

张益唐专访

季理真、翁秉仁

访谈时间：2013 年 7 月 13 日

访谈地点：台湾大学天文数学大楼

问：谢谢你接受我们的专访。我觉得你的名字张益唐取得很好，请先告诉我们你的父母为什么取这个名字，也请顺便谈一下童年的数学经验。

答：我的名字是祖父取的，他在我很小时就过世了，他是中学教师，字写得非常好。我名字中的“唐”，一方面是因为我妈妈姓唐，当然也代表有益于唐人，也就是中国人。“益”也可以代表一，表示长子。我和妹妹的名字差半个字，她中间的字是“盈”，就是希望她能够把张和唐这两个家族给盈满了。

我们家就两兄妹。在那个年代，中国知识分子的家庭生两个孩子是正常的，劳工阶层则会多一点。我爸爸是工程师，他对数学好像没特别擅长，而且因为我童年的经历，他也没有机会教我。

我小时候算是不顺利的，我很晚才知道。我父亲虽然是搞技术的，也参加过地下党，但在 1959 年的政治运动时还是受整，就是所谓反右倾。可能因为这个因素，他没把我带在身边。当我父母在北京时，我父亲把我放在上海外婆家。

我的母系是上海浦东川沙县人，能追溯到的祖先都是上海人。他们是纯粹的工人，按照中国当时的政治标准是最好的成分。他们都是机械厂的工人，技术很好，人也厚道，连我外婆也是退休工人。但是家里没人懂数学。

说实话，没人教过我数学，但就是一种天性爱好，喜欢数学。我的启蒙是 20 世纪 60 年代，大陆出了一套给青少年的科普读物，叫《十万个为什么》，后来又出了几版。我记得开始有 5 册，后来又加了 3 册，其中第 7 册是生物，第 8 册是数学。我那时大概是 10 岁，至少能把问题看懂。《十万个为什么》里面有哥德巴赫猜想，有费马大定理，就是没有孪生素数猜想（哈）。

另外，我当时住在上海一个大院里。我唯一受过的最高教育，是我在那里认识的一个高中生，他教我一点数学，多少有点影响。我其实没上过什么学校，连中学都没有读过。因为我爸妈后来都下放到五七干校，到农村去了，

我 15 岁就跟着下乡，比那些中学毕业生上山下乡还早一点。我们去了湖北，在那边根本没得读书。

问：那后来还有什么其他接触数学的机缘吗？

答：1971 年，我 16 岁，回了趟上海看我外婆，那时是“文革”后期，最疯狂的时间已经过去，稍微有点恢复，有些“文革”前的书也重出了，“文革”前中国的中学教育算是正规的。当时上海复旦大学夏道行写了一本书叫《 π 和 e 》，介绍这两个数，很薄的一本书，也许现在家里还留着。书中讲到 π 和 e 是无理数，我就想弄清楚为什么 π 和 e 是无理数。那时我已经会证 e 是无理数，但 π 是无理数不好证。至于为什么它们是超越数，就更想弄清楚。

后来，我到北京在工厂做工时，在旧书店又看到一本华罗庚写的《数论导引》，从里头再学一点，反正就是断断续续。我在考大学前没有什么基本训练，都是零散的天生兴趣。

问：你考大学时就决定要读数学吗？那时有做过什么准备？

答：是的。1977 年底我没有考好，数学考得还可以，最糟糕的是政治，一点都不懂。那时要考数学、物理、化学、政治和语文，我语文也没考好，当时要求的都是所谓的党八股。数学也不算考得好，因为有些题意不大清楚，我会做但是不大会写。1977 年底的那次考试分数是够了，但上不了好学校。

所以我过半年后再考，有了经验，这次知道要怎么准备，就考得很好被录取了。数学考了九十几分，政治考得最差，七十几分。我比较自豪的是语文这科，在“文革”前高考的语文一向都是命题作文，但 1978 年这次考试作文题没有那种我不喜欢的八股作文，例如歌颂国家主席的等。这次考语文要考综合能力，对诗词、成语、古文的了解，我考得相当高，100 分满分得 82 分。

