PÁGINA 48

Entrénate

1 Comprueba si alguno de los valores dados es solución de la ecuación correspondiente:

a)
$$3x + 11 = 38$$
; $x = 5$, $x = 9$

b)
$$5(x-3) = 15$$
; $x = 6$, $x = -6$

c)
$$\sqrt{5x+1} = 6$$
; $x = 1$, $x = 7$

a)
$$3 \cdot 5 + 11 = 26 \neq 38 \rightarrow x = 5$$
 no es solución.

$$3 \cdot 9 + 11 = 38 \rightarrow x = 9$$
 sí es solución.

b)
$$5(6-3) = 15 \rightarrow x = 6$$
 sí es solución.

$$5(-6-3) = -45 \neq 15 \rightarrow x = -6$$
 no es solución.

c)
$$\sqrt{5 \cdot 1 + 1} \neq 6 \rightarrow x = 1$$
 no es solución.

$$\sqrt{5 \cdot 7 + 1} = 6 \rightarrow x = 7$$
 sí es solución.

2 Halla, tanteando, alguna solución (busca números enteros) de estas ecuaciones:

a)
$$5(x^2 + 1) = 50$$

b)
$$(x + 1)^2 = 9$$

a)
$$x = 3$$
, $x = -3$

b)
$$x = 2$$
, $x = -4$

1 Comprueba, en cada caso, si cada uno de los dos valores es o no solución de la ecuación:

a)
$$x^3 - 20x = -16$$
; $x = 5$, $x = 4$

b)
$$\frac{12}{x} - \frac{x}{2} = 1$$
; $x = 4$, $x = 6$

c)
$$2^{x-1} = 512$$
; $x = 9$, $x = 10$

d)
$$x^x + 1 = 28$$
; $x = 3$, $x = 1$

e)
$$\sqrt{x+3} - \sqrt{x-2} = 1$$
; $x = 1$, $x = 6$

a)
$$5^3 - 20 \cdot 5 = 25 \neq -16 \rightarrow x = 5$$
 no es solución.

$$4^3 - 20 \cdot 4 = 64 - 80 = -16 \rightarrow x = 4 \text{ si es solución.}$$

b)
$$\frac{12}{4} - \frac{4}{2} = 1 \rightarrow x = 4$$
 sí es solución.

$$\frac{12}{6} - \frac{6}{2} = -1 \neq 1 \rightarrow x = 6$$
 no es solución.

c)
$$2^8 = 256 \neq 512 \rightarrow x = 9$$
 no es solución.

$$2^9 = 512 \rightarrow x = 10$$
 sí es solución.

d)
$$3^3 + 1 = 28 \rightarrow x = 3$$
 sí es solución.

$$1^1 + 1 = 2 \neq 28 \rightarrow x = 1$$
 no es solución.

e)
$$\sqrt{1+3} - \sqrt{1-2}$$
 no se puede calcular. $\rightarrow x = 1$ no es solución.

$$\sqrt{6+3} - \sqrt{6-2} = 3 - 2 = 1 \rightarrow x = 6$$
 sí es solución.

2 Tantea para hallar alguna solución de estas ecuaciones (todas ellas tienen solución entera):

Pág. 2

a)
$$x^3 + x = 10$$

b)
$$(x-5)(x+2)=0$$

c)
$$3^{x+1} = 81$$

$$d)x^x = 3125$$

a)
$$x = 2$$

b)
$$x = 5$$
, $x = -2$

c)
$$x = 3$$

$$d)x = 5$$

3 Tanteando con ayuda de la calculadora, encuentra una solución (aproximada hasta las décimas) de cada una de las siguientes ecuaciones:

a)
$$x^3 + 1 = 100$$

b)
$$3^x = 1000$$

b)
$$3^x = 1000$$
 c) $\sqrt{8x - 40} = 5$

a) Es lo mismo que hallar $x^3 = 99$. Damos valores enteros a x:

$$4^3 = 65 < 99$$

$$5^3 = 126 > 99$$

Por tanto, x es mayor que 4 y menor que 5.

Damos a x los valores 4,5; 4,6; 4,7...

$$4,5^3 = 92,125 < 99$$

$$4,6^3 = 98,336 < 99$$

$$4,6^3 = 98,336 < 99$$
 $4,7^3 = 104,823 > 99$

Por tanto, aproximando a las décimas, x = 4,6.

b)
$$3^5 = 243 < 1000$$

$$3^6 = 1458 > 1000$$

$$3^{6,2} = 908,13 < 1000$$

$$3^{6,3} = 1013,59 > 1000$$

Aproximando a las décimas, x = 6.3.

c)
$$\sqrt{8 \cdot 8, 1 - 40} = 4,98 < 5$$

$$\sqrt{8 \cdot 8, 2 - 40} = 5,06 > 5$$

Aproximando a las décimas, x = 8,1.

