

## 谈数学与生活之决策

丘成桐

丘成桐，当代数学大师，现任哈佛大学讲座教授，1971 年师从陈省身先生在加州大学伯克利分校获得博士学位。发展了强有力的偏微分方程技巧，使得微分几何学产生了深刻的变革。解决了卡拉比（Calabi）猜想、正质量猜想等众多难题，影响遍及理论物理和几乎所有核心数学分支。年仅 33 岁就获得代表数学界最高荣誉的菲尔兹奖（1982），此后获得 MacArthur 天才奖（1985）、瑞典皇家科学院 Crafoord 奖（1994）、美国国家科学奖（1997）、沃尔夫奖（2010）等众多大奖。现为美国科学院院士、中国科学院和俄罗斯科学院的外籍院士。筹资成立浙江大学数学科学研究中心、香港中文大学数学研究所、北京晨兴数学中心和清华大学数学科学中心四大学术机构，担任主任，不取报酬。培养的 60 余位博士中多数是中国人，其中许多已经成为国际上杰出的数学家。由于对中国数学发展的突出贡献，获得 2003 年度中华人民共和国科学技术合作奖。

今日很高兴和诸位谈谈我个人成长、处世和决策的经验。这些经验不一定局限在数学的研究，我希望它对年轻的学生会有帮助。

### 一、介绍

我首先描述一下我的家庭背景，这对于我的成长影响很大。我出生在一个受过良好教育但贫寒的家庭。我的父亲曾担任几所大学的教授，包括香港中文大学崇基学院。我的父亲做了很多哲学和中国历史的研究。不过，他大学时的专业是经济学，并在崇基学院讲授经济学课程。他也曾经在朋友的赞助下尝试创办银行，但以失败告终。在我 14 岁时父亲英年早逝。我们全家顿

时陷入极大的困境。这段经历使我认识到资源对于家庭、社会乃至国家的重要性。



崇基学院

我们家一共有 8 个兄弟姐妹。父亲去世后，照顾家庭的重担落在我的母亲和姐姐身上。父亲的去世和家庭遇到的困难对年幼的我有很大的震撼。这时候，母亲和姐姐做出了对我一生至关重要的决定——让家中年幼的孩子在学校继续读书和完成学业。

但是，这也意味着母亲和姐姐要付出巨大的代价。我的舅舅曾受过我的父母的抚养和帮助，他的家境还算小康。他提出要帮助我们家以养鸭子谋生，但他的条件是：所有的孩子必须放弃学业。母亲对我们的未来有更高的要求，



少年丘成桐全家福



丘成桐在伯克利读研究生期间

拒绝了她弟弟的建议。在这非常困难的环境下，她的信念和忍耐起了决定性的作用。虽然我得到政府奖学金的资助，在闲暇时我还需靠辅导学童挣钱。生活虽然很艰难，但我却学会如何去应付这些困境，并从中取乐。我知道我必须要在学业上出人头地，对我来说这是一条不归路。我必须有所作为：为我自己和我的家人走出一条康庄大道。不成功的话，就没有前途了。

严峻的现实促使我成熟和坚强。我认识到我需要依靠自己的力量。在父亲去世前，我从未有过这种经验。父亲是家庭的领导者，他健在时我们丝毫不担心自己的未来。但现实毕竟是残酷的，再不靠自己就没有希望了。

## 二、苦难与成熟

我之所以提到这些经历，是为了说明经历过不幸之后，人们往往会变得更加成熟。在人类历史上，有许多本该拥有辉煌前程的人却最终被困苦的生活压垮。但是也有很多著名的伟人在克服困难之后取得成功的故事。

让我举一个我熟悉的例子，就是伟大的中国数学名家周炜良（1911—1995）。周炜良 20 世纪 30 年代在德国学习，学成归来后，开始时在中央大学任教，继而管理他的家族企业。第二次世界大战摧毁了他的财富，他决定重新回来做数学研究。他搬到普林斯顿居住，并向一位著名数学家所罗门·莱夫谢茨学习。在这段时间里，他做出了开创性的工作，代数几何学中有许多成果以他的名字命名，他的大部分著作将会永载史册。