问：在进大学前，你怎么学习这些中国语文？

答：我没上过中学语文课，都是自己看书。数学跟文学有点相通，像文言文我是很喜欢读的，我并不是说自己的文言文水平有多高，而是一个东西你并没有完全看懂时，就能感觉它有意义、很美，这点数学和语文可能是相通的。

我上大学前，无意中从朋友那看到唐朝诗人白居易写给元稹的一封信“与元九书”，很多字我不认识，但就能感觉这篇文章怎么写得那么好。

问：你 23 岁进北大，是不是就计划以后要做数学研究？做哪个方向？

答：是，我希望能做数学，想做数论。也许我只是重复人们的感受或天性，因为数这个东西，问题那么简单，一般的中学生都懂，但是解决的方法又那么难，也许是这点很吸引我。

我顺便说一下，我并不是受当时国家宣传陈景润的影响而想学数论。倒是 1973 年 18 岁时，我胆子很大，微积分只知道一点点就开始读陈景润的论

文，大致过程还是读懂的，当时费了很大的劲。

问：从近几十年来看，不管人家说北大好坏，很多最好的学生还是北大出来的，你是北大“文革”后第一届的学生，能描述当时北大的情况吗？

答：我们这一届当时的价值观很清楚，就是把数学学好。即使没人管你，大家都很用功，无论是微积分还是代数，就喜欢这种有挑战性的东西。北大强调基本功要扎实严谨，这学风是很好的，到现在还有影响。但北大也有一个缺点，因为“文革”或其他的原因，跟外面接触不多，跟不上国际数学的主流，在当时已经落伍。我6月份在纽约演讲也提到，北大教学过分严谨的要求，会不会显得太陈旧，会不会束缚想象力的发展。虽然我不确定别的学校是怎样，但我猜海峡两岸也许都有这个问题。

北大学生比其他学校好，有一点是肯定的，就是入学成绩高一点，学生好一些。北大的要求也比较高。举例来说，我当研究生时，有一个国内名牌大学的学生，他要计算几何级数导数之和，他算出来很得意。我有一个感觉，如果学生以为做出这个就很了不起的话，那眼光也太短浅了吧，当然这也许只是特殊的例子。

问：请谈谈北大的老师。

答：我进北大大一上基础课时，沈燮昌老师教数学分析，丁石孙教解析几何，他们教书教得真好，对我很有影响。学了微积分就能自己看数论，读陈景润的文章。后来我的研究生导师潘承彪，他教解析数论也讲得很好，其他一些老师也都不错。

我在美国新罕布什尔大学教书时，一直在回忆沈燮昌和丁石孙的上课，要怎么教书让学生有兴趣，能不能吸引学生。有人问过我怎么教好书，因为我在美国的教学纪录非常好。事实上我只问怎么样不把书教坏，不要以为你懂的，学生一定懂。必须下工夫去想，如何将材料组织和呈现出来，才会对学生最有帮助。一个大一学生刚进来，老师怎么讲课，对学生的影响很大。我教书模仿沈先生的原则，不是定理、证明一直写下去。我先提问题，希望和学生一起来想，然后我才归纳一下。当时沈先生虽然不是完全这么做，但至少让学生思考，是启发性的教学。

遗憾的是，老师不仅要会教书，也要做研究，要做在最前面。我们那一代最缺的，就是研究特别好的老师，不是说他们人不好，教得不好，但是也许因为“文革”，研究没到最前沿。如果当时有一个这样的人，对学生关心又能带领我走的话，也许我的获益会更大。如果有好学生，我希望将来我能充当这样的老师。