5

Soluciones a las actividades de cada epígrafe

PÁGINA 49

Entrénate

1 Resuelve estas ecuaciones y comprueba la solución de cada una:

a)
$$3x - 2(x + 3) = x - 3(x + 1)$$

b)
$$4 + x - 4(1 - x) + 5(2 + x) = 0$$

c)
$$2x + 7 - 2(x - 1) = 3(x + 3)$$

d)
$$4(2x-7) - 3(3x+1) = -5 + x$$

a)
$$3x - 2x - 6 = x - 3x - 3 \rightarrow 3x - 3 = 0 \rightarrow x = 1$$

Comprobación:
$$3 \cdot 1 - 2 \cdot 4 = 1 - 3 \cdot 2 \rightarrow 3 - 8 = 1 - 6 \rightarrow -5 = -5$$

b)
$$4 + x - 4 + 4x + 10 + 5x = 0 \rightarrow 10x + 10 = 0 \rightarrow x = -1$$

Comprobación: $4 - 1 - 4 \cdot 2 + 5 = 3 - 8 + 5 = 0$

c)
$$2x + 7 - 2x + 2 = 3x + 9 \rightarrow 2x + 7 - 2x + 2 = 3x + 9 \rightarrow 3x = 0 \rightarrow x = 0$$

Comprobación: $7 + 2 = 3 \cdot 3 \rightarrow 9 = 9$

d)
$$8x - 28 - 9x - 3 = -5 + x \rightarrow 2x = -26 \rightarrow x = -13$$

Comprobación:
$$4 \cdot (-26 - 7) - 3 \cdot (-38) = -5 - 13 \rightarrow -132 + 114 = -18 \rightarrow -18 = -18$$

2 Comprueba si estas dos ecuaciones son o no equivalentes:

$$2(x-1) + x + 1 = 2x + 1$$

$$2x-1-(x-1)=2(3x-5)$$

$$2(x-1) + x + 1 = 2x + 1 \rightarrow 2x - 2 + x + 1 = 2x + 1 \rightarrow x = 2$$

$$2x-1-(x-1)=2(3x-5) \rightarrow 2x-1-x+1=6x-10 \rightarrow 5x=10 \rightarrow x=2$$

Las ecuaciones son equivalentes.

PÁGINA 50 Pág. 1

1 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)
$$1 + \frac{x}{2} = x$$

b)
$$\frac{1}{3} + x = \frac{x}{3} - 1$$

c)
$$4 - \frac{3x}{5} = \frac{2}{5} + 3x$$

d)
$$\frac{x}{2} + \frac{1}{3} = x$$

e)
$$\frac{1}{3} - \frac{x}{9} = 1$$

$$f)\frac{2x}{4}-1=\frac{x}{6}$$

g)
$$4 = \frac{3x}{2} + \frac{2x}{5} + \frac{1}{5}$$

h)
$$1 - \frac{x}{12} + \frac{x}{3} = \frac{5}{8} - \frac{x}{6}$$

g)
$$4 = \frac{3x}{2} + \frac{2x}{5} + \frac{1}{5}$$
 h) $1 - \frac{x}{12} + \frac{x}{3} = \frac{5}{8} - \frac{x}{6}$ i) $\frac{2}{3} - \left(x - \frac{1}{2}\right) = \frac{3x}{4} + 1$

$$j) \ \frac{3x}{15} - x = -\frac{3x}{3} + \frac{9}{5}$$

k)
$$\frac{x}{3} + \frac{x}{9} - \frac{4x}{27} = \frac{11}{27} - \frac{x}{9}$$

1)
$$\frac{x}{2} + \frac{x-3}{8} + \frac{2x+2}{16} = \frac{x-2}{2}$$

m)
$$\frac{13+x}{20} - \frac{5x}{2} = \frac{10+x}{5} + \frac{1-12x}{10}$$

n)
$$3x - \frac{x+3}{4} = 13$$

o)
$$4 - \frac{x+2}{4} = x-4$$

a)
$$2 + x = 2x \rightarrow x = 2$$

b)
$$\frac{1}{3} + x = \frac{x}{3} - 1 \rightarrow 1 + 3x = x - 3 \rightarrow 2x = -4 \rightarrow x = -2$$

c)
$$4 - \frac{3x}{5} = \frac{2}{5} + 3x \rightarrow 20 - 3x = 2 + 15x \rightarrow 18x = 18 \rightarrow x = 1$$

d)
$$\frac{x}{2} + \frac{1}{3} = x \rightarrow 3x + 2 = 6x \rightarrow 3x = 2 \rightarrow x = \frac{2}{3}$$

e)
$$\frac{1}{3} - \frac{x}{9} = 1 \rightarrow 3 - x = 9 \rightarrow x = -6$$

f)
$$\frac{2x}{4} - 1 = \frac{x}{6} \to 6x - 12 = 2x \to 4x = 12 \to x = 3$$

g)
$$4 = \frac{3x}{2} + \frac{2x}{5} + \frac{1}{5} \rightarrow 40 = 15x + 4x + 2 \rightarrow 38 = 19x \rightarrow x = 2$$

h)
$$1 - \frac{x}{12} + \frac{x}{3} = \frac{5}{8} - \frac{x}{6} \rightarrow 24 - 2x + 8x = 15 - 4x \rightarrow 10x = -9 \rightarrow x = -\frac{9}{10}$$

i)
$$\frac{2}{3} - \left(x - \frac{1}{2}\right) = \frac{3x}{4} + 1 \rightarrow 8 - (12x - 6) = 9x + 12 \rightarrow 2 = 21x \rightarrow x = \frac{2}{21}$$

j)
$$3x - 15x = -15x + 27 \rightarrow 3x - 15x + 15x = 27 \rightarrow 3x = 27 \rightarrow x = 9$$

k)
$$9x + 3x - 4x = 11 - 3x \rightarrow 9x + 3x - 4x + 3x = 11 \rightarrow 11x = 11 \rightarrow x = 1$$

