L.S MATEUR

A.S 2015-2016

Classe: 4Tech 2

MR: AMRI

## Devoir de contrôle N°1

Durée : 2h Le 11-11-2015

EXERCICE 1: (8 points)

Le plan complexe P étant muni d'un repère orthonormé direct  $(0,\vec{u},\vec{v})$ . On note A le point d'affixe 1 et B le point d'affixe 1–2i.

À tout nombre complexe  $z \neq 1$  on associe :  $z' = \frac{z-1+2i}{z-1}$ 

- 1) Déterminer l'ensemble E des points M(z) tels que : z' soit réel.
- 2) a) Montrer que pour tout nombre complexe  $z \neq 1$ , on a : (z'-1)(z-1)=2i
  - b) En déduire que pour tout point M distinct de A, on a : AM×AM'=2
- c) Montrer que si M appartient au cercle (C) de centre A et passant par O, alors M' appartient à un cercle (C') que l'on précisera.
- 3) a) Montrer que pour tout point M distinct de A, on a :

$$(\overrightarrow{u},\overrightarrow{AM}) + (\overrightarrow{u},\overrightarrow{AM}') = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

- b) En déduire que si M appartient à la perpendiculaire à  $(0,\vec{u})$  passant par A, alors M' appartient à une droite que l'on précisera.
- 4) On pose  $z=2e^{i2\theta}+1$ ;  $\theta \in [-\pi,\pi]$ 
  - a) Montrer que z'= $2\cos(\theta \frac{\pi}{4})e^{i(\frac{\pi}{4} \theta)}$
- b) En déduire les valeurs de  $\theta$  pour lesquelles le point M' appartient à l'axe des abscisses .

EXERCICE2: (6points)

Soit f la fonction définie par f(x) = 
$$\begin{cases} x^2 - 2 + x^2 \sin(\frac{\pi}{x^2}) six \le -1 \\ -3 + \frac{x+1}{\sqrt{2+x} - 1} six > -1 \end{cases}$$

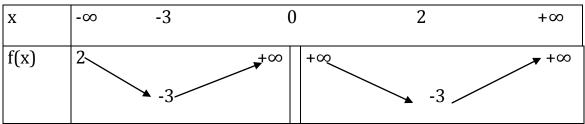
- 1) a) Montrer que f est continue en -1
  - b) Démontrer que f est continue sur IR

2) a) Montrer que 
$$\lim_{x\to-\infty} x^2 \sin(\frac{\pi}{x^2}) = \pi$$

- b) En déduire  $\lim_{x\to -\infty} f(x)$
- 3) a) Montrer que f(x) = 0 admet au moins une solution  $\alpha$  dans [-2, -1]
  - b) Montrer que  $\sin(\frac{\pi}{\alpha^2}) = \frac{2}{\alpha^2} 1$

## EXERCICE3:(6points)

Le tableau ci-dessous représente les variations d'une fonction définie et continue sur IR \  $\{0\}$ 



Le plan est rapporté à un repère orthonormé  $(0, \vec{\iota}, \vec{j})$  on suppose que  $\Delta : y=x+1$  est une asymptote oblique à Cf au voisinage de  $+\infty$  et (T); y=2x est la tangente à Cf au point A(1,-2)

1) Déterminer en justifiant :

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) \quad ; \quad \lim_{x \to -\infty} \frac{2}{2 - f(x)} \quad ; \quad \lim_{x \to 1} \frac{f(x) + 2}{x - 1} \quad ; \quad \lim_{x \to +\infty} f(f(x) - x)$$

- 2) Soit g la fonction définie par g(x) = f(3+f(x))
  - a) Déterminer l'ensemble de définition de g
  - b) Calculer  $\lim_{x\to 2} g(x)$
  - c) La fonction g est-elle prolongeable par continuité en 2
- 3) Calculer  $\lim_{x \to +\infty} f(\frac{1 + \cos x}{\sqrt{1 + x}})$

## **BON TRAVAIL**