周炜良



所罗门·莱夫谢茨

历经苦难最终导致伟大发现的过程，非常类似于打磨钻石。苦难让人成熟和进步。它教会人们如何快速做出正确的决定。在很多情况下，人们没有时间改变自己的决定，甚至没有时间犹豫或者后悔，所以做决定时往往得依靠我们的经验。翻开史册，我们发现企业或者国家的领导人如果有过艰辛的

磨砺，往往能够比一般在优厚环境中长大的领导者更胜一筹。

在教育方面，我觉得让学生学会独立思考以及培养应对艰难情况的能力是极为重要的事情。学生应该主动学习丰富的知识，而教师应该尽量为他们创造良好的学习和咨询的环境。因此我组织每周约九小时的学生讨论班。我要求我的学生阅读一些可能与他们的论文课题并不直接相关的文章，包括一些超过他们当前学识的高深课题。

报告各自领域之外的困难文章让学生们备受挑战。但读懂了这些文章之后，他们会有质的飞跃，对某些课题甚至会比我有更好的理解。有些学生则试图隐藏他们的无知，这些学生通常无法真正掌握推动学科进步思想的精髓。我相信如果不理解前人如何开创学问的蓝图，我们将会难以提出自己的创见。我相信这种经验并不局限于做学问：在社会上做事或者经营企业，假如没有亲身经历过挑战，就会缺乏经验，而难以施展才华。

困难的环境可以令人变得更加成熟。但是反过来说，长久为生计奔波，对学者的成功却可能是有害的。毕竟，学者需要在一个稳定的环境下成长和发展，才能完成有深度的成果。我观察到历史上的伟大数学家之中，最多有百分之五的人在其整个职业生涯中都身处穷困。在历史上，我们看到一个社会、一个国家，在百战之余，都需要休养生息，才能成长。

### 三、建立目标

要成为一个大学者，我们必须建立一个宏大而有意义的长远目标。这个目标的一个非常重要的特征是要确保在我们追求它的道路上，即使遇到挑战，我们也还会感到愉悦。我本人的目标就是在数学研究上有深入的贡献。我并不是一个天生的数学家，但是父亲的教导让我很敬佩那些对人类做出永恒贡献的学者。我一生都为对数学有贡献而有着无比的欢愉。

因为我来自一个贫困的家庭，我没有太多的出路。但是数学并不需要太多金钱的投入，所以是一个比较容易的选择。但更重要的是，我着迷于数学的优雅和魅力。况且伟大的数学理论可以持续数千年，至少它可以影响好几代人。

我也知道数学可以极为实用，可以解决人类社会中任何需要推理的问题，甚至华尔街的金融投资都可以利用数学的工具。我的许多朋友在各行各业都取得了巨大的成功，其中包括大名鼎鼎的吉姆·西蒙斯。

我第一次遇到吉姆·西蒙斯是在四十二年前纽约州立大学的石溪分校。我当时惊讶于他对数学研究的痴迷。他已经在几何学中做出了很重要的成果，但是对新的数学发展还是兴奋不已。不过他也说，他非常喜欢金钱。最后他

辞去数学教授职位，到纽约华尔街去创建投资公司。他极为成功，现在已经从他的公司退休，并决定重新从事数学研究。显然，他现在做研究并不是因为金钱。他的生活是由兴趣所主宰，他的研究依然充满力量。

在我读高中的时候，我也有过从事中国历史研究的想法，部分是由于父亲的教导，另外一方面也是因为历史是我钟爱的科目，直到现在它依然是我的一大爱好。不过，我决定研究数学，不仅是因为我对它感兴趣，我的志向是在数学上创造历史，而不仅仅是记录或解释历史。况且由于教学的需要，以及工商业极为需要有分析



吉姆·西蒙斯

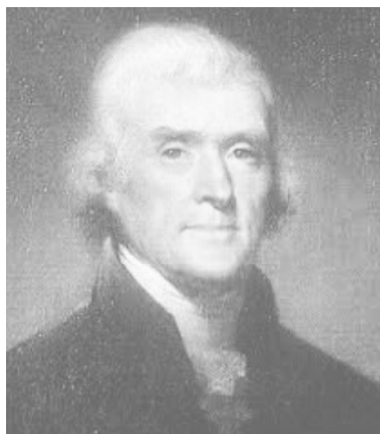
思维能力的职员，数学家比历史学家更易谋生。另一方面，我毕生从未想过赚取很多金钱，但在从事数学研究时，却自得其乐。我读伟大数学家高斯或黎曼的文章时，往往兴奋莫名，而自语道：“大丈夫，当如是！”在数学上，我能与古人神交。这应当是我选择数学为我一生专业的理由。