1)
$$8x + 2(x - 3) + 2x + 2 = 8(x - 2) \rightarrow 8x + 2x - 6 + 2x + 2 = 8x - 16 \rightarrow 8x + 2x + 2x - 8x = -16 + 6 - 2 \rightarrow 4x = -12 \rightarrow x = -3$$

m)
$$13 + x - 50x = 4(10 + x) + 2(1 - 12x) \rightarrow 13 + x - 50x = 40 + 4x + 2 - 24x \rightarrow x - 50x - 4x + 24x = 40 + 2 - 13 \rightarrow -29x = 29 \rightarrow x = -1$$

n)
$$12x - (x + 3) = 52 \rightarrow 12x - x - 3 = 52 \rightarrow 11x = 55 \rightarrow x = 5$$

o)
$$16 - (x + 2) = 4(x - 4) \rightarrow 16 - x - 2 = 4x - 16 \rightarrow -5x = -30 \rightarrow x = 6$$

PÁGINA 51 Pág. 1

1 Para cada una de estas ecuaciones, indica cuánto valen a, b y c. Resuélvelas aplicando la fórmula:

a)
$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

b)
$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$
 c) $-x^2 + x + 6 = 0$

c)
$$-x^2 + x + 6 = 0$$

d)
$$2x^2 - 7x - 4 = 0$$

e)
$$x^2 - 10x + 25 = 0$$
 f) $x^2 - x + 2 = 0$

f)
$$x^2 - x + 2 = 0$$

a)
$$a = 1$$
, $b = -4$, $c = -5$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} = \frac{4 \pm 6}{2} \rightarrow x_1 = 5 \text{ y } x_2 = -1$$

b)
$$a = 2$$
, $b = -7$, $c = 3$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 24}}{4} = \frac{7 \pm 5}{4} \rightarrow x_1 = 3 \text{ y } x_2 = \frac{1}{2}$$

c)
$$a = -1$$
, $b = 1$, $c = 6$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot (-1) \cdot 6}}{-2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 24}}{-2} = \frac{-1 \pm 5}{-2} \implies x_1 = -2 \text{ y } x_2 = 3$$

d)
$$a = 2$$
, $b = -7$, $c = -4$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 2 \cdot (-4)}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 32}}{4} = \frac{7 \pm 9}{4} \rightarrow x_1 = 4 \text{ y } x_2 = -\frac{1}{2}$$

e)
$$a = 1$$
, $b = -10$, $c = 25$

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 4 \cdot 1 \cdot 25}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 100}}{2} = 5 \rightarrow x = 5$$

f)
$$a = 1$$
, $b = -1$, $c = 2$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{1 - 8}}{2}$$
 No tiene solución.

2 Completa esta tabla:

	а	b	С	¿TIENE SOLUCIÓN?	x ₁	X ₂
$5x^2 - 8x = 0$	5	-8	0	Sí	0	8/5
$x^2-64=0$	1	0	-64	Sí	8	-8
$x^2 - 3x + 4 = 0$	1	-3	4	No		
$4x^2 + x - 3 = 0$	4	1	-3	Sí	3/4	-1

3 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)
$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$b)9x^2 + 6x + 1 = 0$$

c)
$$9x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$d)5x^2 - 7x + 3 = 0$$

e)
$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$

f)
$$6x^2 - 5x + 1 = 0$$

g)
$$x^2 - 3x + 15 = 0$$

$$h)x^2 - 0.1x + 0.2 = 0$$

a)
$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} \implies x_1 = 3 \ y \ x_2 = 2$$

b)
$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{18} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 36}}{18} = \frac{-6 \pm 0}{18} \rightarrow x = \frac{-1}{3}$$
 Solución doble.

c)
$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 9 \cdot 1}}{18} = \frac{6 \pm 0}{18} = \frac{1}{3}$$
 Solución doble.

d)
$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 4 \cdot 5 \cdot 3}}{10} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 60}}{10} = \frac{7 \pm \sqrt{-11}}{10}$$
 No tiene solución.

e)
$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 2 \cdot (-3)}}{4} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4} = \frac{-5 \pm 7}{4} \implies x_1 = \frac{1}{2} \text{ y } x_2 = -3$$

f)
$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 6 \cdot 1}}{12} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{12} = \frac{5 \pm 1}{12} \rightarrow x_1 = \frac{1}{2} \text{ y } x_2 = \frac{1}{3}$$

g)
$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 1 \cdot 15}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 60}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{-51}}{2}$$
 No tiene solución.

h)
$$x = \frac{0.1 \pm \sqrt{0.01 - 4 \cdot 1 \cdot 0.2}}{2} = \frac{0.1 \pm \sqrt{0.01 - 0.8}}{2} = \frac{0.1 \pm \sqrt{-0.79}}{2}$$
 No tiene solución.

