

### 1.- Calcular:

- |                  |                           |                            |                               |
|------------------|---------------------------|----------------------------|-------------------------------|
| a) $\log_2 8$    | f) $\log_2 0,25$          | k) $\log_4 64 + \log_8 64$ | o) $\log 3 / \log 81$         |
| b) $\log_3 9$    | g) $\log_{0,5} 16$        | l) $\log 0,1 - \log 0,01$  | p) $\log_2 3 \times \log_3 4$ |
| c) $\log_4 2$    | h) $\log_{0,1} 100$       | m) $\log 5 + \log 20$      | q) $\log_9 25 \div \log_3 5$  |
| d) $\log_{27} 3$ | i) $\log_3 27 + \log_3 1$ | n) $\log 2 - \log 0,2$     | r) $\log_a \sqrt[3]{a^2}$     |
| e) $\log_5 0,2$  | j) $\log_5 25 - \log_5 5$ | ñ) $\log 32 / \log 2$      | s) $\log_{\sqrt{2}} 2$        |

Sol: a) 3; b) 2; c) 0,5; d) 1/3; e) -1; f) -2; g) -4; h) -2; i) 3; j) 1; k) 5; l) 1; m) 2; n) 1; ñ) 5; o) 0,25; p) 2; q) 1; r) 2/3; s) 2

### 2.- Determinar el valor de x en las siguientes expresiones:

- |                          |                          |                                      |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------------------|
| a) $\log_3 81 = x$       | g) $\log_x 25 = -2$      | m) $\log_4 64 = (2x - 1) / 3$        |
| b) $\log_5 0,2 = x$      | h) $\log_{2x+3} 81 = 2$  | n) $\log_6 [4(x - 1)] = 2$           |
| c) $\log_2 16 = x^3 / 2$ | i) $x + 2 = 10^{\log 5}$ | ñ) $\log_8 [2(x^3 + 5)] = 2$         |
| d) $\log_2 x = -3$       | j) $x = 10^{4 \log 2}$   | o) $x = \log 625 / \log 125$         |
| e) $\log_7 x = 3$        | k) $x = \log 8 / \log 2$ | p) $\log(x + 1) / \log(x - 1) = 2$   |
| f) $\log_x 125 = 3$      | l) $\log_{9/16} x = 3/2$ | q) $\log(x - 7) / \log(x - 1) = 0,5$ |

Sol: a) 4; b) -1; c) 2; d) 1/8; e) 343; f) 5; g) 1/5; h) 3; i) 3; j) 16; k) 3; l) 27/64; m) 5; n) 10; ñ) 3; o) 4/3; p) 3; q) 10

### 3.- Calcula el valor de las siguientes expresiones:

- |  |  |  |  |   |
|--|--|--|--|---|
| a) $\log_2 \frac{\sqrt[6]{64} \cdot 4^2}{2^5 \cdot \sqrt[3]{512}}$ | b) $\log_3 \frac{27 \cdot \sqrt[3]{729}}{81 \cdot \sqrt[3]{27}}$ | c) $\log_5 \frac{25 \cdot \sqrt[4]{625}}{125}$ | d) $\log_7 \frac{49 \cdot \sqrt[3]{343}}{\sqrt{2401}}$ | e) $\log \left( \frac{0,01 \cdot \sqrt[3]{100}}{10^{-1} \cdot 0,1} \right)$ |
|--|--|--|--|---|

Sol: a) -3; b) 1; c) 0; d) 1; e) -5/2

### 4.- Aplica las propiedades de los logaritmos para reducir estas expresiones a un solo logaritmo:

- |  |   |   |
|--|---|---|
| a) $\log a + \log b$                         | f) $\log 2 + \log 3 + \log 4$                                     | k) $\frac{1}{2} \log x - \frac{1}{3} \log y + \frac{1}{4} \log z$ |
| b) $\log x - \log y$                         | g) $\frac{1}{3} \log a - \frac{1}{2} \log b - \frac{1}{2} \log c$ | l) $\log(a - b) - \log 3$   |
| c) $\frac{1}{2} \log x + \frac{1}{2} \log y$ | h) $\frac{3}{2} \log a + \frac{5}{2} \log b$                      | m) $\log a - 4 \log b + \frac{1}{5} (\log c - 2 \log d)$          |
| d) $\log a - \log x - \log y$                | i) $\log a + \frac{1}{2} \log b - 2 \log c$                       | n) $\frac{p}{n} \log a + \frac{q}{n} \log b$                      |
| e) $\log p + \log q - \log r - \log s$       | j) $\log(a + b) + \log(a - b)$                                    | ñ) $\log_a ac + \log_d d^3 + \log_b b - \log_a c$                 |

