

数学在天堂

季理真

译者：徐浩

季理真，1964 年 4 月生于温州。1984 年获杭州大学理学学士学位，1985 年赴美在丘成桐教授指导下研习数学。1987 年在加州大学圣迭哥分校获得理学硕士学位，1991 年在美国东北大学获得理学博士学位。先后在美国麻省理工学院、普林斯顿高等研究院从事研究工作，现任教于美国密歇根大学数学系。研究领域为几何、拓扑和数论的交叉学科，曾获得 Sloan 研究奖、Simons 研究奖、美国自然科学基金会数学科学博士后奖和晨兴数学奖银奖。撰写过多部学术专著，担任两套学术丛书和两套科普丛书的主编，是 *Pure and Applied Mathematics Quarterly* 国际期刊的主编之一。

数学大师讲座的构想

天堂是什么？天堂在哪儿？人们在天堂里干什么？

答案之一是去三亚听数学大师讲座！2013 年 1 月 4 日至 1 月 8 日，在三亚湾的海滨酒店里，数百名来自世界各地的人们热烈地参加了 4 个现代数学研讨会。

这些研讨会根据 5 位数学大师的大会报告展开，这 5 位数学大师分别是：布朗大学教授、菲尔兹奖获得者 David Mumford，哈佛大学教授 Wilfried Schmid，日内瓦大学教授、菲尔兹奖获得者 Stanislav Smirnov，以及哈佛大学教授、菲尔兹奖获得者丘成桐。

为什么我们要开办这些大师讲座？我们的目的是什么？

数学有着悠久的历史。数学既美丽又振奋人心，但对初学者来说有时也

是复杂而神秘的。要让数学的河流生生不息地流动，我们需要新的血液和新的一代。是的，未来是属于他们的。

为了激励和培养未来数学家，我们举办了这次题为“数学大师讲座”的会议。目的在于邀请数学大师们向年轻人讲解什么是伟大的数学，它是如何被发现的，在钻研过程中的兴奋和痛苦经历，还有什么是尚待发现的或者数学未来的发展方向。当然，这也为我们的努力增添了人性化的一面。数学是由数学家创造的，而数学家也是人。人类的相互作用铸就文明。

“数学大师讲座”系列会议将于每年寒假时在热带城市三亚举行。

我们相信，这个系列会议将会传达这样一个理念，即数学还是一如既往的扣人心弦，比以往任何时候都要有用，并且会继续在未来科学的发展中起到举足轻重的作用。我们希望且坚信，为年轻人提供一个和数学大师互动的平台将会对数学界产生巨大的影响。

清华三亚国际数学论坛是清华大学的一个全新的会议中心。清华大学是中国的顶尖大学之一，有着悠久的数学传统，培养了几代中国数学家，包括陈省身和华罗庚。一些西方的杰出数学家，比如 Wiener 和 Hadamard，曾访问清华，并在清华执教。西方数学界和中国数学界的相互交流对中国数学的发展起到了巨大的作用。清华三亚国际数学论坛是一个致力于促进数学、理论物理以及相关领域发展的特殊会议中心，它将会在数学的未来发展中起到举足轻重的作用。

漫步在三亚的沙滩上

人们在会议期间谈些什么？

丘成桐教授在此次会议中做了题为《几何：从黎曼，爱因斯坦到弦论》的报告。报告中回顾了几何学的历史，以及几何学与永无止境的探索宇宙统一理论之间不可分割的相互作用。三亚可能是最适合聆听和举办这个讲座的地方，因为它是如此贴近自然，在这里可以看到并感受到宇宙的运动和吸引力。清晨，在沙滩上漫步，在海中游泳，感受到海浪温柔的触摸，观看太阳平稳地升起。问题和答案在脑中不停地回荡。风可能是引起海浪（海波）的原因，但是到底是什么导致了潮汐？答案是来自月球的引力（或牵制力）。如何将波和重力统一起来？这是丘先生讲座的议题之一，统一量子理论和引力理论的谜题很可能在弦的振动中找到答案。这些弦在哪里振动？在卡拉比-丘流形蜷曲成的时空中！

轻柔的海浪使得早晨的海滩更加宁静，夜间的潮汐紧推着海沙。这是不是类似于卡拉比-丘流形紧致化？也许是，也许不是。也许这是一个好的时间

和地点来思考人生的意义，生命中的爱，甚至思考什么是数学这个更有意思的问题。

什么是纯数学？什么又是应用数学？Mumford 教授的大会报告是《纯数学和应用数学的伙伴关系》。纯数学和应用数学是不同的学科这一点并无疑义？但它们之间是否真的有一条明确的分界线？虽然所有的波看起来都是相似的，一个接着一个，但每个波的波形是不同的。很多时候我们以为可以保持裤子不被海水打湿，但往往是一个突如其来的海浪让你措手不及。是的，每个数学家对于什么是纯粹的，什么是不纯粹的，以及什么是好的和重要的数学的思考也是不同的。很多事情随着时间的推移而改变，但海浪永远以同样的方式拍击着沙滩。Mumford 说，现代计算的构思在几千年前就已经被中国古代数学家应用了！

