 en 1958. ¿Cuál es la razón de crecimiento por año?

Sol: 10<sup>9</sup>

## **Progresiones**

Progresiones Aritméticas y Geométricas Departamento de Matemáticas

http://selectividad.intergranada.com

**67.-** Un reloi de pared da campanadas a la hora en punto. a las medias y a los cuartos. A las horas en punto da tantas campanadas como la hora que se cumple; es decir, por ejemplo, da 5 campanadas a las 5 de la tarde. A las medias y a los cuartos da una sola campanada como señal. ¿Cuántas campanadas da en un día?

Sol: 228 campanadas.

68.- Calcula el número de pisos de un edificio de oficinas, sabiendo que la primera planta tiene una altura de 4 m, que la azotea está a 37 m del suelo, y que la altura de cada piso es de 2,75m.

69.- Una nadadora entrenó todos los días durante tres semanas. El primer día nadó 15 minutos, y cada día nadaba 5 minutos más que el día anterior. a) ¿Cuánto tiempo nadó el último día? b) ¿Y a lo largo de las tres semanas?

Sol: a) 115 minutos; b) 1.365 minutos.

70.- Un estudiante trabaja de cartero para ayudarse con sus estudios. Cada día es capaz de repartir 30 cartas más que el día anterior. En el vigésimo día repartió 2.285 cartas: a) ¿Cuántas cartas repartió el primer día? b) ¿Y el décimo? c) ¿En qué día repartió 2.165 cartas? d) Calcula cuántas cartas repartió hasta el día 15.

Sol: a) 1.715 cartas; b) 1.985 cartas. c) El día 16. d) 28.875 cartas.

71.- Una pequeña ciudad tiene 29.524 habitantes. Uno de ellos se entera de una noticia. Al cabo de una hora la ha comunicado a tres de sus vecinos. Cada uno de estos, la transmite en una hora a otros tres de sus vecinos que desconocen la noticia. Éstos repiten la comunicación en las mismas condiciones. ¿Cuánto tiempo tardarán en enterarse todos los habitantes de la ciudad?

- **72.-** Un hombre desea ahorrar dinero y guarda 1 € el primer día, 2 € el segundo día, 4 € el tercer día, y así sucesivamente, duplicando la cantidad cada día. Si continua así, a) ¿cuánto deberá guardar el decimoquinto día? Suponiendo que no se le acaba el dinero, **b)** ¿cuál es el total ahorrado a los 30 días?
- Sol: a) 16.384 €; b)  $S_{30}$ =1.073.741.823 € **73.-** El lunes gane 2 € y cada día después gana el doble de lo que ganó el anterior. ¿Cuánto ganó el sábado y cuánto de lunes a sábado?
- Sol: 64 € y 126 €. **74.-** Un dentista arregla 20 piezas a una persona cobrándole un euro por la primera, 2 por la segunda, 4 por la tercera, 8 por la cuarta y así sucesivamente. ¿Cuáles serán los honorarios del dentista?

Sol: 1.048.575 €

**75.-** Un hombre jugó durante 8 días y cada día ganó 1/3 de lo que gano el día anterior. Si el octavo día ganó 1 dólar, ¿cuánto ganó el primer día?

Sol: 2.187 dólares.

**76.-** Se deja caer una pelota de goma desde una altura de 10 metros. Si rebota aproximadamente la mitad de la distancia en cada caída, use una progresión geométrica infinita para calcular aproximadamente la distancia total que recorre la pelota antes de detenerse.

Sol: 20 metros.

77.- Se compra una finca de 2.000 hectáreas a pagar en 15 años de este modo: 1 € el primer año, 3 € el segundo año, 9 € el tercer año y así sucesivamente. ¿Cuál es el valor

Sol: 7.174.453 €

**78.-** Una persona ha ganado en cada año 1/3 de lo que gano el año anterior. Si el primer año ganó 24.300 €, ccuánto ha ganado en 6 años?

Sol: 36.400 €.

79.- Se deja caer una pelota de golf desde una altura de 6 metros. Su centro alcanza cada vez 2/3 de la altura desde la cual cayo la vez anterior. a) ¿Qué distancia ha recorrido cuando golpea el suelo por séptima vez?; b) Hallar la distancia recorrida por la pelota hasta quedar en reposo. Sol: a) 27,98 metros; b) 30 metros

80.- La depreciación anual de una máquina es del 25 %, si el coste original de la maquina fue de 20.000 €, determine su valor al cabo de 6 años.

Sol: 3.559,57 €

**81.-** Un cultivo de bacterias se incrementa 20% cada hora. Si el cultivo original tenía 10.000 bacterias, obtenga una fórmula para determinar el número de bacterias que hay después de t horas. ¿Cuantos microorganismos habrá en el cultivo al cabo de 10 h?

Sol: 10000(65) t=10000(65)10

82.- El disco de un péndulo se balancea en un arco de 24 cm de largo en su primera oscilación. Si cada balanceo sucesivo es de 5/6 de la longitud del anterior, use una progresión geométrica para determinar la distancia total que recorre el disco antes de detenerse.

Sol: 
$$a_n = 24 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{n-1} \rightarrow S_{\infty} = \frac{24}{1 - \frac{5}{6}} = 144 \text{ cm}$$

**83.-** En una progresión geométrica el primer término es 5. ¿Cuál debe ser la razón para que la suma de un número infinito de términos sea 50/11?