问：接下来，请谈谈你在北大的研究生生活。

答：我的研究生导师是潘承彪，我跟他学解析数论的基础知识。以前在

大学学数论只是瞎看，跟着他学了正式的课程。基本功还是很重要的，解析数论中很重要的就是阶的估计，在他的教导下，我对这方面非常敏感。像这次孪生素数的问题，我就是能感觉出上界应该是多少，怎么去达到。如果你没有这种基本感觉，这种问题是做不下去的。这是我在研究生时打下的基础。

另外，当时中国科学院朱尧辰讲丢番图逼近论，裴定一讲模形式，对我都有影响。当时修模形式的没几个人，裴定一是从 1971 年志村五郎的 *Introduction to Arithmetic Theory of Automorphic Functions* 选几章来讲。现在回想起来，讲模形式跟个人的研究方向有关，我没学到几何上的东西，只是分析。模形式是一个很有意思的东西，特别是到了 20 世纪 90 年代，因为 Andrew Wiles 证明费马大定理，让模形式更有价值。

模形式是定义在上半平面的函数，而且在边界上某些地方是解析的甚至等于 0。这可以作为一个纯分析的课题，但是它的含义远远不止于此，要看老师怎么教。过去国内的老师只讲一半，证明证得非常细。我记得朱尧辰老师讲 Roth 定理的证明，到最后根本就记不住，一步一步你都过去了，弄完还不知道在干什么。过多地陷入技术性的细节，会削弱整体的东西。学数学和给人审稿不一样，不能只看每一步的对错。

问：这么说起来，你在出国之前的训练主要是偏分析的，是解析数论这部分，那关于代数数论与代数几何呢？

答：当时大陆主要缺的是几何的背景，代数数论还是有人做的。中国教育太强调基本功训练，毕竟人的时间和精力是有限的，那会限制你的思维方式，如果细节一定要搞得很清楚，就可能造成广度不够，很难发现和其他东西的联系。解析数论到目前为止，就是自己的路，但代数数论到后来必须和几何有关，这方面当时走得不够。

问：你出国后选了代数几何，论文题目选了 Jacobi 猜想，你为什么选这么有名的问题？怎么没想到要选数论的老师，像 Freydoon Shahidi？

答：这也是碰上了，因为我的导师莫宗坚就做这方面研究，本来有可能做完，好像他也写过一些东西描述这段经过。这方面我不太想说，过去了就算了。我出国没有找别的老师，是因为莫宗坚和丁石孙是好朋友，我出国时已经答应做莫先生的学生。

我从莫先生那里学到一些代数几何，莫先生的方法是比较具体的，要去算、去估计，我比较习惯这种不抽象的做法，让我知道即使是代数几何，有很多东西到最后也要具体去算，这是给我印象很深的。

我这人并不擅长理论性推导的东西，像数论中的 Tate Thesis 我就没办法完全弄懂，他弄出 zeta 积分，又有解析延拓，又有函数方程，然后有 L 函数，确实很漂亮，但我就是还想知道，到底这个积分等于几，到底有没有渐近的

表达式。

问：你 1991 年底从普渡大学毕业，1999 年到新罕布什尔大学，有 8 年的时间不在学术岗位。你能够长时间坚持，考虑很难的问题，非常不简单，可以大致描述一下吗？

答：也没什么，那时就不用教书，网络上说我在打工，其实也不算，主要是在朋友店里，他开了好几家店，虽然我没有正式的会计师执照，但是帮忙管账做会计。

虽然是不相干的工作，忙有时也忙，但总是有时间。如果你心思很单纯，真的喜欢数学，就不会把数学忘掉，还是可以继续。我自己留了一些数据。那段时间读了很多东西，不断想一些问题，包括 Enrico Bombieri, J. B. Friedlander, Henryk Iwaniec 的工作都是在那时候才读的，另外也包括像代数几何的东西。

问：前几天我去北京遇到葛立明，他说当时你在做个大问题，快做出来了，所以他找你去新罕布什尔大学。

答：那是关于 Siegel 零点的工作，我有一篇网络文章，是不完整的。目前我还不敢说我能完全做成，但是的确有很大进展。孪生素数这个问题我做了三、四年。但希望大家不要误会，这个问题我是想了三、四年，但不是说我所有时间都在做它。一直到去年 9 月，我因为肯定可以做出来了，才暂时放下别的东西。

