

# 几何原本 (节录)

欧几里得

编者按: 欧几里得 (Euclid, 活跃于公元前 300 年)。关于他的身世人们了解很少, 只知道他是古希腊托勒密一世时代的人物, 曾在当时的政治、文化中心亚历山大城到处授徒。但他因写下了流传广泛的《原本》(*Elements*), 而成为历史上有影响的数学家。两千三百年来, 《原本》已被翻译成许多种语言, 至少有 1000 多种版本。在西方, 它的发行量仅次于《圣经》。

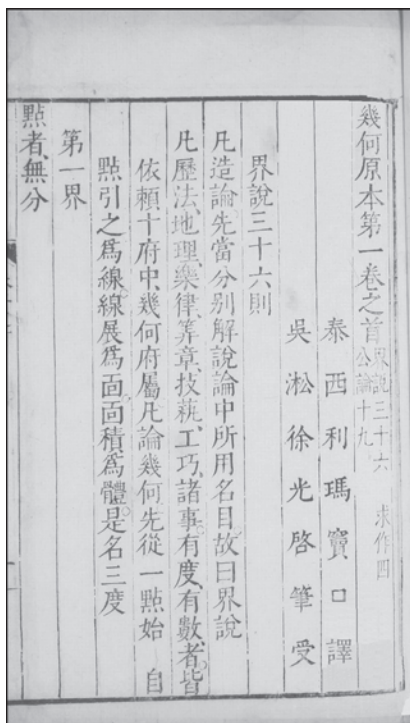


↑ 英国牛津大学自然历史博物馆中欧几里得雕像  
(<http://en.wikipedia.org/wiki/File:EuclidStatueOxford.jpg>)

我国明末时期的杰出学者徐光启 (1562—1633) 与意大利籍传教士利玛窦 (Matteo Ricci, 1552—1610) 合作, 首次把《原本》的前六卷翻译成中文, 并使用了中文书名《几何原本》。从此, “几何”成为数学中一门历史悠久的主要学科的中文名称。徐光启盛赞<sup>1)</sup>: “此书能令学理者祛其浮气练其精心, 学事者资其定法发其巧思。故举世无一人不当学。”“能精此书者无一事不可精, 好学此书者无一事不可学。”再过 250 年, 清末最杰出的数学家李善兰 (1811—1882) 与英国籍传教士伟列亚力 (Alexander Wylie, 1815—1887) 合作, 翻译了《几何原本》的后九

---

<sup>1)</sup>见徐光启和利玛窦译《几何原本》中徐光启序。



↑ 公元1607年利玛竇、徐光启汉译本《原本》首页。

卷,使中国学者终能看到该书全貌。李善兰是浙江海宁人,与陈省身(浙江嘉兴人)是同乡<sup>2)</sup>。

《几何原本》从 23 个定义、5 条公设和 5 条公理出发,运用逻辑推理证明了 465 个命题,从而演绎出整个古典几何学体系。时至今日,不仅中学生仍然在课堂上学习欧几里得几何学,而且数学家也依旧在沿用《几何原本》所开创的“公理化 + 逻辑推理”的方法建造高度抽象、极其复杂的现代数学大厦。

书中的第 5 公设(也被称为“平行公理”),因为看上去不那么自明而曾经受到怀疑。人们设想可以用其他四条公设来证明它。但经过千百年来无数次失败的尝试后,直到 19 世纪,数学家们才认识到,平行公理确实是欧几里得几何体系中不可缺少的,因为可以用与之矛盾的命题作为公理来取代它,从而得到一些不同于欧氏几何但仍然是相容的几何体系。这些不同的几何都被称为非欧几何。

书中第一卷的命题 5(等腰三角形的两底角相等)被称是“笨人难过的桥”(Pons asinorum): 意思说,只有学会证明这个基本命题,才有可能学好几何这门课。命题 32(三角形的内角之和等于  $180^\circ$ ) 其实就是最原始的高斯-博内-陈省身定理。

以下是书中第一卷开头部分的内容。

<sup>2)</sup>海宁现仍属嘉兴市管辖。

## 第一卷

### 定义

1. 点只有位置没有尺寸。
2. 线只有长度没有宽度。
3. 线之两端是点。
4. 线如随同其上的点平直延伸, 则称之为直线。
5. 面只有长度和宽度。
6. 面的边缘是线。
7. 面如随同其上的直线平直展开, 则称之为平面。
8. 平面角是指一平面上两条不在同一直线上且相交的线互相之间的倾斜度。
9. 当包含角的两条线是直线时, 则称该角为直线角。
10. 当一条直线站在另一条直线上, 使得相邻的两个角等, 则这两个角都被称为直角, 并称前一条直线垂直于后一条直线。
11. 钝角就是大于直角的角。
12. 锐角就是小于直角的角。
13. 边界是任意一物的边缘。
14. 图形是被一个或几个边界所围起的。
15. 圆是由一条线所围起的平面图形, 使得两端落在该线上和图形内一点上的所有直线都相等。
16. 上述图形内的那一点被称为圆心。
17. 圆的直径是指任意一条通过圆心且两端沿相反方向落在圆周上的直线, 这条直线也平分了圆。
18. 半圆是直径和由它截得的圆弧所围成的图形, 而且半圆的心就是圆心。
19. 直线形是由直线围成的图形, 三边形由三条直线围成, 四边形由四条直线围成, 多边形由四条以上的直线围成。
20. 在三边形中, 等边三角形是指其三条边相等, 等腰三角形是指其有两条边相等, 不等边三角形是指其三条边都不相等。
21. 在三边形中, 直角三角形是指其有一个直角, 钝角三角形是指其有一个钝角, 锐角三角形是指其有三个锐角。



22. 在四边形中, 正方形是指其等边且四角都为直角, 长方形是指其四角为直角但不是等边, 菱形是指其等边但没有直角, 平行四边形是指其对边和对角都分别相等但不是等边且不是直角, 其余的四边形叫做不规则四边形。
23. 平行线是指一平面上的两条直线, 它们朝两个方向无限延伸而永不相交。

## 公设

1. 从任意一点到任意另外一点可作一条直线。
2. 可从一条直线上连续地取出有限长直线 (段)。
3. 可以用任意圆心和半径作圆。
4. 所有的直角都相等。
5. 若一条直线与另外两条直线相交, 若直线同侧的两个内角之和小于 $180^\circ$ , 则这两条直线经无限延长后在这一侧一定相交。

## 公理

1. 与同一个事物相等的事物彼此相等。
2. 等量加等量, 其和仍相等。
3. 等量减等量, 其差仍相等。
4. 彼此重合的事物彼此相等。
5. 整体大于部分。

## 命题

**命题 1** 给定一段有限长直线, 可以在其上做一个等边三角形。(证略)

**命题 2** 可以做一段直线, 使其等于一给定直线且其一个端点在一给定点上。(证略)

**命题 3** 给定两条不相等的直线, 可以在较长的直线上截取一段直线, 使其等于较短的那一条。(证略)

**命题 4** 如果两个三角形有两条边分别相等, 并且这两条边所夹的角也相等, 那么它们的底也相等, 这两个三角形相等, 剩下两个对应的角也分别相等。(证略)

**命题 5** 在等腰三角形中, 两底角相等; 并且如将两腰向下延伸, 则在底下的两个角也相等。(证略)

.....

**命题 32** 延长三角形的任意一边所形成的外角, 等于不相邻两个内对角的和, 即三个内角的和等于两个直角。(证略)

.....