Sol: a)  $\log(a \cdot b)$ ; b)  $\log(x/y)$ ; c)  $\log \sqrt{xy}$ ; d)  $\log \left( \frac{a}{xy} \right)$ ; e)  $\log \left( \frac{pq}{rs} \right)$ ; f)  $\log 24$ ; g)  $\log \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{bc}}$ ; h)  $\log \sqrt{a^3 \cdot b^5}$ ; i)  $\log \frac{a \sqrt{b}}{c^2}$ ;

j)  $\log(a^2 - b^2)$ ; k)  $\log \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{y}} \cdot \sqrt[4]{z} \right)$ ; l)  $\log \frac{a-b}{3}$ ; m)  $\log \left( \frac{a}{b^4} \cdot \sqrt[5]{\frac{c}{d^2}} \right)$ ; n)  $\log \sqrt[3]{a^p \cdot b^q}$ ; ñ) 5

### 5.- Sabiendo que $\log 2 \approx 0,3$ y que $\log 3 \approx 0,48$ calcula los siguientes logaritmos:

- |             |              |               |               |
|-------------|--------------|---------------|---------------|
| 1) $\log 4$ | 5) $\log 12$ | 9) $\log 25$  | 13) $\log 45$ |
| 2) $\log 5$ | 6) $\log 15$ | 10) $\log 30$ | 14) $\log 60$ |
| 3) $\log 6$ | 7) $\log 18$ | 11) $\log 36$ | 15) $\log 72$ |
| 4) $\log 8$ | 8) $\log 24$ | 12) $\log 40$ | 16) $\log 75$ |

Sol: 1) 0,6; 2) 0,7; 3) 0,78; 4) 0,9; 5) 1,08; 6) 1,18; 7) 1,26; 8) 1,38; 9) 1,4; 10) 1,48; 11) 1,56; 12) 1,6; 13) 1,66; 14) 1,78; 15) 1,86; 16) 1,88

### 6.- Expresa en función de $\log 2$ y de $\log 3$ las siguientes expresiones:

- |                 |                       |                                   |  |
|-----------------|-----------------------|-----------------------------------|--|
| a) $\log 14,4$  | c) $\log 3600$        | e) $\log \frac{\sqrt{5,4}}{12,8}$ | g) $\log(\sqrt{3,2} \cdot \sqrt{1,6})$ |
| b) $\log 0,048$ | d) $\log \sqrt{5,76}$ | f) $\log \frac{1}{6561}$          | h) $\log \sqrt[3]{\frac{9}{2}}$        |

Sol: a)  $4 \log 2 + 2 \log 3 - 1$ ; b)  $4 \log 2 + \log 3 - 3$ ; c)  $2(\log 2 + \log 3) + 2$ ; d)  $3 \log 2 + \log 3 - 1$ ; e)  $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \log 3 - 13/2 \log 2$ ; f)  $-8 \log 3$ ; g)  $9/2 \log 2 - 1$ ; h)  $2/3 \log 3 - 1/3 \log 2$

7.- Expresa en forma de logaritmo cada igualdad:

a)  $4^x = 16$       b)  $10^x = 1,48$       c)  $a^x = \frac{b \cdot c}{d}$       d)  $p^x = \frac{a+b}{a-b}$       e)  $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{27}{8}$

Sol: a)  $\log_4 16 = x$       b)  $\log_{10} 1,48 = x$       c)  $\log_a \frac{b \cdot c}{d} = x$       d)  $\log_p \frac{a+b}{a-b} = x$       e)  $\log_{\frac{2}{3}} \frac{27}{8} = x$