在新罕布什尔大学，我在教书上积累了很多经验，很遗憾在那里找不到好的学生。我教过很多课，主要是微积分，再高一点像抽象代数、复变函数，我也给学生开过数论的研读课程。我很喜欢教书。

问：网络上都讲你在去年 7 月 3 日找到解题的灵感，而且证明中，还用到 Weil 猜想，请跟我们说明一下。

答：这其实是很有意思的故事，去年夏天我因为问题想不出来，就准备到科罗拉多朋友家去好好度假，什么书、论文、计算机都没带。我朋友是指挥家，我喜欢古典音乐，所以在那边听了很多音乐。但是后来心思不知不觉又回到数学上，7 月 3 日我突然得到一个灵感，可以把问题归纳到几种情况，其中两个情况用 Kloosterman 和都可以解决。最后第三种情况，本来以为是最简单的，其中牵涉到一个数表示成三个数的乘积有多少种表示法。我以前有个错觉，觉得这个是最简单的，到最后才知道是最难。于是就去查了 1985 年 Friedlander 和 Iwaniec 的论文。从他们的其他文章中，我知道他们做过这方面的工作，但细节不清楚。我查到要用到 Weil 猜想的其中一部分推论，也就是 Birch-Bombieri 结果，这是作为他们文章的附录而发表的。

但是即使直接用他们的结果，还是差一点，后来用了一些我常用到的方

法，结果就成功了。从这里可以讲，假如做学问牵涉到某些主题，一定都要先读透读懂了，可能要花很长时间。有时开始不能确切知道什么是需要的，等到需要的时候再去补，那时效率会很高，因为你知道关键要什么东西，它能提供什么。所以那时我连论文的细节都没看，就那套方法给我印象特别深，我用上了，结合 Birch-Bombieri 结果再加上模的分解，这个成果我很满意，是最满意的一步。因为我补得很快。

问：说到这，我就想到中国的学生常常希望把所有准备知识都学好才开始做研究。

答：我这个论文也有这个问题，很多人说要把我这论文先读懂。那里面是有些想法，可以再往前走，也许能解决别的问题，但能走多远我不敢说，我并不主张费很大力气来完全读懂。我觉得以我的方法，素数距离尽管可能降低很多，但应该没办法真的做到孪生素数猜想。

问：葛立明还告诉我一个事情，我很感动，他说以前你常替系里换水，现在成名了，系里的秘书问葛立明，你还会替系里换水吗？他说你还是会继续换。

答：我前两天离开前，还换了水，这没什么，只要我还在那就还会换。那种饮水机用个倒过来的大水桶，但是别人都换不好，只有我换得好，所以秘书老太太还挺喜欢我，这没什么，不会因为我出名了，就不做这种事。

问：你出了名后，对你有没有什么影响，外在或内在的？

问：我是出了这个名之后，才知道别人说我这个人很孤傲什么的，这些是别人对我的感觉，我自己都不知道，我倒觉得自己还挺随和的。也没有因为出了名，就傲气十足吧。

问：我比较诧异的是你在普渡还当过中国同学会的会长，这应该证明你不是孤傲的人。

答：那是“六四”事件的时候，但我这个会长也是被别人硬推上去的，实际上我是最不擅长做这什么“长”的。

我出了名后，网站上的东西我都不怎么看，不敢看，当然我也没时间看。我只抱怨了一件事，就是我的自由时间变少了，这弄得我非常头疼，我希望我还能继续做数学，我知道出名也许会带来一些利益，这些过去我不看重，将来也不会。

问：有人这么评价，中国数学最好的时间可能是 20 世纪 50 年代，当时华罗庚回来领导解析数论，很有希望。解析数论是中国的强项，你对现在中国解析数论的现状和前景有什么看法？

