



Πανεπιστήμιο Πειραιώς  
Σχολή Τεχνολογιών Πληροφορικής και Επικοινωνιών  
Τμήμα Ψηφιακών Συστημάτων  
Διακριτά Μαθηματικά 2019-2020 – 2η Σειρά Ασκήσεων.

Διδάσκων: Ορέστης Τελέλης  
(telelis@unipi.gr)

**Παράδοση: Δείτε οδηγίες στην επόμενη σελίδα.**

**Άσκηση 1.** Πόσες δυαδικές συμβολοσειρές περιέχουν ακριβώς **οκτώ «0»** και **δέκα «1»** αν κάθε «0» ακολουθείται από «1»?

**Άσκηση 2.** Να δείξετε ότι: 
$$\sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \binom{n}{k} \frac{1}{2^k} = \begin{cases} 0 & \text{αν } n \text{ άρτιος} \\ \frac{1}{2^{n-1}} & \text{αν } n \text{ περιττός} \end{cases}$$

**Άσκηση 3.** Να επιλυθούν ολικά με χρήση χαρακτηριστικής εξίσωσης, οι αναδρομικές σχέσεις:

(α')  $a_n = 7a_{n-1} - 10a_{n-2} + 3^n$ , με αρχικές συνθήκες  $a_0 = 0$ ,  $a_1 = 1$ .

(β')  $a_n = -6a_{n-1} - 9a_{n-2} + 3$ , με αρχικές συνθήκες  $a_0 = 0$ ,  $a_1 = 1$ .

**Άσκηση 4.** Ποιά η γενική μορφή της ειδικής λύσης της γραμμικής μη ομογενούς αναδρομικής σχέσης  $a_n = 6a_{n-1} - 12a_{n-2} + 8a_{n-3} + F(n)$  όταν:

(α)  $F(n) = n^2$

(γ)  $F(n) = n2^n$

(β)  $F(n) = 2^n$

(δ)  $F(n) = n^3(-2)^n$

**Άσκηση 5.** Να δείξετε ότι η ακολουθία  $a_n = \sum_{i=0}^n i^2$  έχει γεν. συνάρτηση  $A(x) = (x^2 + x)/(1 - x)^4$ .

**Άσκηση 6.** Να επιλύσετε τις ακόλουθες αναδρομικές σχέσεις, με τη μέθοδο των γεννητριών συναρτήσεων.

(α')  $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}$ , με αρχικές συνθήκες  $a_0 = 6$ ,  $a_1 = 30$ .

(β')  $a_n = 3a_{n-1} + 4^{n-1}$ , με αρχική συνθήκη  $a_0 = 1$ .

(γ')  $a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2} + n^2$ ,  $n \geq 2$ , με αρχικές συνθήκες  $a_0 = 2$ ,  $a_1 = 5$ .

(δ')  $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2} + 4^n + 6$ ,  $n \geq 2$ , με αρχικές συνθήκες  $a_0 = 20$ ,  $a_1 = 60$ .

**Άσκηση 7.** Να προσδιορίσετε σε κλειστή μορφή την ακολουθία που κωδικοποιεί καθεμία από τις παρακάτω γεννήτριες συναρτήσεις:

(α')  $x - 1 + [1/(1 - 3x)]$

(γ')  $x^2/(1 - x)^3$

(β')  $1/(1 - 2x^2)$

(δ')  $(1 + x^3)/(1 + x)^3$

### Οδηγίες Παράδοσης:

- Καλείστε να παραδώσετε τις λύσεις σας σε **επιμελημένο και ευανάγνωστο χειρόγραφο, το οποίο θα σαρώσετε σε μορφή PDF.**
- Θα ανεβάσετε το έγγραφο PDF στην περιοχή «**Εργασίες**» της σελίδας του μαθήματος στο σύστημα «Endoxos», έως και την **Δευτέρα 25/05/2020, 23:59.**
- **Φροντίστε οι απαντήσεις σας να είναι τυπικά ορθές, ευανάγνωστες, και να αναδεικνύουν το σκεπτικό σας με πληρότητα.**
- Για όσους παραδώσετε γραπτώς τις λύσεις σας, θα υπάρξει η δυνατότητα σχολιασμού τους.
- Μία επιλογή ασκήσεων επανάληψης θα συζητηθεί στο μάθημα.
- **Η επίλυση των ασκήσεων δε συμμετέχει στον τελικό βαθμό του μαθήματος.**
- **Δε θα απαντηθούν emails σχετικά με τις ασκήσεις και τις λύσεις τους.**

### Αναφορές

[1] K. H. Rosen. *Διακριτά Μαθηματικά και Εφαρμογές τους*. Εκδ. ΤΖΙΟΛΑ, 2018.

[2] S. Epp. *Διακριτά Μαθηματικά με Εφαρμογές*. Εκδ. ΚΛΕΙΔΑΡΙΘΜΟΣ, 2010.