4 Resuelve estas ecuaciones:

a)
$$x^2 + 4x - 21 = 0$$

$$b)x^2 + 9x + 20 = 0$$

c)
$$9x^2 - 12x + 4 = 0$$

$$d)x^2 + x + 3 = 0$$

e)
$$4x^2 + 28x + 49 = 0$$
 f) $x^2 - 2x + 3 = 0$

f)
$$x^2 - 2x + 3 = 0$$

g)
$$4x^2 - 20x + 25 = 0$$
 h) $-2x^2 + 3x + 2 = 0$

$$h) - 2x^2 + 3x + 2 = 0$$

a)
$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 1 \cdot (-21)}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 84}}{2} = \frac{-4 \pm 10}{2} \rightarrow x_1 = 3 \text{ y } x_2 = -7$$

b)
$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 4 \cdot 1 \cdot 20}}{2} = \frac{-9 \pm \sqrt{81 - 80}}{2} = \frac{-9 \pm 1}{2} \rightarrow x_1 = -4 \text{ y } x_2 = -5$$

c)
$$x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 4 \cdot 9 \cdot 4}}{18} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{18} = \frac{12}{18} \rightarrow x = \frac{2}{3}$$

d)
$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 12}}{2}$$
 No tiene solución.

e)
$$x = \frac{-28 \pm \sqrt{784 - 4 \cdot 4 \cdot 49}}{8} = \frac{-28 \pm \sqrt{784 - 784}}{8} = \frac{-7}{2} \rightarrow x = -\frac{7}{2}$$

f)
$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 12}}{2}$$
 No tiene solución.

g)
$$x = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 4 \cdot 4 \cdot 25}}{8} = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 400}}{8} = \frac{20}{8} \rightarrow x = \frac{5}{2}$$

h)
$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot (-2) \cdot 2}}{-4} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{-4} = \frac{-3 \pm 5}{-4} \rightarrow x_1 = -\frac{1}{2} \text{ y } x_2 = 2$$

Pág. 2

PÁGINA 52

Pág. 1

5 Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado sin utilizar la fórmula de resolu-

a)
$$3x^2 - 12x = 0$$
 b) $x - 3x^2 = 0$

$$\mathbf{b})x - 3x^2 = 0$$

c)
$$2x^2 - 5x = 0$$

$$d)2x^2-8=0$$

e)
$$9x^2 - 25 = 0$$
 f) $4x^2 + 100 = 0$ g) $16x^2 = 100$ h) $3x^2 - 6 = 0$

$$f) 4x^2 + 100 = 0$$

$$g) 16x^2 = 100$$

h)
$$3x^2 - 6 = 0$$

a)
$$x(3x-12) = 0 \rightarrow x_1 = 0$$
 y $x_2 = 4$

b)
$$x(1-3x) = 0 \rightarrow x_1 = 0 \text{ y } x_2 = \frac{1}{3}$$

c)
$$x(2x-5) = 0 \rightarrow x_1 = 0 \text{ y } x_2 = \frac{5}{2}$$

d)
$$x^2 = 4 \rightarrow x_1 = 2 \quad y \quad x_2 = -2$$

e)
$$x^2 = 25/9 \rightarrow x_1 = \frac{5}{3}$$
 y $x_2 = -\frac{5}{3}$

f)
$$x^2 = -25$$
 No tiene solución.

g)
$$x^2 = 100/16 \rightarrow x_1 = \frac{5}{2}$$
 y $x_2 = -\frac{5}{2}$

h)
$$x^2 = 2 \rightarrow x_1 = \sqrt{2} \text{ y } x_2 = -\sqrt{2}$$

5

Soluciones a las actividades de cada epígrafe

PÁGINA 53

6 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)
$$(3x + 4)(5x - 7) = (2x + 7)^2 + 53$$

b)
$$(2x + 1)(x - 3) = (x + 1)(x - 1) - 8$$

c)
$$(2x-3)(2x+3)-x(x+1)-5=0$$

d)
$$(2x + 1)^2 = 4 + (x + 2)(x - 2)$$

a)
$$15x^2 - 21x + 20x - 28 = 4x^2 + 28x + 49 + 53 \rightarrow 11x^2 - 29x - 130 = 0$$

$$x = \frac{29 \pm \sqrt{841 - 4 \cdot 11 \cdot (-130)}}{22} = \frac{29 \pm \sqrt{841 + 5720}}{22} = \frac{29 \pm \sqrt{6561}}{22} = \frac{29 \pm 81}{22} \rightarrow x_1 = 5 \quad y \quad x_2 = \frac{-52}{22} = \frac{-26}{11}$$

b)
$$2x^2 - 6x + x - 3 = x^2 - 1 - 8 \rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$

 $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} \rightarrow x_1 = 3 \text{ y } x_2 = 2$

c)
$$4x^2 - 9 - x^2 - x - 5 = 0 \rightarrow 3x^2 - x - 14 = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 3 \cdot (-14)}}{6} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 168}}{6} = \frac{1 \pm 13}{6} \rightarrow x_1 = \frac{14}{6} = \frac{7}{3} \text{ y } x_2 = \frac{-12}{6} = -2$$

d)
$$4x^2 + 4x + 1 = 4 + x^2 - 4 \rightarrow 3x^2 + 4x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 3 \cdot 1}}{6} = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{6} = \frac{-4 \pm 2}{6} \rightarrow x_1 = -\frac{1}{3} \text{ y } x_2 = -1$$