8.- Expresa en la forma exponencial las siguientes igualdades:

a)  $\log_a x = y$       b)  $\log_{10} 1000 = x$       c)  $\log_a a^2 = 2$       d)  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8} = 3$

e)  $\log_{\frac{p}{q}} q = -1$       f)  $\log_{x-y} (x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3) = 3$

Sol: a)  $a^y = x$ ; b)  $10^x = 1000$ ; c)  $a^2 = a^2$ ; d)  $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ ; e)  $p = q^2$ ; f)  $(x-y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

9.- Determina el valor de  $x$  en las siguientes ecuaciones logarítmicas y exponenciales:

a)  $\log 4x = 3 \cdot \log 2 + 4 \cdot \log 3$       g)  $\frac{\log(7+x^2)}{\log(x-4)} = 2$   
b)  $\log(2x-4) = 2$       h)  $2 \cdot \log(3x-4) = \log 100 + \log(2x+1)^2$   
c)  $2 \cdot \log(3-x) = -1$       i)  $\log_2(x^2-1) - \log_2(x+1) = 2$   
d)  $\log(x+1) + \log x = \log(x+9)$       j)  $\log^2 x - 3 \log x = -2$   
e)  $\log(x+3) = \log 2 - \log(x+2)$       k)  $2 \cdot \log(x+5) = \log(x+7)$   
f)  $\log(x^2+15) = \log(x+3) + \log x$       l)  $\log \sqrt{x-1} = \log(x+1) - \log \sqrt{x+4}$

Sol: a) 162; b) 52; c) No; d) 3; e) 4 y 1; f) 5; g) 9/8; h) No sol; i) 5; j) 10 y 100; k) -3; l) 5

10.- Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales y logarítmicas:

a)  $\log_3(x+2) + \log_3(x-4) = 3$       b)  $2^{2+x} - 2^{1+x} + 2^x = \frac{3}{2}$       c)  $\log_3\left(\frac{x+1}{2x-1}\right) = 2$       d)  $e^x - 6e^{-x} = 1$   
e)  $\log 2 + \log(11-x^2) = 2 \log(5-x)$       f)  $\log_3(3^x + 8) = 2$       g)  $3^x - 3^{1-x} = 2$       h)  $2^{2x} - 2^x = 12$   
i)  $3 \log x - \log 30 = \log \frac{x^2}{5}$       j)  $\log(5 \log 100) = x$       k)  $3^{2x-1} - 3^2 = 18$       l)  $7^{3x-2} = 1$

Sol: a)  $x = 7$       b)  $x = -1$       c)  $x = \frac{10}{17}$       d)  $x = \ln 3$       e)  $\begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = \frac{1}{3} \end{cases}$       f)  $x = 0$       g)  $x = 1$       h)  $x = 2$       i)  $x = 6$       j)  $x = 1$       k)  $x = 2$       l)  $x = \frac{2}{3}$

11.- Calcula el valor de  $x$  en estas igualdades:

a)  $\log 3^x = 2$       b)  $\log x^2 = -2$       c)  $7^x = 115$       d)  $5^{-x} = 3$       e)  $e^{x-2} = e^{2(x-1)}$       f)  $\log_x 32 = \frac{5}{2}$       g)  $\log_9 x = 2$

Sol: a) 4,19; b)  $\pm 0,1$ ; c) 2,438; d) -0,683; e) 0; f) 4; g) 81

12.- Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a)  $\log \sqrt{3x+1} - \log \sqrt{2x-3} = 1 - \log 5$       e)  $\log(x + \sqrt{x^2-1}) = -\log(x - \sqrt{x^2-1})$       i)  $2 \log(x) = 3 + \log\left(\frac{x}{10}\right)$   
b)  $\log(2^{2-x})^{2+x} + \log(1250) = 4$       f)  $5 \log \frac{x}{2} + 2 \log \frac{x}{3} = 3 \cdot \log x - \log \frac{32}{9}$       j)  $\log(x) + \log 5 = 2$   
c)  $\log_2 x \cdot \log_x 2x \cdot \log_{2x} y = \log_x x^2$       g)  $\frac{\log 2 + \log(11-x^2)}{\log(5-x)} = 2$       k)  $\log(3-x^2) = \log 2 + \log x$   
d)  $(x^2 - 4x + 7) \cdot \log 5 + \log 16 = 4$       h)  $3 \cdot \log x - \log 32 = \log\left(\frac{x}{2}\right)$       l)  $2 \log x - \log(x^2 - 6) = 1$

