

Лабораторная работа № 2

Тема: Численные методы одномерной минимизации с использованием производной.

Цель работы: Приобретение практических навыков для решения задач одномерной минимизации численными методами.

Постановка задачи

Требуется найти безусловный минимум функции одной переменной $y = f(x)$ на отрезке $[a, b]$, где функция является выпуклой. То есть найти такую точку $x^* \in [a, b]$, что $x^* = \min_{x \in [a, b]} f(x)$.

Методы, рассмотренные в лабораторной работе 1, используются при минимальных требованиях к целевой функции $y = f(x)$ — она должна быть унимодальной.

В данной работе предполагается, что целевая функция $y = f(x)$ является выпуклой и дифференцируемой (один раз или дважды). Причём, производные могут быть вычислены в произвольно выбранных точках.

Численные методы одномерной минимизации

К основным численным методам одномерной минимизации относят:

1. метод средней точки;
2. метод хорд;
3. метод касательных.

Задание

1. Привести задачу на максимум к задаче минимизации функции (при необходимости).
2. Составить программы поиска минимума функции двумя методами, указанными в задании (язык программирования выбрать самостоятельно).
3. Найти координаты и значение функции в точке минимума заданными методами.
4. Проанализировать полученные результаты. Исследовать сходимость методов и провести сравнение по числу вычислений функции (или её производной) для достижения заданной точности.

Варианты заданий

№	Функция	Тип экстремума	Интервал	Погрешность	Методы
1	$\operatorname{ctg}(1.05x) - x^2$	max	[4; 9]	0.002	1,2
2	$x^2 + \sin(x)$	min	[-1; 0]	0.0005	1,3
3	$x/10 + \cos(x)$	max	[4; 9]	0.002	1,2
4	$e^x + x^2$	min	[-1; 0]	0.0005	1,3
5	$e^x + 1/x$	min	[0.5; 1]	0.0001	1,2
6	$-x + (x+2)/x^2$	min	[-2; 0]	0.001	1,3
7	$x + 1/\ln(x)$	min	[-1.5; 3]	0.001	1,2
8	$x - \ln(\ln(x))$	min	[1.3; 3.0]	0.001	1,3
9	$0.2x + \sin(2x)$	max	[0; 3]	0.002	1,2
10	$5x^2 + 1/x$	min	[0; 2.5]	0.002	1,3
11	$5/(x^2 - 2x + 5)$	max	[0.8; 2.0]	0.0008	1,2
12	$e^{x-1} + 1/x$	min	[0; 1.5]	0.001	1,3
13	$e^{1/x} + \ln(x)$	min	[1; 3]	0.0012	1,2
14	$xe^{-x/2}$	max	[0; 3]	0.002	1,3
15	$1/x - e^{-x}$	max	[-1; 0.5]	0.0005	1,2
16	$2 - x + x^2$	min	[0; 2]	0.001	1,3
17	$e^{-x} + 1/(1-x)$	min	[0; 2]	0.001	1,2
18	$x^4 + 2x^2 + 4x$	min	[-1; 0]	0.0002	1,3
19	$x^2 - xe^{-x}$	min	[0; 1]	0.0005	1,2
20	$e^x + 1/(x+2)$	min	[-1; 1]	0.001	1,3
21	$5x^2e^{-x/2}$	max	[2; 6]	0.002	1,2
22	$x \lg(x)$	min	[0; 2]	0.001	1,3
23	$5/x + x^2$	min	[0.5; 2]	0.001	1,2
24	$e^{-2x} + x^2/2$	min	[0; 1.5]	0.001	1,3
25	$2\ln^2(x) + x/2$	min	[0.5; 2]	0.0005	1,2
26	$x^2 + 1/\operatorname{arctg}(x)$	min	[0; 2]	0.0005	1,3
27	$\sin(e^x) - e^{-x} + 1$	max	[0; 1]	0.0005	1,2
28	$(x-1)e^{-x^2/2}$	min	[-2; 0]	0.0005	1,3
29	$x^4 - 1.5 \operatorname{arctg}(x)$	min	[-1; 2]	0.0005	1,2
30	xe^{-2x}	min	[-2; 6]	0.001	1,3

Содержание отчёта

1. Цель работы.
2. Формулировка задачи.
3. Графическое представление функции на заданном интервале.
4. Листинги программ.
5. Результаты вычислений.
6. Сравнительная характеристика методов.
7. Выводы.