7 Resuelve:

a)
$$\frac{x^2 - 3x}{2} + 2 = \frac{x + 12}{6}$$

b)
$$\frac{(5x-4)(5x+4)}{4} = \frac{(3x-1)^2-9}{2}$$

c)
$$\frac{(x-1)^2 - 3x + 1}{15} + \frac{x+1}{5} = 0$$

a)
$$3(x^2 - 3x) + 12 = x + 12 \rightarrow 3x^2 - 9x + 12 - x - 12 = 0 \rightarrow 3x^2 - 10x = 0 \rightarrow x(3x - 10) = 0 \rightarrow x_1 = 0 \text{ y } x_2 = \frac{10}{3}$$

b)
$$(5x-4)(5x+4) = 2(9x^2-6x+1)-18 \rightarrow 25x^2-16 = 18x^2-12x-16 \rightarrow$$

$$\rightarrow 7x^2 + 12x = 0 \rightarrow x(7x + 12) = 0 \rightarrow x_1 = 0 \text{ y } x_2 = -\frac{12}{7}$$

c)
$$x^2 - 2x + 1 - 3x + 1 + 3x + 3 = 0 \rightarrow x^2 - 2x + 5$$

 $x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{-16}}{2}$ No tiene solución.

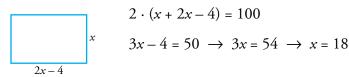
PÁGINA 54

1 Si a un número se le quita su mitad y luego su tercera parte se obtiene 9. ¿Cuál es ese número?

™ La mitad de un número desconocido, x, es x/2 y su tercera parte, x/3.

$$x - \frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 9 \rightarrow 6x - 3x - 2x = 54 \rightarrow x = 54$$

- 2 La base de un rectángulo es igual al doble de la altura disminuida en 4 cm y su perímetro es 100 cm. Halla la longitud de sus lados.
 - Si la altura es x, la base es 2x 4.



La altura es de 18 cm y la base es de 36 - 4 = 32 cm.

- 3 Divide 1600 € en tres partes de modo que la segunda parte supere a la primera en 100 € y la tercera parte supere a la segunda en 200 €.
 - Completa esta tabla para organizar los datos:

PRIMERA PARTE	SEGUNDA PARTE	TERCERA PARTE
X	x + 100	x + 100 + 200 = x + 300

$$x + x + 100 + x + 300 = 1600 \rightarrow 3x = 1200 \rightarrow x = 400$$

Las partes son: 400, 500 y 700.

- 4 Un padre de 37 años tiene dos hijos de 8 y 5 años. ¿Cuántos años tienen que pasar para que la suma de las edades de los hijos sea igual a la edad del padre?
 - Completa esta tabla para organizar los datos:

	PADRE	ніјо 1	ніјо 2
EDAD HOY	37	8	5
EDAD DENTRO DE X AÑOS	37 + x	8 + x	5 + x

$$37 + x = 8 + x + 5 + x \rightarrow x = 24$$
. Han de pasar 24 años.

- 5 Una madre tiene 42 años y su hijo, 15. ¿Cuántos años hace que la edad de la madre era cuatro veces la del hijo?
 - Completa esta tabla para organizar los datos:

	MADRE	HIJO
EDAD HOY	42	15
EDAD HACE X AÑOS	42 – x	15 – <i>x</i>

$$42 - x = 4(15 - x) \rightarrow 42 - x = 60 - 4x \rightarrow 3x = 18 \rightarrow x = 6.$$

Hace 6 años, la edad de la madre era cuatro veces la del hijo.

PÁGINA 55

Opera y calcula

Ecuaciones de primer grado

1 ▼▽▽ Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)
$$2(2-3x) - 3(3-2x) = 4(x+1) + 3(4-5x)$$

b)
$$\frac{x-3}{5} = \frac{x+1}{3} - 2$$

c)
$$1 = \frac{x+3}{3} - \frac{x}{2}$$

d)
$$\frac{3x+4}{5} = \frac{x+2}{2}$$

e)
$$\frac{5x-16}{6} = -\frac{x+8}{12} + \frac{x+1}{3}$$

f)
$$\frac{2x-4}{3} = 3 - \frac{4+x}{2}$$

a)
$$4 - 6x - 9 + 6x = 4x + 4 + 12 - 15x \rightarrow 11x = 21 \rightarrow x = \frac{21}{11}$$

b)
$$3(x-3) = 5(x+1) - 30 \rightarrow 3x - 9 = 5x + 5 - 30 \rightarrow 16 = 2x \rightarrow x = 8$$

c)
$$6 = 2(x + 3) - 3x \rightarrow 6 = 2x + 6 - 3x \rightarrow x = 0$$

$$d)2(3x + 4) = 5(x + 2) \rightarrow 6x + 8 = 5x + 10 \rightarrow x = 2$$

e)
$$10x - 32 = -x - 8 + 4x + 4 \rightarrow 7x = 28 \rightarrow x = 4$$

$$f(2(2x-4)) = 18 - 3(4+x) \rightarrow 4x - 8 = 18 - 12 - 3x \rightarrow 7x = 14 \rightarrow x = 2$$