答：20 世纪 50 年代那时的价值标准就是做最好的数学，华老是解析数论的领袖人物。

华老的脾气是很大的，他经常叫学生上台讲。据说有次王元忘了不会讲，他就说不行，今天不讲不许下课。在 20 世纪 50 年代，从华罗庚到陈景润，那时人的心思单纯，做好的数学，喜欢做也愿意投入。那时大陆像苏联，发不了财，工资都一样，没有杂念。于是就努力去做，华老从 20 世纪 50 年代开始，建立中国人的学派，最后陈景润达到顶峰。

我认为解析数论如果确实有一批人想去做，仍然是有希望的。当然这需要一定的条件，因为科学的发展有它的阶段性。比如华老那套东西，筛法也好，圆法也好，不能永葆青春。后来，一方面是做到头了，一方面因为“文革”，中国没有机会吸收新东西，所以就慢慢停滞了。

但现在这些条件都具备，你可以积极吸收新的东西，像是 Friedlander 和 Iwaniec 的东西，或者新一点像 Green 和陶哲轩的东西。我和葛立明也谈过，我的直觉是将这些跟古典解析数论技巧结合起来，应该是有前途的。现在各方面条件都有了，只是怎么把新的方法融入传统解析数论去，我希望中国年轻一代敢于给自己提新的问题。

我自己在潘承彪老师指导下写的第一篇论文，现在想起来我连看都不想看了，那时我就有感觉，怎么路越走越窄了，你不能就是这一套。这时你需要有点勇气，看胆子大不大，敢不敢否定自己走过的路，要自问我们这领域里头能不能和新的东西结合起来，要不断地问自己，天天问自己。

当然如果有机会出国，也许会容易一些。我 2001 年在 *Duke Journal* 发表了一篇黎曼函数导数的文章，那结果得到的评价还挺高的。结果我收过一些杂志邀我审稿，但是我这人可能太挑剔了，就说这结果不要在伦敦数学学会杂志发表，建议在小一点的杂志发表。那些结果是对的，但是没有太大意义。我想不论中西，做学问都需要保持一个活水，不是一个死水潭。

问：想请教你对《数论导引》这本书的评价，另外也请谈谈其他比较好的数论书。

答：《数论导引》作为一本入门书，现在来看内容是陈旧了点，但仍然是一本非常好的书，不仅是数学好，华老的文学功底也是好的，可以让一个对数论有兴趣的年轻学子一看就懂，很容易入门，他的风格明快又丰富，一本书很难写成这样。

我想《数论导引》受到了 G. H. Hardy 和 Edward M. Wright 的 *An Introduction to the Theory of Numbers* 的一些影响，但华老写得更多一点。有几位英国人的书也写得非常好。像 E. C. Titchmarsh 的 *The Theory of the Riemann Zeta-Function*。他从 1950 年出第一版后，还没有书可以超过，又丰富又明快。

问：你会不会也想写本书？你的学生给你很高的教学评价，一定也从你

这里学到东西。你如果写一本书，应该也会是好书。

答：我暂时还没什么想法，写书恐怕很难，要考虑能不能写得有启发性，不能只是定义、定理、证明，要写出中间的想法。

我是希望能用中文写本解析数论的书。潘承洞和潘承彪兄弟有一本《解析数论基础》，那本书其实写得很好，但是他们只写到 20 世纪 90 年代，后面例如 Kloosterman 和代数几何的那些材料没写进去，这是个缺点。Iwaniec 和一个波兰人 Emmanuel Kowalski 也写过一本 *Analytic Number Theory* (2004, AMS)，这本书其实写得很好、很丰富，但对初学者来讲太难，因为密度太大了。

我倒是希望我能写，也许可以把自己的心得讲出来，但我还没正式去考虑这个问题。

问：你有没有什么数学英雄，像比较敬佩和喜欢的数学家？

答：这有点说不出来。小时候当然高斯是我心目中的英雄，但是长大之后好像就没有了。像是有些人的数学做得很好，但是我总觉得自己不会做得比他们差，所以现在在我心目中没有什么英雄。但是在人格上佩服的倒是有两个，一个是 Wiles，另一个是 Grigori Perelman。