数学带给我的乐趣已经远远超出我的想象。历史和数学都教会我进行理性的思考。我记得第一次感受到数学的美是在初中二年级学习平面几何的时候。从简单的公理出发，可以推导出复杂有趣的定理，着实令我着迷。我听说，在古希腊时期，市民喜欢在大街上辩论。严谨的逻辑推理思维得到了发展，并有效地应用到辩论之中。

在推理的学问里，我们需要建立一个假设，它必须来自于我们对周围环境的观察和体验。从所做的假设，我们可以基于逻辑推导出许多结果。我们需要的逻辑推理其实很简单。如果 A 蕴涵 B 并且 B 蕴涵 C，那么 A 蕴涵 C。



约翰·纳什



亚当·史密斯



虽然这看似简单，但是建立一个良好的假设是创建任何坚实理论的重要根基。如何寻找命题 B 和 C 更是对一个良好数学家的考验。

也许你听说过约翰·纳什关于经济学的均衡理论的著名工作。他建立了一些简单的假设并由此推导出重要的结论。由于这项工作，他获得 1994 年诺贝尔经济学奖。

约翰·纳什将博弈论应用于经济学，并引入新的均衡概念，他改革了亚当·史密斯（1723—1790）的经典理论。他和其他经济学家将这些新兴的数学理论应用于经济学的研究，影响至今。

#### 四、建立品位与文化

无论是从事科学研究或者经商，成功的研究所或企业应当体现出研究员或公司创始人的品位与个性。建立其内在的优雅文化是必要的。因为数学的工作都是基于严谨的逻辑推理，一台计算机就可以承担大部分推理的工作得到一些结果。然而，好的数学结果与不好的数学结果有着关键的区别。一台计算机可以生产出大量正确的命题，但如果没有人类思维的指引，绝大多数命题并无价值。在一般的情形下，它们无法构造可以加深我们对自然界了解的漂亮或有用的命题。计算机无法判断什么是重要或者是有趣的命题。

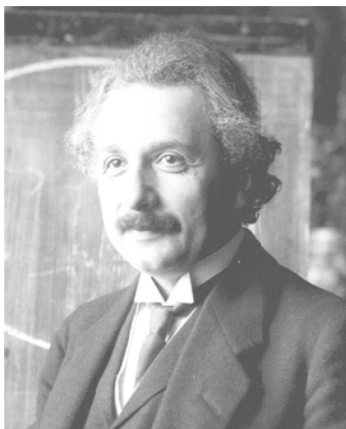
这带来了一个重要的问题：数学家如何发现重要而有深度的定理？

一个重要定理的证明通常由一系列复杂的推理所组成。如果我们看不清前进的方向，那么几乎不可能创造出这样的推理。

当数学家开始着手研究一个问题时，首先需要有一个好的规划。正如画家需要从画的类型来决定所采用的技术和媒介。另一方面，研究数学是一个动态的过程。很多时候，当新数据或新见解出现时，我们可能需要改变研究的规划。

众所周知，科学由许多科目组成。在探索自然的过程中，会诞生许多新的课题。有趣的是，许多新的研究课题往往来自于两个或多个古老科目的融合。非常类似于两家大公司的合并。如果我们了解这两家公司的文化，那么这很可能会是一个巨大的成功。反之，如果对两方的了解都不透彻，合并的结果，也可能是一个灾难。

爱因斯坦（1879—1955）曾经成功地将狭义相对论与牛顿引力理论相结合建立了广义相对论，这是物理学的巨大飞跃。爱因斯坦能够这样成功是因为他对这两个领域的精通超过任何同时代的物理学家。因此，我总是建议我的学生至少同时掌握两门不同领域的知识，并努力将不同的科目结合起来。这个建议可能对其他学科也适用。