2 ▼▼▼ Comprueba que las siguientes ecuaciones son de primer grado y halla sus soluciones:

a)
$$(4x-3)(4x+3)-4(3-2x)^2=3x$$

b)
$$2x(x + 3) + (3 - x)^2 = 3x(x + 1)$$

c)
$$(2x-3)^2 + (x-2)^2 = 3(x+1) + 5x(x-1)$$

d)
$$\frac{x(x+1)}{2} - \frac{(2x-1)^2}{8} = \frac{3x+1}{4} - \frac{1}{8}$$

a)
$$16x^2 - 9 - 4(9 + 4x^2 - 12x) = 3x \rightarrow 16x^2 - 9 - 36 - 16x^2 + 48x = 3x \rightarrow 45x = 45$$

 $\rightarrow x = 1$

b)
$$2x^2 + 6x + 9 + x^2 - 6x = 3x^2 + 3x \rightarrow 9 = 3x \rightarrow x = 3$$

c)
$$4x^2 + 9 - 12x + x^2 + 4 - 4x = 3x + 3 + 5x^2 - 5x \rightarrow$$

$$\rightarrow 13 - 16x = -2x + 3 \rightarrow 10 = 14x \rightarrow x = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$$

d)
$$4x(x-1) - (2x-1)^2 = 2(3x+1) - 1 \rightarrow$$

 $\rightarrow 4x^2 - 4x - (4x^2 + 1 - 4x) = 6x + 2 - 1 \rightarrow -1 = 6x + 1 \rightarrow x = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$

Ecuaciones de segundo grado

3 ▼▽▽ Resuelve:

a)
$$7x^2 - 28 = 0$$

$$b)7x^2 + 28 = 0$$

c)
$$4x^2 - 9 = 0$$

$$d) \, 3x^2 + 42x = 0$$

e)
$$3x^2 = 42x$$

$$f) 11x^2 - 37x = 0$$

g)
$$2(x+5)^2 + (x-3)^2 = 14(x+4)$$

$$h)7x^2 + 5 = 68$$

a)
$$7x^2 = 28 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm \sqrt{4} \rightarrow x_1 = 2 \text{ y } x_2 = -2$$

b)
$$7x^2 = -28 \rightarrow x^2 = -4 \rightarrow x = \pm \sqrt{4}$$
 No tiene solución.

c)
$$4x^2 = 9 \rightarrow x^2 = \frac{9}{4} \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{9}{4}} \rightarrow x_1 = \frac{3}{2} \text{ y } x_2 = -\frac{3}{2}$$

d)
$$3x(x + 14) = 0 \rightarrow x_1 = 0 \text{ y } x_2 = -14$$

e)
$$3x(x-14) = 0 \rightarrow x_1 = 0 \text{ y } x_2 = 14$$

f)
$$x(11x-37) = 0 \rightarrow x_1 = 0 \text{ y } x_2 = \frac{37}{11}$$

g)
$$2(x^2 + 10x + 25) + (x^2 - 6x + 9) = 14x + 56 \rightarrow$$

$$\rightarrow 3x^2 + 14x + 59 = 14x + 56 \rightarrow 3x^2 + 3 = 0 \rightarrow x^2 = -1$$
 No tiene solución.

h)
$$7x^2 = 63 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm \sqrt{9} \rightarrow x_1 = 3 \ y \ x_2 = -3$$

4 ▼▼▽ Resuelve las ecuaciones siguientes:

a)
$$\frac{x}{3}(x-1) - \frac{x}{4}(x+1) + \frac{3x+4}{12} = 0$$

b)
$$\frac{(x-1)(x+2)}{12} - \frac{(x+1)(x-2)}{6} - 1 = \frac{x-3}{3}$$

c)
$$\frac{x+1}{2} - \frac{(x-1)^2}{4} - \frac{x+2}{3} + \frac{(x-2)^2}{6} = \frac{1}{6}$$

a)
$$4x(x-1) - 3x(x+1) + 3x + 4 = 0 \rightarrow 4x^2 - 4x - 3x^2 - 3x + 3x + 4 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 4}}{2} = 2$$

b)
$$x^2 + x - 2 - 2(x^2 - x - 2) - 12 = 4(x - 3) \rightarrow$$

$$\to \ x^2 + x - 2 - 2x^2 + 2x + 4 - 12 = 4x - 12 \ \to \ -x^2 - x + 2 = 0 \ \to$$

c)
$$6(x + 1) - 3(x^2 - 2x + 1) - 4(x + 2) + 2(x^2 - 4x + 4) = 2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 6x + 6 - 3x^2 + 6x - 3 - 4x - 8 + 2x^2 - 8x + 8 = 2 \rightarrow$$

$$\rightarrow -x^2 + 3 = 0 \rightarrow x^2 = 3$$

$$x = \sqrt{3}$$

$$x = -\sqrt{3}$$

Pág. 2

Aplica lo aprendido

Pág. 3

5 ▼▽▽ He pagado 14,30 € por un bolígrafo, un cuaderno y una carpeta. Si el precio de la carpeta es 5 veces el del cuaderno y este cuesta el doble que el bolígrafo, ¿cuál es el precio de cada artículo?