Sol: a) 11/5; b) 1 y -1; c)  $x > 0$  y 4; d) 1 y 3; e) identidad; f) 3; g) 3 y 1/3; h) 4; i) 10; j) 20; k) 1; l)  $\frac{2\sqrt{15}}{3}$

**13.-** Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

- a)  $\log(2x-7) - \log(x-1) = \log 5$       d)  $2 \cdot \log x - 2 \cdot \log(x+1) = 0$       g)  $\frac{\log(16-x^2)}{\log(3x-4)} = 2$   
b)  $\log x - \log(x+3) = 2 \cdot \log(x+1)$       e)  $\log x = \frac{2 - \log(x)}{\log(x)}$       h)  $\frac{\log(35-x^2)}{\log(5-x)} = 3$   
c)  $4 \log\left(\frac{x}{5}\right) + \log\left(\frac{625}{4}\right) = 2 \cdot \log(x)$       f)  $\log(25-x^3) - 3 \log(4-x) = 0$       i)  $\log_5 x + \frac{\log_5 125}{\log_5 x} = \frac{7}{2}$

Sol: a) -2/3; b) 1; c) 2; d) -1/2; e) 10; f)  $\frac{4 \pm \sqrt{3}}{2}$ ; g) 12/5; h)  $5 - \sqrt{10}$ ; i) 25 y  $5\sqrt{5}$

**14.-** Simplifica las siguientes expresiones exponenciales:

- a)  $3^{x+2} \cdot 9^{x-1} \cdot 3^2$       b)  $2^{x-1} \cdot 2^{x^2-1} \cdot 2^{3-x}$       c)  $\frac{4^{x-2}}{8^{x-1}}$       d)  $(5^{4^x})^{8^{x+1}} - (5^{2^{2x+1}})^{2^{3x+2}}$       e)  $\frac{2^{x+1} + 3 \cdot 2^{x-1}}{4^{x-2}}$   
f)  $\frac{e^{x-1} + e^{x+3}}{e^{4x}}$       g)  $\frac{4^x \cdot 2^{3-x}}{2^{x+1} + 2^{x-1}}$       h)  $\frac{e^{x+1} - e^{x-2}}{e^{2x-1}}$       i)  $\frac{2^{m+3} + 3 \cdot 2^{m+1} - 5 \cdot 2^{m+2}}{2^{m-1} + 3 \cdot 2^{m-2} - 4 \cdot 2^{m-3}}$       j)  $\frac{3^{x+1} + 3^x}{2 \cdot 9^x}$

Sol: a)  $3^{3x+2}$ ; b)  $2^{x^2+1}$ ; c)  $2^{-x-1}$ ; d) 0; e)  $7 \cdot 2^{3-x}$ ; f)  $(e^3 + e^{-1})e^{-3x}$ ; g)  $\frac{16}{5}$ ; h)  $(e^3 - 1)e^{-x-1}$ ; i) -8; j)  $2 \cdot 3^{-x}$

**15.-** Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

- a)  $2^{3x} = 0,5^{3x+2}$       e)  $3^x + 3^{x+2} = 30$       i)  $3^x - 3^{x-1} + 3^{x-2} = 21$       m)  $3^x = 2^x$   
b)  $3^{4-x^2} = \frac{1}{9}$       f)  $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = \frac{31}{5}$       j)  $3^{x^2} \cdot 3^{-2} = 9$       n)  $5^{x-1} = 2 + \frac{3}{5^{x-2}}$   
c)  $\frac{4^{x-1}}{2^{x+2}} = 186$       g)  $\frac{5^{x^2+1}}{25^{x+2}} = 3125$       k)  $3^{-x} - 3^{-x} = \frac{728}{27}$       o)  $2^x + \frac{1}{2^{x-2}} = 5$   
d)  $7^{x+2} = 5.764.801$       h)  $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$       l)  $5^{x^2} \cdot 25^{x-1} = 5^{3x}$       p)  $e^{x+1} - 2^{3-x} = 0$