爱因斯坦



牛顿

无论是在科学、文学或社会学中，我们都需要有广博的知识，这样才能开拓新的课题。在大学里，我们学习的知识可能取决于每所大学的要求。好的学校，比如哈佛，会要求学生学习许多不同领域的知识，打下良好的核心基础。哈佛大学的大部分学生不但学习刻苦，而且经常互相交流，选修不同学科的课程。我有一位朋友的儿子，在哈佛大学读本科时主修埃及文学。我以为他会是一个学究，但他毕业一年后，开创了一间相当成功的高科技公司，由此可见通才教育成功的地方。

但是，当涉及更具体的事情，大学教育还是不够的。我们需要进入研究生院深造，到公司实践学习，参加技能培训。无论身在何处，都有学习的机会。就我个人而言，我一生都在研究数学。但我也同时研究物理学，从我的博士后那里了解物理学前沿，并与他们一起工作。我的许多博士后拿的是物理学而非数学的博士学位。我选择物理学博士，是因为我需要向接受过物理学专业训练的年轻人学习。我觉得这一点很重要，我们不能仅仅学习了一门学科表面的东西，就以为自己掌握了这门学科。

如果没有足够的知识积累，很难找到合适的研究方向。

## 五、决策

我们都知道，在我们的职业生涯中决策能力的重要性。这通常取决于许多因素，如个性、能力和外界的约束。为了选择我们的研究方向，我们需要权衡众多可能的影响因素：例如我们要考虑所需要的资源，可能产生的后果和团队的个性情感等问题。

我们在做研究或创业的时候，往往需要当机立断，这需要一种直觉。这种直觉需要建立在知识的基础之上，与朋友讨论有助于拓宽这些知识和澄清

疑点。经过足够的磋商，饱读相关的材料和权衡不同的利弊，都能帮助我们做出最终的决定。但是最重要的因子来自以下的直觉：如何更好地实现在研究或生活中早已设立的长远目标。



屈原

屈原说：“亦余心之所善兮，虽九死其犹未悔。”有时候人们会为了短期的目标，而迷失了人生的终极目标。在这方面，道德教育发挥了极为重要的作用。我非常感谢我的太太，她总是提醒我要坚持自己的理想。我们不能放任自己，为了短期的收益而忘记了初始的目标。即使我们生活的目标是为了赚钱，也需要考虑到社会结构已经发展到一个非常复杂的状态，没有人可以不依赖别人的帮助或者不去帮助别人而获得成功。就如高科技的专利权——政府的法律保护和企业的互相尊重同等重要。

美国人擅长于开发新技术的原因有很多，但保护知识产权也许是最重要的一条。知识产权不受到保护，就意味着工程师的成果很容易被人偷窃。没有奖励，科学家和工程师很少愿意花费多年的努力去开拓新的研究！一般来说，中国企业家不太信任家庭成员以外的人，大多数私人公司由家人接班。遗憾的是，许多企业经过两三代传接后就失败了。原因当然有很多，其中一个是因为他们的后人有着巨大的财富，流于安逸而丧失了动力或者对经商的兴趣。但更重要的是对家族以外的人不信任，家族企业找不到最有能力的人来管理，这点也与法律不健全有关。在研究的领域里，也出现类似的问题。一般中国学者只相信自己的学生或系里的老朋友。造成这个现象的原因除了中国人的传统学派观念外，主要还是由于中国学术界剽窃的风气。在我接触到的学者和编辑的杂志中，我发觉中国数学界剽窃的问题比国外来得严重。至于其他学科也常听闻同样的问题。有些学者，甚至有的院士，在修饰文字后，将别人的想法放进自己的文章里，由于不是搬字过纸，一般学者并不认为这是抄袭。一些机构却往往重用这些学者，这些山寨学者已经严重地影响到千人计划、重大项目的评选和院士选举等，甚至起了控制作用。有人缺乏认识，有人不敢抗拒他们的欺诈，被迫跟他们合作，这是很不幸的事情。机构领导对此尚无认知，长年用少数的这种学者管事，是中国数学未达世界一流的原因之一！