问：你前面提到华老的文字好，我们也知道你对中国和俄国文学的爱好。请谈谈你觉得数学和人文之间有什么关系。

答：别人问我纯数学有什么用，我只能说没用，前一阵子谷歌公司请我去演讲，我不敢去，万一他们关心的是实用价值，我又不能闭着眼睛说瞎话，说这东西非常有用。但对他们说没有用，又让人失望，所以我就不去了。

但是作为一门知识，作为一个具体做学问的人来讲，数学和文学甚至和音乐欣赏是有很多共通之处，都是一种美的追求。往往我们在一种朦胧、不是很清楚规范的时候，反而感到一种美。前几天一个英国电台采访我，我说我喜欢莎士比亚，过去我读过中译本，觉得真好，到美国后装模作样想看英文原本，结果看不懂，因为按照我在中国学的英文语法是不通的。或者像中国的文言文，现在两岸都有很大的争论要不要学。但是往往这东西在不规范的时候，没完全读懂时，反而能感觉有种美感，数学、音乐也是这样。

问：数学也是这样？

答：譬如我去年 7 月 3 日的灵感，它是非常模糊的东西，事实上最后一步，我认为最简单，反而是难的地方。但是那时，我不断用英文问自己：Why not，觉得是可以的。

问：人文的修养对做数学是重要的吗？

答：我认为是重要的，就一个人的人格来讲应该是全面的。你有其他方面的修养，应该也会显示在数学上，当然也许我这回答本身也很朦胧。我觉

得做数学有种忌讳，你如果要把所有东西都弄得具体，每一步都弄清楚，整个东西你就不知道怎么弄了。但有时你也不知道这些步骤到底对不对，但对它整体有种感觉，这种感觉有时很重要，要做出成果可能还真需要这种感觉。

问：对想要做数学的年轻学生，不知道你有什么好的建议。

答：如果说要有什么建议的话，我希望国内有一定有名望的老师，能用最大的热诚来关怀学生。而学生也要多跟老师谈一谈，在选导师方面多想想再决定，希望做的东西是自己愿意去做，至少有若干年愿意去付出努力的。但我总不能要求学生像我这样，除了数学什么都不要。

问：我今天问 Serre 一样的问题。他说他一般不回答这类问题，但如果硬要回答，他会选 Langland Program，因为总是可以做些什么，即使结果小也有意义。但他不鼓励大家做黎曼假说，因为没有就什么都没了。

答：这我倒是可以附和 Serre 的讲法。但还是希望有人即使在做别的东西时，还是要保持某些你有兴趣的困难问题，例如黎曼假说，至少不要把这东西忘了，不要说做不出来就不要了。你要想各种各样的方法去尝试。因为黎曼假说说起来还真惭愧，连弱型黎曼假说，也就是把实部等于 1 的直线往左移一点点，都不知道怎么做。像这种东西你可以尽想象力去试，不要以为前人所做的已经穷尽了。尤其在数论，往往有一个新的想法就有令人惊讶的结果，把以前的东西全部都超越过去。

学数学最重要的当然是兴趣，再来就是要开拓自己的视野，不断问自己能不能找到新东西，把传统的和新的东西结合起来，不断自省。当然在解析数论里，说开拓其实选择也不多，毕竟解析数论太难，就像我刚列出来的 Friedlander 和 Iwaniec，可以问问是不是还能做得更好。又如果说新一点的，容我胡说，我说要是把解析数论与 Green 和陶哲轩的结果结合起来，我认为是有可能的，这是新的东西。

最后，我也跟一些科普杂志谈过，就是掌握四个字：“勤能补拙”。我根本不觉得我这个人有多聪明，但我有足够的勤奋，这是我能说的忠告。