Precio del bolígrafo, x; cuaderno, 2x; carpeta, $5 \cdot 2x$.

$$x + 2x + 10x = 14,30 \rightarrow 13x = 14,30 \rightarrow x = 1,1$$

El bolígrafo cuesta 1,1 €; el cuaderno, 2,2 €, y la carpeta, 11 €.

6 VVV Álvaro y Yago han comprado dos videojuegos que tenían el mismo precio, pero han conseguido una rebaja del 16% y del 19%, respectivamente. Si Álvaro pagó 1,26 € más que Yago, ¿cuál era el precio que tenía el videojuego?

Luis pagó 0,84x y Miguel pagó 0,81x.

$$0.84x = 0.81x + 1.26 \rightarrow 0.03x = 1.26 \rightarrow x = 42$$

El precio del videojuego era 42 €.

7 VVV Con 3,5 € más del dinero que tengo, podría comprar la camiseta de mi equipo. Si tuviera el doble, me sobrarían 7,25 €. ¿Cuánto dinero tengo?

x es el dinero que tengo.

$$x + 3.5 = 2x - 7.25 \rightarrow 3.5 + 7.25 = x \rightarrow$$

 $\rightarrow x = 10.75 \in \text{es el dinero que tengo.}$

8 ▼▽▽ Si al cuadrado de un número le restamos su triple, obtenemos 130. ¿Cuál es el número?

x es el número buscado.

$$x^2 - 3x = 130 \rightarrow x^2 - 3x - 130 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 130}}{2} = \frac{3 \pm 23}{2}$$

El número puede ser 13 o -10. Hay dos soluciones.

9 ▼▽▽ Halla dos números enteros consecutivos tales que la suma de sus cuadrados es 145.

Los números son x y x + 1.

$$x^{2} + (x+1)^{2} = 145 \quad \to x^{2} + x^{2} + 1 + 2x - 145 = 0 \quad \to$$

$$\to 2x^{2} + 2x - 144 = 0 \quad \to x^{2} + x - 72 = 0 \quad \to$$

$$\to x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 72 \cdot 4}}{2} = \frac{-1 \pm 17}{2}$$

$$x = 8$$

$$x = -9$$

Son 8 y 9, o bien, –9 y –8. Hay dos soluciones.

10 ▼▽▽ Halla tres números enteros consecutivos tales que la diferencia entre el cuadrado del mayor y el menor sea igual al producto del menor por el intermedio aumentado en cuatro unidades.

Pág. 4

Llamamos x-1, x y x+1 a los tres números consecutivos.

$$(x + 1)^2 - (x - 1) = (x - 1)(x + 4)$$

$$x^{2} + 2x + 1 - x + 1 = x^{2} + 3x - 4 \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = 3$$

Los números pedidos son 2, 3 y 4.

11 VVV La tercera parte del cuadrado de un número entero, sumado a la quinta parte del mismo número, da como resultado 78. Halla dicho número.

$$\frac{x^2}{3} + \frac{x}{5} = 78 \rightarrow 5x^2 + 3x - 1170 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 23400}}{10} = \frac{-3 \pm 153}{10} \rightarrow x = 15$$

La otra solución, x = -15,6, no es un número entero.

El número buscado es el 15.

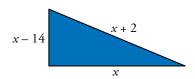
12 ▼▽▽ La superficie de un rectángulo es 494 cm². Halla sus dimensiones sabiendo que una es 7 cm más larga que la otra.

$$x(x+7) = 494 \rightarrow x^2 + 7x - 494 = 0$$
$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 1976}}{2} = \frac{-7 \pm 45}{2} \rightarrow x = 19$$

La otra solución, x = -26, es un número negativo, no válido para una medida.

Las dimensiones del rectángulo son 19 cm y 26 cm.

13 ▼▽▽ En un triángulo rectángulo, un cateto mide 2 cm menos que la hipotenusa y 14 cm más que el otro cateto. Calcula la longitud de los tres lados.



Aplicando el teorema de Pitágoras, $(x + 2)^2 = (x - 14)^2 + x^2$

$$x^{2} + 4x + 4 = x^{2} - 28x + 196 + x^{2} = 0 \rightarrow -x^{2} + 32x - 192 = 0 \rightarrow x^{2} - 32x + 192 = 0$$

$$x = \frac{32 \pm \sqrt{1024 - 768}}{2} = \frac{32 \pm 16}{2} \rightarrow x_{1} = 24, \ x_{2} = 8$$

Si x = 8, las medidas del triángulo serían 8, 10 y -6. La solución no es válida.

Por tanto, los catetos del triángulo miden 24 cm y 10 cm y la hipotenusa, 26 cm.

PÁGINA 56

■ Resuelve problemas

- **14** ▼▼▼ Resuelto en el libro del alumno.
- 15 ▼▼▽ Del dinero de una cuenta bancaria retiramos 1/7; ingresamos después 2/15 de lo que quedó y aún faltan 12 € para tener la cantidad inicial. ¿Cuánto dinero había en la cuenta?

x es el dinero de la cuenta.

Retiramos
$$\frac{1}{7}x \rightarrow \text{quedan } \frac{6}{7}x$$
Ingresamos $\frac{2}{15} \cdot \frac{6}{7}x = \frac{4}{35}x$

$$\begin{cases} \frac{6}{7}x + \frac{4}{35}x + 12 = x \rightarrow \frac{34}{35}x + 12 = x \rightarrow \frac{34}{35$$

→
$$12 = \frac{1}{35}x$$
 → $x = 420$ € había en la cuenta.