一般来说，美国高校和研究所富有浓郁深厚的学术气氛。但学者最终能否取得成功，仍然归结于研究人员是否能做出正确的选择和决定。

让我举一些亲身经历的例子。我在加州大学圣迭戈分校工作了三年。从1980年开始，我带了不少研究生。1985年，有15名研究生在我指导下学习。



他们中有些成为了非常出色的数学家。许多中国大学的学生想到加州大学圣迭戈分校来学习，我都尽力帮助他们，无论他们最后是否成为我的学生。

其中有一位来自北京大学的提交申请的学生希望学习数论。我安排他师从一位杰出的数论学家哈罗德·斯塔克，他是加州大学圣迭戈分校和麻省理工学院的双聘教授。但当时的北京大学校长也许出于个人原因，没有同意他来加州大学。那个学生被派往普渡大学，学习并非他最感兴趣的代数几何。尽管他在博士论文中取得了进展，他仍然无法在毕业时找到合适的工作。

经过很多年艰苦的生活，他在一个朋友的帮助下，成为新罕布什尔大学的一个暂聘讲师。虽然环境并不尽如人意，他还是坚持做他心爱的数论研究。大约在两个月前，他解决了数论中最困难的问题之一。二十多年的努力终于有了回报。虽然他的薪水不高，他却很享受研究的乐趣和所取得的成果。这位学生就是现在极负盛名的张益唐教授。

另一方面，我有一位在圣迭戈任教时的学生，他跟随我来到哈佛大学继续研究。在我的指导下，他完成了几何学中几项重要的工作。但是他对事物有自己的看法。他在选择工作方面不接受我的建议。他毕业时，很多名校邀请他为助理教授。我的朋友汉米尔顿是大名鼎鼎的几何学家，也可以说是这位学生的偶像，他在圣迭戈分校为这位学生安排了一个预备终身制助理教授的职位。这是一个极好的职位，因为这个位置很快就可以变成终身职位，但这位学生拒绝了。他选择了普渡大学，因为他觉得普渡可以为他解决签证问题。他没有和我商量他的决定，事实证明这是一个严重的错误。三年后他被迫离开普渡大学，其实那些年中，他的工作还是做得很出色，但他不懂得系里的人事关系，被系中的教授排挤而离去。他因此觉得累了，不想再继续从事科研。他虽然曾经做出杰出的工作，但因为疲惫和失望，他选择放弃数学。为此我深感遗憾。

这两个例子表明，每个人在生活中都会遇到困难。但个人的能力和性格会造成截然不同的结果。我们如何克服困难是一个很重要的挑战。坚持不懈对于研究来说是非常重要的，但最重要的还是能从所做的事情中获得欢愉和成就感。我在上面提到的那位学生在他研究生涯的最后阶段时告诉我：他对研究已经逐渐失去了兴趣。我想这就是这两位数学家之间最主要的区别，遗憾的是，他们的人生也是截然不同的。不过，我还是希望我那位学生振作起来，前途还是光明的。



张益唐

另一方面，我也见到很多早熟的年轻人，一早成名，却往往一念之差而开始沉沦。

在我的指导下，有另外一位学生读书读得不错，在毕业时，解决了我提出的一个有名问题的第一步。由于我的提拔，受到数学界同仁的重视。但是几年后，他开始发表充满漏洞的数学文章，又依靠剽窃来获取本不属于他的荣誉，很快他就沉溺在虚伪的生活中，兴趣也从学术研究转到追逐名利。甚至联群结党，不择手段地去欺负年轻学者。这种现象已经严重地影响到中国数学的前途。看了他与政府官员的谈话和向媒体的宣传，我才对孔子说的“巧言令色，鲜矣仁”有比较深入的了解。屈原说：“何昔日之芳草兮，今直为此萧艾也。”至于何时他才能迷途知返，从既得权利的巅峰返回，做一些踏实的学术研究，是一个有趣而又可悲的问题。在这个浮华和追逐名利的社会，这需要无比的勇气，我希望我的学生都能向张益唐学习。所以我们必须牢记正途并坚定不移地去追寻真理。

从这个故事看来，过早成名往往需要更严格的自律。来自同行的竞争压力、无知家长和有野心学长的期望，可以毁掉一个年轻人的光明前途。

中国家长都望子成龙，却常常没有顾及孩子成长时，除了学业和道德的教诲外，还需要有良好的伙伴，并得到年轻人应有的乐趣。

从前有一个才二十岁的年轻人跟我做博士后。刚开始时，我没有注意到他的年龄，他的工作也算出色，和我及其他博士后一同发表了一篇还算不错的文章。但是有一天，我在中国访问时，突然接到一个电话，说他在家里不停地尖叫，被警察带到精神病院去了。我才了解到他的情形：他在马来西亚长大时，极负盛名。他十二岁中学毕业，就到加州理工大学读书，三年后完成学业，到康奈尔大学完成博士学位。这是中国家长都羡慕的年轻人。但是他进医院后，只有他的妹妹来看望他。据他妹妹说，他学业进步太快，没有任何朋友，连父母都没有办法跟他交流。过了大半年后，我第一次见到他的父亲，我感到失望。他的父亲还继续对他施加学业上的压力。他回到新加坡后，过了两年，竟然自杀了。我为这件事感到极为惋惜。