**84.-** Los ángulos de un cuadrilátero están en progresión geométrica, y el último mide nueve veces lo que el segundo. Calcula la medida de los cuatro ángulos.

Sol: 9, 27, 81 y 243 grados.

**85.**- Estás aburrido y decides jugar a lo siguiente: Avanzas un metro en línea recta, retrocedes la mitad, avanzas la mitad de lo que has retrocedido en el último paso, retrocedes la mitad de lo que has avanzado en el último paso, ... Si lo haces muchas, pero que muchas veces, ¿cuánto avanzas en total?

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \frac{1}{32} + \ldots =$$

Sol: 2/3 metro.

**86.-** Mi prima Angela ha vuelto encantada de sus vacaciones, y ha compartido con 30 amigos las fotos Facebook. Cada uno de ellos, a su vez, las ha compartido con otros 30, y así sucesivamente. ¿Cuántas personas pueden ver las fotos de las vacaciones de mi prima, si se han compartido hasta el 5º grado de amistad?

Sol: 
$$S_5 = \frac{1 \cdot (30^5 - 1)}{30 - 1} = 837.931$$
 personas.

87.- Un estudiante de 3° de ESO se propone el día 1 de septiembre repasar matemáticas durante una quincena, haciendo cada día 2 ejercicios más que el día anterior. Si el primer día empezó haciendo un ejercicio: a) ¿Cuántos ejercicios le tocará hacer el día 15 de septiembre? b) ¿Cuántos ejercicios hará en total?

Sol: a) 29 ejercicios; b) 225

88.- La suma de tres números en progresión geométrica es 70. Si el primero se multiplica por 4, el segundo por 5 y el tercero por 4, los números resultantes están en progresión aritmética. Hallar los tres números.

Sol: 10, 20 y 40.

**89.-** En una urbanización realizaron la instalación del gas natural en el año 1999. Consideramos que en ese momento se hizo la primera revisión. Sabiendo que las revisiones sucesivas se realizan cada 3 años, responde: a) ¿En qué año se realizará la décima revisión? b) ¿Cuál es el número de revisión que se realizará en el año 2035?

Sol: a) En el 2.026; b) La número 13.

http://selectividad.intergranada.com

# intergranada.com

## **Progresiones**

**91.-** Una máquina costó inicialmente 10.480 €. Al cabo de unos años se vendió a la mitad de su precio. Pasados unos años, volvió a venderse por la mitad, y así sucesivamente. **a)** ¿Cuánto le costó la máquina al quinto propietario? **b)** Si el total de propietarios ha sido 7, ¿cuál es la suma total pagada por esa máquina?

Sol: a) 655 €; b) 20.796,25 €

**92.-** La maquinaria de una fábrica pierde cada año el 20% de su valor. En el momento de su compra valía 40.000 €. a) ¿Cuánto valía un año después de comprarla? ¿Y dos años después? b) ¿En cuánto se valorará 10 años después de haberla adquirido?

Sol: 32.000 y 25.600 €; b) 4.294,97 €

**95.-** Conociendo el primer término de un PA es 3, cierto término es 39 y que la suma de todos los términos entre los dos anteriores es 210, calcula la diferencia y el lugar que ocupa el término 39.

Sol: d=4 y n=10.

**96.-** Cual será la profundidad de un pozo si por el primer metro se han pagado 760 € y por cada uno de los restantes, 150 € más que el metro anterior. El pozo ha costado 43.700€.

Sol: 20 metros.

**97.-** Halla las dimensiones de un ortoedro sabiendo que están en progresión aritmética, que suman 78 m. y que el volumen del ortoedro es de 1,547 m<sup>3</sup>.

Sol: 17, 26 y 35 metros.

**98.-** Descompón el número 124 en tres sumandos que formen progresión geométrica, siendo 96 la diferencia entre el mayor y el menor.

Sol: 4, 20 y 100.

**99.-** Se deja caer una pelota de goma desde una altura de 10 metros. Si al rebotar sube a la mitad de la altura en cada bote, use una progresión geométrica para calcular la distancia total que recorre la pelota hasta detenerse.

Sol:

**100.-** Una madre ha repartido 72 euros entre sus tres hijos. Si las cantidades forman una progresión aritmética de diferencia 4€, ¿cuánto le ha dado ha cada uno?

Sol:

**101.-** La dosis de un medicamento es 100 mg el primer día y 5 mg menos cada uno de los días siguientes. Si el tratamiento dura 12 días. ¿Cuántos miligramos tiene que tomar el enfermo durante todo el tratamiento?

Sol: 29 ejercicios; b) 225

**102.-** El segundo hombre más rico del mundo, y español, decidió por problemas de conciencia, ayudar a una asociación en contra de la explotación infantil, entregando 10 euros el primer mes, 20 euros el segundo, 40 euros el tercero y así sucesivamente. a) ¿Qué cantidad de dinero entregó a los dos años de su primera donación?, b) Si decide que no quiere pasar de ciento sesenta y siete millones setecientos setenta y dos mil ciento cincuenta euros, cuantos meses pasarán hasta que esto ocurra?.

Sol: a) 83.886.080; b)

103.-

Ciencias

.intergranada.com