海滩上的沙子有的精细，有的粗糙。三亚的海滩上有多少沙粒呢？也许从没有人问过这个问题，也许也从没有人在乎这个。是的，也许没人会关心一粒沙子。每一粒沙子的移动都是随机的，它的命运无法预测。只有沙粒的统计行为才是重要的。无论沙子有多细，沙滩的表面都是不光滑的。沙滩是由无数细小的颗粒组成的。如何在沙滩或一个离散的表面上做分析？Smirnov 教授的报告题为《离散复分析和概率》，讨论了离散和连续之间的相互作用。沙滩上的水线是怎么形成和变化的？也许 Smirnov 教授报告中的渗流理论对这个问题会有所帮助。

到了晚上，三亚的沙滩上依然热闹，到处都是摩托车和卡拉 OK 歌手。黑夜并不能掩盖自然的美。在沙滩伞下，沙滩椅上，人们可以躺下聆听和谐的海浪声。也许这也是思考白天所讨论的数学的好时候。什么是自然中的和谐？什么是音乐中的和谐（调和）？什么又是数学中的调和分析？Schmid 教授做了题为《李群上的调和分析》的大会报告。美源于对称，数学中关于对称的研究称为群论。三亚海岸线的美和群论之间有着什么样的联系？对了，自相似群揭示了分形的奥秘，而分形解释了海岸线的构成。

赤着脚在沙滩上漫步是有趣而愉快的，尤其是当沙子细腻光滑时。沙滩的柔顺取决于每粒沙子是否圆滑。为什么沙粒是圆滑的？这是时间的作用，海浪持续的冲刷和亲吻。也许平均曲率流是圆滑沙粒的更直接原因。平均曲率并不只出现在沙滩上，它也出现在肥皂上（也许同时也出现在浪尖上？）。是的，它也应用于极小曲面的研究。Schoen 教授做了题为《微分几何中的极小子流形》的大会报告。经典的主题充满了新的生命和惊喜，而大自然总是寻求最稳定、最低耗的能态。

在这些数学大师的大会报告内容的基础上，三亚的 4 个研讨会内容涵盖了视像科学、几何分析、表示论和平面统计模型这几个领域的最新发展。

在会议的休息期间，浓厚的数学氛围，丰富的热带水果，整个会议是愉快而成功的。

大师和学生之间的相遇

应该要向谁学习？阿贝尔说过：“向大师学习！”

除了来自世界各地的研究者，清华大学的部分本科生和研究生也参加了这次会议。他们梦想未来，更拥有未来。

一些讲座的内容可能已经超过了他们的知识范围，但是听大师谈论数学的经历会令他们终生难忘。

他们甚至可以问问数学大师们：你们是如何成为大师的？1月7日晚上，来自中国顶尖大学最好的学生们和西方顶尖数学大师们一起参加了一个热烈的座谈会，或者说一个称为“和大师面对面”的讨论会。

在他们的人生中是否有某件事改变了他们的数学生涯？

这要视情况而定了。影响他们的因素可能是一个简单奇点的消解，或者是平面几何的优美和简洁，又或是在年轻时遇到了一个好的数学导师。

怎样看书，怎样听报告，怎样和别人讨论，怎样选择正确的研究方向和课题？应该去追求热门？还是从基础入手？

这些问题没有简单的答案。

在学习数学的过程一直是快乐的吗？怎样克服学习过程中的停滞不前，不被理解，或是失败？

不，生活并不容易，但这也使得生活变得更有意思。在一条简单的直线上并不存在很多几何。扭曲和意外的转折产生出一个丰富的课题。

东西方之间的相互作用已经持续了很长时间，并将一直持续下去。但这其中的每一次相遇都是独一无二的。

东西方的教育和研究的区别是什么？对去西方学习的中国学子们有什么建议？

西方世界的教育也不都是一样的，这取决于你去哪个国家。也许不久的将来会有越来越多的西方学子负笈东方。

最后的建议是选择学习你感兴趣的（即追求你所爱的），并且一以贯之、坚持不懈，这样你将会有一个有意义且有收获的人生！

第三届清华三亚国际数学论坛

第三届清华三亚国际数学论坛由丘成桐教授担任组委会主席，香港科技大学郑绍远教授、美国密歇根州立大学季理真教授、美国加州大学河滨分校潘日新教授、清华大学数学系肖杰教授共同担任组委会成员。

2013 年 1 月 5 日至 8 日，会议在三亚国光豪生度假酒店举行。会议连同上述五场大会报告，由以下四个研讨会组成：

- 视像科学。由 David Mumford、顾险峰、林松山、朱松纯组织。
- 几何分析。由 Richard Schoen、李莹英、王慕道组织。
- 表示论。由 Wilfried Schmid、张寿武、Dragan Milicic、Stephen D. Miller、田野、袁新意组织。
- 平面统计模型。由 Stanislav Smirnov、Hugo Duminil、Clement Hongler、刘家成、Vladas Sidoravicius、王跃飞组织。

有关讨论会的更多细节描述，例如报告题目和摘要，可以在以下网址找到：<http://msc.tsinghua.edu.cn/forum2013/Default.aspx>。

除了来自世界各地的报告人和与会者之外，30 多名来自清华大学的本科生和研究生以及 20 多名来自其他大学的学生被挑选来参加这次会议，学生们对数学大师和邀请报告人表现出强烈的兴趣。这次会议对学生和数学大师都是一次有意义的难忘经历。