

Математическая Регата

28 декабря • 8 класс

Первый тур (10 минут; каждая задача — 6 баллов)

Задача 1. Найдите значение выражения

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{2m}\right) \left(1 - \frac{1}{2m+1}\right).$$

Задача 2. Существует ли параллелограмм, который можно разрезать на семь попарно неравных трапеций?

Задача 3. На какую цифру нужно заменить * так, чтобы разность $98765 - 4321*$ была кратна 12?

Второй тур (15 минут; каждая задача — 7 баллов)

Задача 1. Каждый цветок на поляне цветет ровно 30 дней. Известно, что каждый день пять цветков увядают, а взамен распускаются пять новых. Сколько цветущих цветков на поляне?

Задача 2. O — центр квадрата $ABCD$. Точка P внутри квадрата такова, что треугольник APD — равносторонний. M и N — середины отрезков BP и CP . Докажите, что треугольник MON — также равносторонний.

Задача 3. В десяти лунках, расположенных по кругу, лежат 55 камней. В любых двух лунках разное количество камней и пустых лунок нет. Докажите, что найдутся три лунки, стоящие подряд, в которых в сумме меньше, чем 16 камней.

Третий тур (20 минут; каждая задача — 8 баллов)

Задача 1. Про положительные числа a , b и c известно, что $a^2 < b$, $b^2 < c$, $c^2 < a$. Докажите, что каждое из этих чисел меньше единицы.

Задача 2. Биссектриса CF и высота BH треугольника ABC пересекаются в точке O . Найдите углы треугольника, если $CO = OF$ и $BO = 2OH$.

Задача 3. В семье шестеро детей. Пятеро из них старше самого младшего на 2, 6, 8, 12 и 14 лет соответственно. Сколько лет младшему, если возрасты всех детей — простые числа?

Четвертый тур (25 минут; каждая задача — 9 баллов)

Задача 1. Можно ли, используя только сложение и вычитание, получить ноль из квадратов первых двухсот натуральных чисел?

Задача 2. Угол B ромба $ABCD$ равен 40° , E — середина BC , F — основание перпендикуляра, опущенного из A на DE . Найдите угол DFC .

Задача 3. В однокруговом футбольном турнире играют восемь команд, четыре из которых выходят в финал. При равенстве очков, проходящие в финал команды определяется жребием. Какое наименьшее количество очков гарантирует выход в финал? (Победа — 3 очка, ничья — 1 очко, поражение — 0.)