16 ▼▼▼ Dos hermanas se llevan 3 años y su padre tiene 45. Hace 7 años, la suma de las edades de las hijas era la mitad que la del padre. ¿Qué edad tiene cada hija?

EDAD	НОҮ	HACE 7 AÑOS
HIJA MENOR	x	x-7
HIJA MAYOR	<i>x</i> + 3	x + 3 - 7
PADRE	45	38

$$x-7+x-4=19 \rightarrow 2x=30 \rightarrow x=15$$

Una hija menor tiene 15 años y la mayor, 18 años.

17 ▼▼▼ Un padre de 43 años tiene dos hijos de 9 y 11 años. ¿Cuántos años han de transcurrir para que entre los dos hijos igualen la edad del padre?

x son los años que tienen que pasar.

$$(9 + x) + (11 + x) = 43 + x \rightarrow 20 + 2x = 43 + x \rightarrow x = 23$$

Han de transcurrir 23 años.

18 ▼▼▽ La edad actual de un padre es el triple que la de su hijo y dentro de 14 años será el doble. ¿Qué edad tiene cada uno?

x es la edad del hijo $\rightarrow 3x$ es la edad del padre.

Dentro de 14 años la edad del hijo será x + 14, y la del padre, 3x + 14.

$$(x + 14)2 = 3x + 14 \rightarrow 2x + 28 = 3x + 14 \rightarrow x = 14$$

El hijo tiene 14 años, y el padre, 42 años.

19 ▼▼▽ Un repostero ha mezclado 12 kg de azúcar de 1,10 €/kg con cierta cantidad de miel de 4,20 € el kilo. La mezcla sale a 2,34 €/kg. ¿Cuánta miel puso?

Pág. 2

	CANTIDAD (kg)	PRECIO (€/kg)	COSTE (€)
AZÚCAR	12	1,10	1,10 · 12 = 13,20
MIEL	x	4,20	4,20x
MEZCLA	12 + x	2,34	2,34(12 + x)

COSTE DEL AZÚCAR + COSTE DE LA MIEL = COSTE DE LA MEZCLA

$$13,20 + 4,20x = 28,08 + 2,34x \rightarrow 1,86x = 14,88 \rightarrow x = 8$$

Puso 8 kg de miel.

20 ▼▼▼ ¿Cuántos litros de aceite de orujo de 1,6 €/l tenemos que añadir a 60 l de aceite de oliva de 2,8 €/l para obtener una mezcla de 2,5 €/l?

	CANTIDAD (I)	PRECIO (€/I)	COSTE (€)
A. ORUJO	x	1,6	1,6x
A. OLIVA	60	2,8	60 · 2,8 = 168
MEZCLA	x + 60	2,5	$2.5 \cdot (x + 60)$

$$1,6x + 168 = 2,5x + 150 \rightarrow 0,9x = 18 \rightarrow x = 20$$

Se añadieron 20 litros de aceite de orujo.

Soluciones a la Autoevaluación

PÁGINA 56

1 Busca por tanteo una solución exacta de cada una de las siguientes ecuaciones:

a)
$$(x + 1)^3 = 64$$

b)
$$\sqrt{x + 80} = 11$$

a)
$$x = 3$$

b)
$$x = 41$$

2 Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)
$$3x - 2(x + 3) = x - 3(x + 1)$$

b)
$$\frac{x-3}{5} = \frac{x+1}{3} - 2$$

a)
$$3x - 2x - 6 = x - 3x - 3 \rightarrow 3x - 3 = 0 \rightarrow x = 1$$

b)
$$3x - 9 = 5x + 5 - 30 \rightarrow 2x = 16 \rightarrow x = 8$$

3 Resuelve estas ecuaciones:

a)
$$x^2 - 5x = 0$$

b)
$$2x^2 - 50 = 0$$

c)
$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$

a)
$$x(x-5) = 0 \rightarrow x_1 = 0, x_2 = 5$$

b)
$$x^2 = 25 \rightarrow x_1 = 5, x_2 = -5$$

c)
$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} = \frac{3 \pm 5}{4} \rightarrow x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 2$$

4 Juan tiene 5 años más que Sandra. Dentro de 3 años, la edad de Juan será el doble de la de Sandra. ¿Qué edad tiene cada uno?

Edad de Sandra, x

Edad de Iuan,
$$x + 5$$

$$x + 5 + 3 = 2(x + 3) \rightarrow x + 8 = 2x + 6 \rightarrow x = 2$$

Sandra tiene 2 años y Juan, 7.

5 La altura de un rectángulo mide 5 m menos que su base, y su área es igual a 40 m². Calcula la medida de los lados del rectángulo.

Base, x

Altura,
$$x - 5$$

$$x(x-5) = 40 \rightarrow x^2 - 5x - 40 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 160}}{2} = \frac{5 \pm 13.6}{2} \rightarrow x_1 = 9.3; \ x_2 = 4.3$$

Si x = 4,3, la altura sería negativa. No es una solución válida.

Por tanto, la base mide 9,3 m y la altura, 4,3 m.