Sol: a) -1/3; b)  $\pm\sqrt{6}$ ; c) 11,54; d) 6; e) 1; f) 0; g) -2 y 4; h) 0 y 2; i) 3; j)  $\pm 2$ ; k) No; l) -1 y y; m) No; n) 2; o) 0 y 2; p)  $\frac{3 \cdot \ln(2) - 1}{1 + \ln 2}$

**16.-** Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

- a)  $3^x + 3^{1-x} = 4$       e)  $9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 81 = 0$       j)  $10^{3-x} = 1$   
b)  $4^{x+1} + 2^{x+3} - 320 = 0$       f)  $2^{2x} + 2^{2x-1} + 2^{2(x-1)} + 2^{2x-3} + 2^{2(x-2)} = 1984$       k)  $2^{x+1} = 16^x$   
c)  $3^{2(x+1)} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0$       g)  $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} + 2^{x-4} = 960$       l)  $2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 7$   
d)  $4 \cdot e^{-3x} - 5 \cdot e^{-x} + e^x = 0$       h)  $5^{2x-1} = \sqrt[3]{25^{x^2 - \frac{1}{4}}}$       i)  $27^{4x+9} = 81^{8x-7}$       m)  $2^{1-x^2} = \frac{1}{8}$

Sol: a) 0 y 1; b) 3; c) -2 y 1; d) 0 y  $\ln 2$ ; e) 2; f) 5; g) 10; h)  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{5}{2}$ ; i) 11/4; j) 3; k) 1/3; l) 1; m)  $\pm 2$

**17.-** Despeja el valor de x en la expresión:  $\log x - \log y = \log(x-y)$

Sol:  $x = \frac{y^2}{y-1}$

**18.-** Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

- a)  $\begin{cases} x+y=5 \\ 2^x-2^y=14 \end{cases}$       d)  $\begin{cases} 3 \cdot 2^{x-1} - 2^{y-2} = 4 \\ 4 \cdot 2^{x+1} - 3 \cdot 2^y = 8 \end{cases}$       g)  $\begin{cases} 2^x + 2^y = 5 \\ 2^x - 3 \cdot 2^y = -3 \end{cases}$       j)  $\begin{cases} x-y=9 \\ \log x + \log y = 1 \end{cases}$   
b)  $\begin{cases} 7^{2x+3y} = 7^{-1} \\ 7^{-4x-5y} = 7^{-1} \end{cases}$       e)  $\begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x+2} + 5^{y+1} = 41 \end{cases}$       h)  $\begin{cases} x-y=8 \\ \log_2 x + \log_2 y = 7 \end{cases}$       k)  $\begin{cases} \log x + \log y = 3 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$   
c)  $\begin{cases} \log(x+y) + \log(x-y) = \log 33 \\ e^x \cdot e^y = e^{11} \end{cases}$       f)  $\begin{cases} x-y=3 \\ 2^x - 2^y = \frac{7}{4} \end{cases}$       i)  $\begin{cases} 3x+2y=64 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$       l)  $\begin{cases} 2 \log(x) + \log(y) = 5 \\ \log(x \cdot y) = 1 \end{cases}$

Sol: a) x=4; y=1; b) x=4; y=-3; c) x=7; y=4; d) x=2; y=3 e) x=2; y=1; f) x=1; y=-2; g)  $x = \frac{\log 3}{\log 2}$ ; y=1; h) x=16; y=8; i) x=20; y=2; j) x=10; y=1; k) x=100; y=10; l) x=10; y=1000.

**19.-** Utilizando la fórmula del cambio de base se pide:

- a) Demostrar que  $\log_a b \cdot \log_b a = 1$   
b) Hallar la relación entre el logaritmo neperiano y el logaritmo decimal.  
c) Expresar  $\log_2 x$  en función de  $\log x$   
d) Razona por qué  $\log_4 5$  es un número irracional.

Sol: c)  $\log_2 x = 3,3219 \log(x)$