所以我总想奉劝家长们，在教导小孩时，不宜操之过急。让孩子们多交一些益友，让他们知道生命的乐趣。

我的学生中，有堪称一代大师的，例如在斯坦福任教的孙理察，我和他一同成长，互相勉励，他的学问深受我的影响，但我也从他那里学习了使我一生受用不尽的学识。华裔学生还没有他这个水平。但是，李骏和刘克峰都在数学上有极重要的贡献，比我上述的在玩政治时呼风唤雨的学生贡献大得多。

当时李骏在上海参加改革开放后第一次数学比赛，得到第一。我孤陋寡闻，当李骏来美国做我的研究生时，我没有特别注意到他的辉煌历史。直到



孙理察



李骏



刘克峰

我从上海来的外甥指出有这么一号的天才时，我才知道这个事情。我想这是一件好事。他循规蹈矩严谨治学，我送他到加州大学洛杉矶分校跟我的一个老朋友学习代数几何，脚踏实地学习两年后，他现在已经是这个学科的带头人，比我那位出名的学生做的工作重要得多。刘克峰也是在哈佛大学读书时，博览群书，不单在几何上取得杰出的成就，也对弦论有关的数学有深入的贡献。

除了我自己的学生外，我也看着一些用功的年轻人成长，其中有复旦大学的傅吉祥、晨兴数学所的几个年轻数论学者和最近在清华大学的李海中，他们虽然受到某些有权势的院士排挤，仍然做出国际一流的工作，使我觉得兴奋。尤其是田野在数论上的工作，在国际上得到认同，得到三年一次的晨兴数学奖金奖，在众多高手竞争中，脱颖而出，成为中国大陆第一个得到金奖的人。数论在他从前读书的大学已渐衰微，但由于兴趣，他坚持了下来，完成了大陆学者这三十年来最重要的工作，真是值得庆贺的事情。比田野年轻的徐浩，他刚毕业时，我担任哈佛大学数学系的系主任，哈佛大学数学系以等同助理教授职位聘请他四年，中国某些对他的工作毫无认识的院士却欺负他，连最基本的奖励都不愿意给他。由于哈佛数学系多年来不设助理教授这个职位，网上竟然有人质疑他在哈佛的职位。他还是很努力，解决了弦论数学上的重要问题，今年得到晨兴数学奖银奖。晨兴奖由十个国际知名的数学大师评审，其中三个大师是菲尔兹奖得主，其他都是美国、德国、俄罗斯或英国的院士。这两位得奖的年轻人都值得我们庆贺。



田野

所以急于求成，往往失败，而坚定不移的学习始终是做研究的不二法门！

## 六、结论

艾萨克·牛顿（1642—1727）曾说过一句名言：“如果我比别人看得更远，那是因为我站在巨人的肩上。”或许我们还应该注意到这些巨人们是站在他们之前的那些巨人的肩上！任何想要获得成功的人，都必须学会向前辈伟人学习。很难相信如果不是站在这些巨人的肩上，我们能够取得超越他们的成就。要知道，在他们的年代，这些巨人也曾经被认为是天才。摆在我们面前的是几代天才刻苦钻研所积累起来的成果。

我相信这个道理同样适用于商人，他们应该在建立企业之前学习了解他们所经营行业的基本概况。决策的制订要快而果断，当然前提是事先做过充分彻底的调研并集思广益。所以说：世上没有免费的午餐！每个人都应该不断探索新的思路和新的方向，只有如此才能胜人一筹。我们应该知道，创新基于广泛的知识、开阔的思维和辛勤的工作。我们应该学会从不同的来源汲取知识，包括那些我们一直没有涉猎的科目，并且以无比的毅力和耐心向伟大的目标进发。